

V 606

## **Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen**

Felix Symma

felix.symma@tu-dortmund.de

Joel Koch

joel.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 05.04.2022

Abgabe: 12.04.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Berechnung der Suszeptibilität . . . . .	3
2.2 Messung der Suszeptibilität . . . . .	6
<b>3 Durchführung</b>	<b>7</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1 Theoretische Werte . . . . .	8
4.2 Versuchswerte . . . . .	10
<b>5 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>6 Anhang</b>	<b>14</b>
<b>Literatur</b>	<b>16</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Suszeptibilität von mehreren Seltenen Erden näher untersucht und anschließend die Ergebnisse mit den theoretischen Werten verglichen werden.

## 2 Theorie

### 2.1 Berechnung der Suszeptibilität

Es gilt für die magnetische Flussdichte und Feldstärke im Vakuum

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (1)$$

wobei  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante ist. Die Flussdichte ist außerdem auch von der Magnetisierung  $\vec{M}$  der sich im Feld befindenden Materialien abhängig. Die Magnetisierung  $\vec{M}$  wiederum ist auch von der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$  abhängig. Somit gilt

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (2)$$

und

$$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H}. \quad (3)$$

Wird dies nun zusammen in Gleichung 1 eingefügt, folgt daraus

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi \vec{H},$$

wobei  $\chi$  die Suszeptibilität beschreibt. Die Suszeptibilität ist materialabhängig, jedoch keine Konstante, da sie von der Temperatur und der Feldstärke abhängig sein kann.

Das Phänomen des Paramagnetismus ist nicht bei jedem Material zu beobachten, sondern nur bei solchen, deren Drehimpuls nicht verschwinden kann. Es entsteht in Materialien deren Atome ein magnetisches Moment zu einem äußeren Feld besitzen. Weil die Orientierung der magnetischen Momente durch die thermische Bewegung der Atome dauerhaft geändert wird, sind die paramagnetischen Effekte temperaturabhängig.

Es soll nun der Zusammenhang zwischen dem magnetischen Moment und dem Drehimpuls betrachtet werden. Der Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  setzt sich aus dem Bahndrehimpuls der Elektronenhülle  $\vec{L}$ , dem Spin der Elektronen  $\vec{S}$  und dem Kerndrehimpuls zusammen, wobei letzterer vernachlässigt werden kann. Es gilt

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}.$$

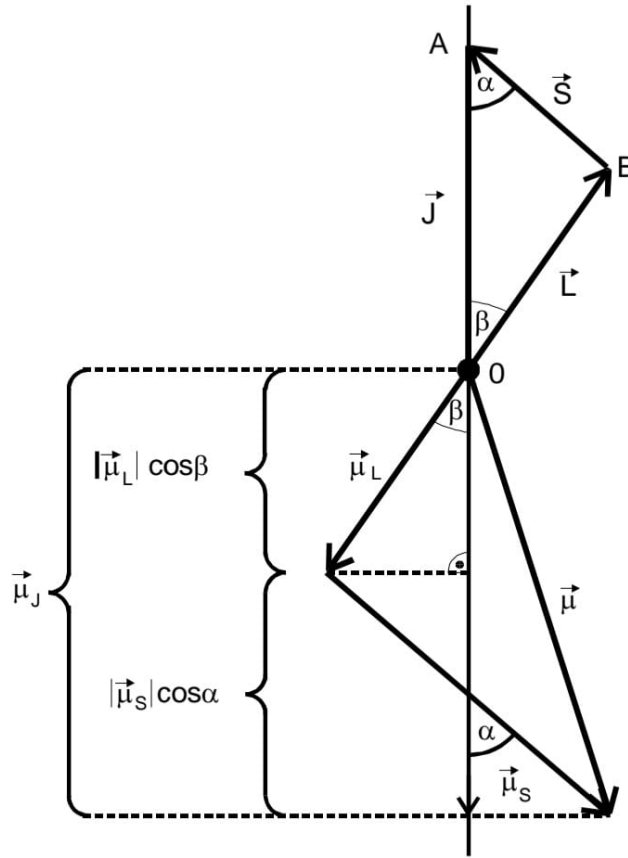
Aus der Quantenmechanik folgt

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

und

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S},$$

wobei  $g_S$  das gyromagnetische Verhältnis und  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton sind.



