

v21

Optisches Pumpen

Joel Koch

joel.koch@tu-dortmund.de

Felix Symma

felix.symma@tu-dortmund.de

Durchführung: 08.05.2023

Abgabe: 12.05.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Der Zeeman-Effekt	3
2.2 Die Hyperfeinstruktur	4
2.3 Methode: Optisches Pumpen	4
2.4 Der quadratische Zeeman-Effekt	6
3 Aufbau	6
4 Durchführung	7
5 Auswertung	7
5.1 Messung des Erdmagnetfeldes und Bestimmung der Resonanzen	7
5.2 Bestimmung der Landé-Faktoren und der Kernspins	10
5.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses	10
5.4 Bestimmen des quadratischen Zeeman-Effektes	11
6 Diskussion	11
Literatur	12

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuches ist die Bestimmung des Kernspins von den Rubidium-Isotopen ^{85}Rb und ^{87}Rb , durch optisch induzierte, nicht-thermische Besetzung bei Hochfrequenz-Strahlung.

2 Theorie

2.1 Der Zeeman-Effekt

Jedem Elektron, auf jedem Energieniveau eines Atoms, kann ein Gesamtdrehimpuls \vec{J} , bestehend aus dem Elektronenspin \vec{S} und dem Bahndrehimpuls \vec{L} und ein zugehöriges magnetisches Moment

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -g_J \mu_B \vec{J} \quad (1)$$

zugeordnet werden. Für den Betrag des magnetischen Moments gilt

$$|\vec{\mu}_J| = -g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}. \quad (2)$$

Hierbei beschreibt μ_B das bohrsche Magneton und g_J den Landé-Faktor

$$g_J = 1 + \frac{J + (J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (3)$$

Für die magnetischen Momente μ_L und μ_S gilt

$$\vec{\mu}_L = -\mu_B \vec{L} \quad (4)$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \mu_B \vec{S} \quad (5)$$

und

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (6)$$

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (7)$$

mit $g_S = 2,00232$ als Landé-Faktor des freien Elektrons. Falls das Atom zusätzlich von einem externen Magnetfeld umgeben ist, wechselwirkt es mit den Elektronen und führt zu einer Aufspaltung der Energieniveaus in $2J+1$ Unterniveaus. Dies wird als Zeeman-Effekt bezeichnet. Die Wechselwirkungsenergie ist dabei gegeben durch

$$W = g_J \mu_B B M. \quad (8)$$

Hierbei muss berücksichtigt werden, dass sich die zu \vec{B} senkrechte Komponente zeitlich herausmittelt und dass die Richtungsquantelung nur ganzzahlige Werte von $M \in [-J, J]$ zulässt.

2.2 Die Hyperfeinstruktur

Zusätzlich zur Feinstrukturaufspaltung, welche durch die Wechselwirkung der Ladung des Elektrons mit seinem Drehimpuls entsteht, muss für reale Atomen außerdem die Hyperfeinstrukturaufspaltung beachtet werden.

Bei schwachen Magnetfeldern koppeln der Kernspin \vec{I} und Drehimpuls des Elektrons \vec{J} zum Gesamtdrehimpuls $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ des Atoms. Das magnetische Moment des Kerns richtet sich dann im Magnetfeld des Elektrons gequantelt aus, was eine zusätzliche Aufspaltung der Feinstrukturniveaus in $F \in [|I - J|, I + J]$ Hyperfeistruktturniveaus zur Folge hat.

