

V 504

# **Thermische Elektronenemission**

Felix Symma

felix.symma@tu-dortmund.de

Joel Koch

joel.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.05.2022

Abgabe: 24.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
4.1	Auswertung der Kennlinienschar einer Hochvakuumdiode . . . . .	6
4.2	Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schotky'schen Raumladungsgesetz . . . .	8
4.3	Auswertung des Anlaufstromgebietes . . . . .	9
4.4	Kathodentemperatur der Kennlinienschar . . . . .	10
4.5	Auswertung der Austrittsarbeit von Wolfram mithilfe der Richardson-Gleichung . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
5.1	Diskussion der Kennlinienschar . . . . .	12
5.2	Diskussion des Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schotky'schen Raumladungsgesetzes . . . . .	12
5.3	Diskussion des Anlaufstromgebietes . . . . .	12
5.4	Diskussion der Kathodentemperaturen und Austrittsarbeiten . . . . .	12
	<b>Literatur</b>	<b>13</b>
	<b>Anhang</b>	<b>16</b>

## 1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit des glühelektrischen Effektes und konkret die Bestimmung der Austrittsarbeit für Elektronen im hierfür verwendeten Material Wolfram.

## 2 Theorie

Die meisten Metalle sind kristalline Festkörper, die eine hervorragende elektrische Leitfähigkeit vorweisen. Der Grund dafür ist eben diese kristalline Struktur, wegen der es im Metall freigesetzte Elektronen gibt, die zu keinem Atom zugehörig sind und als Leitungselektronen bezeichnet werden. Im Metallinneren gibt es somit ein einheitliches Potential, das sich jedoch um einen festen Betrag  $\phi$  von Außenraum unterscheidet, weswegen keine Kräfte auf die Elektronen innerhalb wirken.

Gegen dieses Potential muss ein Elektron, dass das Metall verlassen soll, also ankommen. Die Arbeit, die es für diesen Übergang leisten muss wird als Austrittsarbeit bezeichnet. Wie wahrscheinlich es ist, dass ein Elektron im Metall genug Energie hat, um diese Austrittsarbeit zu erbringen, ist durch die Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\zeta - E}{kT}\right) + 1} \quad (1)$$

gegeben. Da für den konkreten Versuch Wolfram als Kathodenmaterial verwendet wurde, kann diese Funktion vereinfacht als

$$f(E) \approx \exp\left(\frac{\zeta - E}{kT}\right) \quad (2)$$

angenommen werden. Wie viele Elektronen pro Zeit und pro Fläche abhängig von der Temperatur aus einer festen Metalloberfläche austreten, ist durch die Richardson-Gleichung

$$j_S(T) = 4\pi \frac{em_0 k^2}{h^3} T^2 \cdot e^{-\frac{e\phi}{kT}} \quad (3)$$

gegeben. Dabei beschreibt  $j_S(T)$  die Sättigungsstromdichte,  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $m_0$  die Ruhemasse eines Elektrons,  $e_0$  die Elementarladung,  $T$  die Temperatur und  $\phi$  die Potentialdifferenz zwischen Außenraum und Metallinnerem.

Da die Elektronen im verwendeten Versuchsaufbau eine beschleunigte Bewegung von Kathode zu Anode durchführen, verliert das Ohmsche Gesetz seine Gültigkeit. Die Stromdichte  $j$ , die laut Kontinuitätsbedingung als  $j = -\rho v$  gegeben ist, wobei  $\rho$  die Raumladungsdichte und  $v$  die Geschwindigkeit der Elektronen sind, muss laut dieser allerdings konstant sein. Daraus und aus der nicht-konstanten Geschwindigkeit folgt, dass  $\rho$  abhängig vom Ort ist und zur Anode hin, also mit steigender Geschwindigkeit, sinkt. Da das Ohmsche Gesetz hier nicht gültig ist, wächst die Stromdichte also nicht proportional zur Anodenspannung. Das tatsächliche Wachstum der Stromdichte kann stattdessen

durch das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_0}} \frac{V^{3/2}}{a^2} \quad (4)$$

beschrieben werden, wobei  $V$  die Anodenspannung und  $a$  der Abstand von Kathode zu Anode sind.