**Abbildung 1:** Vektordarstellung der Drehimpulse in einer Elektronenhülle und der magnetischen Momente.

Mit Hilfe der Beziehung

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar,$$

die analog für  $|\vec{L}|$  und  $|\vec{S}|$  gilt, ergeben sich für die Beträge der magnetischen Momente die Ausdrücke

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (4)$$

und

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \quad (5)$$

Aus diesen Beziehungen und Abbildung 1 ergibt sich

$$|\vec{\mu}_J| = |\vec{\mu}_S| \cos \alpha + |\vec{\mu}_L| \cos \beta. \quad (6)$$

Es wird nun angenommen, dass das gyromagnetische Verhältnis den Wert 2 annimmt. Durch diese Näherung lässt sich das magnetische Moment des Gesamtdrehimpulses zu

$$|\vec{\mu}_J| \approx \mu_B \sqrt{J(J+1)} \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (7)$$

vereinfachen. Aus dieser Gleichung wird der letzte Teilausdruck

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (8)$$

als Landé-Faktor zusammengefasst.

Ein weiteres relevantes Phänomen in der Quantenmechanik ist die Richtungsquantelung. Dieses besagt, dass nur Winkel zwischen der Richtung des äußeren Magnetfelds und der Lage von  $|\vec{\mu}_J|$  möglich sind, bei denen die  $z$ -Komponente von  $\vec{\mu}_J$  in Feldrichtung ein ganzzahliges Vielfaches von  $\mu_B g_J$  ist. Also gilt

$$\mu_{J_z} = -\mu_B g_J m, \quad (9)$$

wobei  $m$  die Orientierungsquantenzahl ist. Der Winkel hat somit nur  $2J + 1$  mögliche Einstellungsmöglichkeiten. Für jede dieser Einstellungen existiert eine potentielle Energie, die gegeben ist als

$$E_m = -\vec{\mu}_J \vec{B} = \mu_B g_J m B. \quad (10)$$

Die Aufspaltung des Energieniveaus in  $2J + 1$  Unterniveaus unter dem Einfluss eines äußeren Magnetfeldes wird als *Zeeman – Effekt* bezeichnet.

Um nun mit Hilfe von Gleichung 10 die Magnetisierung einer Probe zu bestimmen, muss die Häufigkeit, mit der eine bestimmte Orientierung der magnetischen Momente auftritt berechnet werden. Diese muss dann mit dem zugehörigen Betrag des Momentes nach Gleichung 9 multipliziert und anschließend über alle vorkommenden Orientierungen summiert werden: Mit Hilfe mehrerer quantenmechanischen Betrachtungen und Näherungen lässt sich ein Ausdruck für  $\chi$ , das sogenannte *Curie-Gesetz*, herleiten. Dieses lautet

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT}, \quad (11)$$

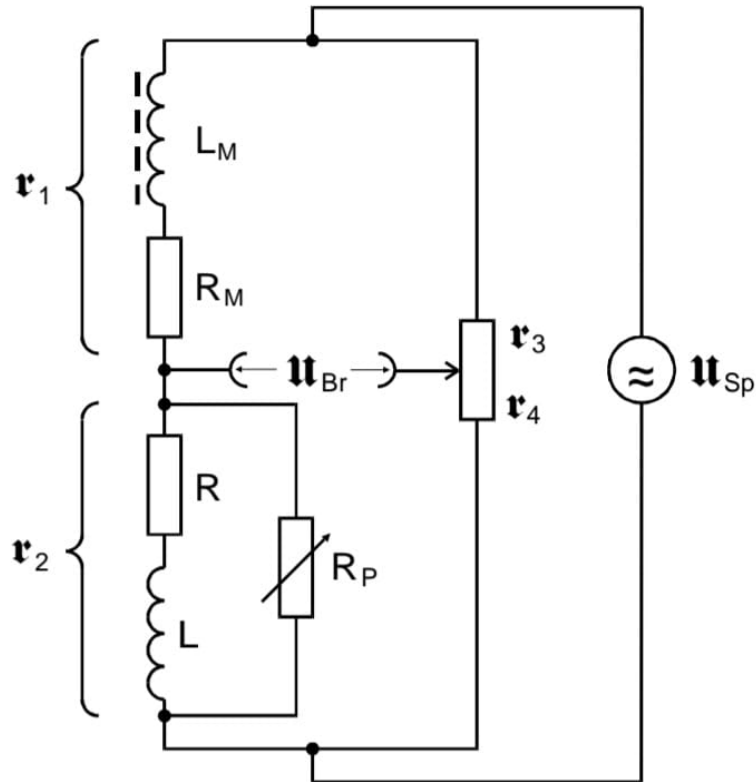
wobei  $N$  die Anzahl der Momente pro Volumeneinheit,  $k$  die Boltzmann-Konstante und  $T$  die Temperatur sind. Für hinreichend hohe Temperaturen ist die Suszeptibilität  $\chi$  also proportional zu  $\frac{1}{T}$ .

