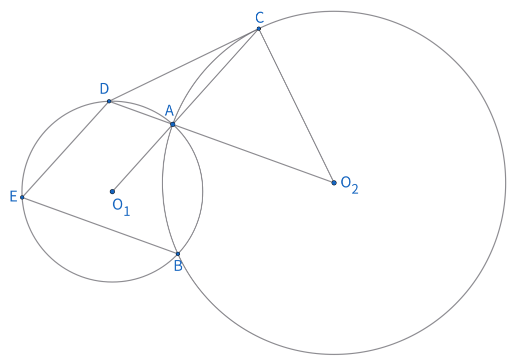
几何-真题-女子赛 (2009 年-2014 年)

2025.6.23

1 2014 年

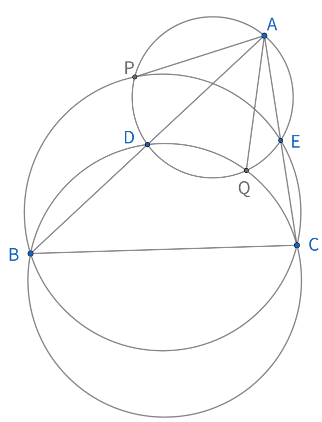
1.1 Q1

$\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 交于 A、B 两点，延长 O_1A 交 $\odot O_2$ 于点 C，延长 O_2A 交 $\odot O_1$ 于点 D，过点 B 作 $BE \parallel O_2A$ 交 $\odot O_1$ 于另一点 E。若 $DE \parallel O_1A$，求证：$DC \perp CO_2$。



1.2 Q6

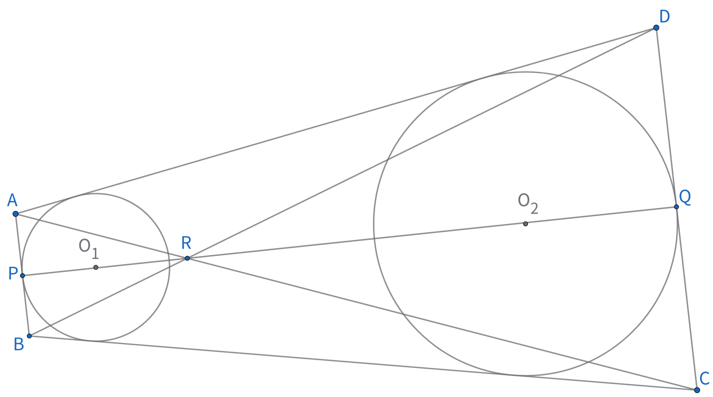
在锐角 $\triangle ABC$ 中，$AB > AC$，D、E 分别是边 AB、AC 的中点。$\triangle ADE$ 的外接圆与 $\triangle BCE$ 的外接圆交于点 P（异于点 E），$\triangle ADE$ 的外接圆与 $\triangle BCD$ 的外接圆交于点 Q（异于点 D）。求证：$AP = AQ$。



2　2013 年

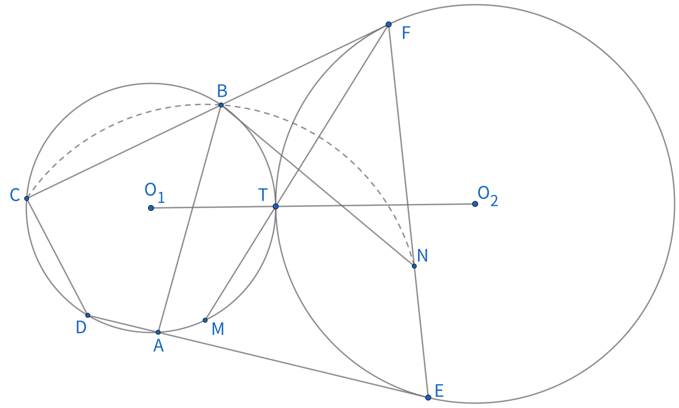
2.1　Q2

在梯形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$，$\odot O_1$ 与 DA、AB、BC 三边相切，$\odot O_2$ 与 BC、CD、DA 三边相切。设 P 是 $\odot O_1$ 与边 AB 的切点，Q 是 $\odot O_2$ 与边 CD 的切点。证明：AC、BD、PQ 三线共点。