Aus Gleichung (4) folgt, dass die Stromdichte  $j$  für eine Anodenspannung  $V = 0$  ebenfalls 0 sein müsste. Dies entspricht allerdings nicht der Realität, da auch ohne Anodenspannung und sogar mit einer kleinen entgegengesetzten Spannung, die die austretenden Elektronen verlangsamt, eine Stromdichte  $j \neq 0$  vorhanden ist. Der Grund dafür ist, dass die austretenden Elektronen eine Energie besitzen, die teilweise größer ist, als die, die zum Austritt benötigt wird. Ist dies der Fall, besitzen diese Elektronen nach dem Austritt eine kinetische Energie, mit der sie sich, trotz einer entgegengesetzten Spannung, hin zur Anode bewegen können. Ein Ausdruck für diese Stromdichte für Anodenspannungen  $V \leq 0$  ist durch

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e\phi_A + e \cdot V}{kT}\right) = \text{const} \cdot e^{-\frac{e \cdot V}{kT}} \quad (5)$$

gegeben.

Aus dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz folgt als Ausdruck für die Strahlungsleistung

$$N_W = f \eta \sigma T^4,$$

wobei  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-12} \text{W/cm}^2 \text{K}^4$  die Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante,  $f$  die emittierende Kathodenoberfläche und  $\eta = 0,28$  der Emissionsgrad der Oberfläche sind. Ist die Wärmeleistung  $N_{WL}$  der Kathode bekannt ergibt sich mit der zugeführten Leistung aus  $I_f$  und  $U_f$

$$I_f U_f = f \eta \sigma T^4 - N_{WL}. \quad (6)$$

Mit diesem Ausdruck lässt sich dann die Temperatur  $T$  der Kathode bestimmen. [1]

### 3 Durchführung

Für den Versuch wird der in Abbildung 1 dargestellte Versuchsaufbau verwendet, wobei auf einen XY-Schreiber verzichtet wurde, da die zu messenden Werte an den Messgeräten abgelesen werden konnten.



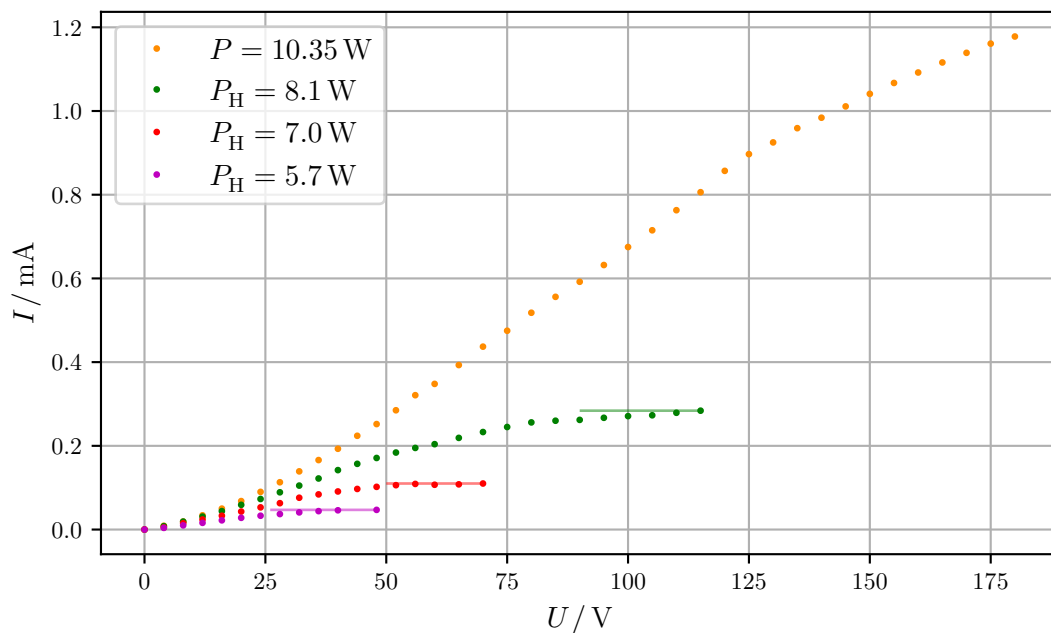
Beschleunigungsspannung langsam erhöht, dies geschieht nun allerdings in Schritten von 0,05 V. Es werden erneut die jeweils resultierenden Messwerte für den Anodenstrom mit den zugehörigen Werten der Beschleunigungsspannung notiert. Die maximale Beschleunigungsspannung war hierbei durch das verwendete Spannungsgerät auf 0,95 V begrenzt.

