Ereignisdiskrete Systeme

Praktikum Blatt 3 - Petri-Netze

Jan Kristel, Alexandra Moritz

Aufsicht von Frau Rembold

8. Juni 2023

Inhaltsverzeichnis

1 Petri-Netz **2**

2 Anfangsmarkierung **3**

3 Inzidenzmatrix **3**

4 Erreichbarkeitsgraph **5**

5 Netzeigenschaften **5**

6 Schaltvektor **6**

7 Nachweis für den Schaltevektor und die Schaltsequenz σ **8**

8 Modellierung auf academic.signavio.com **9**

9 Modellierung mit PIPE - Platform Independent Petri Net Editor v4.3.0: Petri net 1 **10**

10 Vor- und Nachteile von Petri06 und PetriEdiSim **11**

1 Petri-Netz

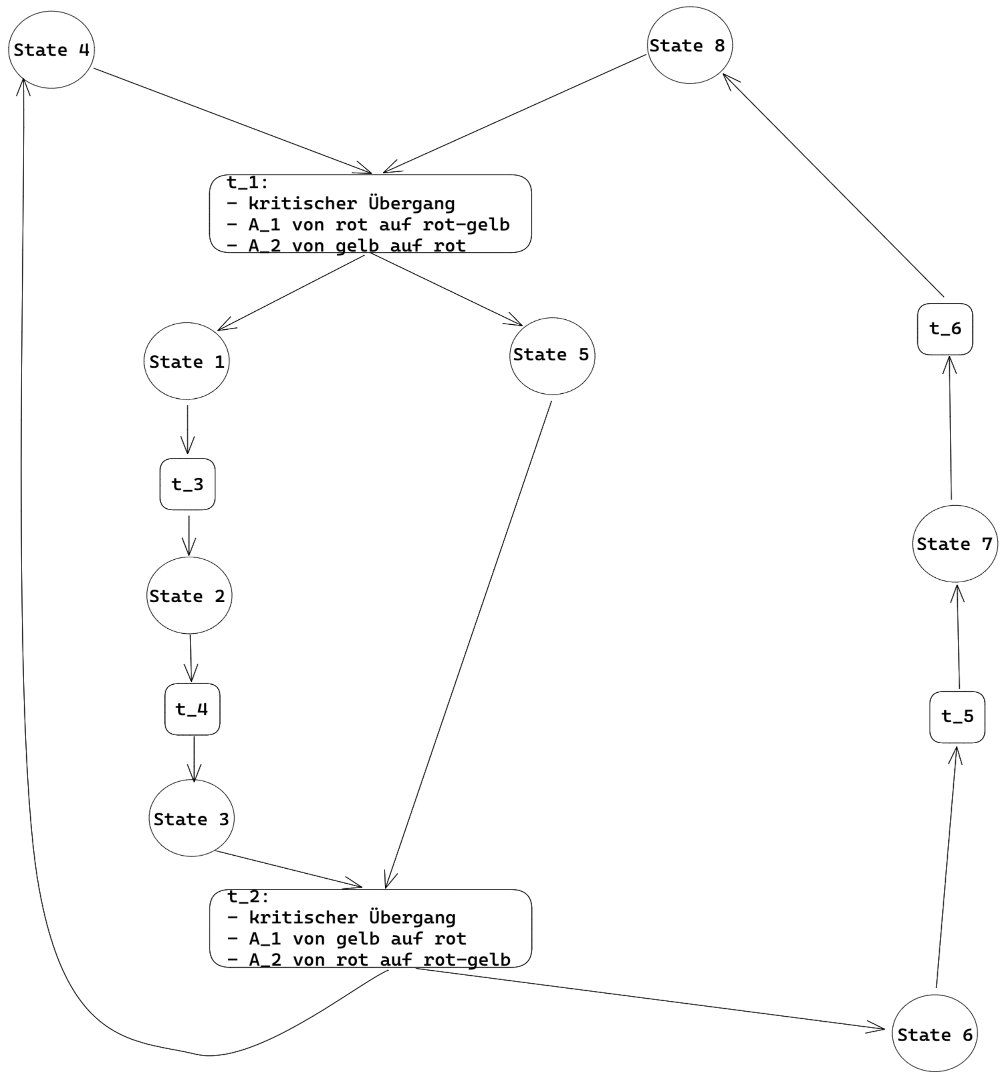

Abbildung 1: Petrinetz zu unserer Ampelanlage.

