

V 101

Das Trägheitsmoment

Felix Symma

felix.symma@tu-dortmund.de

Joel Koch

joel.koch@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.11.2021

Abgabe: 07.12.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Versuchsaufbau	4
3.2 Bestimmung der Apperaturkonstanten	4
3.3 Trägheitsmoment zweier Körper	5
3.4 Trägheitsmoment einer Holzpuppe	5
4 Auswertung	7
4.1 Apparatekonstante	7
4.2 Trägheitsmomente einfacher Körper	10
4.3 Trägheitsmoment einer Modellpuppe	11
5 Diskussion	17
Literatur	18

1 Einleitung

Ziel dieses Versuches ist es, die Trägheitsmoment von verschiedenen Körpern zu bestimmen. Außerdem soll der Steiner'sche Satz verifiziert werden.

2 Theorie

Ein Trägheitsmoment ist immer bezüglich einer Achse definiert, um die sich das zu beobachtende Objekt dreht. Dreht sich ein ausgedehnter Körper um eine feste Achse, so dreht sich jedes einzelne Massenelement m_i des Körpers und es folgt das Gesamtträgheitsmoment des Körpers zu

$$I = \sum_i r_i^2 \cdot m_i.$$

Dabei ist r_i der Abstand des i-ten Massenelements m_i senkrecht zur Drehachse. Für unendlich viele infinitesimal kleine Massenelemente geht die Gleichung Abschnitt 2 in die Relation

$$I = \int r_{\perp}^2 dm \quad (1)$$

über. Für die Beschreibung komplexerer Körper, wird der beschriebene Körper in einzelne Teilkörper aufgeteilt. Das Gesamtträgheitsmoment ergibt sich dann als die Summe der Trägheitsmomente der Teilkörper. Dabei ist darauf zu achten, dass alle aufsummierten Körper sich auf die gleiche Achse beziehen. Ist die Drehachse nicht gleich der Schwerpunktsache des Körpers, so liefert der *Steiner'sche Satz* einen Weg zur Berechnung des Trägheitsmomentes I

$$I = I_S + ma^2, \quad (2)$$

sofern die beiden Achsen parallel zueinander sind. Dabei ist I_S das Trägheitsmoment des Körpers bei Drehung um die Schwerpunktsache, m die Masse des Körpers und a der Abstand der Schwerpunktsache zur Drehachse. Wirkt auf einen Körper im Abstand \vec{r} eine Kraft \vec{F} , so wirkt auf ihn ein *Drehmoment*, was wie folgt definiert ist.

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$$

Eine Spiralfeder, wie sie auch an der Apparatur in dem Versuch angebracht ist, verrichtet ein Drehmoment, das der Auslenkung entgegengerichtet ist. Es folgt damit der Zusammenhang.

$$\vec{M} = -D\vec{\varphi} \quad (3)$$

Dabei ist D die Winkelrichtgröße, beziehungsweise der Proportionalitätsfaktor und $\vec{\varphi}$ der Auslenkwinkel [2]. Unter einer solchen Voraussetzung führt der Körper eine harmonische Schwingung aus, dessen Periodendauer wie folgt lautet.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (4)$$

Aus Gleichung 1 folgen die Trägheitsmomente für einfache Körper, die Abbildung 1 zu entnehmen sind.

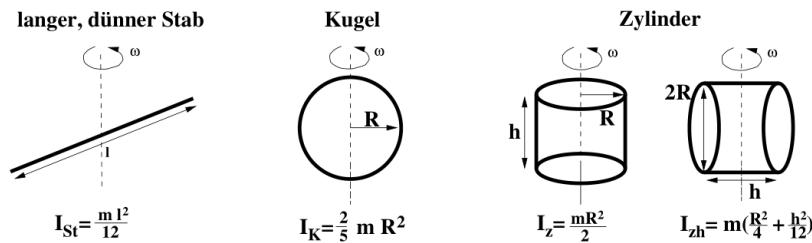


Abbildung 1: Trägheitsmomente einfacher Körper [1].

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Für die Durchführung des Versuches wird eine Drehachse verwendet. Diese besteht aus einer Achse, die beidseitig in einem Rahmen drehbar gelagert ist. Die Achse ist außerdem über eine Spiralfeder mit dem Rahmen verbunden. Am oberen Ende der Achse können verschiedene Objekte platziert werden.