## 4 Auswertung

Die Messwerte des Versuches, wie er in Abschnitt 3 beschrieben wurde, werden nun ausgewertet und mit den theoretischen und literarischen Werten verglichen.

### 4.1 Auswertung der Kennlinienschar einer Hochvakuumdiode

Zu Beginn der Auswertung wird durch Variation der eingestellten Heizleistung  $P_H$  eine Kennlinienschar der Hochvakuumdiode erstellt. Dazu werden die Messwerte grafisch dargestellt und mithilfe einer grafischen Auswertung der Sättigungsstrom bestimmt. Die Messwerte werden mit den Pythonerweiterungen Numpy [2] und Matplotlib [3] erstellt. In Abbildung 3 sind die Kennlinien der vier geringsten Leistungen abgebildet. Die originalen Messdaten sind dabei in Abschnitt 5.4 zu finden.

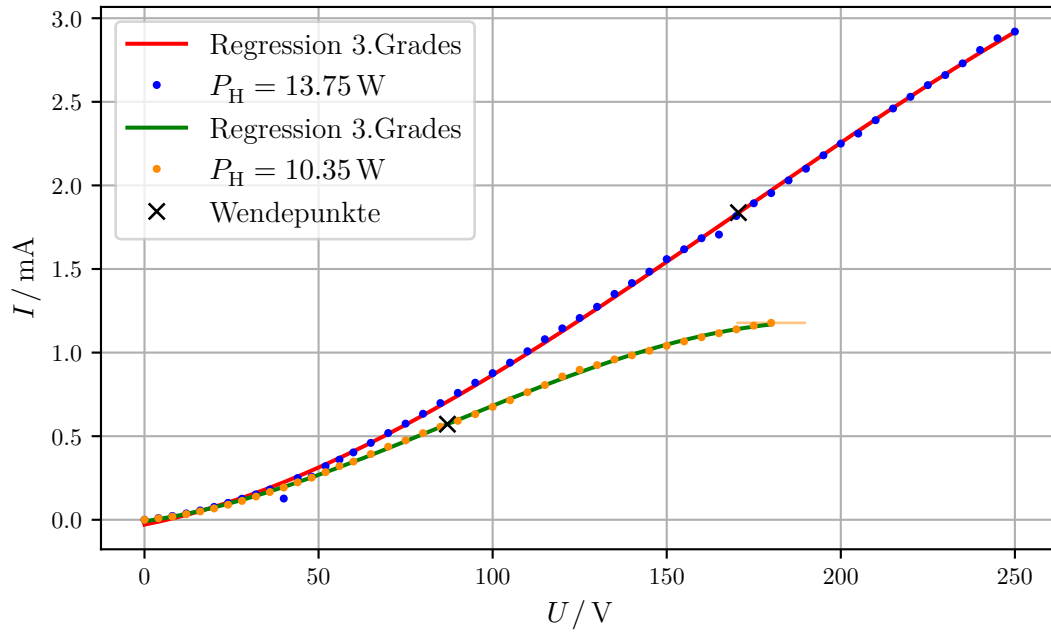


**Abbildung 3:** Grafische Auswertung der Messwerte für die vier geringsten Leistungen.

Der Sättigungsstrom wurde in der Abbildung 3 durch eine horizontale Linie eingetragen. Zu erkennen ist, dass eine grafische Auswertung für eine Leistung von 10,35 W keine

genauen Ergebnisse liefert. Deshalb wird, genauso wie für eine Leistung von 13,75 W verfahren.

Es werden die Messwerte des Stromes [mA] gegenüber der Messwerte der Spannung [V] dargestellt und eine Regression dritten Grades an die Messwerte mithilfe der Python-erweiterung Scipy [4] angelegt. Der Sättigungsstrom ergibt sich als den zweifachen Wert des Spannungswertes des Wendepunktes. Die grafische Auswertung durch eine Regression dritten Grades ist in Abbildung 4 zu finden.



**Abbildung 4:** Grafische Auswertung der beiden größten Leistungen mithilfe einer Regression dritten Grades.

Die Regression dritten Grades der Form

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

liefert die in Tabelle 1 eingetragenen Parameter.

