

V 602

Röntgenemission und -absorption

Felix Symma

felix.symma@tu-dortmund.de

Joel Koch

joel.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.06.2022

Abgabe: 21.06.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Auswertung des Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre	6
4.2 Auswertung der Absorptionsspektren	8
4.3 Moseley'sches Gesetz	11
5 Diskussion	12
Literatur	13
Anhang	16

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre aufgenommen und verschiedene Absorptionsspektren untersucht werden.

2 Theorie

In einer evakuierten Röhre werden mithilfe des *glühelektrischen Effekts* Elektronen emittiert und auf eine Anode beschleunigt, wo sie beim Auftreffen auf das Anodenmaterial Röntgenstrahlen emittieren. Bei dem Spektrum der entstehenden Röntgenstrahlen wird zwischen zwei verschiedenen Teilaspekten unterschieden

1. Das *kontinuierliche Bremsspektrum* entsteht beim Abbremsen eines Elektrons im Coulombfeldes des Atomkerns, wobei ein Röntgenquant ausgesendet wird. Die Energie des Photons ist davon abhängig wieviel kinetische Energie des Elektrons abgegeben wird. Das Elektron muss dabei nicht vollständig die Energie übertragen, weshalb das Spektrum kontinuierlich ist. Die minimale Wellenlänge, die übergeben werden kann ergibt sich zu,

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (1)$$

Eine schematische Darstellung des Bremsspektrums ist in Abbildung 1 dargestellt.

2. Das *charakteristische Spektrum* entsteht dadurch, dass das Anodenmaterial durch das Elektron ionisiert wird. Es entsteht infolge des Ionisationsprozesses eine Leerstelle in einer inneren Atomhülle, weshalb ein Elektron aus einer äußeren Schale unter Aussendung eines Röntgenquants auf die innere Schale zurückfällt. Die Energie des Röntgenquants ergibt sich aus der Energiedifferenz der beiden Energieniveaus zu,

$$h\nu = E_m - E_n. \quad (2)$$

Eine schematische Darstellung des charakteristischen Spektrums ist in Abbildung 2 dargestellt.

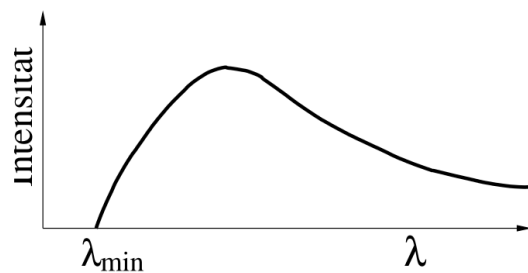


Abbildung 1: Schematische Darstellung des kontinuierlichen Bremsspektrums einer Röntgenröhre [1].

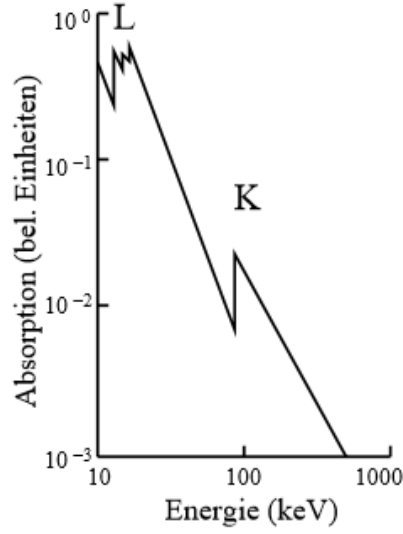


Abbildung 2: Schematische Darstellung des charakteristischen Spektrums einer Röntgenröhre [1].

Das charakteristische Spektrum besteht aus scharfen Linien, deren Energie charakteristisch für das Anodenmaterial der Röntgenröhre ist. Die Linien werden mit Buchstaben der Schale bezeichnet, auf der die Übergänge enden. Ein griechischer Buchstabe gibt an, von welcher Schale das Elektron ursprünglich kommt. Es ergibt sich somit zum Beispiel die K_α -Linie, wobei ein Elektron aus der obersten Schale auf die K-Schale fällt. Durch die verschiedenen Elektronenhüllen wird das Coulombfeld des Kernes herabgesetzt, sodass die Bindungsenergie E_n eines Elektrons auf der n -ten Schale folgt zu,

$$E_n = -R_\infty \cdot z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (3)$$

Dabei steht R_∞ für die Rydbergenergie und z_{eff} für die *effektive Kernladung* mit $z_{\text{eff}} = Z - \sigma$, wobei σ die Abschirmkonstante ist. Die Abschirmkonstante unterscheidet sich für jedes Elektron und ist empirisch bestimmbar. So ergibt sich aus Gleichung (3) für die Energien E_{K_α} und E_{K_β} der beiden Absorptionslinien der folgende Ausdruck

$$E_{K_\alpha} = R_\infty (Z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_\infty (z - \sigma_2)^2 \cdot \frac{1}{2^2}, \quad (4)$$

$$E_{K_\beta} = R_\infty (Z - \sigma_1)^2 \cdot \frac{1}{1^2} - R_\infty (z - \sigma_3)^2 \cdot \frac{1}{3^2}. \quad (5)$$

Dabei steht Z für die Kernladung.

