V 107

Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Felix Symma
felix.symma@tu-dortmund.de

Joel Koch
joel.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.01.2022

Abgabe: 18.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es mithilfe des Kugelfall-Viskosimeters nach Höppler die temperaturabhängige dynamische Viskosität $\eta(T)$ von destilliertem Wasser zu bestimmen. Es wird außerdem die Reynoldszahl bestimmt, um zu überprüfen wie turbulent die Strömung von destilliertem Wasser ist.

2 Theorie

Bewegt sich ein Körper durch ein Material (gasförmig oder flüssig) so wirkt auf diesen eine Reibungskraft $\vec{F}_\mathrm{R}$ entgegen der Bewegungsrichtung, die von der Berührungsfläche des Körpers mit dem Material A und der Geschwindigkeit des Körpers $\vec{v}$ abhängt. Neben der Reibungskraft wirkt außerdem die Auftriebskraft $\vec{F}_\mathrm{A}$ nach oben und die Schwerkraft $\vec{F}_\mathrm{G}$ nach unten.
Mithilfe des Stokes'schen Gesetzes lässt sich ein Zusammenhang zwischen der Reibungskraft und dem Körper herstellen. Die Relation ergibt sich für eine Kugel zur Stokes'schen Reibungskraft (1) mit

$$\vec{F}_\mathrm{R} = 6\pi\eta\vec{v}r. \tag{1}$$

Dabei steht das r für den Radius der Kugel. Das η ist eine temperaturabhängige Materialkonstante, die sich mithilfe der Apparaturkonstanten K durch die Formeln

$$\eta = K(\rho_K - \rho_\mathrm{Fl}) \cdot t, \tag{2}$$

$$\eta(T) = A \cdot \ln\left(\frac{B}{T}\right), \tag{3}$$

beschreiben lassen.
Mithilfe von Gleichung (2) lässt sich die Viskosität , also die Zähigkeit ,eines Materials beim Kugelfallviskosimeter bestimmen. Dabei ist das K eine Apparaturkonstante, die die Kugelgeometrie und die Fallhöhe berücksichtigt. ρ_K ist die Dichte der Kugel und ρ_Fl die Dichte des Materials, hier das einer Flüssigkeit.
Gleichung (3) wird als *Andradesche Gleichung* bezeichnet und beschreibt die Viskosität in Abhängigkeit von der Temperatur. A und B sind Konstanten, die sich durch (2) herleiten lassen.

Die Stokes'sche Reibungskraft $\vec{F}_\mathrm{R}$ ist nur für laminare, nicht-turbulente, Strömungen gültig. Eine Aussage über die Laminarität gibt die Reynoldszahl Re, die durch die folgende Gleichung (4) beschrieben wird

$$Re := \frac{\rho_\mathrm{Fl}\vec{v}d}{\eta}. \tag{4}$$

Dabei bezeichnet d den Durchmesser des Fallrohres eines Viskosimeters, was in Unterabschnitt 2.1 beschrieben wird.

Die Dichte einer Kugel wird durch

$$\rho_\mathrm{K} = \frac{M}{V} = \frac{4 \cdot M}{3\pi r^3} \tag{5}$$

berechnet.

2.1 Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler

Für das Experiment wird ein Kugelfallviskosimeter nach Höppler, wie in Abbildung 1 verwendet.

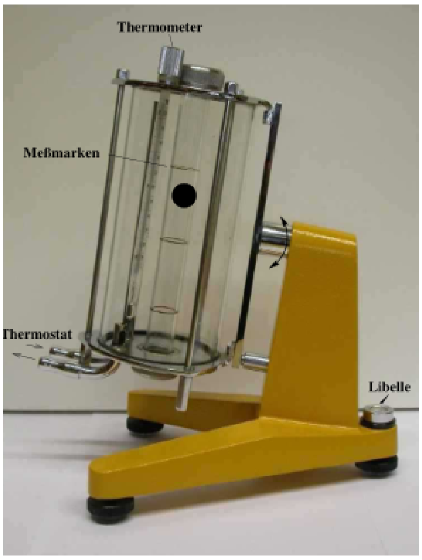


Abbildung 1: Im Experiment verwendetes Viskosimeter [1].