Befindet sich das Atom in einem schwachen externen Magnetfeld B , so findet zusätzlich, durch den Zeeman-Effekt, die Aufspaltung der Hyperfeinstruktturniveaus in $2F + 1$ -Zeeman-Niveaus, mit einer jeweiligen Energiedifferenz von

$$E_{\text{HF}} = g_F \mu_B, \quad (9)$$

statt. Der hierbei verwendete Landé-Faktor g_F ist gegeben durch

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)}. \quad (10)$$

2.3 Methode: Optisches Pumpen

Für die Methode des optischen Pumpens werden zwei ungleiche Zustände auf der äußeren Elektronschale betrachtet. Die Besetzung der äußeren Schale folgt im thermischen Gleichgewicht einer Boltzmann-Verteilung. Das Verhältnis der Besetzungszahlen N_i der Zustände ist somit gegeben als

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \frac{\exp(-W_2/k_B T)}{\exp(-W_1/k_B T)}. \quad (11)$$

Hierbei beschreiben W_i die Energie des i -ten Zustands, T die Temperatur und g_i die statistischen Gewichte.

Als optisches Pumpen bezeichnet man nun die gezielte Änderung der Besetzungszahlen vom thermischen Gleichgewicht. Bei andauerndem Pumpen kann auch eine Besetzungsinversion erreicht werden. Dies hätte zur Folge, dass nur Photonen der Energie

$$hf = W_2 - W_1 \quad (12)$$

absorbiert bzw. emittiert werden würden. Dadurch lässt sich die Differenz $W_2 - W_1$ bestimmen. Dies gilt allerding nur für $kT \gg hf$. Das ist genau dann der Fall, wenn der Zeeman-Effekt auf die Hyperfeinstruktur wirkt.

Für den vorliegenden Versuch soll Optisches Pumpen bei dem Alkalimetall Rubidium durchgeführt werden. Eine Visualisierung der Energieniveaus von Rubidium ist Abbildung 1 zu entnehmen.

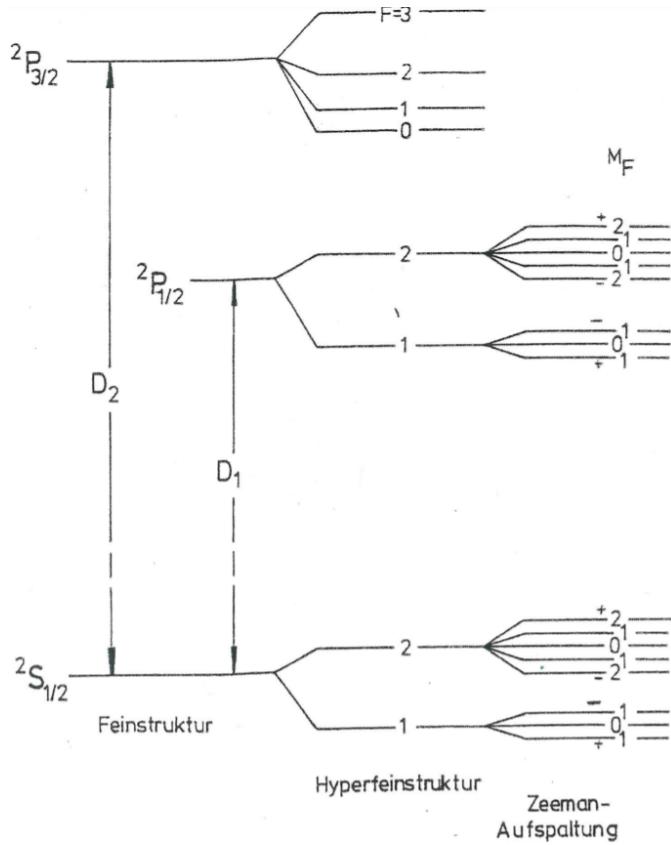


Abbildung 1: Darstellung der D_1 und D_2 Übergänge in Rubidium.

Das Optische Pumpen soll hierbei durch D_1 -Licht passieren. Die elektronen weden also aus ihrem Grundzustand $^2S_{1/2}$ in den ersten angeregten Zustand $^2P_{1/2}$ gehoben. Dabei ist zu beachten, dass es sich um rechtszirkular polarisierte Photonen handelt. Dessenhalb folgt der Übergang der Auswahlregel $\Delta M = 1$. Für linkszirkular polarisierte Photonen würde dementsprechen $\Delta M = -1$ und für Linearpolarisierte $\Delta M = 0$ gelten. Übergänge durch rechtszirkular polarisierte Photonen werden σ^+ - , durch linkszirkular polarisierte Photonen σ^- - und durch linearpolarisierte Photonen π -Übergänge genannt.