Aufgrund des Bahndrehimpulses und des Spins haben die äußeren Elektronen jedoch nicht alle dieselbe Bindungsenergie und somit haben die charakteristischen Linien eine Reihe von eng aneinander liegenden Linien, die sogenannte *Feinstruktur*. Im vorliegenden Versuch können jedoch nur die K_α - und die K_β Linien beobachtet werden, die die Bremsstrahlung überlagern.

Bei einer Absorption von 1 MeV Röntgenstrahlung sind der Compton- und der Photoeffekt die dominierenden Prozesse. Bei zunehmender Energie nimmt der Absorptionskoeffizient immer mehr ab und steigt dann sprunghaft an, wenn die Photonenenergie gerade größer ist, als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächsten Schale. Diese *Absorptionskanten* sind lageidentisch mit der Bindungsenergie des Elektrons $h\nu_{\text{abs}} = E_n - E_{\infty}$. Die Kanten werden analog zu den Absorptionslinien nach der Schale benannt aus der das Elektron stammt, *K-, L-, M-, ... , Absorptionskonstante*. In Abbildung 2 ist eine schematische Darstellung des Absorptionsverlaufes bei zunehmender Energie abgebildet. Die Abschirmkonstante berechnet sich im folgenden Versuch für die *K-Kanten* mit der Energiedifferenz $\Delta E = E_{L,II} - E_{L,III}$ nach dem folgenden Ausdruck,

$$\sigma_K = z - \sqrt{\frac{E_K}{R_{\infty}} - \frac{\alpha^2 Z^4}{4}}. \quad (6)$$

Dabei ist Z die Kernladungszahl und α die Feinstrukturkonstante und hat den Wert $\alpha = 7,297 \cdot 10^{-3}$. Mithilfe der *Bragg'schen Reflexion* kann die n -te Wellenlänge λ durch die Gitterkonstante d und dem Winkel ϑ durch

$$2d \sin(\vartheta) = n\lambda \quad (7)$$

bestimmt werden. Diese Gleichung kann dazu genutzt werden die Wellenlänge der Röntgenstrahlung zu bestimmen. Hier fallen Röntgenphotonen auf ein dreidimensionales Gitter und werden an jedem Atom des Gitters gebeugt, wodurch die Röntgenstrahlen miteinander interferieren und unter dem Winkel ϑ , dem *Glanzwinkel*, konstruktive Interferenz erzeugen.

3 Durchführung

Der Versuch besteht aus einer Kupfer-Röntgenröhre mit einem LiF-Kristall und einem Geiger-Müller-Zählrohr. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3 abgebildet.

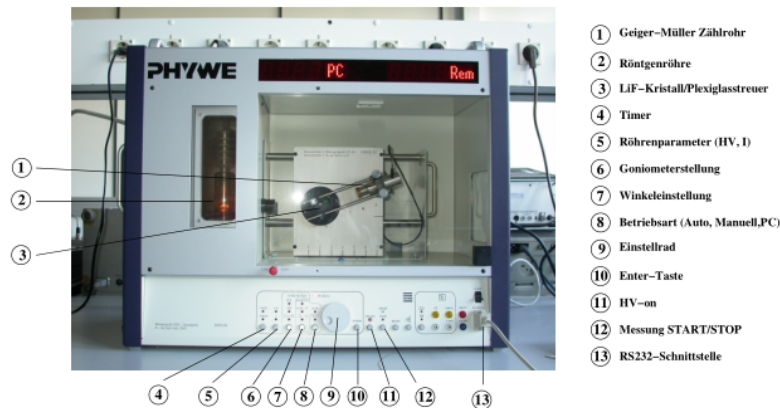


Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Messung von Röntgenemission und -absorption [1].

Als erstes wird in einem Messbereich von 5° bis 26° das Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre aufgezeichnet. Es wird ein Winkelzuwachs von $\Delta\alpha = 0,1^\circ$ mit einer Integrationszeit von $\Delta t = 5$ s gewählt.

In einem zweiten Versuchsschritt wird das Absorptionsspektrum verschiedener Stoffe aufgenommen und der Bragg-Winkel bestimmt. Dazu werden vor das Geiger-Müller-Zählrohr Blenden mit Absorbern unterschiedlicher Elemente gesteckt. Es werden dabei alle möglichen Spektren aufgenommen, zu denen Stoffe zur Verfügung stehen. Die Messungen wurden mit einer Beschleunigungsspannung von $U_B = 35$ kV gemessen.

4 Auswertung

Im folgenden werden die in der Durchführung (Abschnitt 3) aufgeführten Schritte ausgewertet.

4.1 Auswertung des Emissionsspektrums der Kupfer-Röntgenröhre

In Abbildung 4 ist das aufgezeichnete Emissionsspektrum der Kupfer-Röntgenröhre mithilfe der Pythonerweiterungen *Numpy* [2] und *matplotlib* [3] aufgezeichnet. Es sind außerdem die K_α - und die K_β -Linien eingezeichnet. Der Bremsberg ist dabei das gesamte Spektrum, mit Ausnahme der beiden Peaks, die jeweils die Absorptionskanten darstellen und an ihren jeweiligen Positionen das Bremspektrum überlagern.