Das Viskosimeter besteht aus einem Fallrohr, das sich in einem mit Wasserbad befindet, dessen Temperatur geregelt werden kann. Das Fallrohr besitzt an beiden Öffnungen jeweils eine Öffnung, die es ermöglicht es mit einer zu untersuchenden Substanz und einer Testkugel zu befüllen. Es ist außerdem leicht geneigt, um eine möglichst wirbelfreie, laminare Strömung zu erzeugen. An der Glaswand des Rohres befinden sich drei Markierungen, die jeweils 5 cm auseinander liegen. Das Viskosimeter steht auf einem Ständer mit drei höhenverstellbaren Füßen. Um es möglichst gerade auszurichten ist an einem der dreien eine Libelle angebracht.

3 Durchführung

3.1 Apparaturkonstante

Als erstes wird für die Bestimmung des Volumens der beiden Glaskugeln, mit denen das Experiment durchgeführt wird, das Gewicht und der Radius, beziehungsweise der Durchmesser bestimmt. Im Experiment wird eine große und eine kleinere Kugel verwendet.

An der Seite, auf der der erste Strich näher am Ende der Fallröhre ist, wird ein Stopfen ohne Loch eingelassen und verschraubt. An der Libelle wird das Viskosimeter gerade eingestellt. Das Viskosimeter wird nun langsam mit destilliertem Wasser gefüllt, sodass keine Luftblasen in dem Fallrohr übrig bleiben. Falls doch welche im Viskosimeter sind, werden sie mit einem dafür vorgesehen Glasstab entfernt. Die kleinere Kugel wird nun langsam in das Viskosimeter eingelassen. Ein zweiter Stopfen mt einem kleinen Loch, sodass überschüssiges Wasser abfließen kann, wird in das zweite Ende eingelassen, danach mit einer Gummischeibe versiegelt und anschließend zugeschraubt.

Es wird nun die Fallzeit der kleinen Kugel zwischen den äußersten Strichen gemessen. Dabei ist darauf zu achten, dass die Kugel, wenn sie den ersten Messstrich erreicht, bereits eine konstante Geschwindigkeit hat. Dies ist üblicherweise beim ersten Strich der Fall. Das Viskosimeter lässt sich um 180° drehen und es werden die Fallzeiten der Kugel für beide Richtungen gemessen. Dabei sollten die Heizschläuche nicht so sehr verfangen, dass sie sich lösen. Es werden 10 Durchläufe bei Raumtemperatur des Wassers gemessen.

Mit der großen Kugel werden ebenfalls 5 Durchläufe bei Raumtemperatur durchgeführt.

3.2 Temperaturäbhangigkeit von destilliertem Wasser

Nun soll die Temperaturäbhangigkeit von destilliertem Wasser gemessen werden. Dafür werden jeweils zweimal die Fallzeiten der großen Kugel bei unterschiedlichen Temperaturen von bis bis zu 50 °C gemessen. Das Wasserbad des Viskosimeters, welches um die Fallröhre angebracht ist, wird auf eine Temperatur eingestellt und das Wasserbad wird erhitzt. Es muss ein wenig gewartet werden, sodass das Wasser in der Fallröhre auch dieselbe Temperatur von dem Wasserbad angemnommen hat. Wurden zwei Durchläufe bei einer Temperatur durchgeführt, so kann eine höhere Temperatur eingestellt werden.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Apparatenkonstanten

Um die Apparatenkonstante zu bestimmen, müssen zunächst die Dichten der Kugeln aus ihren Massen und Radien bestimmt werden. Die zugehörigen Messwerte sind in Tabelle 1 zu finden.

Tabelle 1: Messdaten der Massen und Radien der beiden Kugeln.