Das Phänomen des Paramagnetismus wird insbesondere bei Ionen Seltener Erden beobachtet und durch 4f-Elektronen hervorgerufen. Daraus lässt sich schließen, dass die inneren Elektronen große Drehimpulse besitzen müssen. Die Anordnung der Elektronen in der 4f-Schale und der sich daraus ergebende Gesamtdrehimpuls sind in den Hundschen Regeln festgelegt.

Die Hundschen Regeln lauten:

1. Der Gesamtspin  $\vec{S}$  nimmt den maximal möglichen Wert an, der nach dem Pauli-Prinzip zulässig ist.
2. Die Zusammensetzung der Bahndrehimpulse  $\vec{l}_i$  bildet nach  $\vec{L} = \sum \vec{l}_i$  den maximalen Drehimpuls der nach Regel 1 und dem Pauli-Prinzip möglich ist.
3. Ist eine Schale höchstens zur Hälfte gefüllt, ist der Gesamtdrehimpuls  $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$ . Bei einer mehr als zur Hälfte gefüllten gilt hingegen  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ .

## 2.2 Messung der Suszeptibilität



**Abbildung 2:** Brückenschaltung für die Messung der Suszeptibilität.

Für die Messung von  $\chi$  wird eine Brückenschaltung wie in Abbildung 2 mit zwei Induktivitäten verwendet. Mit Hilfe dieser Schaltung wird die Induktivität der Spule, in der die zu untersuchende Probe liegt, gemessen.

Aus der Induktivität kann dann die Suszeptibilität  $\chi$  durch

$$L_M = \mu_0 \frac{n^2 F}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l} \quad (12)$$

berechnet werden. Hierbei ist  $n$  die Windungszahl,  $l$  die Länge,  $F$  der Querschnitt der Spule und  $Q$  die Querschnittfläche der Probe. Der zweite Summand aus Gleichung 12 ist die Induktivitätsdifferenz  $\Delta L$  zwischen materiegefüllten und vakuumgefüllten Spulen. Für die Messung der Suszeptibilität  $\chi$  gibt es zwei unterschiedliche Methoden. Bei der ersten wird die Brücke zunächst abgeglichen und anschließend eine der beiden Spulen mit dem zu untersuchenden Material gefüllt. Die Suszeptibilität  $\chi$  des Materials kann so aus der nun zu messenden Brückenspannung  $U_{\text{Br}}$  errechnet werden. Die Brückenspannung ist nach Kirchhoff

$$U_{\text{Br}} = \frac{R_1 R_4 - R_3 R_2}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} U_{\text{Sp}}.$$

Daraus folgt die Abgleichbedingung für die Brückenspannung

$$R_1 R_4 = R_3 R_2.$$

Der Widerstand  $R_1$  ist gegeben durch

$$R_1 = R_{\text{M}} + j\omega L_{\text{M}}.$$

Mit den Näherungen  $R_{\text{p}} \gg R$  und  $R_{\text{p}} \gg \omega L$  ergibt sich  $R_2$  zu

$$R_2 \approx R + j\omega L.$$

Für sehr hohe Frequenzen  $\omega^2 L^2 \gg R^2$  kann die Suszeptibilität vereinfacht werden zu

$$\chi(\omega \rightarrow \infty) = 4 \frac{F U_{\text{Br}}}{Q U_{\text{Sp}}}, \quad (13)$$

wobei  $U_{\text{Sp}}$  die Speisespannung ist. Bei der zweiten Methode zur Bestimmung der Suszeptibilität  $\chi$  wird erneut die Brücke abgeglichen und danach eine Spule mit Material gefüllt. Anschließend wird die Brücke erneut abgeglichen und die Suszeptibilität aus den veränderten Werten der Abgleichselemente berechnet. Zum Abgleichen der Brücke muss also  $R_3$  angepasst werden.