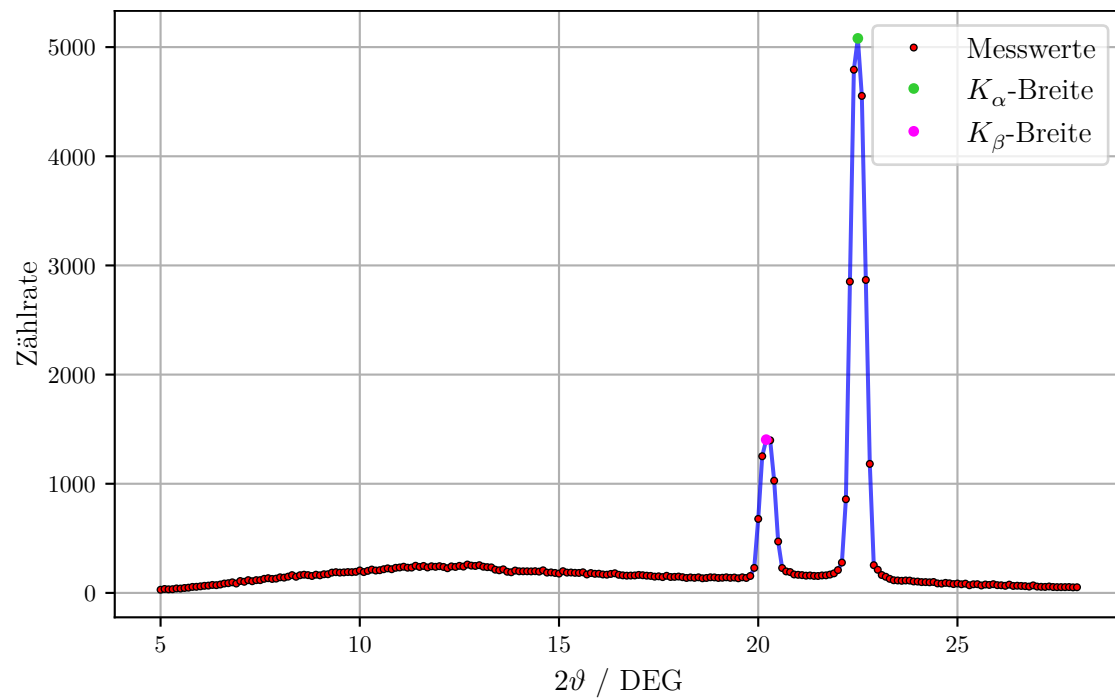


Abbildung 4: Grafische Darstellung des Emissionsspektrums.

Die Halbwertsbreite wird optisch aus einer grafischen Darstellung abgelesen. Da das mit Abbildung 4 jedoch nur schwer zu erreichen ist, wird der Bildbereich der beiden Absorptionskanten etwas vergrößert und in Abbildung 5 nochmal dargestellt. Die vertikal eingezeichneten Linien sind dabei die Halbwertsbreiten.

