

**V 407**

# **Fresnel'sche Formeln**

Felix Symma

felix.symma@tu-dortmund.de

Joel Koch

joel.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.05.2022

Abgabe: 10.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>5</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>8</b>
5.1 Diskussion der Fehlerquellen . . . . .	9
<b>Literatur</b>	<b>9</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Abhängigkeit der Intensität des, an einem Silizium-Spiegel reflektierten, Lichtes vom Eintrittswinkel und der Polarisation zu bestimmen und somit den Brechungsindex von Silizium zu berechnen..

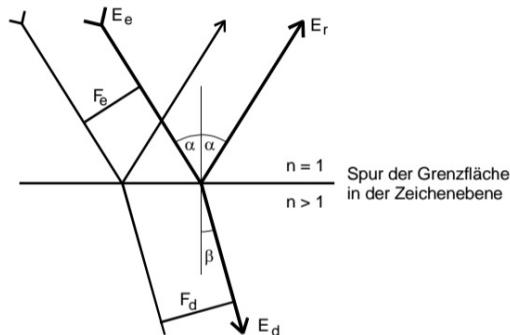
# 2 Theorie

Beim Durchqueren von Grenzflächen zweier Medien mit verschiedenen Brechungsindizes, wird das sich ausbreitende Licht in den meisten Fällen sowohl reflektiert, als auch gebrochen. Um zu bestimmen, welchen Anteil der ursprünglichen Intensität des einfallenden Lichtes das reflektierte und das gebrochene Licht haben, wird zunächst ein allgemeiner Ausdruck für die Strahlungsleistung von Lichtwellen benötigt.

Aus den Maxwell Gleichungen und der Elektrizitätslehre folgt der Ausdruck

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}, \quad (1)$$

wobei  $\vec{E}$  die elektrische und  $\vec{H}$  die magnetische Feldstärke einer elektromagnetischen Welle beschreiben.  $\vec{S}$  wird als Poynting-Vektor bezeichnet und hat die Dimension  $\frac{\text{Leistung}}{\text{Fläche}}$ . Er beschreibt den Transport von Energie, da er in die Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle zeigt und sein Betrag dem der Energie der Strahlung entspricht.



**Abbildung 1:** Reflexion eines Lichtstrahls an einer Grenzfläche.[2]

Trifft eine elektromagnetische Welle nun auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien, teilt sich ihre Strahlungsleistung auf den reflektierten und gebrochenen Teil auf. Da in diesem Versuch ausschließlich nicht absorbierende Medien betrachtet werden, gilt mit der Energieerhaltung

$$S_e \cos(\alpha) = S_r \cos(\alpha) + S_d \cos(\alpha). \quad (2)$$

Hierbei bezeichnet  $S_e$  den Betrag des Poynting-Vektors der einfallenden und  $S_r$  und  $S_d$  analog den der reflektierten und gebrochenen Strahlung.  $\alpha$  ist in diesem Fall der Winkel, in dem die einfallende Strahlung auf die Grenzfläche trifft und  $\beta$  der, in dem sich die gebrochene Strahlung von der Grenzfläche entfernt.

Aus diesen beiden Winkeln lässt sich mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes ein Ausdruck für den Brechungsindex  $n$  finden

$$n = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}. \quad (3)$$

Dieser Brechungsindex beschreibt außerdem das Verhältniss der Geschwindigkeit von Licht in beiden Medien. Es gilt

$$n = \frac{c}{v}. \quad (4)$$

Da das Verhältnis zwischen reflektiertem und gebrochenem Anteil der Strahlung stark vom Polarisationszustand dieser abhängig ist, müssen im Folgenden senkrecht und parallel zur Grenzfläche polarisierte Stahlungsanteile separat betrachtet werden. Für senkrecht polarisierte Strahlung gilt durch vorherige Überlegungen

$$\vec{E}_{r\perp}(\alpha) = \vec{E}_{e\perp} \frac{(\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} - \cos(\alpha))^2}{n^2 - 1}. \quad (5)$$

Für parallel polarisierte Strahlung gilt analog

$$\vec{E}_{r\parallel}(\alpha) = \vec{E}_{e\parallel} \frac{n^2 \cos(\alpha) + \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}{n^2 \cos(\alpha) - \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}, \quad (6)$$

wobei in beiden Relationen  $n$  der Brechungsindex und  $\alpha$  der Winkel in dem die Strahlung auf die Grenzfläche trifft ist.  $\vec{E}_r$  und  $\vec{E}_e$  geben jeweils die Amplituden der elektrischen Felder für den reflektierten und einfallenden Teil der Strahlung an.