$$R'_3 = R_3 + \Delta R.$$

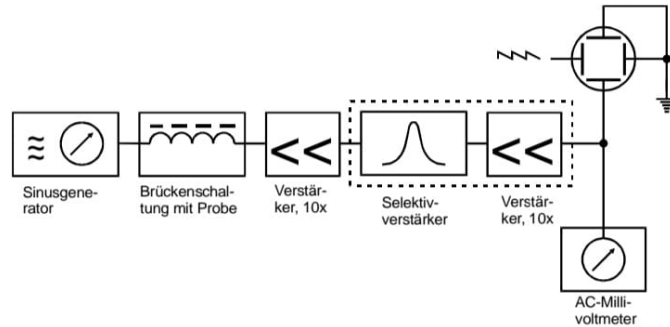
Aus den angepassten Abgleichbedingungen folgt für die Suszeptibilität  $\chi$

$$\chi = 2 \frac{\Delta R}{R_3} \frac{F}{Q} \quad (14)$$

wobei  $R_3$  der Widerstand am Potentiometer ist und  $\Delta R$  die Differenz zum Abgleich mit luftgefüllter Spule. [1]

### 3 Durchführung

Für die Messung der Suszeptibilität wird der in Abbildung 3 dargestellte Aufbau verwendet.



**Abbildung 3:** Blockschaltbild der verwendeten Messapparatur.

Da zur Messung eine Brückenschaltung verwendet wird, entsteht an den Ausgängen eine Störspannung, die die eigentliche Brückenspannung komplett überdeckt. Um die Brückenspannung trotzdem messbar zu machen wird ein Selektivverstärker verwendet, der nur für monofrequente Signalspannungen durchlässig ist und somit die Brückenspannung herausfiltert. Es wird außerdem ein Linearverstärker verwendet, um die kleinen Spannungsänderungen messbar zu machen.

Im ersten Schritt der Messung wird die Filterkurve des Selektivfilters bestimmt. Hierzu wird die Spannungsquelle direkt mit dem Selektivverstärker verbunden. Es kann nun die Spannungsfrequenz variiert und die daraus resultierende Ausgangsspannung  $U_A$  mit Hilfe eines Millivoltmeters gemessen und notiert werden. Die Messungen wurden in einen Frequenzbereich von 20 bis 40 kHz durchgeführt, wobei die Abstände der Messwerte nahe des Peaks der Ausgangsspannung  $U_A$  enger gewählt wurden als am Rand des Frequenzbereichs.

Im zweiten Schritt des Versuches wird nun die eigentliche Suszeptibilitätsmessung durchgeführt. Hierfür wird zunächst die Signalfrequenz auf die Durchlassfrequenz des Selektivverstärkers eingestellt. Zur Messung werden zwei verschiedene Methoden angewandt. Zum einen wird die Änderung der Brückenspannung gemessen, die auftritt, wenn bei abgeglicherer Brücke mit leeren Spulen die Probe in diese eingeführt wird. Zum anderen wird die Brücke nach Einführung der Probe erneut abgeglichen und die veränderten Werte der Widerstände notiert.

Beide Verfahren werden jeweils parallel für die drei zu messenden Seltenen Erd-Oxide  $Gd_2O_3$ ,  $Nd_2O_3$  und  $Dy_2O_3$  angewandt. Es wird jede Messung drei mal durchgeführt und aus den Ergebnissen jeweils der Mittelwert gebildet. Anschließend werden die Längen und Durchmesser der Proben vermessen.

## 4 Auswertung

### 4.1 Theoretische Werte

Es werden die drei Stoffe Neodym, Gadolinium und Dysprosium untersucht. Um die theoretischen Werte der magnetischen Suszeptibilität  $\chi$  berechnen zu können, müssen



zunächst die Quantenzahlen bestimmt werden. Dafür muss auf den Aufbau der drei Proben eingegangen werden. Die Werte sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Alle Stoffe sind Metalle der Seltenen Erden und haben damit eine komplette 5p-Schale und 2s-Elektronen, die aber für den Paramagnetismus unwichtig sind, da die Spins und Bahndrehimpulse abgesättigt sind und der resultierende Drehimpuls verschwindet. Da die Seltenen Erd Metalle alle ein 4f-Elektron mehr haben, als ihre Vorgänger, folgen die Anzahl der 4f-Elektronen jeweils für die drei Stoffe. Somit hat Neodym 4 Elektronen, Gadolinium hat 8 und Dysprosium hat dementsprechend 10 Elektronen auf der 4f-Schale. Wenn ein Atom ionisiert wird, verliert es ein 6s- und ein 4f-Elektron. Gemäß der Hund'schen Regeln werden die Quantenzahlen berechnet. Der Landé-Faktor  $g_j$  wird nach Gleichung (8) berechnet.