2 Anfangsmarkierung

Als Anfangsmarkierung wurde der Zustand gewählt, den die Anlage vor de kritische Übergang t_1 hat, also in dem Ampel A_1 von rot auf rot-gelb umschält; und Ampel A_2 von gelb auf rot. Damit ergibt sich für die Anfangsmarkierung m_0 folgender Vektor:

$$m_0 = (0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1)$$

3 Inzidenzmatrix

Die Inzidenzenmatrix N berechnet sich als Differenz der Outputmatrix O und der Inputmatrix I:

$$N = O - I$$

Die **Input**matrix sieht wie folgt aus:

Zustand/Übergang	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
S_1	0	0	1	0	0	0
S_2	0	0	0	1	0	0
S_3	0	1	0	0	0	0
S_4	1	0	0	0	0	0
S_5	0	1	0	0	0	0
S_6	0	0	0	0	1	0
S_7	0	0	0	0	0	1
S_8	1	0	0	0	0	0

Die **Output**matrix hat folgende Form:

Zustand/Übergang	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
S_1	1	0	0	0	0	0
S_2	0	0	1	0	0	0
S_3	0	0	0	1	0	0
S_4	0	1	0	0	0	0
S_5	1	0	0	0	0	0
S_6	0	1	0	0	0	0
S_7	0	0	0	0	1	0
S_8	0	0	0	0	0	1

Für die **Inzidenzen**matrix ergibt sich folgenden Ergebnis:

Zustand/Übergang	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
S_1	1	0	-1	0	0	0
S_2	0	0	1	-1	0	0
S_3	0	-1	0	1	0	0
S_4	-1	1	0	0	0	0
S_5	1	-1	0	0	0	0
S_6	0	1	0	0	-1	0
S_7	0	0	0	0	1	-1
S_8	-1	0	0	0	0	1

4 Erreichbarkeitsgraph

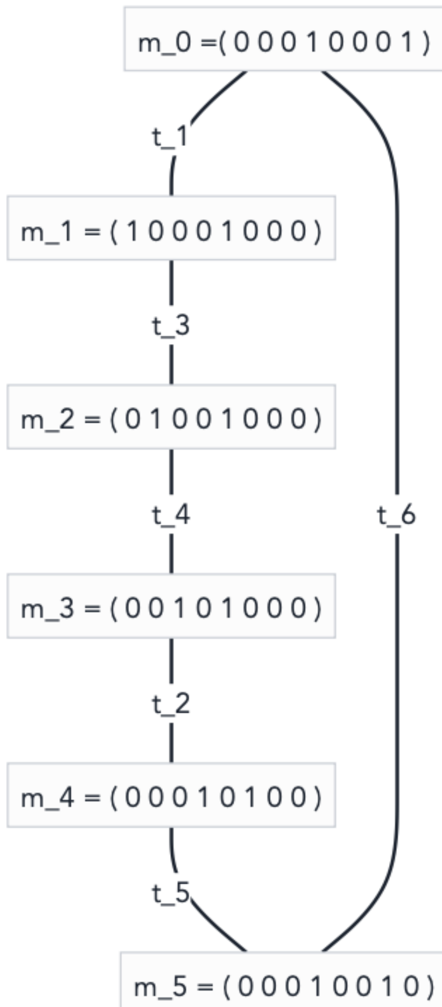

Abbildung 2: Der Erreichbarketisgraph zum Petrinetz der Ampelanage

5 Netzeigenschaften

Erreichbarkeit

Das Netz ist erreichbar, den jedes m_i ist von m_0 aus erreichbar.