Da es sich bei der D_1 -Strahlung nun um rechtszirkular polarisiertes Licht handelt, werden alle Grundzustandsniveaus angeregt, die nicht gegen die Auswahlregel $\Delta M = 1$ verstößen würden. Wenn die Photonen dann aus ihrem angeregten Zustand zurück in den Grundzustand übergehen, sind alle Grundzustandsniveaus erlaubt. Es werden sich also nach Ablauf einiger Zeit die Elektronen in dem Zustand sammeln, aus dem sie nicht wieder angeregt werden können. Das Atom ist dann für die rechtszirkular polarisierten Photonen transparent und die Besetzungsinverson erreicht. Diese Besetzungsinverson lässt sich dann durch ein hochfrequentes RF-Feld aufheben, falls dieses mit der Resonanzfrequenz der Zeeman-Niveauübergänge ν_{res} oszilliert. Für ν_{res} gilt

$$\nu_{\text{res}} = g_F \mu_0 B / h. \quad (13)$$

In diesem Falle würden durch das RF-Feld induzierte Emissionen stattfinden, die die Besetzungsinversion und somit die Transparenz des Rubidiumdampfes aufheben. Ein Beispielhafter Verlauf für die Transparenz in Abhängigkeit der RF-Feldstärke ist in Abbildung 2 dargestellt. B_m ist hierbei die Resonanzstelle.

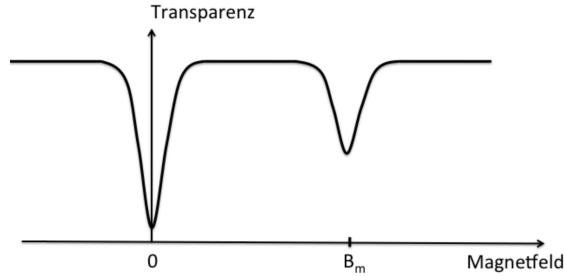


Abbildung 2: Darstellungen der Transparenzänderung einer Rubidiumdampfzelle bei Änderung der Feldstärke eines RF-Feldes.

2.4 Der quadratische Zeeman-Effekt

Bei der Berechnung des Zeeman-Effekts für starke Magnetfelder müssen quadratische Terme berücksichtigt werden. Die hieraus resultierenden Energiedifferenzen der Niveaus sind dann gegeben durch:

$$W = g_F \mu_0 B + g_F^2 \mu_0^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{\text{Hyp}}} \quad (14)$$

hierbei beschreibt ΔE_{Hyp} die Energiedifferenz der Hyperfeinstruktur niveaus.

3 Aufbau

Der für diesen Versuch verwendete Aufbau ist in Abbildung 3 abgebildet.

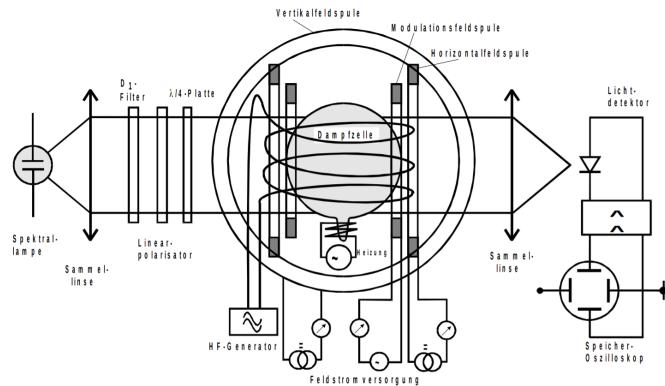


Abbildung 3: Schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbaus.