**Tabelle 1:** Bestimmung der Quantenzahlen.

Element	$4f_{\text{neutral}}$	$4f_{\text{ionisiert}}$	S	L	J	$g_j$
Neodym	4	3	$3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	6	$\frac{9}{2}$	0.727
Gadolinium	8	7	$7 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	0	$\frac{7}{2}$	2
Dysprosium	10	9	$7 \cdot \frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$	5	$\frac{15}{2}$	1,333

Für die theoretische Suszeptibilität  $\chi$  (11) wird noch die Anzahl  $N$  der der atomaren magnetischen Dipolmomente pro Volumeneinheit, hier pro Mol, benötigt, die mithilfe der Gleichung

$$N = z \cdot \frac{N_L \rho_w}{M}$$

berechnet wird. Dabei ist  $N_L = 6,02 \cdot 10^{23}$  1/mol,  $z$  die Anzahl der magnetisch aktiven Atome (hier  $z = 2$ ) und  $M$  das Molekulargewicht. In Tabelle 2 sind die Volumina pro Mol und die atomaren, magnetischen Dipolmomente der drei in dem Versuch verwendeten Proben zu entnehmen.

**Tabelle 2:** Volumina und Dipolmomente der drei Proben.

Stoff	$M_{\text{Mol}}$ / g/mol	$\rho_w$ / g/cm <sup>3</sup>	$N$ / $10^{22}/\text{m}^3$
Neodym	336,47	7,24	2,591
Gadolinium	362,497	7,40	2,458
Dysprosium	462,851	7,80	2,029

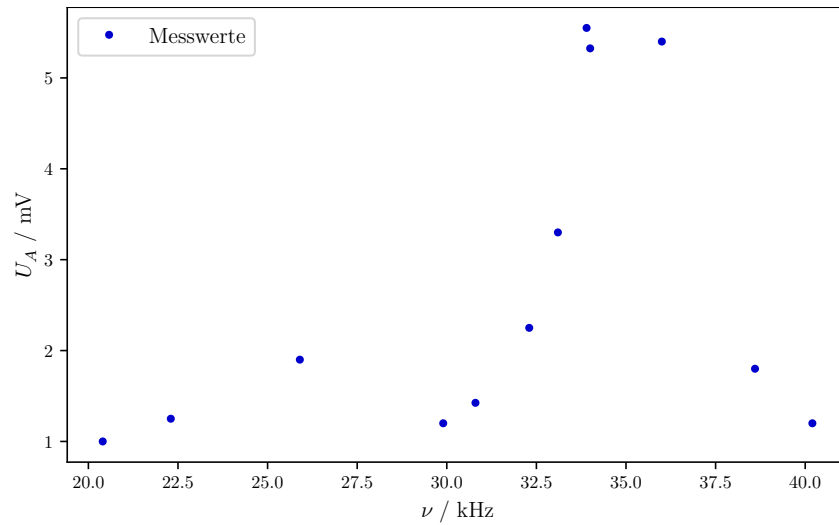
Die magnetische Suszeptibilität ist von der Temperatur abhängig. Der Versuch wurde bei Raumtemperatur durchgeführt und auf ungefähr 22 °C abgeschätzt, also einer Temperatur von  $T = 273,15 + 22 = 295.15$  K. Es werden die magnetischen Suszeptibilitäten nach

Gleichung (11) berechnet, zu den folgenden Werten

$$\begin{aligned}\chi_{\text{Nd}} &= 2,998 \cdot 10^{-3}, \\ \chi_{\text{Gd}} &= 13,689 \cdot 10^{-3}, \\ \chi_{\text{Dy}} &= 20,329 \cdot 10^{-3}.\end{aligned}$$

## 4.2 Versuchswerte

Die Messwerte, also die Ausgangsspannung  $U_{\text{Br}}$  der Brückenschaltung gegen die Frequenz  $\nu$ , des Versuches sind in Abbildung 4 grafisch dargestellt. Es ist abzulesen, dass bei einer Frequenz von 33,9 kHz ein Maximum von 5,5 V ist.