3.2 Bestimmung der Apperaturkonstanten

Zuerst müssen die Winkelrichtgröße D und das Eigenträgheitsmoment T_D der Drilachse bestimmt werden, da diese für die spätere Bestimmung der Trägheitsmomente notwendig sind.

Zur Bestimmung der Winkelrichtgröße wird auf die Achse eine weitere senkrechte Achse montiert. An der senkrechten Achse kann dann mit einer Federwaage, bei einem festen Abstand zum Mittelpunkt, die rücktreibende Kraft der Feder, zu einem zugehörigen Winkel, gemessen werden.

Um einen genauen Wert für die Winkelrichtgröße zu erhalten wird diese Messung für zehn verschiedene Winkel bei einem Abstand von 10 cm durchgeführt.

Bei der Bestimmung des Eigenträgheitsmomentes I_D wird ebenfalls die senkrechte Achse auf der Drillachse benötigt. An dieser werden an beiden Enden identische Gewichte mit dem gleichen Abstand zum Mittelpunkt angebracht. Es wird dann das System in Schwingung versetzt, wobei die Schwingungsdauer gemessen wird. Diese Messung wird ebenfalls zehn mal mit verschiedenen Abständen der Gewichte zum Mittelpunkt wiederholt.

Um Messfehler durch die Reaktionszeit zu minimieren, wird die Zeit von jeweils fünf Schwingvorgängen gestoppt und diese dann durch fünf geteilt, um einen gemittelten Wert für einen Schwingvorgang zu erhalten.

3.3 Trägheitsmoment zweier Körper

Zur Bestimmung der Trägheitsmomente verschiedener Körper werden diese zunächst nacheinander auf der Drillachse montiert. Die Drillachse wird dann um einen festen Winkel ausgelenkt und die Schwingungsdauer gemessen. Auch hier wird erneut die Zeit von zehn Schwingvorgängen gemessen und diese dann durch zehn geteilt, um einen gemittelten Wert für eine Schwingperiode zu erhalten.

Dies wird im Anschluss alles für den zweiten Körper wiederholt.

3.4 Trägheitsmoment einer Holzpuppe

Das Trägheitsmoment einer Holzpuppe soll für zwei verschiedene Stellungen bestimmt werden. Zunächst werden die einzelnen Körperteile der Puppe vermessen und die Puppe gewogen. Für die Messung wird die Puppe auf der Drillachse befestigt. Bei der ersten Stellung sind die Beine parallel zur Drehachse angelehnt, die Arme hingegen nach Außen ausgestreckt siehe Abbildung 2. Die Puppe wird nun in Schwingung versetzt, wobei die Messung der Schwingungsdauer analog zu den vorherigen Körpern abläuft. Sie wird allerdings separat für zwei Auslenkwinkel, nämlich 90° und 120° Grad gemessen.

Für die zweite Stellung werden neben den Armen auch noch die Beine der Puppe nach vorne bzw. hinten ausgelenkt Abbildung 3. Die Messung passiert wieder analog zur ersten Stellung.



Abbildung 2: Erste Stellung der Puppe

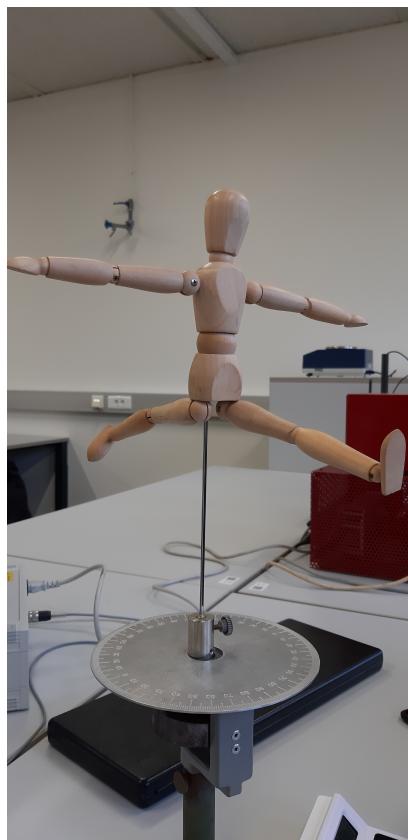


Abbildung 3: Zweite Stellung der Puppe

4 Auswertung

4.1 Apparatekonstante

Aus Tabelle 1 lassen sich die Messwerte der Kraft F unter der Auslenkung φ entnehmen, woraus sich die Winkelrichtgröße D über Gleichung 3 mit dem konstanten Abstand $a = 10 \text{ cm}$ berechnet.