**Tabelle 1:** Werte der Regression vom Grad drei.

Parameter	10,35 W	13,75 W
$a \cdot 10^{-7}$	$-2,45 \pm 0,09$	$-1,17 \pm 0,09$
$b \cdot 10^{-5}$	$6,39 \pm 0,24$	$5,98 \pm 0,34$
$c \cdot 10^{-3}$	$2,97 \pm 0,18$	$4,1 \pm 0,4$
$d$	$-0,009 \pm 0,004$	$-0,029 \pm 0,010$

Es ergeben sich somit die beiden Wendepunkte zu

$$WP_{10,35} = (87 \pm 4 | 0,57 \pm 0,06),$$

$$WP_{13,75} = (171 \pm 16 | 1,84 \pm 0,34).$$

Somit folgen die Sättigungsströme zu den in Tabelle 2 eingetragenen Werten.

**Tabelle 2:** Ausgemessene Sättigungsströme.

Heizleistung $P_H$ / W	Sättigungsströme $I_S$ / mA
5,7	0,047,
7,0	0,11,
8,1	0,284,
10,35	$1.14 \pm 0.12,$
13,75	$3.7 \pm 0.7,$

## 4.2 Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schotky'schen Raumladungsgesetz

Es wird im folgenden der Gültigkeitsbereich der Langmuir-Schotky'schen Gleichung untersucht. Aus Gleichung (4) folgt ein Zusammenhang zwischen dem Strom  $I$  und der Spannung  $U$  der Form  $I = b \cdot U^m$ , woraus nach umstellen ein linearer Zusammenhang der Form

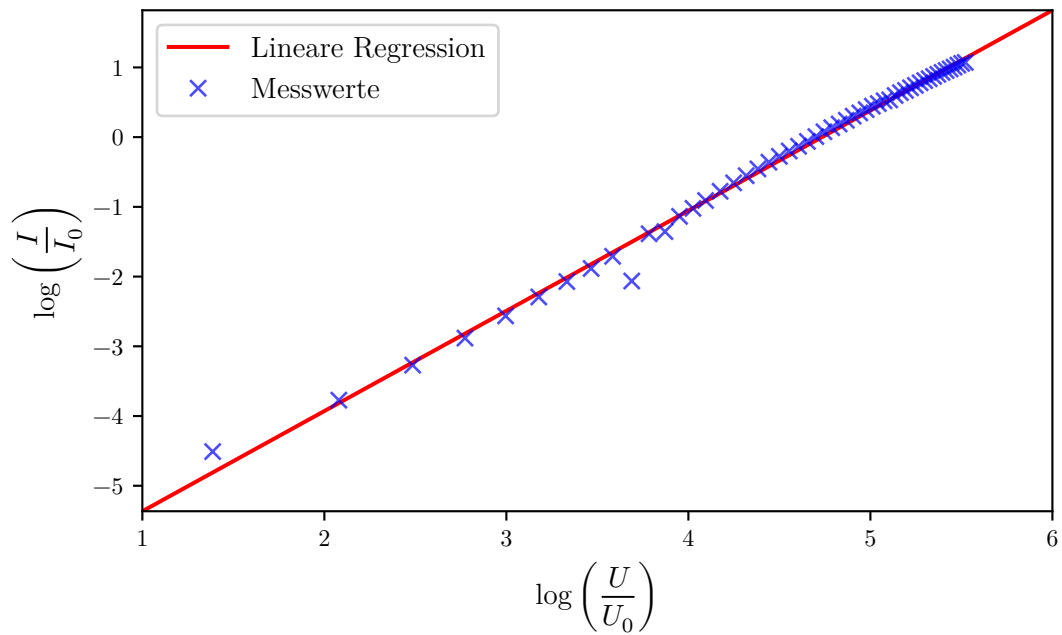
$$\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = m \cdot \log\left(\frac{U}{U_0}\right) + b \quad (7)$$

wird. Um die Gültigkeit des Langmuir-Schotky'schen Raumladungsgesetzes zu überprüfen werden nun die Logarithmen des Stromes gegenüber denen der Spannung grafisch aufgetragen und eine lineare Regression der Form

$$y = m \cdot x + b \quad (8)$$

angelegt. Die grafische Auswertung ist Abbildung 5 zu entnehmen.