**Abbildung 4:** Filterkurve des Selektivverstärkers.

Aufgrund von hohen Schwankungen der Geräte, auf die in der Diskussion (Abschnitt 5) näher eingegangen wird, wurde für den weiteren Verlauf eine Frequenz von 35 kHz verwendet. Die Kenngrößen der Brückenschaltung sind in Tabelle 3 dargestellt.

**Tabelle 3:** Kenngrößen der Brückenschaltung.

Kenngröße	Wert
Frequenz $\nu$	35 kHz
Speisespannung $U_{\text{Sp}}$	1 V
Windungszahl $n$	250
Querschnitt der Spule $F$	86,6 mm <sup>2</sup>
Spulenlänge $L$	13,5 cm

In dem Versuch wurde keine Verstärkung in der Schaltung verwendet, weshalb auch keine eingerechnet werden muss. Die Messwerte sind in insgesamt vier Tabellen aufgeteilt. In Tabelle 4 sind die Messwerte für Neodym, in Tabelle 5 die Werte für Gadolinium und in Tabelle 6 die Daten für Dysprosium aufgelistet. Es ist darauf zu achten, dass der Lufteinschluss in der Probe, die eine Länge von 0,8 cm hat, bereits aus der Länge der Probe herausgerechnet wurde.

**Tabelle 4:** Messwerte der Widerstände und Spannungen der Brückenschaltung bei 35 kHz und 60 mV bei Neodym.

Durchlauf	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$	$\Delta R / \Omega$	$U_{Br} / \text{mV}$
Erster	998,925	1002,075	0,175	49
Zweiter	998,925	1002,075	0,200	49
Dritter	998,925	1002,075	0,190	49
Mittelwerte	998,925	1002,075	$0,1883 \pm 0,0103$	49

**Tabelle 5:** Messwerte der Widerstände und Spannungen der Brückenschaltung bei 35 kHz und 60 mV bei Gadolinium.

Durchlauf	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$	$\Delta R / \Omega$	$U_{Br} / \text{mV}$
Erster	998,925	1002,075	0,90	67,0
Zweiter	998,925	1002,075	0,90	69,0
Dritter	998,925	1002,075	0,80	69,0
Mittelwerte	998,925	1002,075	$0.8667 \pm 0.0471$	68,3

**Tabelle 6:** Messwerte der Widerstände und Spannungen der Brückenschaltung bei 35 kHz und 60 mV bei Dysprosium.

Durchlauf	$R_3 / \Omega$	$R_b / \Omega$	$\Delta R / \Omega$	$U_{Br} / \text{mV}$
Erster	998,925	1002,075	1,675	30,75
Zweiter	998,925	1002,075	1,675	30,75
Dritter	998,925	1002,075	1,675	30,75
Mittelwerte	998,925	1002,075	1,675	30,75

Die Tabelle 7 zeigt alle Mittelwerte übersichtlich auf einen Blick. Zudem sind die Messwerte für einen Durchlauf ohne Füllung zu entnehmen. Es ist dabei darauf zu achten, dass für die Messung der Dysprosiumfüllung das Millivoltmeter umskaliert wurde, weshalb die Brückenschaltung noch ein zweites Mal ohne eine Probe vermessen werden musste. Zu den beiden verstellbaren Widerständen kommen noch die  $998 \Omega$  der vor und nach des Potentiometers geschalteten Widerstände hinzu.

**Tabelle 7:** Mittlere Messwerte der Widerstände und Spannungen der Brückenschaltung bei 35 kHz und 60 mV in Abhängigkeit der Spulenfüllung.