Das Licht stammt aus einer Rubidium-Spektrallampe. Es wird zunächst durch eine Sammellinse fokussiert und durchquert anschließend einen D₁-Filter, der es auf Licht mit der Wellenlänge $\lambda = 794,8\text{nm}$ reduziert. Danach wird das Licht durch zwei weitere Filter zunächst linear polarisiert und anschließend, durch eine $\frac{\lambda}{4}$ -Platte, rechtszirkular polarisiert. Nachdem es die Filter durchlaufen hat, trifft das polarisierte Licht nun auf die Rubidium Dampfzelle. Diese wird extern geheizt und ist von mehreren Spulen umgeben. Nachdem das Licht die Dampfzelle durchlaufen hat, wird es erneut durch eine Linse fokussiert und trifft dann auf ein Si-Photoelement, dass Schwankungen der Lichtintensität detektiert.

Von den drei Helmholtz-Spulenpaaren, die die Dampfzelle umgeben, ist eins vertikal ausgerichtet, um den vertikalen Anteil des Erdmagnetfeldes auszugleichen. Die beiden anderen Spulenpaare sind horizontal ausgerichtet. Eins von beiden ist ein Sweep-Spulenpaar und das andere ein RF-Spulenpaar.

4 Durchführung

Bevor die Messungen beginnen können, muss zunächst die Messapparatur justiert werden. Dafür werden die Sammellinsen so platziert, dass der Ausschlag am Lichtdetektor maximal wird. Dann wird der Tisch, auf dem die Apparatur steht, so ausgerichtet, dass der Lichtstrahl parallel oder antiparallel zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes ist. Die vertikale Komponente wird dann durch das vertikale Helmholtz-Spulenpaar ausgeglichen. Dieses wird eingestellt indem der Peak, der durch einen Einbruch der Transparenz der Rubidiumdampfzelle bei Abwesenheit eines Magnetfelds hervorgerufene wird, durch variieren der Feldstärke auf eine minimale Breite gebracht wird.

Im Anschluss kann die eigentliche Messung der Resonanzstellen der beiden Isotope beginnen. Hierzu wird die RF-Spule zunächst auf 100 kHz eingestellt und im Laufe des Versuches, in Schritten von 100 kHz, auf bis zu 1 MHz erhöht. Dabei werden für jede Frequenz jeweils die beiden Resonanzwerte der Feldstärke für die zwei Isotope ermittelt. Dabei ist es für höhere Frequenzen nötig, ein zusätzliches horizontales Feld hinzuzuschalten.

5 Auswertung

5.1 Messung des Erdmagnetfeldes und Bestimmung der Resonanzen

Bei ausgeschaltetem RF-Feld ist nach aufbauen der Apparatur ein breiter Peak zu sehen, der durch Kompensation der Erdmagnetfelder verkleinert werden sollen. Das dem Erdmagnetfeld entgegengerichtete Vertikalfeld ist dabei auf den folgenden Wert eingestellt worden,

$$B_{\text{vertikal}} = 36,013 \mu\text{T}.$$

Es wird die Stärke des gesamten horizontal angelegten Magnetfeldes aus der Abhängigkeit mit der Resonanzfrequenz der beiden Rubidium Isotope ⁸⁷Rb und ⁸⁵Rb bestimmt. Dabei

wird neben dem Sweep-Magnetfeld noch ein weiteres, horizontales Magnetfeld angelegt. Für das gesamte Magnetfeld folgt dabei,

$$B = B_{\text{sweep}} + B_{\text{horizontal}}. \quad (15)$$

Da an dem Gerät nur der Strom abzulesen ist, wird das Magnetfeld mithilfe der Gleichung der magnetischen Feldstärke innerhalb eines Helmholtz-Spulenpaars,

$$B = \mu_0 \frac{8IN}{\sqrt{125}R} \quad (16)$$

berechnet. Dabei ist I der abgelesene Strom, N die Windungszahl des Spulenpaars und R der Radius der Spulen. In Tabelle 1 und Tabelle 2 sind die in dem Versuch gemessenen Daten zur Bestimmung der Resonanz in Abhängigkeit der eingestellten Resonanzfrequenzen f_{RF} für das jeweilige Isotop aufgetragen. Mithilfe dieser Daten wurden in Abbildung 4 und Abbildung 5 die Daten gegen eine lineare Regression der Form