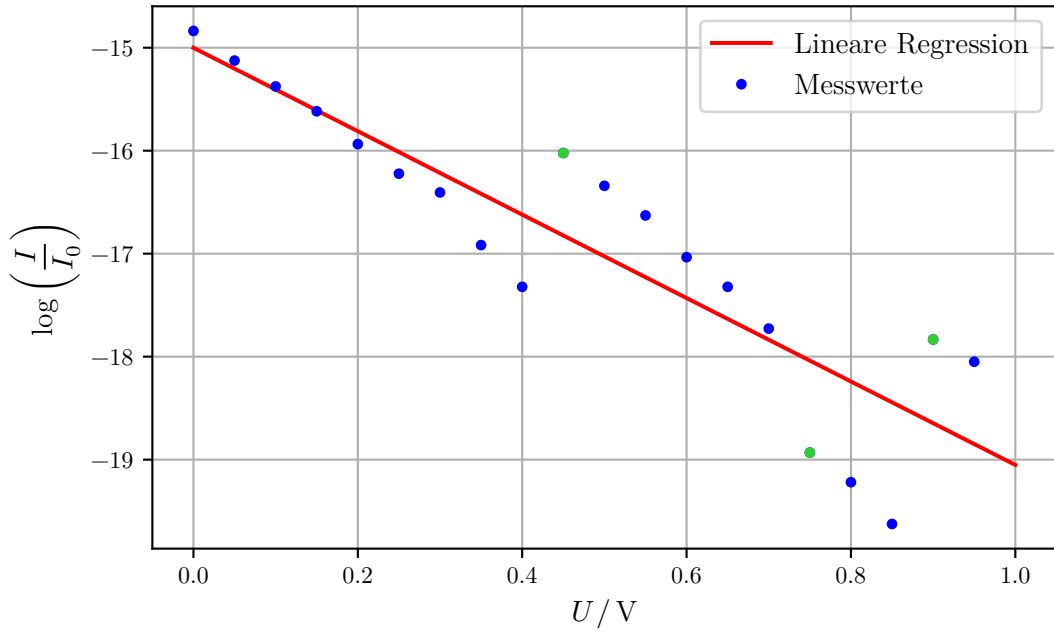
**Abbildung 5:** Raumladungsbereich der  $W_H = 13,75$  Kennlinie.

Es ergeben sich die folgenden Parameter

$$m = 1,437 \pm 0,0146, \quad b = -6,8027 \pm 0,0670.$$

### 4.3 Auswertung des Anlaufstromgebietes

Mithilfe einer Auswertung des Anlaufstromgebietes, ist es möglich die Kathodentemperatur zu bestimmen. Aus der Gleichung (5) folgt ein exponentieller Zusammenhang zwischen der Heizspannung und des Anlaufstromes. Werden die Messwerte halblogarithmisch dargestellt, sollte sich ein linearer Zusammenhang zwischen der Spannung und dem Strom ergeben. Die halblogarithmische, grafische Auswertung ist Abbildung 6 zu entnehmen. Die grün markierten Messwerte sind dabei die Messwerte, bei denen der Messwertebereich am Amperemeter umgestellt wurde.



**Abbildung 6:** Halblogarithmische Darstellung der Messwerte des Anlaufstromgebietes.

Die lineare Regression der Form analog zu Formel (8) ergibt sich analog zu der in Unterabschnitt 4.2 aus der Gleichung (5) zu einer Steigung von

$$m = -\frac{e}{kT}. \quad (9)$$

Die Parameter ergeben sich zu

$$m = (-4,0503 \pm 0,4855) \frac{1}{V}, \quad b = -15,0008 \pm 0,2698.$$

Es folgt also eine Kathodentemperatur von

$$(2865,095 \pm 343,460) \text{ K}.$$

#### 4.4 Kathodentemperatur der Kennlinienschar

Im nächsten Auswertungsschritt wird mithilfe der aufgenommenen Messwerte zur Kennlinienschar zuerst die Kathodentemperatur berechnet und damit die Austrittsarbeit bestimmt. Die Temperatur der Kathode folgt aus Gleichung (6), wenn diese nach  $T$  umgestellt wird zu

$$T = \left( \frac{I_H \cdot U_H - N_{WL}}{f\eta\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (10)$$

Dabei ist die verwendete Wärmeleistung der Kathode  $N_{\text{WL}} = 0,95 \text{ W}$ , die emittierte Fläche  $f = 0,32 \text{ cm}^2$  und der Emissionsgrad  $\eta = 0,28$ . Die Kathodentemperaturen zu den jeweiligen Heizleistungen sind in Tabelle 3 eingetragen.