Tabelle 1: Winkelrichtgröße D .

Auslenkung φ / DEG	F / N	D / N m
70	0,20	0,01637
80	0,24	0,01719
90	0,28	0,01783
100	0,33	0,01891
110	0,35	0,01823
120	0,39	0,01862
130	0,41	0,01807
140	0,47	0,01924
150	0,49	0,01872
160	0,52	0,01862
170	0,55	0,01854

Es ergebnit sich der Mittelwert für die Winkelrichtgröße zu

$$\bar{D} = (0,01821 \pm 0,0008274) \text{ N m.} \quad (5)$$

Das Trägheitsmoment der Drillachse ergibt sich mit zwei Gewichten. Sie haben ein zylinderförmiges Gewicht von $m_1 = (223.2 \pm 0.1)\text{g}$ und $m_2 = (222.8 \pm 0.1)\text{g}$ und jeweils eine Höhe $h = 30\text{ mm}$ und einen Durchmesser $d = 35\text{ mm}$. Tabelle 2 sind die Messwerte der Schwingungsdauer der beiden Gewichte T unter einem Abstand a zu entnehmen.

Tabelle 2: Messwerte zum Eigenträgheitsmoment I_D .

Schwingungsdauer T / s	Abstand a / mm
3,08	60
3,40	80
4,32	100
4,83	120
4,32	140
4,83	160
5,37	180
5,76	200
6,28	220
7,36	240

Die Trägheitsmomente der beiden Gewichte lassen sich mithilfe Gleichung 2 vereinfachen. Zur Berechnung des Trägheitsmomentes der Drillachse I_D , wird eine lineare Regression der Form

$$T^2 = ba^2 + c \quad (6)$$

verwendet. Die Messwerte und die Regression sind in Abbildung 4 aufgetragen. Die Trägheitsmomente werden mit

$$I_{\text{Stab}} = \frac{1}{12}ml^2$$

$$I_{\text{Zylinder}} = m\left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)$$

berechnet ([1]). Die abgebildete lineare Regression der Form $y = ax + b$ liefert die folgenden Werte

$$a = 0,828 \pm 0,008254 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^2},$$

$$b = 6,648 \pm 0,2572 \text{s}^2.$$

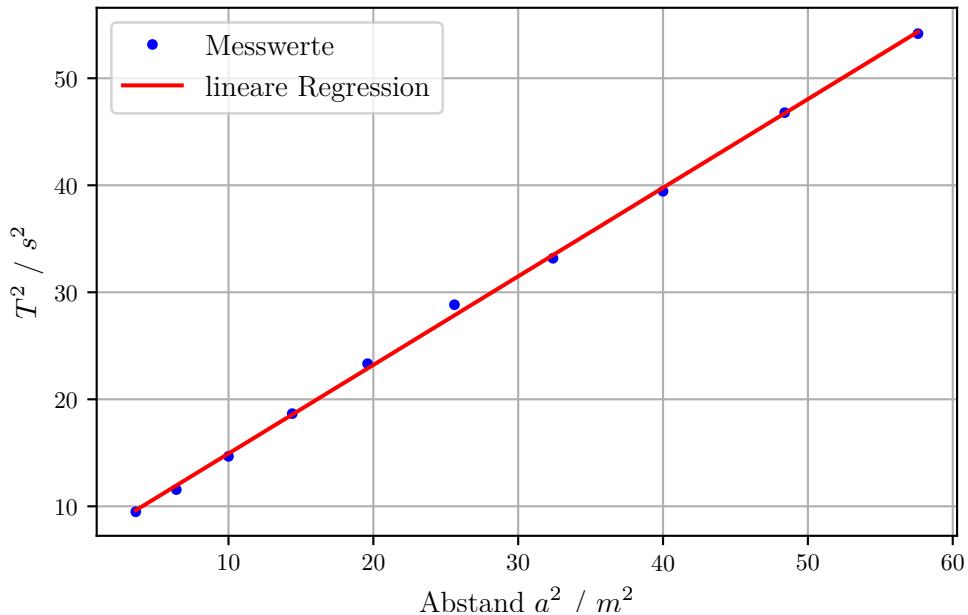


Abbildung 4: Messwerte und lineare Regression

Daraus folgt für das Trägheitsmomentes der Drillachse mit

$$I_D = \frac{bD}{4\pi^2} - 2m\left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right)$$

und

$$\Delta I_D = \sqrt{\left(\frac{b}{4\pi^2}\right)^2(\Delta D)^2 + \left(\frac{D}{4\pi^2}\right)^2(\Delta b)^2}$$

der Wert $I_D = (2,999 \pm 0,1830) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$.