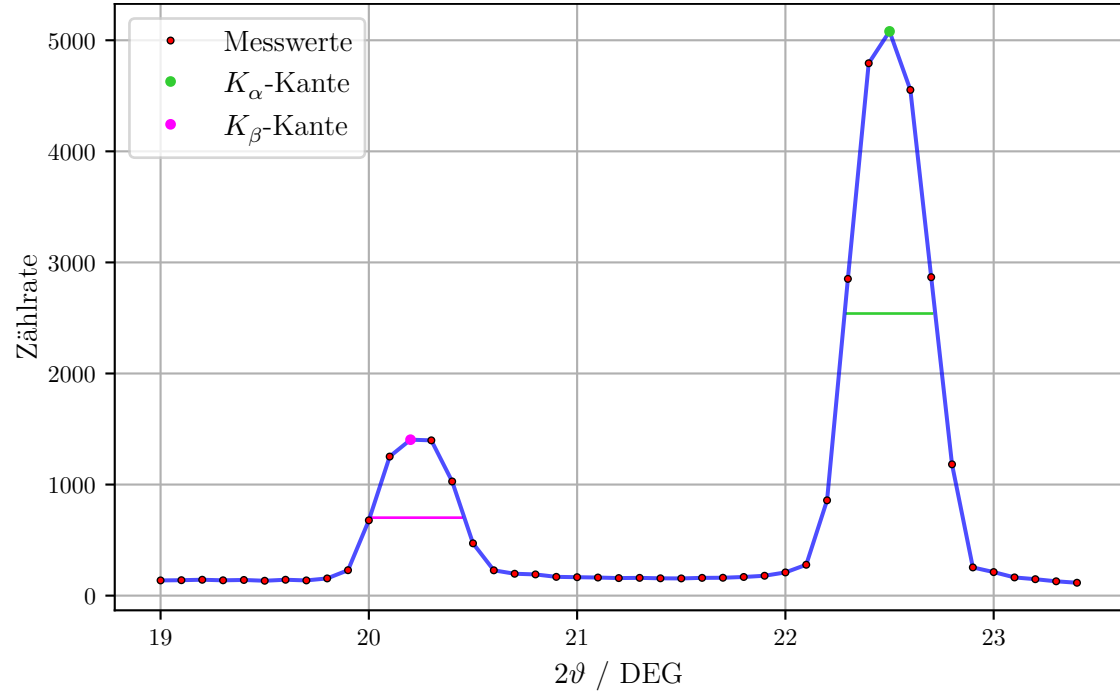


Abbildung 5: Grafische Darstellung der beiden Absorptionskanten.

Die minimale Wellenlänge und daraus die maximale Energie werden nun mithilfe der Bragg-Bedingung (7) der abgelesenen Winkel der beiden Absorptionskanten berechnet. Die resultierenden Werte sind in Tabelle 1 eingetragen.

Tabelle 1: Theoretische und experimentell bestimmte Werte des Absorptionsspektrums.

	K_{α}	K_{β}
Maximum	22,5 2ϑ	20,2 2ϑ
theoretische Energie	8047,823 eV	8905,413 eV
gemessene Energie	8043,355 eV	8914,204 eV
Halbwertsbreite	0,42°	0,451°

Das Auflösungsvermögen A der Apparatur wird durch die folgende Gleichung bestimmt

$$A = \frac{E_K}{\Delta E_{\text{FWHM}}},$$

wobei E_K die Energie der Absorptionskanten und ΔE_{FWHM} die Energie der Halbwertsbreite beschreibt. Es ergeben sich damit die folgenden Werte,

$$A_{K_\alpha} = 17,877,$$

$$A_{K_\beta} = 21,203.$$

Aus den Gleichungen (3), (4) und (5) folgen die Absorptionskoeffizienten zu

$$\sigma_1 = 3,3,$$

$$\sigma_2 = 13,35,$$

$$\sigma_3 = 2246.$$

4.2 Auswertung der Absorptionsspektren

Im folgenden werden die Absorptionsspektren von Brom, Gallium, Strontium, Zink und Zirkonium ausgewertet. Es werden die Position der K -Kante in dem jeweiligen Absorptionsspektrum und die Abschirmkonstante bestimmt. In den folgenden Abbildungen sind die grafischen Auswertungen der verwendeten Stoffe abgebildet. Die gemessenen Werte der K -Kanten und der Abschirmkonstanten sind in Tabelle 2 eingetragen.

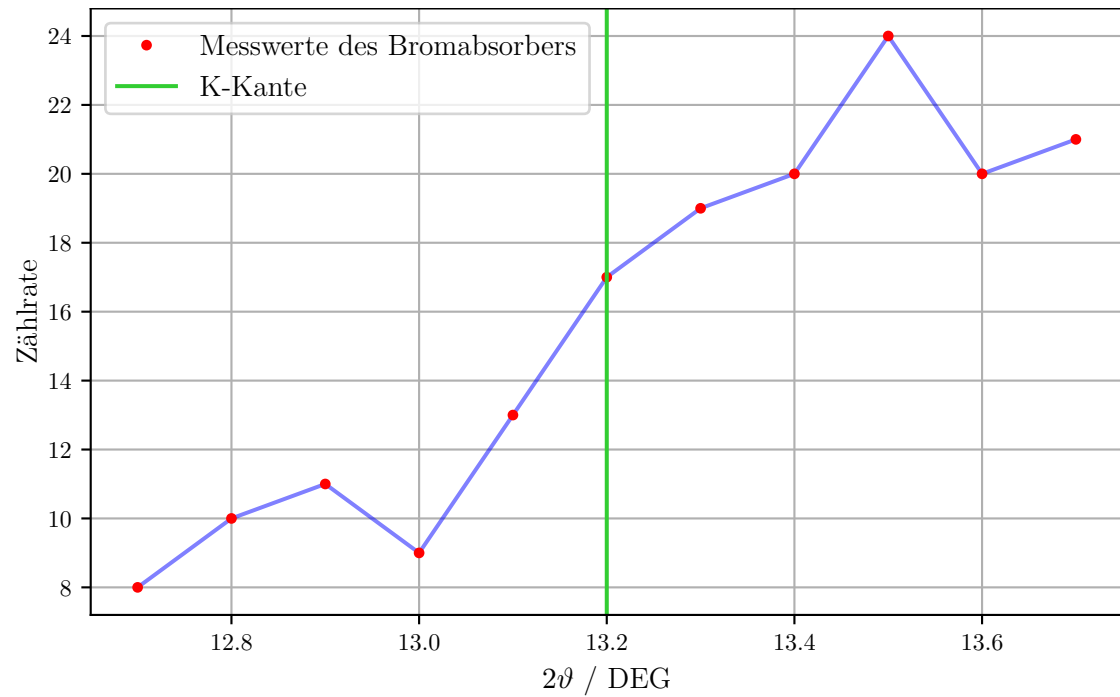


Abbildung 6: Grafische Darstellung des Absorptionsspektrums von Brom.