Deadlock

Durch die Gegebenheit der Erreichbarkeit besitzt das Netz keine Deadlock.

Lebendigkeit

Da das Netz keinen Deadlock besitzt ist es deadlockfrei, also auch lebendig.

Umkehrbarkeit

Die Anfangsmarkierung m_0 kann, auch durch den zyklischen Ablauf, von jeder Markierung m_i erreicht werden. D.h. es ist umkehrbar.

Konfliktfreiheit

Das Netz der Ampelanlage ist konfliktfrei, da keine Aktivierung eines Übergangs, die Aktivierung eines anderen Übergangs verhindert indem ihm ein Token entzogen wird.

Beschränktheit

Die Ampelanlage ist 1-beschränkt. Kein Zustand innerhalb des Petrinetzes besitzt jemals mehr als 1 Token.

6 Schaltvektor

Der Schaltvektor v entsteht bei Muliplikation von Inputmatrix I und dem Vektor selbst, wobei das Produkt 0 ergeben muss.

$$0 = I \cdot v$$

Der Vektor v hat dabei die gleiche Größe wie Anzahl an Übergängen im Netz. Womit dieser zunächst so aussieht:

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{pmatrix}$$

Multipliziert mit der Inputmatrix I

Zustand/Übergang	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
S_1	0	0	1	0	0	0
S_2	0	0	0	1	0	0
S_3	0	1	0	0	0	0
S_4	1	0	0	0	0	0
S_5	0	1	0	0	0	0
S_6	0	0	0	0	1	0
S_7	0	0	0	0	0	1
S_8	1	0	0	0	0	0

erhält man folgende Zeilengleichenung:

$$v_1 + 0 - v_3 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$0 + 0 + v_3 - v_4 + 0 + 0 = 0$$

$$0 - v_2 + 0 + v_4 + 0 + 0 = 0$$

$$-v_1 + v_2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$v_1 + v_2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

$$0 + v_2 + 0 + 0 - v_5 + 0 = 0$$

$$0 + 0 + 0 + 0 + v_5 - v_6 = 0$$

$$-v_1 + 0 + 0 + 0 + 0 + v_6 = 0$$

Um nun wahre Aussagen für die Gleichungen zu bekommen, reicht es eine 1 für

die Variablen einzusetzen. Daraus erhält man den Schaltvektor für das Petrinetz der Ampelage in folgender Form:

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

7 Nachweis für den Schaltevektor und die Schaltsequenz σ

Den Nachweis für den Schaltvektor erhält man über die Marken m_i des Erreichbarkeitsgraphen. Jede Marke, d.h. jeder Zustand hat einen eigenen Vektor, der diesen beschreibt.
Die Schaltsequenz beschreibt dabei, welche Stellen sich Vektor *schalten* um zu dem nächsten Zustand zu gelangen. Für des Petrinetz der Ampelanlage hat dieses Vorgehen folgende Form:

- m_0
  - $m_0 = (0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1)$
  - Schaltvektor $v_0 = [0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1]$
  - Schaltsequenz $\sigma_0 =$ T4 T8
- m_1
  - $m_1 = (1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$
  - $v_1 = [1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$
  - $\sigma_1 =$ T1 T5
- m_2
  - $m_2 = (0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$
  - $v_2 = [0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$
  - $\sigma_2 =$ T2 T5
- m_3
  - $m_3 = (0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$
  - $v_3 = [0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$
  - $\sigma_3 =$ T3 T5
- m_4
  - $m_4 = (0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0)$
  - $v_4 = [0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0]$
  - $\sigma_4 =$ T4 T6
- m_5
  - $m_5 = (0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0)$
  - $v_5 = [0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0]$
  - $\sigma_5 =$ T4 T7