$r_{\mathrm{Gr}}/10^{-2}\,\mathrm{m}$	$m_{\mathrm{Gr}}/10^{-3}\,\mathrm{kg}$	$r_{\mathrm{Kl}}/10^{-2}\,\mathrm{m}$	$m_{\mathrm{Kl}}/10^{-3}\,\mathrm{kg}$
1,59	4,91	1,56	4,44
1,59	4,91	1,56	4,44
1,59	4,91	1,57	4,44
1,58	4,91	1,57	4,44
1,59	4,91	1,56	4,44

Die Werte für den Radius und die Masse ergeben sich daraus zu

$$\begin{aligned} r_{\mathrm{Gr}} &= (1,588 \pm 0,004472) \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}, \\ m_{\mathrm{Gr}} &= (4,91 \pm 0,0) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}, \\ r_{\mathrm{Kl}} &= (1,564 \pm 0,005477) \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}, \\ m_{\mathrm{Kl}} &= (4,44 \pm 0,0) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}. \end{aligned}$$

Aus Gleichung 5 folgt somit für die Dichten

$$\begin{aligned} \rho_{\mathrm{Gr}} &= (520,38 \pm 1,4655)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, \\ \rho_{\mathrm{Kl}} &= (492,56 \pm 1,7249)\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}. \end{aligned}$$

Darüber hinaus werden die Fallzeiten der beiden Kugel im Viskosimeter benötigt. Diese sind für die große Kugel in Tabelle 2 und für die kleine Kugel in Tabelle 3 aufgetragen.

Tabelle 2: Fallzeiten der großen Kugel bei Raumtemperatur (20 °C).

Runter t / s	Hoch t / s
39,34	42,70
41,82	42,02
42,68	41,29
42,20	41,28
42,16	42,38

Tabelle 3: Fallzeiten der kleinen Kugel bei Raumtemperatur (20 °C).

Runter t / s	Hoch t / s
12,87	13,13
12,79	13,00
12,42	12,89
12,66	13,02
12,93	12,88
12,68	12,88
12,80	12,69
12,68	13,01
12,94	12,95
12,29	12,94

Aus den Messwerten der Fallzeit ergibt sich

$$t_{\mathrm{Gr}} = (41,787 \pm 0,9910)\,\mathrm{s},$$
$$t_{\mathrm{Kl}} = (12,823 \pm 0,2053)\,\mathrm{s}.$$

Anschließend kann mit Hilfe der Fallzeiten und der angegebenen Konstante der kleinen Kugel K_{Kl} die Viskosität von Wasser bestimmt werden. Dabei werden

$$K_{\mathrm{Kl}} = 7,64 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$$
$$\rho_{\mathrm{Fl}} = 998,2\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$$

verwendet, wobei ρ_{Fl} die Dichte von Wasser bei Raumtemperatur ist. Daraus folgt für die Viskosität bei Raumtemperatur

$$\eta_{\mathrm{RT}} = (0,495 \pm 0,004052) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}.$$

Daraus ergibt sich mit Hilfe der umgestellten Gleichung 2 für die Konstante der großen Kugel

$$K_{\mathrm{Gr}} = (2,481 \pm 0,03982) \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$$

4.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Mit Hilfe der Apparatenkonstanten der großen Kugel K_{Gr} kann nun durch Gleichung 2 die Viskosität des Wassers bei verschiedenen Temperaturen berechnet werden. Die Messwerte der Fallzeit der großen Kugel und die verschiedenen Temperaturen mit jeweils zugehöriger Dichte von Wasser sind in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 4: Messdaten zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der Viskosität.

T/K	t/s	$\rho_{\mathrm{Fl}}/\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$\eta/10^{-3}\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$
296	36,84	997,54	0,436
299	35,24	996,79	0,417
302	32,70	995,95	0,386
305	31,02	995,03	0,365
308	29,25	994,03	0,344
311	27,91	992,97	0,327
314	26,28	991,83	0,307
317	25,23	990,63	0,294
320	23,89	989,37	0,278
323	22,66	988,04	0,263

Die Konstanten A und B aus der Andradeschen Gleichung 3 lassen sich durch Auftragen von $ln(\eta)$ gegen $\frac{1}{T}$ in Abbildung 2 und einer linearen Regression bestimmen.