4.2 Trägheitsmomente einfacher Körper

Untersucht werden ein Zylinder und eine Kugel, dessen Rotationsachse je die Schwerpunktsachse der beiden Körper ist. Die Trägheitsmomente des Zylinders und das der Kugel berechnen sich nach Abbildung 1.

Die Werte der beiden Körper sind

$$\begin{aligned} m_{\text{Kugel}} &= (810,9 \pm 0,1) \text{ g}, \\ d_{\text{Kugel}} &= 12,7 \text{ cm}, \\ m_{\text{Zylinder}} &= (367,8 \pm 0,1) \text{ g}, \\ d_{\text{Zylinder}} &= 8,72 \text{ cm}, \\ h &= 9,00 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die Theoriewerte der Trägheitsmomente für den Zylinder und für die Kugel

$$\begin{aligned} I_{\text{Kugel,Theorie}} &= 1.306 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2, \\ I_{\text{Zylinder,Theorie}} &= 0.349 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2. \end{aligned}$$

Die gemessenen Schwingungsduern wurden in Tabelle 3 aufgeführt. Die gemittelten Periodendauern wurden dazu benutzt durch Gleichung 4 die Trägheitsmomente der Körper zu berechnen.

Tabelle 3: gemessene Periodendauern.

$T_{\text{Zylinder}} / \text{s}$	$T_{\text{Kugel}} / \text{s}$
0.876	1.706
0.856	1.724
0.828	1.708
0.848	1.692
0.843	1.691
0.847	1.699
0.804	1.684
0.822	1.677
0.862	1.697
0.828	1.687

Damit ergeben sich die Mittelwerte zu

$$T_{\text{Zylinder}} = 0,8414 \pm 0,02012 \text{ s}$$

und

$$T_{\text{Kugel}} = 1,6965 \pm 0,01289 \text{s}$$

Durch die Gauß'scher Fehlerfortpflanzung 7

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{2DT}{4\pi^2}\right)^2(\Delta T)^2 + \left(\frac{T^2}{4\pi^2}\right)^2(\Delta D)^2} \quad (7)$$

ergeben sich die Trägheitsmomente zu

$$I_{\text{Zylinder}} = (5,685 \pm 0,6501) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$$

und

$$I_{\text{Kugel}} = (23,110 \pm 2,4260) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2.$$

4.3 Trägheitsmoment einer Modellpuppe

Zur Bestimmung des Trägheitsmomentes der Modellpuppe wird die Puppe in einzelne Teile unterteilt. Dabei wird angenommen, dass sich die einzelnen Gliedmaßen durch Zylinder approximieren lassen können und eine homogene Massenverteilung besitzt. Die Volumina der Einzelteile werden durch

$$V = \pi r^2 h \quad (8)$$

bestimmt. Danach werden die Massenanteile der Einzelteile bestimmt. Die Gesamtmasse der Puppe beträgt

$$m_{\text{ges}} = (166.8 \pm 0.1) \text{g}.$$

Die Abmaße der Körperteile werden jeweils, über die gesamte Länge verteilt, fünf mal gemessen. Somit wird auf die unterschiedlichen Radien der Glieder Rücksicht genommen, zum Beispiel ist beim Arm der Oberarm dicker, als der Unterarm. Die Mittelwerte werden dazu genutzt die Trägheitsmomente auszurechnen.

Tabelle 4: Durchmesser der Körperteile.

$d_{\text{Arm}} / \text{cm}$	$d_{\text{Kopf}} / \text{cm}$	$d_{\text{Bein}} / \text{cm}$	$d_{\text{Torso}} / \text{cm}$
13.3	17.6	13.4	40.0
16.1	19.0	16.5	33.4
14.0	21.7	17.2	28.1
16.8	30.6	16.0	36.4
11.2	32.2	20.9	36.5

Tabelle 4 sind die Messwerte zu den Durchmessern der einzelnen Körperteile zu entnehmen.