Der Ausdruck für  $\vec{E}_{r\parallel}(\alpha)$  lässt sich auch schreiben als

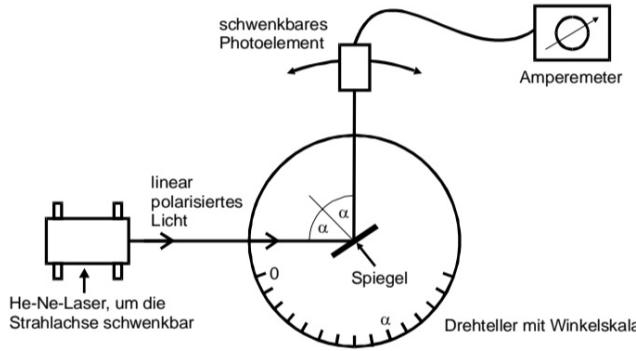
$$\vec{E}_{r\parallel}(\alpha) = \vec{E}_{e\parallel} \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}. \quad (7)$$

Daraus folgt, dass  $\vec{E}_{r\parallel}(\alpha)$  Null werden kann, insofern die Voraussetzung  $\alpha + \beta = 90^\circ$  erfüllt ist. Es verschwindet somit für einen bestimmten Winkel von  $\alpha$  der gesamte reflektierte Anteil und die gesamte Strahlung tritt in das brechende Medium ein. Dieser bestimmte Winkel wird Brewster Winkel genannt und durch die folgende Relation ausgedrückt

$$\arctan(n) = \alpha_B. \quad (8)$$

### 3 Durchführung

Für den Versuch wird der in Abbildung 2 dargestellte Aufbau verwendet, wobei der He-Ne-Laser nicht um die Strahlachse schwenkbar war.



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung der verwendeten Messapparatur.[2]

Bevor die eigentliche Messung beginnen kann, muss zunächst die Messapparatur justiert werden. Es wird hierfür der Silizium-Spiegel entfernt und eine Messung der Intensität des Laser-Strahles durchgeführt. Anschließend wird der Spiegel erneut auf dem Probehalter montiert und so ausgerichtet, dass der Laser-Strahl direkt auf den Laserkopf zurück reflektiert wird. Auch wird darauf geachtet, dass das Goniometer in dieser Stellung genau einen Winkel von  $0^\circ$  zeigt, um später die Abweichung des Winkels zu dieser Stellung abzulesen. Anschließend ist die Justierung abgeschlossen und die Mesung kann beginnen.

Für die eigentliche Messung wird zunächst ein Winkel für die Polarisation eingestellt. Es wurden zwei Messreihen mit einem Polarisationswinkel von  $0^\circ$  und  $90^\circ$  durchgeführt. Im Anschluss wird die Intensität des reflektierten Laserstrahles für unterschiedliche Eintrittswinkel des Lasers auf den Silizium-Spiegel gemessen. Es werden dabei Winkel in einem Intervall von  $10^\circ$  bis  $88^\circ$  gemessen, da für Winkel unter  $10^\circ$  und über  $88^\circ$  die Messapparatur den Laser blockiert. Die Messwerte werden dabei jeweils in einem Abstand von  $2^\circ$  aufgenommen.

## 4 Auswertung

Für den Strom aus der einfallenden Intensität wurden  $I_e = 0,54 \text{ mA}$  gemessen. Die Messdaten für parallel polarisiertes Licht sind in Tabelle 1, die Daten für senkrecht polarisiertes Licht in Tabelle 2 eingetragen. Der Brechungsindex für senkrecht und parallel polarisiertes Licht wurde durch umstellen der jeweiligen Fresnel'schen Formel (5) und (6) berechnet. Die Werte sind ebenfalls in den beiden Tabellen eingetragen. Für die Energie  $E$  wurde der Wert  $\sqrt{I_r/I_e}$  eingesetzt.