2.2　Q7

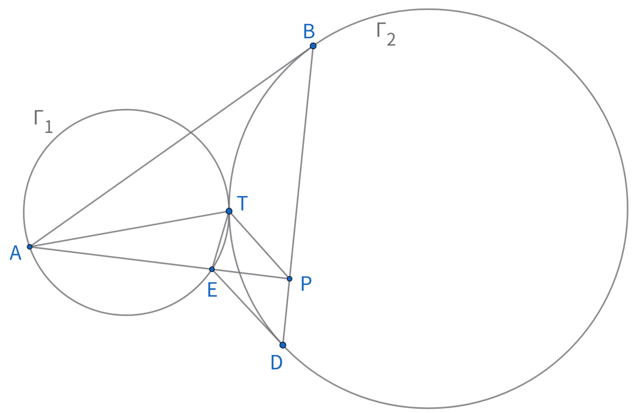
$\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切于点 T，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O_1$，直线 DA、CB 分别切 $\odot O_2$ 于点 E、F。直线 BN 平分 $\angle ABF$ 并与线段 EF 交于点 N。直线 FT 交 $\widehat{AT}$（不包含点 B 的弧）内于另一点 M。求证：点 M 为 $\triangle BCN$ 的外心。



3 2012 年

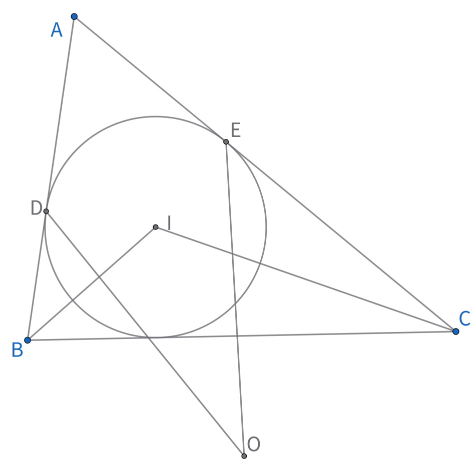
3.1 Q2

圆 Γ_1、Γ_2 外切于点 T，点 A、E 在圆 Γ_1 上，直线 AB、DE 分别与圆 Γ_2 相切于点 B、D，直线 AE 与 BD 相交于点 P。求证：(1) $\frac{AB}{AT}=\frac{ED}{ET}$；(2) $\angle ATP+\angle ETP=180°$。



3.2 Q5

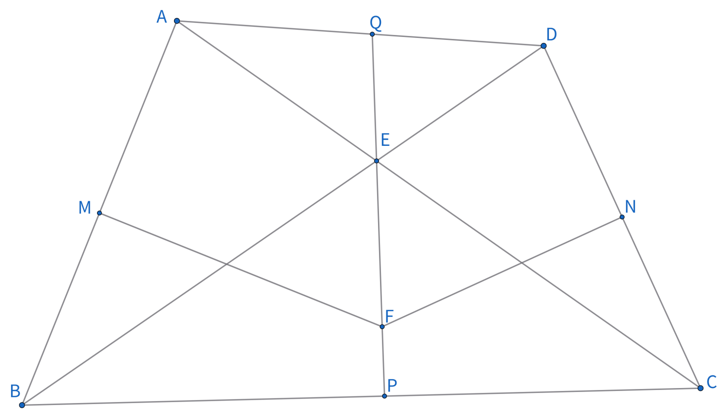
$\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot I$ 与边 AB、AC 分别相切于点 D、E，$\triangle BCI$ 的外心为 O。证明：$\angle ODB=\angle OEC$。



4 2011 年

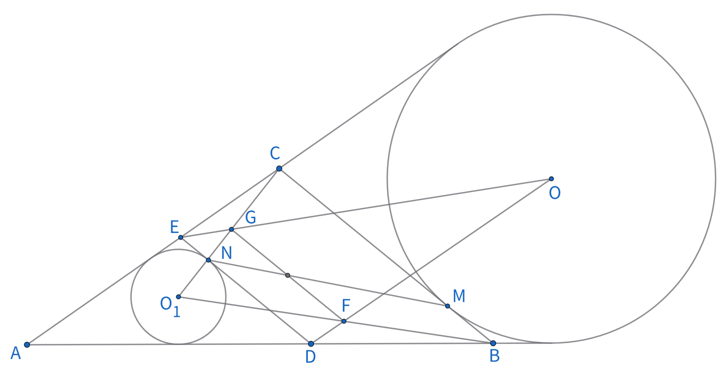
4.1 Q2

四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 E，边 AB、CD 的中垂线相交于点 F，点 M、N 分别为边 AB、CD 的中点，直线 EF 分别与边 BC、AD 相交于点 P、Q。若 $MF\cdot CD=NF\cdot AB$ 且 $DQ\cdot BP=AQ\cdot CP$，求证：$PQ\perp BC$。