Als Mittelwerte ergaben sich dadurch

$$\begin{aligned}d_{\text{Arm}} &= (14,28 \pm 2,0094) \text{ cm}, \\d_{\text{Kopf}} &= (24,24 \pm 6,0566) \text{ cm}, \\d_{\text{Bein}} &= (16,8 \pm 2,4191) \text{ cm}, \\d_{\text{Torso}} &= (34,88 \pm 3,9827) \text{ cm}.\end{aligned}$$

Die Längen der Körperteile sind

$$\begin{aligned}l_{\text{Arm}} &= 0,0870 \text{ m}, \\l_{\text{Unterarm}} &= 0,0410 \text{ m}, \\l_{\text{Bein}} &= 0,1244 \text{ m}, \\l_{\text{Torso}} &= 0,0657 \text{ m}, \\l_{\text{Unterarm}} &= 0,0164 \text{ m}.\end{aligned}$$

Das Volumen eines Zylinders ist gegeben durch Gleichung 8 mit Fehlerfortpflanzung

$$\Delta V = \sqrt{(2\pi Lr)^2(\Delta r)^2}$$

Daraus folgen die Volumina

$$\begin{aligned}V_{\text{Arm}} &= (0,001393 \pm 0,0007843) \text{ m}^3, \\V_{\text{Kopf}} &= (0,007458 \pm 0,001891) \text{ m}^3, \\V_{\text{Bein}} &= (0,002758 \pm 0,001588) \text{ m}^3, \\V_{\text{Torso}} &= (0,001156 \pm 0,002870) \text{ m}^3.\end{aligned}$$

Für das Gesamtvolumen lautet die Fehlerfortpflanzung

$$\Delta V_{\text{Ges}} = \sqrt{(\Delta V_{\text{Torso}})^2 + 4(\Delta V_{\text{Arm}})^2 + 4(\Delta V_{\text{Bein}})^2 + (\Delta V_{\text{Kopf}})^2}. \quad (9)$$

Dadurch ergibt sich als Gesamtvolumen

$$V_{\text{Ges}} = 0,012765 \pm 0,005387 \text{ m}^3.$$

Es werden die Trägheitsmomente für zwei unterschiedliche Stellungen der Puppe berechnet. Abbilder der Stellungen der Puppe sind im folgenden dargestellt unter Abbildung 2 und unter Abbildung 3. Als erster wurde das Trägheitsmoment in der Stellung 1 und danach in der Stellung 2 gemessen. Die Abstände der Körperteile zur Drehachse ergeben sich über die Radien der Körperteile.

Damit ergeben sich die theoretischen Trägheitsmomente für die erste Stellung mit Gleichung 2 zu

$$\begin{aligned} I_{\text{Arm}} &= 0.70351 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Kopf}} &= 0.715769 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Bein}} &= 0.127145 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Torso}} &= 0.229718 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Puppe}} &= 2.60682 \text{kgm}^2. \end{aligned}$$

Analog ergeben sich die theoretischen Trägheitsmomente für die zweite Stellung mit Gleichung 2 zu

$$\begin{aligned} I_{\text{Arm}} &= 0.70351 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Kopf}} &= 0.715769 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Bein}} &= 1.20679 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Torso}} &= 0.229718 \text{kgm}^2, \\ I_{\text{Puppe}} &= 4.76611 \text{kgm}^2. \end{aligned}$$

Das Verhältnis der Trägheitsmomente der beiden Stellungen zueinander ist somit

$$\frac{I_{\text{Stellung 1}}}{I_{\text{Stellung 2}}} = 0,55 \pm 0,07.$$

Die Trägheitsmomente wurden analog zu denen der Kugel und des Zylinders berechnet. Es werden nun die Trägheitsmomente der Puppe gemessen. Dabei sind die Schwingungsdauern in Tabelle 5 aufgelistet. T_1 entspricht der Stellung 1 unter Auslenkung um 90° , T_2 der Stellung 1 unter Auslenkung um 120° . Analog dazu sind T_3 und T_4 für die Stellung 2. Gemäß Gleichung 4 folgt für die Puppe

$$I_{\text{Puppe}} = \frac{T^2 D}{4\pi^2} - I_D$$

Tabelle 5: Schwingungsdauer.