**Tabelle 1:** Messdaten mit dem sich daraus ergebenden Brechungsindex bei parallel polarisiertem Licht.

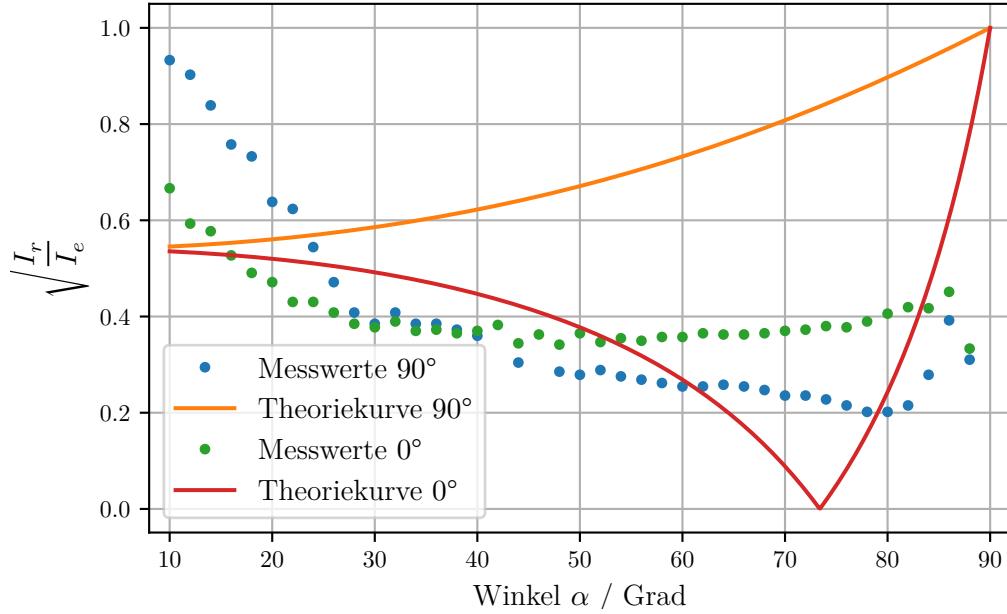
Winkel in Grad	Photostrom / $\mu\text{A}$	Brechungsindex $n : \parallel$
10.0	4.7	3.903
12.0	4.4	4.226
14.0	3.8	28.04
16.0	3.1	4.264
18.0	2.9	6.544
20.0	2.2	11.134
22.0	2.1	4.759
24.0	1.6	11.698
26.0	1.2	7.973
28.0	0.9	5.555
30.0	0.8	35.852
32.0	0.9	6.843
34.0	0.8	6.93
36.0	0.8	47.267
38.0	0.75	6.503
40.0	0.7	9.551
44.0	0.5	6.677
48.0	0.44	10.886
50.0	0.42	7.369
52.0	0.45	44.481
54.0	0.41	8.907
56.0	0.39	8.814
58.0	0.37	64.206
60.0	0.35	8.17
62.0	0.35	11.743
64.0	0.36	20.504
66.0	0.35	8.161
68.0	0.33	18.811
70.0	0.3	13.262
72.0	0.3	8.806
74.0	0.28	50.281
76.0	0.25	10.613
78.0	0.22	10.332
80.0	0.22	81.3
82.0	0.25	9.567
84.0	0.42	13.522
86.0	0.83	24.251
88.0	0.52	9.417

**Tabelle 2:** Messdaten mit dem sich daraus ergebenden Brechungsindex bei senkrecht polarisiertem Licht.

Winkel in Grad	Photostrom / $\mu\text{A}$	Brechungsindex $n_{\perp}$
10.0	4.7	0.964
12.0	4.4	0.985
14.0	3.8	1.001
16.0	3.1	1.018
18.0	2.9	1.043
20.0	2.2	1.061
22.0	2.1	1.092
24.0	1.6	1.117
26.0	1.2	1.144
28.0	0.9	1.176
30.0	0.8	1.215
32.0	0.9	1.263
34.0	0.8	1.308
36.0	0.8	1.361
38.0	0.75	1.415
40.0	0.7	1.474
44.0	0.5	1.605
48.0	0.44	1.767
50.0	0.42	1.861
52.0	0.45	1.969
54.0	0.41	2.084
56.0	0.39	2.215
58.0	0.37	2.363
60.0	0.35	2.53
62.0	0.35	2.724
64.0	0.36	2.949
66.0	0.35	3.211
68.0	0.33	3.52
70.0	0.3	3.891
72.0	0.3	4.349
74.0	0.28	4.92
76.0	0.25	5.655
78.0	0.22	6.636
80.0	0.22	8.018
82.0	0.25	10.101
84.0	0.42	13.614
86.0	0.83	20.704
88.0	0.52	41.543

Die aus den Brechungsindizes berechneten Mittelwerte lauten

$$\overline{n_{\parallel}} = 4.391 \pm 7.259 , \\ \overline{n_{\perp}} = 1,041 \pm 0,037.$$



**Abbildung 3:** Grafische Auswertung der Messdaten mit den jeweiligen Theoriekurven.

In Abbildung 3 wurden die Messdaten mit den jeweiligen Theoriekurven grafisch dargestellt. Für die Theoriekurven wurde in die Gleichungen (5) und (6) ein Literaturwert von

$$n_{\text{Lit}} = 3,353$$

eingesetzt [1]. Die grafische Auswertung liefert näherungsweise einen Brewsterwinkel von

$$\alpha_B = 78^\circ,$$

und daraus ein Brechungsindex von

$$\tan(\alpha_B = 78^\circ) = 4,705.$$

## 5 Diskussion

In Tabelle 3 werden die gemessenen Brechungsindizes mit dem Literaturwert von  $n_{\text{Lit}} = 3,353$  verglichen.

