第四章 結果與討論

4.1 網格大小與時間間距

如前所述，在 x 方向採均勻網格，本研究在 y 方向則採非均勻網格，經過測試，網格數採 50×200 可兼顧準確度及計算時間。至於無因次時間間距 Δt 則為 10^{-4}，其結果與 10^{-5} 非常接近，因此才採用前述數值。本文的 L/H 比值採用 100，其結果與採 200 之結果幾乎不變，因此採用 100 應為恰當。

4.2 與文獻[22]之比較

文獻[22]以解析方法探討有限壁厚多孔質渠管的熱對流問題，其流場假定為 Darcy flow，本文在此先針對簡化之情況，以前面所提的數值方法求一方面可驗證程式之正確性，一方面可用來作為稍後探討非達西模式之數值結果時比較之基礎。

由圖 4-1 與圖 4-2 紐賽數之結果可以看出，本文與文獻[22]的大部分結果相當接近，其中 h 及 Bi 是文獻[22]所使用的無因次參數，其與本文採用的無因次參數之關係如表 4-1，h 與 x 類似，代表固、流體間之熱交換係數，而 Bi 則與 k_wH/H_w 接近，可稱為管壁參數。一

般而言，在 Bi=0.1、1 及 5 的情況下，本文與文獻[22]算是符合，但當 Bi 高於 5 或是h較小的時候，數值解卻很難收斂或是與解析解差異較大，其原因應在於本問題包含數種不同特性之偏微分方程式及邊界條件，實為 ill-posed 問題，因此數值求解不太容易，此為與文獻相較下不足之處，但是文獻[22]僅考慮 Darcy model，並在 steady 情況下，才能找出解析解。對於本文主要探討之非達西效應，無法以解析法處理，此外文獻[22]在孔壁及孔質固體及流體均忽略 axial conduction，本文採用的數值方法可在日後納入此一效應。又表 4-2 詳述本文與[22]所得紐賽數之比較，謹供參考。

4.3 採達西模式計算結果之討論-各種參數對溫度場之影響

由於文獻[22]欠缺對溫度場之討論，本文在此就各參數對溫度場之影響加以探討，以彌補[22]之不足，並增加對控制參數的瞭解。必須說明的是本文中所求得的溫度分佈圖除了在接近入口處外，其餘均不隨 x 改變，因此本文探討的溫度分佈為 thermally fully developed 之情況。

圖 4-3 與 4-4 顯示 Bi 對溫度分佈的影響，由於 Biot 數為環境(管壁）參數，Bi 數越大亦即管壁影響力越大；又由於q_w=0，因此 Bi 數大者，其介面上q_f或q_s值較 Bi 數小的q_f或q_s為小。又在h不大的情

沉下（如h=10）， Bi 數越大q_f與q_s的差距（亦即非熱力平衡）也越明顯。

至於h對溫度的效應可由圖 4-5 與 4-6 以及前面討論過的圖 4-3 和 4-4 都可以看出當h越大（如h=1000)，表示孔質區內固體流體間熱傳良好，所以兩者溫差較為有限，除了在介面上幾乎重合。

K_s對溫度的效應如圖 4-7 及 4-8。由於 k_s^*(孔質固體熱傳導係數)與 k_f^*(流體熱傳導係數)之比值，k_s大於 1(如 k_s=10)，代表 k_s^* 大於 k_f^*，由熱通量在介面之條件，可以得知q_f在介面上的斜率大於q_s，若 k_s小於 1（如 0.1)，則相反，可由圖 4-7(a)及 4-8(a)看出。但圖 4-7(b)及 4-8(b)為h=1000 之結果，由於h甚大導致q_f與q_s相當接近，無法看出前述的結果。

4.4 非達西效應對流場之影響

圖 4-9 與 4-10 為達西模式與非達西模式之速度圖，圖 4-9 為 Da=10^{-8}而圖 4-10 為 Da=10^{-3}，如所預期，Da 數越大則非達西效應就越明顯。

4.5 達西模式、Brinkman 模式、Forchheimer 加 Brinkman 模式到達穩態之紐賽數比較

以下討論的紐賽數結果圖 4-11~4-13 是根據適中的參數值 h=10，Bi=1，Da　Pe=1。由圖 4-11~圖 4-13 不同孔隙度對於紐賽數的變化可以知道不論是達西模式、Brinkman 模式或 Forchheimer 加 Brinkman 模式皆保持與文獻[22]所描述的鎖鍊形狀是一樣的，在 k_s<1 時鎖鍊的低點偏向小的孔隙度，k_s>1 時鎖鍊的低點偏向大孔隙度，k_s>1 時，k_s 越大則偏離的情形越嚴重。