$$B = a \cdot f_{\text{RF}} + b \quad (17)$$

ausgewertet. Dabei sind die grün markierten Messwerte aus den Berechnungen ausgeschlossen worden, da sie zu sehr von den anderen Messwerten abwichen. Es ergeben sich für die beiden Isotope die folgenden Regressionswerte,

$$\begin{aligned} a_1 &= (1,4093 \pm 0,0150) \cdot 10^{-10} \frac{\text{MHz}}{\text{T}}, \\ b_1 &= (2,68 \pm 0,09) \cdot 10^{-5} \text{T}, \\ a_2 &= (2,066 \pm 0,034) \cdot 10^{-10} \frac{\text{MHz}}{\text{T}}, \\ b_2 &= (2,88 \pm 0,21) \cdot 10^{-5} \text{T}. \end{aligned}$$

Tabelle 1: Messdaten zu den Resonanzpositionen des ersten Isotops.

$f_{\text{RF}} / \text{MHz}$	$I_{\text{sweep}} / \text{A}$	$I_{\text{horizontal}} / \text{A}$
0.1	0.657	0.0
0.2	0.758	0.014
0.3	0.275	0.059
0.4	0.378	0.068
0.5	0.476	0.078
0.6	0.164	0.115
0.7	0.137	0.133
0.8	0.909	0.127
0.9	0.203	0.191
1.0	0.296	0.199

Tabelle 2: Messdaten zu den Resonanzpositionen des zweiten Isotops.

$f_{\text{RF}} / \text{MHz}$	$I_{\text{sweep}} / \text{A}$	$I_{\text{horizontal}} / \text{A}$
0.1	0.776	0.0
0.2	0.994	0.014
0.3	0.634	0.059
0.4	0.852	0.068
0.5	0.065	0.078
0.6	0.875	0.115
0.7	0.966	0.133
0.8	0.476	0.127
0.9	0.84	0.191
1.0	0.932	0.199

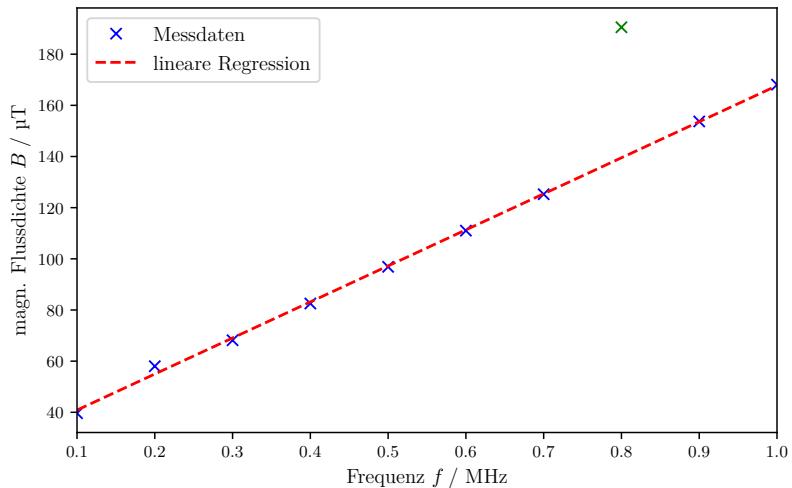


Abbildung 4: Grafische Auswertung der Messdaten des ersten Isotops.