**Tabelle 3:** Ausgerechnete Kathodentemperaturen zu den jeweiligen Heizleistungen  $P_{\text{H}}$ .

$P_{\text{H}} / \text{W}$	$T / \text{K}$
13,75	2229,3641
10,35	2073,9679
8,1	1936,8526
7,0	1857,6287
5,7	1748,6121

#### 4.5 Auswertung der Austrittsarbeit von Wolfram mithilfe der Richardson-Gleichung

Mit den ausgewerteten Sättigungsströmen  $I_{\text{S}}$  wird nun die Austrittsarbeit  $\phi$  für Wolfram berechnet. Mithilfe der Relation  $j_{\text{S}} = I_{\text{S}}/f$  folgt aus Gleichung (3) der folgende Ausdruck für die Austrittsarbeit  $\phi$ , dessen Werte in Tabelle 4 eingetragen sind,

$$\phi = -\frac{k}{e}T \cdot \ln \left( \frac{I_{\text{S}} \cdot h^3}{4\pi f e m_0 k^1 T^1} \right).$$

**Tabelle 4:** Ausgerechnete Austrittsarbeiten  $\phi$  für die verschiedenen Heizleistungen  $P_{\text{H}}$  mit den jeweiligen Sättigungsströmen  $I_{\text{S}}$ .

$P_{\text{H}} / \text{W}$	$I_{\text{S}} / \text{mA}$	$\phi / \text{eV}$
13,75	$3,7 \pm 0,7$	$4,740 \pm 0,035$
10,35	$1,14 \pm 0,12$	$4,593 \pm 0,018$
8,1	0,284	4,499
7,0	0,11	4,453
5,7	0,047	4,302

Mit diesen Werten ergibt sich ein Mittelwert der Austrittsarbeit  $\bar{\phi}$  zu

$$\bar{\phi} = (4,517 \pm 0,008) \text{ eV}.$$

## 5 Diskussion

Die Werte, die in Abschnitt 4 berechnet wurden, sollen im folgenden auf ihre Genauigkeit untersucht und diskutiert werden.

### 5.1 Diskussion der Kennlinienschar

Zu der Kennlinienschar ist anzumerken, dass die Möglichkeit besteht, dass die Sättigungsströme nicht bei jeder Messung vollständig erreicht wurde. Zwar flachen die Kennlinien für die ersten drei Heizleistungen (5,7 W, 7,0 W, 8,1 W) sehr schnell ab, allerdings sind aus Abbildung 3 nicht die Sättigungsströme für die Heizleistungen von 10,35 W und 13,75 W abzulesen. Es wurde deshalb eine Regression dritten Grades angelegt, bei der festgestellt wurde, dass der Sättigungsstrom für 10,35 W doch aus Abbildung 3 abzulesen ist. Die Werte davon sind in Tabelle 2 eingetragen.

### 5.2 Diskussion des Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schotky'schen Raumladungsgesetzes

Bei der Auswertung des Langmuir-Schotky'schen Raumladungsgesetzes ergab sich eine Steigung der linearen Regression von  $m = 1,437 \pm 0,0146$ , was einer Abweichung um  $(4.2 \pm 1.0)\%$  vom Theoriewert  $m = 1.5$  entspricht. Die Abweichung ist damit als so gering einzuschätzen, dass zu sagen ist die Theorie bestätigt zu haben.

Grund für diese Abweichungen können sein, dass die Geräte nicht richtig eingestellt wurden oder die Werte von dem analogen Milliampereometer nicht sorgfältig genug abgelesen wurden. Ein digitales Messgerät oder mehr Messwerte können diesen beiden Fehlern entgegenwirken.

### 5.3 Diskussion des Anlaufstromgebietes

Bei der Untersuchung des Anlaufstromgebietes musste am analogen Milliampereometer mehrmals der Messwertebereich geändert werden. Da bei jedem Umstellen gewisse Unsicherheiten auftauchen, ist der stufenförmige Verlauf der Messwerte in Abbildung 4 zu erklären. Dieser Fehler kann verringert werden, indem mehr Messwerte genommen werden oder ein digitales Amperemeter verwendet wird, dessen Messwertebereich den vollen Aufnahmebereich abdeckt.

### 5.4 Diskussion der Kathodentemperaturen und Austrittsarbeiten

In Unterabschnitt 4.4 und Unterabschnitt 4.5 ergaben sich die in Tabelle 5 eingetragenen Werte für die Kathodentemperaturen und Austrittsarbeiten. Die Kathodentemperatur, die mithilfe des Anlaufstromgebietes bestimmt wurde, beträgt  $T_1 = (2865,095 \pm 343,460)$  K.