而在同一個 k_s 中比較達西模式、Brinkman 模式、Forchheimer 加 Brinkman 模式到達穩態之紐賽數時，先以達西模式為基準再比較 Brinkman 模式、Forchheimer 加 Brinkman 模式的變化，圖 4-11(a) 中(即 Da=10^{-8}，k_s=0.1)，在較大孔隙度時（e>0.4 之間）Forchheimer 加 Brinkman 模式的紐賽數小於達西模式的紐賽數，在小孔隙度時（0.15<e<0.4 之間）Forchheimer 加 Brinkman 模式的紐賽數大於達西模式的紐賽數。在極大的孔隙度中（約e=0.8)，雖然 Forchheimer 加 Brinkman 模式的紐賽數小於達西模式的紐賽數，但是曲線的斜率由增加變減少。Brinkman 模式也有類似的現象，在較大孔隙度時（即 0.3<e<0.65 之間）Brinkman 模式的紐賽數小於達西模式的紐賽數。根據以往文獻，吾人知道在 Brinkman 模式或是 Forchheimer 加 Brinkman 模式所得之紐賽數會小於達西模式之結果，但本研究顯示在 Da 數低的情況下(Da=10^{-8})，上述結論未必一定成立。不過這項結

論在較大 Da 數(如 $Da=10^{-3}$)之情況下，獲得驗證如圖 4-13。

而圖 4-11(b)中($Da=10^{-8}$，$k_s=10$)曲線的相對形狀與圖 4-11(a)中($Da=10^{-8}$，$k_s=0.1$)的大體上是一致的，其在大孔隙度時($0.6<e<0.95$)Forchheimer 加 Brinkman 模式的的紐賽數小於達西模式的紐賽數的範圍，其在小孔隙度時($0.2<e<0.6$)Forchheimer 加 Brinkman 模式所得的紐賽數大於達西模式的紐賽數，至於 Brinkman 模式，也有類似結果。

至於圖 4-12($Da=10^{-8}$，$k_s=100$)由於 k_s 甚大的關係，非達西模式與達西模式的結果幾乎重合，顯示在此情況下非達西效應並不明顯，只有在極大孔隙度($e=0.9$)時，Forchheimer 加 Brinkman 模式結果較達西模式為高，此點需進一步研究。

接下來討論較大達西數之效應，圖 4-13 為 $Da=10^{-3}$，(a) $k_s=10$(b)$k_s=100$ 之達西模式、Brinkman 模式、Forchheimer 加 Brinkman 模式到達穩態之紐賽數比較圖，圖 4-13 為 (a) $Da=10^{-3}$， $k_s=10$ 與圖 4-11 (a) $Da=10^{-8}$， $k_s=10$ 比較，可以知道 Da 對三種模式在 $k_s=10$ 的紐賽數效應。Brinkman 模式及 Forchheimer 加 Brinkman 模式的紐賽數皆小於達西模式。所以增加 Da 數會使效應明顯化。而由圖 4-12 為 $Da=10^{-8}$， $k_s=100$ 與圖 4-13(b)為 $Da=10^{-3}$， $k_s=100$ 比較，也可以看出增加 Da 數會使效應明顯化的作用。

以上結果顯示對於低 Da 數（$Da=10^{-8}$），在大孔隙度時 Brinkman 模式與 Forchheimer 加 Brinkman 模式的紐賽數小於達西模式的紐賽數，在小孔隙度時 Brinkman 模式與 Forchheimer 加 Brinkman 模式的紐賽數大於達西模式的紐賽數的現象，由速度圖 4-9 與 4-10 知道 Brinkman(即邊界不滑動)和 Forchheimer 效應會降低局部或全部流速，所以即可能是孔隙度大時孔質流體熱傳凌駕於孔質固體熱傳，而孔隙度小時，則相反。但對於較大 Da 數($Da=10^{-3}$)，由於流速甚大，非達西效應明顯，Brinkman 模式和 Forchheimer 加 Brinkman 模式明顯小於達西模式之紐賽數。

至於 Bi 對達西模式、Brinkman 模式、Forchheimer 加 Brinkman 模式到達穩態之紐賽數效應方面，圖 4-14 與圖 4-15 是根據e=0.4，$Da=10^{-8}$之結果，橫軸為 log$h$，由於e較低，且 Da 數也低，非達西數效應不明顯，也不易看出環境參數Bi對Brinkman模式和Forchheimer 加 Brinkman 模式熱傳影響。

表 4-3 至 4-5 為達西模式和非達西模式在不同e，k_s，Da 情況下之紐賽數結果，這些表也顯示之前所得之結論。