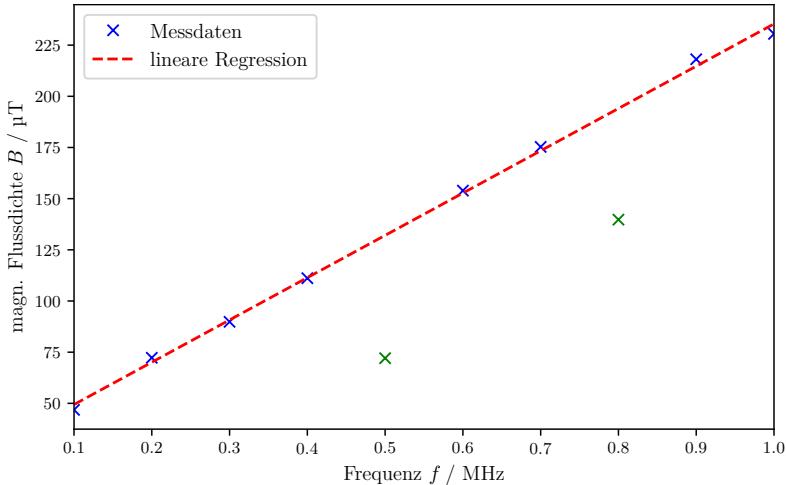


Abbildung 5: Grafische Auswertung der Messdaten des zweiten Isotops.

5.2 Bestimmung der Landé-Faktoren und der Kernspins

Zur Bestimmung der Landé-Faktoren wird die Gleichung

$$\omega_0 = g_F \frac{\mu_B}{h} B \text{ mit } a = \frac{h}{\mu_B} g_F \quad (18)$$

nach den Landé-Faktoren g_F umgestellt, wobei h das Plank'sche Wirkungsquantum, μ_B das Bohr'sche Magneton und a die in Unterabschnitt 5.1 ausgerechnete Steigung ist. Es ergeben sich die folgenden Werte,

$$g_{F_1} = 0.50710 \pm 0.00552, \\ g_{F_2} = 0.34578 \pm 0.00571.$$

Der Kernspin lässt sich mithilfe der Gleichung (10) berechnen. Mit den Quantenzahlen $J = S = \frac{1}{2}$ und $L = 0$ für Rubidium [1] ergeben sich die folgenden Kernspins für die jeweiligen Isotope

$$I_1 = 1.80066 \pm 0.02505, \\ I_2 = 2.87399 \pm 0.05568.$$

5.3 Bestimmung des Isotopenverhältnisses

Zur Bestimmung des Isotopenverhältnisses wird eine Aufnahme des Oszilloskopes bei $f_{\text{RF}} = 100 \text{ kHz}$ gemacht und aus dem Verhältnis der Amplituden auf das Verhältnis der Isotope geschlossen. Die Aufnahme des Oszilloskopes ist in Abbildung 6 zu sehen.

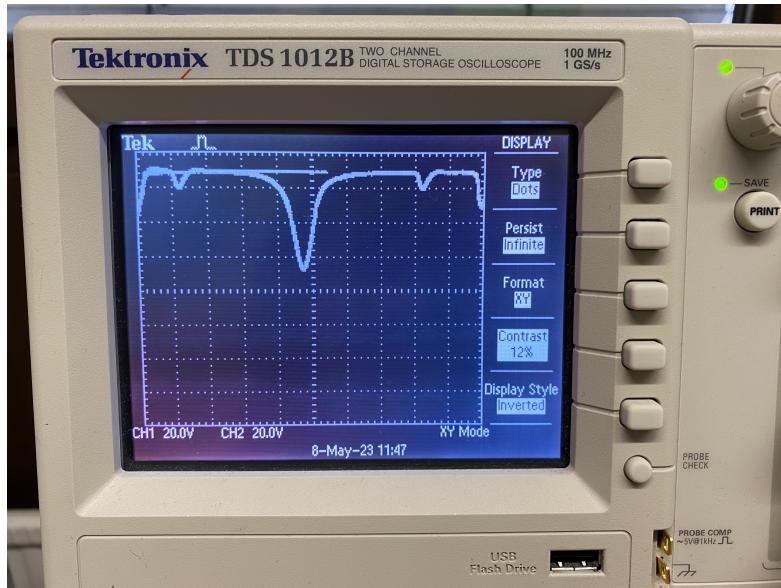


Abbildung 6: Fotografie des Signalverlaufs bei 100 kHz.