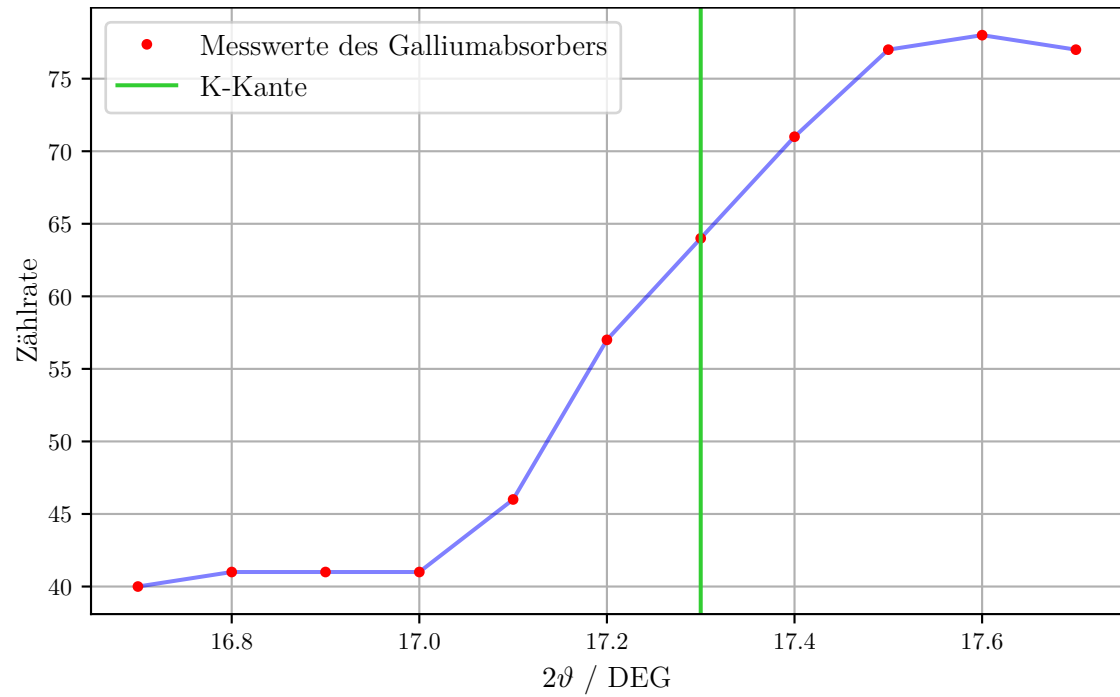


Abbildung 7: Grafische Darstellung des Absorptionsspektrums von Gallium.

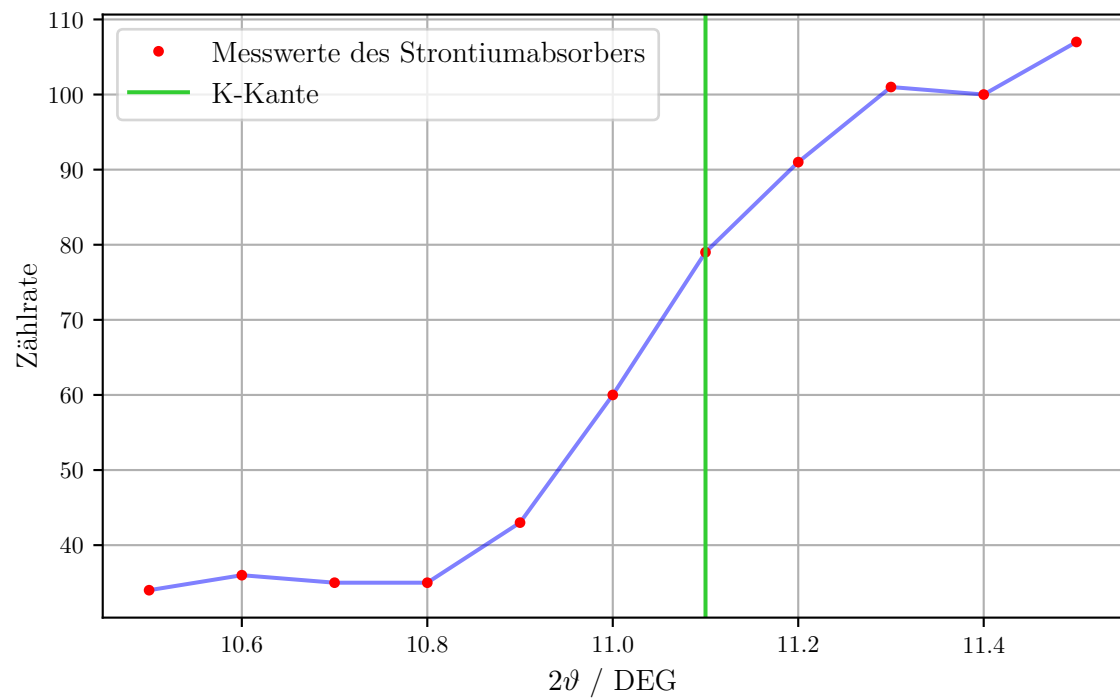


Abbildung 8: Grafische Darstellung des Absorptionsspektrums von Strontium.