T_1 / s	T_2 / s	T_3 / s	T_4 / s
0.792	0.790	1.094	1.070
0.816	0.906	1.148	1.098
0.840	0.784	1.096	1.096
0.798	0.784	1.058	1.084
0.816	0.812	1.144	1.198

Als Mittelwert ergibt sich dadurch

$$\overline{T_{\text{Stellung 1}}} = 0.8138 \text{ s},$$
$$\overline{T_{\text{Stellung 2}}} = 1.1086 \text{ s},$$

woraus die Trägheitsmomente folgen

$$I_{\text{Stellung 1}} = (0,3055 \pm 0,03100) \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2,$$
$$I_{\text{Stellung 2}} = (0,5669 \pm 0,05034) \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2.$$

Das Verhältnis der Trägheitsmomente der beiden Stellungen zueinander ist somit

$$\frac{I_{\text{Stellung 1}}}{I_{\text{Stellung 2}}} = 0,54 \pm 0,07.$$

V101: Das Trägheitsmoment)

Federwaage, Abstand pro Abschnitt = 20 mm

Winkel φ in Grad Kraft F in N Abstand r in mm

70	0,20	100
80	0,24	
90	0,28	
100	0,33	
110	0,35	
120	0,39	
130	0,41	
140	0,47	
150	0,49	
160	0,52	
170	0,55	

Gewicht 1: 23,2 \pm 0,1 g } zusammen: 445,9 \pm 0,1 g
Gewicht 2: 22,0 \pm 0,1 g }

Gewicht 2: 30 mm hoch, 35 mm Durchmesser
Gewicht 1: 30 mm hoch, 35 mm "

Schwingungsdauer T in s Abstand a in mm

3,08	80
3,40	80
3,83	100
4,32	120
4,82	140
5,37	160
5,76	180
6,28	200
6,84	220
7,36	240

Zylinder: 367,8 \pm 0,1 g Durchmesser D
L-T₁ 8,76 cm Höhe 9,00 mm

\uparrow
 $D_1 = 8,76 \text{ cm}$ $T_1 \text{ in } \frac{1}{10} \text{ s}$ $T_2 \text{ in } \frac{1}{10} \text{ s}$
 $D_2 = 8,77 \text{ cm}$
 $D_3 = 8,80 \text{ cm}$
 $D_4 = 8,77 \text{ cm}$
 $D_5 = 8,78 \text{ cm}$

Kugel: 810,9 \pm 0,1 g
D₁ = 12,70 cm $T_1 = 17,06$
D₂ = 12,68 cm $T_2 = 17,24$
D₃ = 12,55 cm $17,08$
D₄ = 12,60 cm $16,82$
D₅ = 12,70 cm $16,91$

L-T₂ K.G.

Abbildung 5: Originale Messdaten.

Puppe: 160,8 g ± 0,9			
Arm:	D ₁ = 13,3	cm	
	D ₂ = 16,1	cm	
	D ₃ = 14,0	cm	
	D ₄ = 16,8	cm	
	D ₅ = 19,2	cm	
Kopf:	D ₆ = 13,6	cm	
	D ₇ = 13,0	cm	
	D ₈ = 21,7	cm	
	D ₉ = 20,6	cm	
	D ₁₀ = 32,2	cm	
Bein:	D ₁₁ = 13,1	cm	
	D ₁₂ = 16,5	cm	
	D ₁₃ = 16,2	cm	
	D ₁₄ = 16,0	cm	
	D ₁₅ = 20,9	cm	
Torso:	D ₁₆ = 40,0	cm	
	D ₁₇ = 33,4	cm	
	D ₁₈ = 28,1	cm	
	D ₁₉ = 36,4	cm	
	D ₂₀ = 36,5	cm	
T ₁	= Stellung 1, 90°		
T ₂	= Stellung 2, 170°		
T ₃	= Stellung 3, 90°		
T ₄	= Stellung 4, 120°		
T ₅ in s/5	T ₆ in s/5	T ₇ in s/5	T ₈ in s/5
3,96	3,95	5,47	5,35
4,08	4,03	5,24	5,43
4,20	3,92	5,48	5,41
3,95	3,92	5,29	5,42
4,08	4,06	5,72	5,39
			1,58

Abbildung 6: Originale Messdaten.