Damit folgt das Amplitudenverhältnis zu

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.2, \\ A_2 &= 0.5, \\ \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} &= 0.4. \end{aligned}$$

Es folgt demnach ein Isotopenverhältnis von 40 %.

5.4 Bestimmen des quadratischen Zeeman-Effektes

Die Energiedifferenzen der Niveaus beim quadratischen Zeeman-Effekt werden mit der Gleichung (14) berechnet. Mit den maximalen Magnetfeldern für die jeweiligen Resonanzstellen $B_1 = 168,0873 \mu\text{T}$ und $B_2 = 230,4972 \mu\text{T}$ folgt mit $m_F = 2$ für ^{87}Rb und $m_F = 2$ für ^{85}Rb und der Hyperfeinstrukturaufspaltung, die sich aus Gleichung (11) ergibt,

$$\begin{aligned} W_1 &= (4,93 \pm 0,05) \cdot 10^{-9} \text{ eV}, \\ W_2 &= (4,60 \pm 0,08) \cdot 10^{-9} \text{ eV}. \end{aligned}$$

6 Diskussion

Wenn die lineare Regression in Abbildung 4 und Abbildung 5 betrachtet wird, dann ist anzumerken, dass es zum Teil große Abweichungen von der Regressionsgerade gibt. Das ist auch an der Steigung zu erkennen, die für das erste Isotop ein Unsicherheit von 10 % und bei dem zweiten eine Unsicherheit von 14 % hat. Da das Isotop ^{85}Rb in der Natur

mit einem Anteil von 72 % deutlich häufiger vorkommt, folgt, dass der zweite Peak in den Resonanzen diesem Isotop zuzusprechen ist. Mit den jeweiligen Steigungen ergeben sich die Kernspins über die Landé-Faktoren zu den folgenden Werten,

$$I_1 = 1.80066 \pm 0.02505,$$

$$I_2 = 2.87399 \pm 0.05568.$$

Die Literaturwerte [2] sind dabei

$$I_{^{85}\text{Rb}} = 5/2,$$

$$I_{^{87}\text{Rb}} = 3/2.$$

Das entspricht einer Abweichung von $(20,04 \pm 1,67) \%$ für ^{85}Rb und $(14,96 \pm 2,23) \%$ für ^{87}Rb . Das aus der Aufnahme des Oszilloskopes [6] bestimmte Isotopenverhältnis von 40 % kommt mit einer Genauigkeit von 97,22 % an das in der Natur vorkommende Verhältnis heran.

Die für den Kernspin berechneten Werte weichen von den Literaturwerten nur gering ab. Die Abweichungen der Isotopenverhältnisse ist mit 2,7 % ebenfalls als sehr gut einzuschätzen. Ein Grund für die hohen Abweichungen kann in dem Aufbau des Strahlenganges liegen. Sind die Linsen nicht richtig eingestellt worden, zum Beispiel wenn die Linsen nicht im Brennpunkt sind, dann lassen sich nur ungenaue Messwerte aufnehmen. Ein weiterer Grund für Ungenauigkeit kann darin liegen, dass bei Werten mit einer höheren Frequenz f_{RF} auch die Peaks der Resonanzen nicht mehr gemeinsam in der Reichweite des Sweep-Feldes zu erkennen waren. Es mussten deshalb zwei, voneinander unabhängige, horizontalen Magnetfelder eingestellt werden. Dies steigert die Unsicherheit, da schneller Schwankungen auftreten können. Des Weiteren ist das hohe Schwanken des Betriebsstromes des horizontalen Magnetfeldes ein Grund für ungenaue Messwerte. Selbst wenn an dem Regler nichts verstellt wurde, schwankte der Strom erheblich, sodass es zum Teil schwierig war die beiden Peaks vernünftig zu messen.

Literatur

- [1] 21 - *Optisches Pumpen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2018.
- [2] spektrum.de. *Rubidium*. URL: <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/rubidium/12616>.