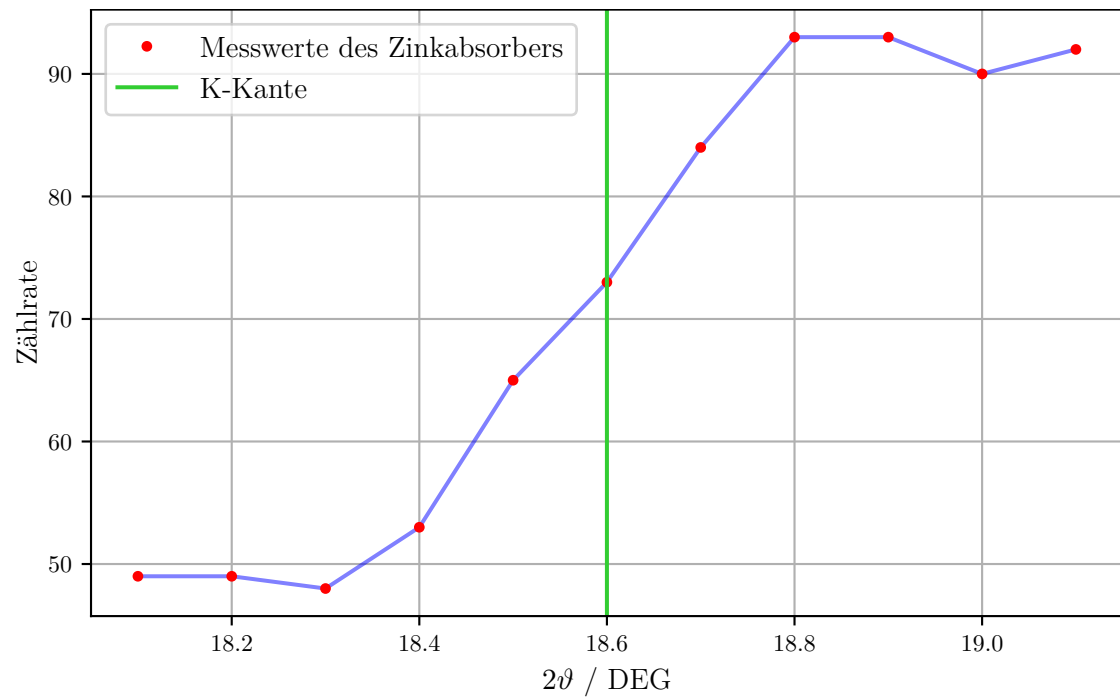


Abbildung 9: Grafische Darstellung des Absorptionsspektrums von Zink.

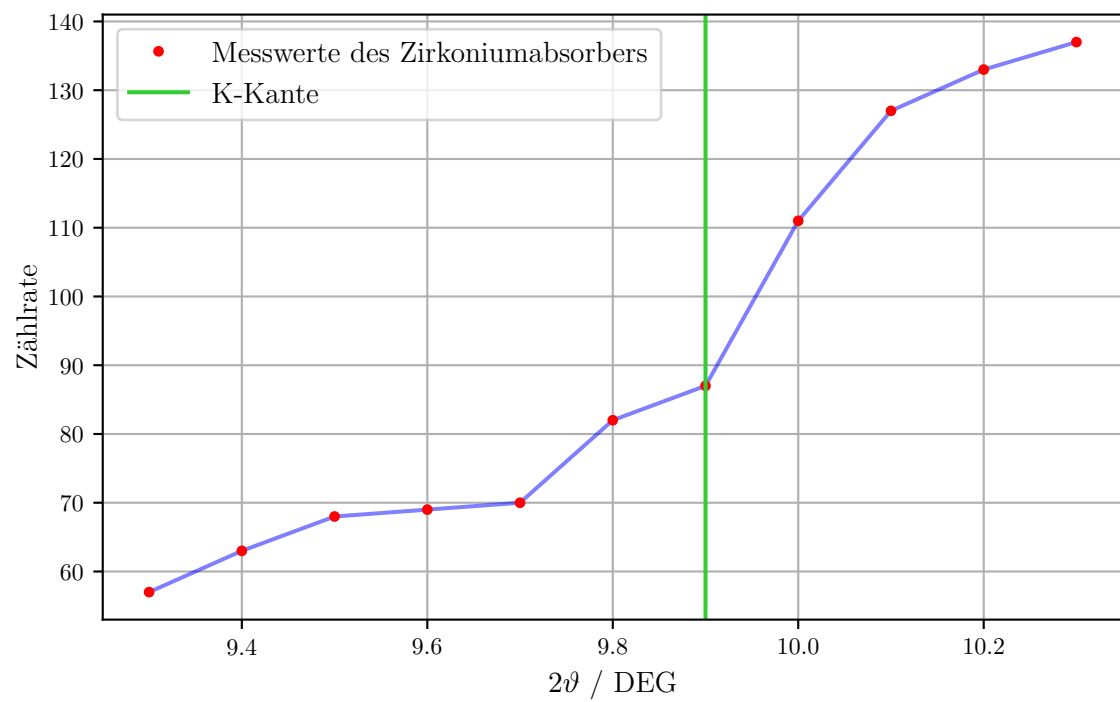


Abbildung 10: Grafische Darstellung des Absorptionsspektrums von Zirkonium.