$$\eta(T) = A \exp\left(\frac{B}{T}\right)$$
$$\Longleftrightarrow \; ln(\eta) = ln(A) + ln(\frac{B}{T})$$

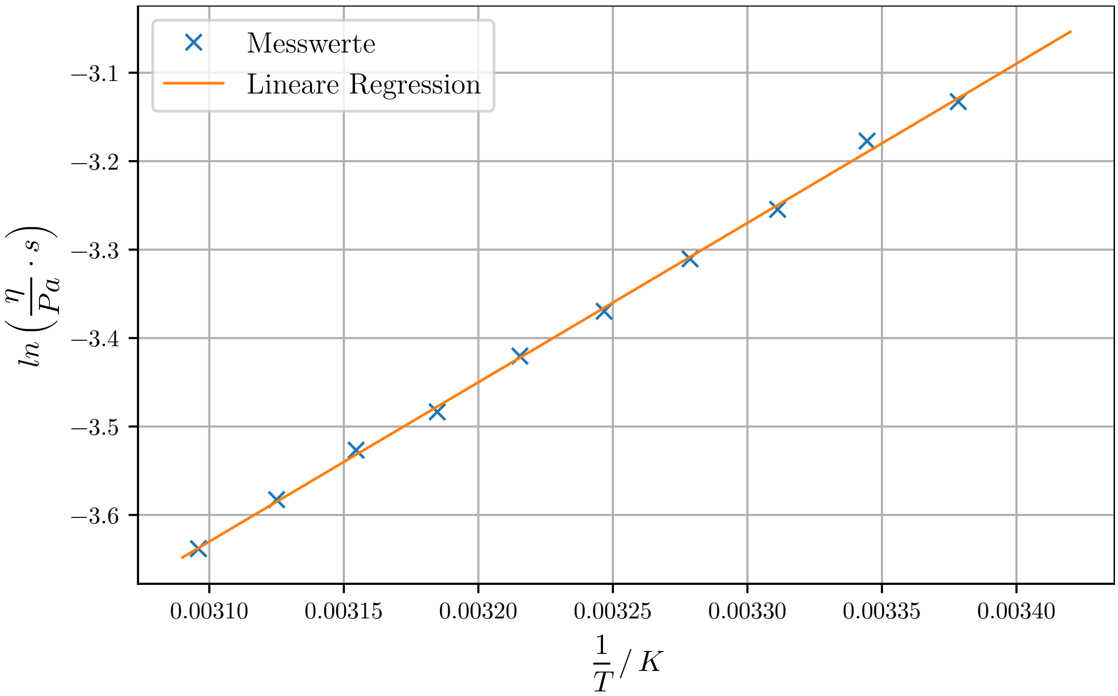


Abbildung 2: Ausgleichsgerade zur Bestimmung der Konstanten der Andradeschen Gleichung.

Mit Hilfe der linearen Regression ergibt sich

$$A = (1801,0960 \pm 21,0240)\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$$
$$B = (-9,214 \pm 0,0680)\,\mathrm{K}$$

Zuletzt muss geprüft werden, ob es sich im Viskosimeter um eine laminare oder eine turbolente Strömung handelt. Dies passiert, indem die Reynoldszahl für die große und die kleine Kugel bestimmt und anschließend mit der kritischen Reynoldszahl verglichen wird. Durch Gleichung 4 erhält man die Reynoldszahlen

$$Re_{\mathrm{Gr}} = 153,26 \pm 2,8271$$
$$Re_{\mathrm{Kl}} = 492,03 \pm 5,3794.$$

Beide Reynoldszahlen liegen unter der kritischen Reynoldszahl von ca. 2300. Es handelt sich demnach um laminare Strömungen.