Füllung	$\overline{R_3} / \Omega$	$\overline{R_4} / \Omega$	$\overline{\Delta R} / \Omega$	$\overline{U_{Br}} / \text{mV}$
ohne Probe	998,925	1002,08	0,900	67,00
Neodym	998,925	1002,08	$0,1883 \pm 0,0103$	$49,00 \pm 0$
Gadolinium	998,925	1002,08	$0.8667 \pm 0.0471$	$68.33 \pm 0.94$
ohne Probe	998,925	1002,08	0,900	13,50
Dysprosium	998,925	1002,08	$1,675 \pm 0$	$30,75 \pm 0$

Die Suszeptibilität wird über zwei verschiedene Wege berechnet. Die erste Suszeptibilität  $\chi_1$  wird über die Gleichung (13) berechnet, die zweite  $\chi_2$  mithilfe von Gleichung (14). Die Querschnittsfläche  $Q$  wird durch die effektive Querschnittsfläche  $Q_{\text{eff}}$

$$Q_{\text{eff}} = Q \frac{\rho}{\rho_w} = \frac{m}{L \cdot \rho_w}$$

ersetzt. Dabei ist  $\rho$  die Dichte des Pulvers,  $\rho_w$  die Dichte eines Einkristalles,  $m$  die Masse des Pulvers und  $L$  die Länge der Probe, die Tabelle 3 zu entnehmen ist. Die daraus resultierenden Werte sind in Tabelle 8 mit der Masse  $m$  und der Einkristalldichte  $\rho_w$  der Proben tabelliert.

**Tabelle 8:** Experimentell bestimmte Suszeptibilitäten und die zu den Proben gehörenden Massen und Einkristalldichten.

Stoff	$m / \text{g}$	$\rho_w / \text{g/cm}^3$	$Q_{\text{eff}} / \cdot 10^{-5} \text{m}^2$	$\chi_1$	$\chi_2 \cdot 10^{-3}$
Neodym	8,48	7,24	0,868	$1,956 \pm 0$	$3,76 \pm 0.21$
Gadolinium	14,08	7,40	1,409	$1,679 \pm 0,023$	$10,70 \pm 0.6$
Dysprosium	15,10	7,80	1,434	$0,743 \pm 0$	$20,25 \pm 0$

## 5 Diskussion

Bereits die Bestimmung der Durchlassfrequenz ist nicht eindeutig gelungen. Das lag unter anderem daran, dass keine Verstärkung eingestellt wurde, was dazu führte dass die Werte eine höhere Unsicherheit haben. Zudem haben der Spannungsgenerator, der eine Sinusspannung erzeugte, und das Millivoltmeter erheblich in den Werten geschwankt. Wenn auf dem Spannungsgenerator an dem Frequenzregler gedreht wurde, konnte keine bestimmte Frequenz eingestellt werden, weil die ausgegebene Frequenz nie eindeutig war. Stattdessen oszilierte sie um 5 kHz. Aber auch das Millivoltmeter schwankte, wenn sich an dem Millivoltmeter dann doch ein Wert klar eingestellt hatte. Dies führte dazu, dass nicht nur sehr ungenaue, sondern auch sehr wenig Messwerte aufgenommen wurden. Es wurde versucht das auszumessende Spektrum von 20 kHz bis 40 kHz in jeweils 2 kHz Schritten durchzugehen und dann um das gemessene Maximum nähere Werte zu vernehmen. Es

musste dabei allerdings mehrere Male die Skalierung des Millivoltmeters geändert werden, was dazu führte, dass sich die Messwerte um ganze Faktoren verändert haben. So ist in Abbildung 5 zu erkennen, dass sich bei einer Reskalierung die Spannung von 5,325 V in der Spanne von 1 kHz auf 24 V erhöhte. Wegen dieser hohen Differenz wurde nicht nur dieser, sondern auch die anderen beiden rot markierten Werte aus den Messungen herausgenommen. In der folgenden Tabelle 9 sind die experimentell bestimmten magnetischen Suszeptibilitäten für Neodym, Gadolinium und Dysprosium, ihre theoretischen Werte und die Abweichung der bestimmten Werten zu den Theoriewerten zu entnehmen.

**Tabelle 9:** Experimentell und theoretisch bestimmte Werte für die magnetische Suszeptibilität.

Stoff	Theoriewert $\chi \cdot 10^{-3}$	$\chi_1$	$\chi_2 \cdot 10^{-3}$
Neodym	2,998	$1,956 \pm 0$	$3,76 \pm 0,21$
Gadolinium	13,689	$1,679 \pm 0,023$	$10,70 \pm 0,6$
Dysprosium	20,329	$0,743 \pm 0$	$20,30 \pm 0$

Damit folgen die Abweichungen, abzulesen aus Tabelle 10.