Tabelle 2: Theoretische und experimentell bestimmte Werte der Absorptionsspektren der verschiedenen Stoffe.

Element	E / keV	E_{Theorie} / keV	σ	σ_{Theorie}
Brom	13,480	13,470	3,84	3,55
Gallium	15,988	10,368	3,64	3,41
Strontium	15,709	16,107	4,12	3,61
Zink	9,650	9,660	3,57	3,37
Zirkonium	17,903	17,995	4,19	3,65

4.3 Moseley'sches Gesetz

Das Moseley-Gesetz sagt aus, dass die Absorptionsenergie E_K proportional zu dem Quadrat der Kernladungszahl Z^2 ist. Im folgenden soll diese Proportionalität mit den Daten aus dem Versuch der Absorptionsspektren ausgewertet werden. Dazu wird eine $\sqrt{E_K}Z$ -Diagramm angefertigt, was in Abbildung 11 abgebildet ist. Mithilfe der Pytho-
nerweiterungen `scipy` [4] und `uncertainties` [5] wird eine lineare Regression der Form $y = m \cdot x + b$ zu den Messwerten angelegt und mit der Steigung die Rydberg-Energie E_{Ryd} bestimmt.

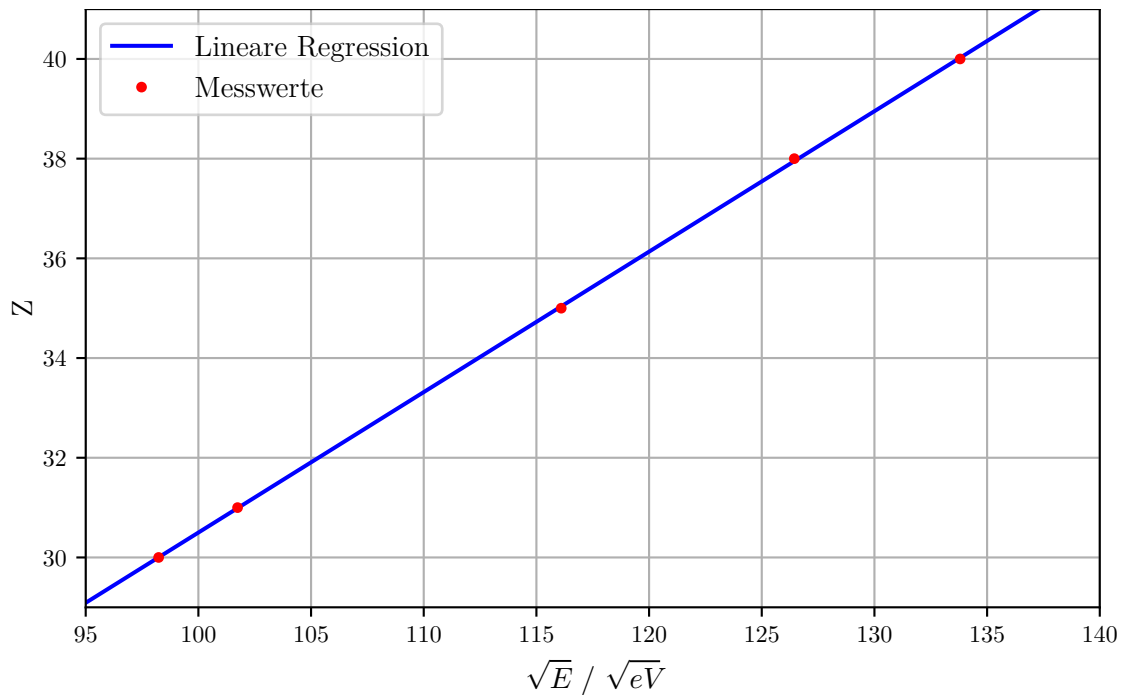


Abbildung 11: Grafische Auswertung des Moseley-Gesetzes zu den Daten der Absorptionsspektren.

Die Parameter der linearen Regression lauten damit

$$m = 0,2817 \pm 0,0013 \left[\frac{1}{\sqrt{\text{eV}}} \right],$$

$$b = 2,3250 \pm 0,0013 \left[\sqrt{\text{eV}} \right].$$

Nach dem Moseley'schen Gesetz ergibt sich die Rydberg-Energie zu,

$$E_{\infty} = \frac{1}{m^2} \Rightarrow (12,60 \pm 0,12) \text{ eV}.$$

5 Diskussion

In Unterabschnitt 4.1 wurde die Kupfer-Röntgenröhre hinsichtlich des Emissionsspektrums ausgewertet. Dabei kamen die in Tabelle 3 eingetragenen Werte heraus.