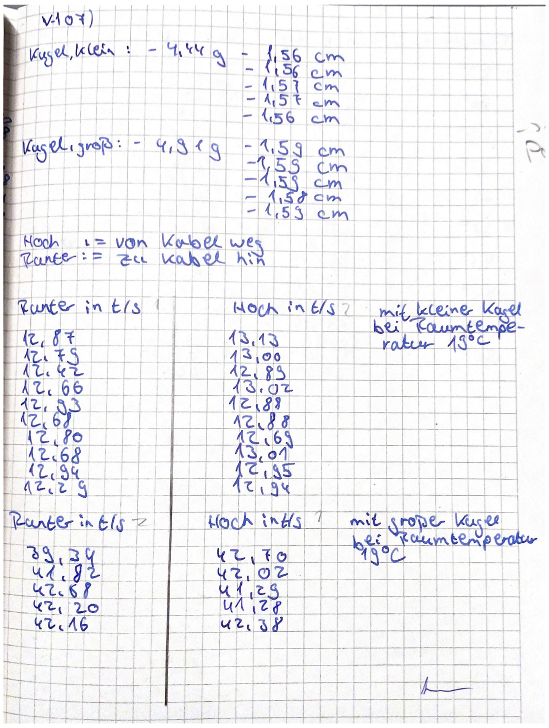
5 Diskussion

Abschließend lässt sich feststellen, dass die meisten Messungen sehr präzise sind und nur geringe Fehler aufweisen. Die einziege größere Unsicherheit bei der Messung war das

Stoppen der Fallzeit im Viskosimeter per Stoppuhr. Diese wurde jedoch augenscheinlich durch viele Messungen und Mittelung der Werte gut ausgeschaltet.

Trotz dessen weicht der Wert für die Viskosität von Wasser bei Raumtemperatur um 0,5% vom Literaturwert ab.

6 Anhang



V107)

Kugel, klein : - 4,44 g - 1,56 cm
- 1,56 cm
- 1,57 cm
- 1,57 cm
- 1,56 cm

Kugel, groß : - 4,91 g - 1,59 cm
- 1,59 cm
- 1,59 cm
- 1,58 cm
- 1,59 cm

Hoch := von Kabel weg
Runter := zu Kabel hin

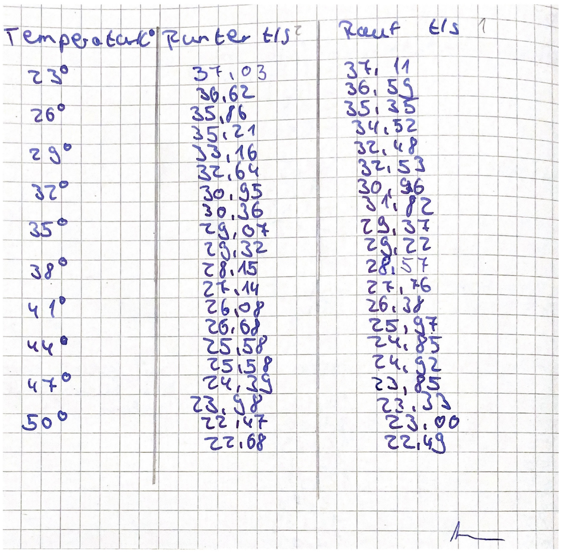
mit kleine Kugel bei Raumtemperatur 19°C

Runter in t/s 1	Hoch in t/s 2
12,87	13,13
12,79	13,00
12,42	12,89
12,66	13,02
12,93	12,88
12,68	12,88
12,80	12,69
12,68	13,01
12,94	12,95
12,29	12,94

mit große Kugel bei Raumtemperatur 19°C

Runter in t/s 2	Hoch in t/s 1
39,34	42,70
41,82	42,02
42,68	41,29
42,20	41,28
42,16	42,38

Abbildung 3: Originale Messdaten.



Temperatur°	Runter t/s 2	Rauf t/s 1
23°	37,03	37,11
	36,62	36,59
26°	35,86	35,35
	35,21	34,52
29°	33,16	32,48
	32,64	32,53
32°	30,95	30,96
	30,36	31,82
35°	29,07	29,37
	29,32	29,22
38°	28,15	28,57
	27,14	27,76
41°	26,08	26,38
	26,68	25,97
44°	25,58	24,85
	25,58	24,92
47°	24,39	23,85
	23,98	23,33
50°	22,47	23,00
	22,68	22,49

Abbildung 4: Originale Messdaten.

Literatur

[1] *Versuch V107: Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.