**Tabelle 5:** Kathodentemperaturen  $P_H$  und Austrittsarbeiten  $\phi$  mit den jeweiligen Heizleistungen und Sättigungsströmen.

$P_H / \text{W}$	$I_S / \text{mA}$	$T / \text{K}$	$\phi / \text{eV}$
13,75	$3,7 \pm 0,7$	2229,3641	$4,740 \pm 0,035$
10,35	$1,14 \pm 0,12$	2073,9679	$4,593 \pm 0,018$
8,1	0,284	1936,8526	4,499
7,0	0,11	1857,6287	4,453
5,7	0,047	1748,6121	4,302

Die ausgerechneten Werte der Kathodentemperaturen können mit keinen Theoriewerten verglichen werden. Allerdings können die Temperaturen, die sich bei einer Heizleistung von 13,75 W ergeben haben, miteinander verglichen werden. Es folgt eine Abweichung von  $\Delta T = (29 \pm 15)\%$ . Das kann mit den Gründen aus Unterabschnitt 5.3 erklärt werden. Die Abweichung des Mittelwertes der Austrittsarbeit  $\bar{\phi} = (4,517 \pm 0,008) \text{ eV}$  vom Literaturwert  $\phi_{\text{Lit}} = 4,55 \text{ eV}$  [5] beträgt  $(0,29 \pm 0,15)\%$ . Die Abweichung ist sehr gering und die Theorie wurde damit verifiziert.

## Literatur

- [1] *Thermische Elektronenemission*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] FH Münster. *Austrittsarbeit von Wolfram*. 2022. URL: <https://www.fh-muenster.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/chemie/Austrittsarbeit.pdf> (besucht am 20.05.2022).

## Anhang

V504 - Elektronenemission /  
Aufgabe 1)

Leistung: 2,54 und 5,5 V

Spannung U / V	Strom I / mA
10,0	0,0011
10,2	0,0023
10,4	0,0036
10,6	0,0050
10,8	0,0074
11,0	0,0101
11,2	0,0126
11,4	0,0152
11,6	0,0177
11,8	0,0204
12,0	0,0230
12,2	0,0255
12,4	0,0277
12,6	0,0300
12,8	0,0320
13,0	0,0340
13,2	0,0355
13,4	0,0370
13,6	0,0385
13,8	0,0400
14,0	0,0415
14,2	0,0430
14,4	0,0445
14,6	0,0460
14,8	0,0475
15,0	0,0490
15,2	0,0505
15,4	0,0520
15,6	0,0535
15,8	0,0550
16,0	0,0565
16,2	0,0580
16,4	0,0595
16,6	0,0610
16,8	0,0625
17,0	0,0640
17,2	0,0655
17,4	0,0670
17,6	0,0685
17,8	0,0700
18,0	0,0715
18,2	0,0730
18,4	0,0745
18,6	0,0760
18,8	0,0775
19,0	0,0790
19,2	0,0805
19,4	0,0820
19,6	0,0835
19,8	0,0850
20,0	0,0865
20,2	0,0880
20,4	0,0895
20,6	0,0910
20,8	0,0925
21,0	0,0940
21,2	0,0955
21,4	0,0970
21,6	0,0985
21,8	0,1000
22,0	0,1015
22,2	0,1030
22,4	0,1045
22,6	0,1060
22,8	0,1075
23,0	0,1090
23,2	0,1105
23,4	0,1120
23,6	0,1135
23,8	0,1150
24,0	0,1165
24,2	0,1180
24,4	0,1195
24,6	0,1210
24,8	0,1225
25,0	0,1240

Abbildung 7: Originale Messdaten.