5 Diskussion

Die Messwerte unterscheiden sich zum Teil recht stark von den Theoriewerten, was vermutlich daran liegt, dass große Messfehler in die Berechnung der Werte eingegangen ist. So wurde beim Messen der Durchmesser der jeweiligen Körperteile nicht auf die unterschiedlich breiten Einzelteile eingegangen (beim Arm zum Beispiel bei Ober- und Unterarm), sondern ein Mittelwert für den Durchmesser des gesamten Körperteiles genommen.

Ein weiterer großer Faktor für Abweichungen von den Theoriewerten ist das Messen der Periodendauer. Zum Stoppen der Zeit einer Periodendauer wurde eine Stoppuhr verwendet, die manuell ausgelöst und gestoppt werden musste. Durch menschliche Verfehlungen, wie zum Beispiel der Reaktionszeit, wurden die Zeiten verfälscht. Es wurde zwar versucht durch eine höhere Anzahl an Messungen dieser Unsicherheit vorzubeugen, jedoch spielt sie dennoch in das Endergebnis mit ein.

Es müssen die Näherungen der Puppe miteinbezogen werden. So wurden alle Körperteile, auch der Kopf, auf Zylinder approximiert. Auch wurde für die Gliedmaßen nicht beide einzelne Glieder gemessen und dessen Trägheitsmomente berechnet, sondern wurde für ein Glied das Trägheitsmoment exemplarisch bestimmt und in dem Gesamtträgheitsmoment doppelt einbezogen.

Bei den Apparatekonstanten wurde das Trägheitsmoment auf $I_D = (2,999 \pm 0,183) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2$ und die Winkelrichtgröße auf $(0,01821 \pm 0,00082) \text{N m}$ bestimmt. Die theoretischen Trägheitsmomente der Kugel und des Zylinders sind

$$I_{\text{Zylinder,Theorie}} = 0.349 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2,$$
$$I_{\text{Kugel,Theorie}} = 1.306 \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2.$$

Und die Trägheitsmomente der beiden Körper, die aus den Schwingungsdauern berechnet wurden sind

$$I_{\text{Zylinder}} = (5,685 \pm 0,6501) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2,$$
$$I_{\text{Kugel}} = (23,110 \pm 2,4260) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2.$$

Dies entspricht einer Abweichung von 1628,94% bei dem Zylinder und 1769,52% bei der Kugel.

Die theoretischen Werte der einzelnen Körperteile und der Modellpuppe selbst, sind für

die erste Stellung

$$\begin{aligned}I_{\text{Arm}} &= 0.70351 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Kopf}} &= 0.715769 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Bein}} &= 0.127145 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Torso}} &= 0.229718 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Puppe},1} &= 2.60682 \text{kgm}^2.\end{aligned}$$

Für die zweite Stellung sind die Werte

$$\begin{aligned}I_{\text{Arm}} &= 0.70351 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Kopf}} &= 0.715769 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Bein}} &= 1.20679 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Torso}} &= 0.229718 \text{kgm}^2, \\I_{\text{Puppe},2} &= 4.76611 \text{kgm}^2.\end{aligned}$$

Und die Trägheitsmomente aus den Schwingungsdauern sind

$$\begin{aligned}I_1 &= (0,3055 \pm 0,03100) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2, \\I_2 &= (0,5669 \pm 0,05034) \cdot 10^{-3} \text{kgm}^2.\end{aligned}$$

Das entspricht einer Abwertung des experimentellen Wertes von dem Theoriewert um 41.33% für die erste Stellung und 37.49% für die zweite Stellung.

Es ergibt sich ein Verhältnis für den theoretischen Wert der beiden Stellungen zu

$$\frac{I_1}{I_2} = 0,5469 \pm 0,07. \quad (10)$$

Und für den experimentellen Wert

$$\frac{I_1}{I_2} = 0,5389 \pm 0,07.$$

Dies entspricht einer Genauigkeit von 1,46%.

Da bei der Puppe so viele Approximierungen vorgenommen wurden ist allerdings davon auszugehen, dass der experimentell bestimmte Wert näher am tatsächlichen Wert ist, als der theoretisch bestimmte Wert.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 101: Das Trägheitsmoment*. 2021.
- [2] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. 25. Aufl. Springer, 2015.