**Tabelle 3:** Abweichungen der gemessenen Brechungsindizes zum Literaturwert.

	Messwert	Abweichung
$\overline{n_{\parallel}}$	$4,391 \pm 7,259$	$68,9 \pm 1,1 \%$
$\overline{n_{\perp}}$	$1,041 \pm 0,037$	$30,0 \pm 2,2 \%$
$n_{\text{Brewster}}$	4,705	40,32 %

Die Abweichungen der Messwerte von den Theoriewerten ist eher als hoch einzuschätzen und auch die grafische Auswertung in Abbildung 3 ist sehr ungenau. Damit lässt sich sagen, dass die Theorie nicht bestätigt werden kann. Im folgenden Unterabschnitt 5.1 werden die möglichen Fehlerquellen noch einmal diskutiert.

## 5.1 Diskussion der Fehlerquellen

Eine mögliche Fehlerquelle ist der Aufbau des Versuches, da hier der Lichtstrahl möglichst geradlinig einzustellen ist. So musste der Lichtstrahl zum justieren genau in sich selber reflektiert werden. Wenn das nur näherungsweise gelingt, ist davon auszugehen, dass der Lichtstrahl auch nicht genau auf die Photozelle treffen kann und der ausgelöste Photostrom deshalb geringer ist und anfälliger für Ungenauigkeiten ist.

Eine weitere mögliche Fehlerquelle ist das von außen in die Photozelle einströmende Licht. So drang Sonnenlicht in die Photozelle ein und verfälschte somit den gemessenen Photostrom, der von dem reflektierten Lichtstrahl kam. Dieser Fehler ist als besonders hoch einzuschätzen, da der Versuch direkt am Fenster stand und somit besonders viel Licht die Messungen verfälschen konnte.

Die zweite große Fehlerquelle ist das Ausrichten des Laserstrahls auf die Spaltmitte der Photozelle. Wenn hier nicht jedes mal die richtige Position eingestellt wird, kann es zu großen Abweichungen beim Photostrom kommen. Das liegt daran, dass dann nicht der komplette Lichtstrahl die Photokathode trifft und deshalb weniger Elektronen herausgelöst werden können. In der Folge wird der Photostrom niedriger. Besonders hohen Unsicherheiten unterlag der Versuch dadurch, dass sich die Photozelle nicht gut mit der drehenden Platte mitdrehte. Wurde ein neuer Winkel eingestellt, so musste die Zelle nachjustiert werden, wodurch es zu hohen Schwankungen zwischen den Messwerten kam.

## Literatur

- [1] *Brechungsindex von Silizium*. URL: <https://www.korth.de/material/detail/Silizium>; abgerufen am 06.05.2022. 2022.
- [2] *Fresnel'sche Formeln*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2022.

## Anhang

✓ 407-Fresnel Formeln  
Nullstrom: 0,54 mA unter 0° Polarisation  
0,54 mA unter 90° Polarisierung

Abbildung 4: Originale Messdaten.

Winkel	Strom/ $\mu$ A	Winkel	Strom/ $\mu$ A
10	4,7	10	2,4
12	4,4	12	1,8
14	3,8	14	1,8
16	3,7	16	1,5
18	2,5	18	1,3
20	2,2	20	1,2
22	2,1	22	1,0
24	1,6	24	1,0
26	1,2	26	0,9
28	0,9	28	0,8
30	0,8	30	0,77
32	0,5	32	0,82
34	0,8	34	0,74
36	0,8	36	0,75
38	0,75	38	0,72
40	0,7	40	0,79
42	0,55	42	0,79
44	0,50	44	0,64
46	0,54	46	0,77
48	0,44	48	0,63
50	0,42	50	0,72
52	0,45	52	0,65
54	0,41	54	0,68
56	0,35	56	0,66
58	0,37	58	0,65
60	0,35	60	0,63
62	0,35	62	0,72
64	0,36	64	0,77
66	0,35	66	0,71
68	0,32	68	0,72
70	0,3	70	0,74
72	0,3	72	0,75
74	0,28	74	0,78
76	0,25	76	0,77
78	0,22	78	0,82
80	0,22	80	0,85
82	0,25	82	0,95
84	0,42	84	0,94
86	0,83	86	1,1
88	0,52	88	0,6
90			10 $\mu$ A
$\hookrightarrow$ S-Polarisiert			
$\hookrightarrow 0^\circ$			
R. Popp 03.05.22			

Abbildung 5: Originale Messdaten.