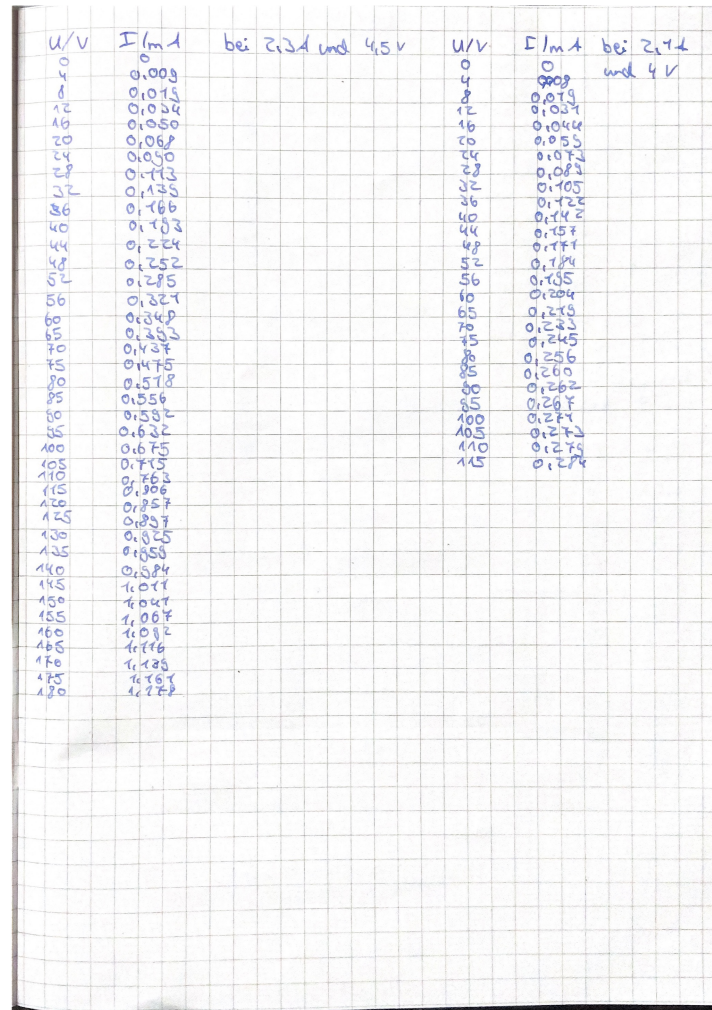


Abbildung 8: Originale Messdaten.

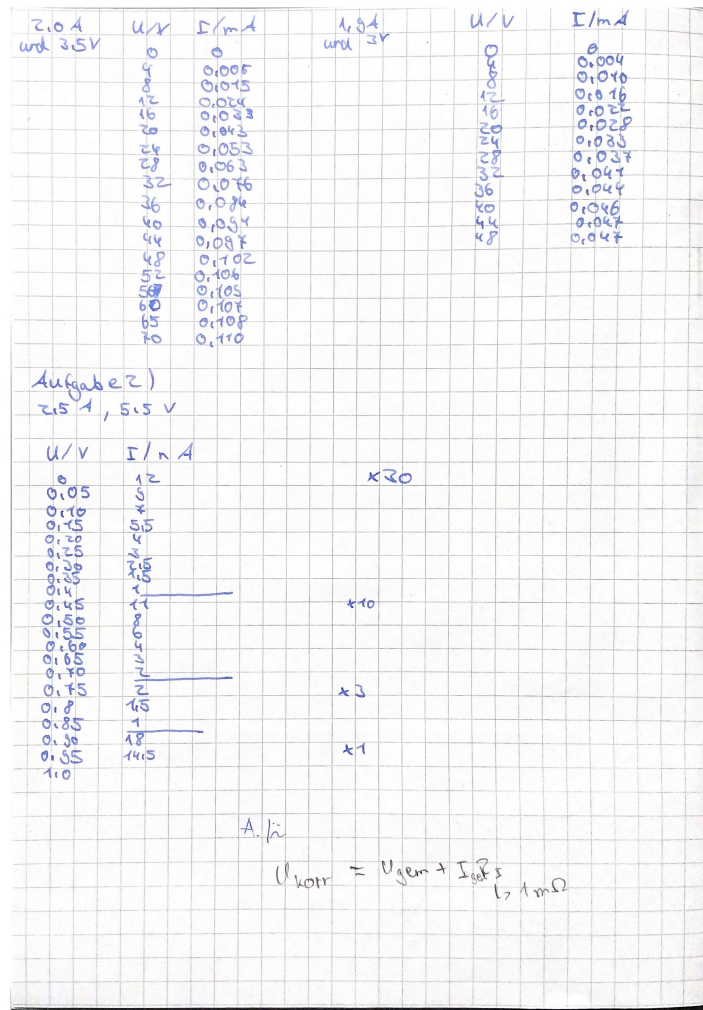


Abbildung 9: Originale Messdaten.