8 Modellierung auf academic.signavio.com

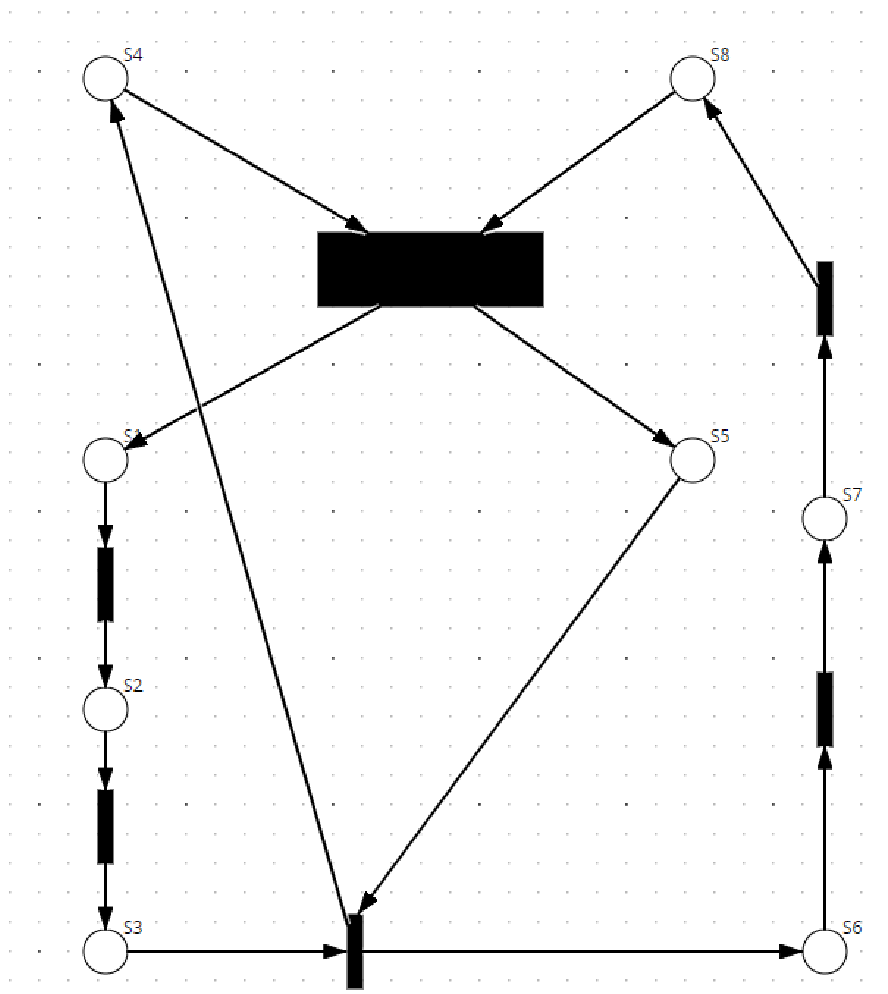

Abbildung 3: Petrinetz erstellt mit Hilfe des Tools auf academic.signavio.com/p

9 Modellierung mit PIPE - Platform Independent Petri Net Editor v4.3.0: Petri net 1

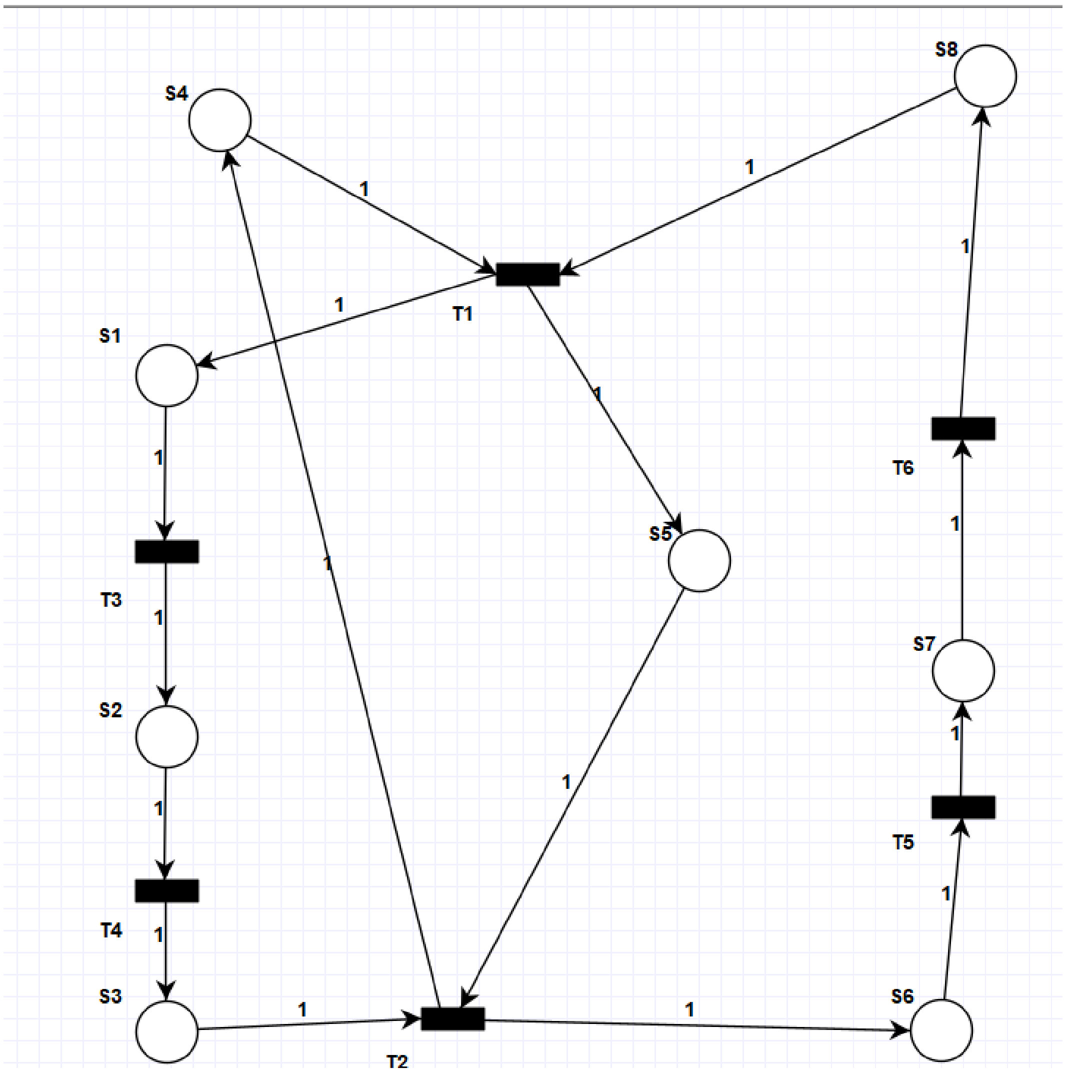

Abbildung 4: Ein Petrinetz zur Ampelanlage. Erstellt mir mit dem PIPE-Tool.

10 Vor- und Nachteile von Petri06 und PetriEdiSim

academic.signavio

Der große Vorteil des Tools der Webseite ist die einfache Bedienung und Bildsimulation der erstellten Petrinetze. Dem gegenüber steht eine kompliziert Registrierung, die für Nichthochschulemitglieder kostenpflichtig ist. Des weiteren lassen sich die Transitionen im Editor, anders als beschrieben, nicht drehen.

PIPE

Die Software PIPE überzeugt durch eine noch einfache Bedienung. Es lassen sich Punkte/Transitionen beliebig drehen, verschieben und beschriften, ob im Editor oder innerhalb der Simulation. Der Nachteil hierbei ist, dass ein extra Programm heruntergeladen und installiert werden muss.