**Tabelle 10:** Experimentell und theoretisch bestimmte Werte für die magnetische Suszeptibilität.

Stoff	Abweichung von $\chi_1$	Abweichung von $\chi_2$
Neodym	$95,64 \pm 0,0\%$	$26,00 \pm 0,07\%$
Gadolinium	$67,9 \pm 2,3\%$	$22,00 \pm 0,04\%$
Dysprosium	$25,72 \pm 0,0\%$	$3,80 \pm 0\%$

Dabei ist zu vermerken, dass die Abweichungen für die Werte von  $\chi_1$  im Rahmen der oben genannten Probleme noch recht gut ist. Jedoch sind die Unsicherheiten von  $\chi_2$  zu hoch um qualitative Aussagen treffen zu können. Gerade bei der zweiten Methode zur Berechnung der magnetischen Suszeptibilität ist es besonders wichtig genau Messwerte zu messen, da hier der Unterschied zweier gemessener Widerstände für die Berechnung benötigt wird. So musste bei dieser Methode die Brückenspannung möglichst nahe der null sein. Es war allerdings nur möglich die Werte der Spannung auf 60 mV, beziehungsweise nach erneuter Skalierung des Millivoltmeters auf 13,5 mV zu senken. Es hat hier aber auch nichts geändert, ob die Verstärkung auf 100 oder auf null lag. Da die Brückenschaltung in einem Kasten verborgen ist, kann keine Aussage darüber getroffen werden, ob vielleicht hier noch mögliche Quellen der Unsicherheit sind.

## 6 Anhang

V-600 Magnetische Suszeptibilität

Aufgabe a)

Güte  $Q = 20$ ,  $V_{\text{eff}} = 1 \text{ V}$ , Ohne Verstärkung

Frequenz in kHz	Spannung	
20,4	10	10 mV
22,3	12,5	
23,8	15	
25,9	19	
27,9	25	
30,2	47	
32,6	85	
33,9	18,5	300 mV
36	18	
38,6	6	
40,2	4	
28,8	4	
30,8	4,75	
32,3	7,5	
33,1	11	
34,0	17,75	
35	24	1 V

Messung der Proben

Probe 1)  $\rightarrow$  Gold 203  
 $m = 14,01 \text{ g}$ ; Länge = 17,1 cm, Durchmesser = 0,7 cm

Probe 2)  $\rightarrow$  Al 203  
 $m = 18,48 \text{ g}$ ; Länge = 19,2 cm, Durchmesser = 0,8 cm

Probe 3)  $\rightarrow$  Dy 203  
 $m = 15,1 \text{ g}$  Länge = 17,4 cm; Durchmesser = 0,7 cm  
 Luftblase  $\rightarrow$  Länge = 0,8 cm

Abbildung 5: Originale Messdaten.

b) 0.8V Ausgangsspannung ~~Probe~~ <sup>Leitwertspannung</sup>  
 35 kHz  $\rightarrow$  ~~48~~ 60 mV  
 ohne Probe:  
 815  $\cdot$  5 mOhm 50 mV  $\rightarrow$  Nachdem die erste Probe wieder herausgezogen wurde, ging der Wert auf 48 mV

Probe 1) Gd 203

67 mV	bei 815 $\cdot$ 5 mOhm
50 mV	bei 635 $\cdot$ 5 mOhm
69 mV	bei 815 $\cdot$ 5 mOhm
51 mV	bei 635 $\cdot$ 5 mOhm
69 mV	bei 815 $\cdot$ 5 mOhm
51 mV	bei 635 $\cdot$ 5 mOhm

Probe 2) Nd

49 mV	bei 815 $\cdot$ 5 mOhm
48 mV	770 $\cdot$ 5 mOhm
49 mV $\rightarrow$	815 $\cdot$ 5 mOhm
48 mV	775 $\cdot$ 5 mOhm
48 $\rightarrow$	777 $\cdot$ 5 mOhm
<del>48</del> 49 $\rightarrow$	815 $\cdot$ 5 mOhm

Probe 3) Dy  $\rightarrow$  Skalierung geändert

815 $\cdot$ 5 mOhm	$\rightarrow$ 12.5 mV	$\rightarrow$ Ohne
815 $\cdot$ "	30.75 mV	
480	16.5 mV	
815	30.75 mV	
480	16.5 mV	
815	30.75 mV	
480	15.75 mV	

Abbildung 6: Originale Messdaten.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu "Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen"*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.