

计算物理 A 第十四题

杨旭鹏 PB17000234

2019 年秋季

1 题目描述

推导三角格子点阵上座逾渗的重整化群变换表达式 $p' = R(p)$ ，其中端 - 端连接的条件是 3 个格点中的 2 个是占据态，求临界点 p_c 与临界指数 ν ，与正确值（表 1.6.1.3-1）相比较。

2 推导过程

根据计算物理讲义上的说明，有三角格子重整化的示意：

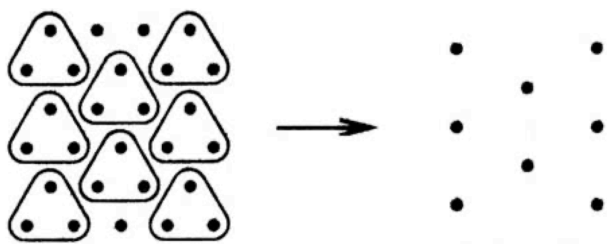


图 1: 三角格子的重整化示意

可知放大因子 $b = \sqrt{3}$ 。

根据题目给定规则，当占据态为以下 4 种情况时，认为端-端链接：

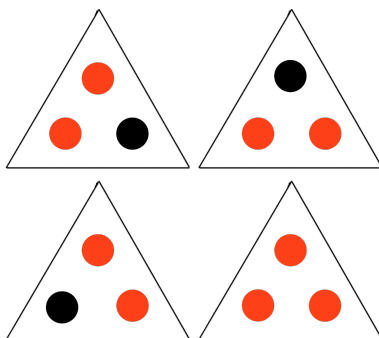


图 2: 三角格子的重整化示意

其中红色代表占据态，黑色代表未占据态。我们容易写出变换表达式：

$$p' = p^3 + 3p^2(1 - p) = p^2(3 - 2p) \quad (1)$$

当 $p' = p$ 时 p' 为临界点 p^* 。有：

$$p^* = (p^*)^2(3 - 2p^*) \quad (2)$$

解得：

$$p^* = \frac{1}{2} \quad (3)$$

其中方程的解舍掉了对应稳定不动点 $p^* = 0$ 和 $p^* = 1$ 的情况。

即临界指数 $p_c = \frac{1}{2}$

标度指数 ν 利用公式：

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{\ln b}{\ln \lambda} = \frac{\ln b}{\ln(\frac{dp'}{dp})_{p'=p^*}} = \frac{\ln \sqrt{3}}{\ln(6p'(1-p'))_{p'=p^*}} \\ &= \frac{\ln 3}{2(\ln 3 - \ln 2)} \approx 1.3548 \end{aligned} \quad (4)$$

与（表 1.6.1.3-1）相比，对于三角格子点阵情况，有：

$$p_c = 0.500000$$

$$\nu = \frac{4}{3} \approx 1.3333$$

两者比较， p_c 完全符合，但 ν 和理论值相比较还是有一定差别，但并不是很大，误差 $|\epsilon| \sim 10^{-2}$