Tabelle 3: Theoretische und experimentell bestimmte Werte des Absorptionsspektrums.

	K_{α}	K_{β}
Maximum	22,5 2 ϑ	20,2 2 ϑ
theoretische Energie	8047,823 eV	8905,413 eV
gemessene Energie	8043,355 eV	8914,204 eV
Abweichung	0,056%	0,0987%
Halbwertsbreite	0,42°	0,451°

Da die Abweichungen der experimentell bestimmten Werte von den theoretischen Werten [6, 7] sehr gering sind, ist die Theorie damit verifiziert worden.

Die Emissionsspektren der verschiedenen Stoffe sind in Unterabschnitt 4.2 ausgewertet worden, wobei die in Tabelle 4 eingetragenen Werte bestimmt wurden.

Tabelle 4: Theoretische und experimentell bestimmte Werte der Absorptionsspektren verschiedener Stoffe.

Element	E / keV	E_{Theorie} / keV	ΔE	σ	σ_{Theorie}	$\Delta\sigma$
Brom	13,480	13,470	2,18%	3,84	3,55	8,07 %
Gallium	15,988	10,368	1,65%	3,64	3,41	6,62 %
Strontium	15,709	16,107	1,75%	4,12	3,61	14,13 %
Zink	9,650	9,660	1,03%	3,57	3,37	5,79 %
Zirkonium	17,903	17,995	3,84%	4,19	3,65	14,81 %

Auch hier sind die Abweichungen sehr gering und es kann gesagt werden, dass die Theorie bestätigt wurde. Die Abweichung für Strontium und Zirkonium sind die einzigen, die 10% übersteigen. Um dieser Abweichung entgegenzuwirken, können mehr Messwerte in einem kleineren Winkelabstand gemessen werden, sofern das mit der Apparatur möglich

ist. Es könnte außerdem die Messzeit von 20 s erhöht werden, um genauere Messwerte zu bekommen.

Die in Unterabschnitt 4.3 mit den Messwerten bestimmte Rydberg-Energie hat die folgenden Werte,

$$\begin{aligned}R_{\infty} &= (12,60 \pm 0,12) \text{ eV}, \\R_{\infty, \text{Theorie}} &= 13,6 \text{ eV}, \\ \text{Abweichung} &= (7,3 \pm 0,9) \, \%. \end{aligned}$$

Auch diese Abweichungen sind als gering einzuschätzen und die Theorie wurde auch hier bestätigt. Die Abweichung kann mit mehr Proben, mit denen das Moseley'sche Gesetz überprüft werden kann, und mit den oben bereits genannten Methoden herabgesetzt werden.

Literatur

- [1] *Röntgenemission und -absorption*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] National Institute of Standards und Technology. *X-Ray Transition Energies Database*. 2022. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/XrayTrans/search.pl?element=Br&trans=All&lower=&upper=&units=eV> (besucht am 17.06.2022).
- [7] Grossberger. *Röntgenfluoreszenz, Moseley-Gesetz*. 2022. URL: <http://www.grossberger.net/atomphysik/moseley1.html> (besucht am 17.06.2022).

Anhang

Tabelle 5: Originale Messdaten des Bromabsorbers.

2ϑ	$R(35\text{ kV})$ Imp/s
12,7	8,0
12,8	10,0
12,9	11,0
13,0	9,0
13,1	13,0
13,2	17,0
13,3	19,0
13,4	20,0
13,5	24,0
13,6	20,0
13,7	21,0

Tabelle 6: Originale Messdaten des Galliumabsorbers.

2ϑ	$R(35\text{ kV})$ Imp/s
16,7	40,0
16,8	41,0
16,9	41,0
17,0	41,0
17,1	46,0
17,2	57,0
17,3	64,0
17,4	71,0
17,5	77,0
17,6	78,0
17,7	77,0

Tabelle 7: Originale Messdaten des Strontiumabsorbers.

2ϑ	$R(35\text{ kV})$ Imp/s
10,5	34,0
10,6	36,0
10,7	35,0
10,8	35,0
10,9	43,0
11,0	60,0
11,1	79,0
11,2	91,0
11,3	101,0
11,4	100,0
11,5	107,0

Tabelle 8: Originale Messdaten des Zinkabsorbers.

2ϑ	$R(35\text{ kV})$ Imp/s
18,1	49,0
18,2	49,0
18,3	48,0
18,4	53,0
18,5	65,0
18,6	73,0
18,7	84,0
18,8	93,0
18,9	93,0
19,0	90,0
19,1	92,0

Tabelle 9: Originale Messdaten des Zirkoniumabsorbers.

2ϑ	$R(35\text{ kV})$ Imp/s
9,3	57,0
9,4	63,0
9,5	68,0
9,6	69,0
9,7	70,0
9,8	82,0
9,9	87,0
10,0	111,0
10,1	127,0
10,2	133,0
10,3	137,0