4.2 Q8

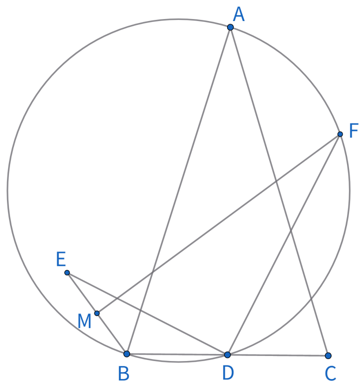
$\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的旁切圆，点 D、E 分别在线段 AB、AC 上，使得 $DE\parallel BC$。$\odot O_1$ 为 $\triangle ADE$ 的内切圆，O_1B 交 DO 于点 F，O_1C 交 EO 于点 G。$\odot O$ 切 BC 于点 M，$\odot O_1$ 切 DE 于点 N。求证：MN 平分线段 FG。



5　2010 年

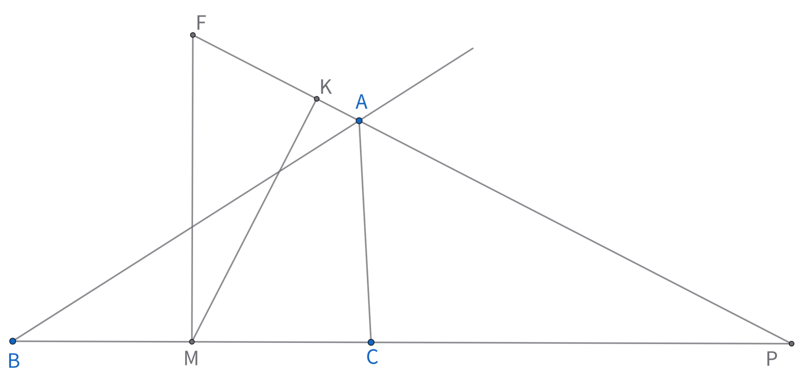
5.1　Q2

在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，D 为边 BC 的中点。E 是 $\triangle ABC$ 外一点，满足 $CE \perp AB$，$BE = BD$。过线段 BE 的中点 M 作直线 $MF \perp BE$，交 $\triangle ABD$ 的外接圆的劣弧 $\overset{\frown}{AD}$ 于点 F。求证：$ED \perp DF$。



5.2　Q6

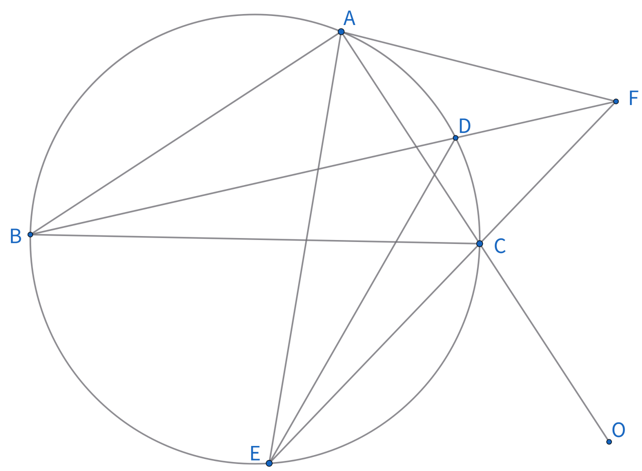
在锐角 $\triangle ABC$ 中，$AB > AC$，M 为 BC 的中点，$\angle BAC$ 的外角平分线交直线 BC 于点 P。点 K、F 在直线 PA 上，使得 $MF \perp BC$，$MK \perp PA$。求证：$BC^2 = 4PF \cdot AK$。



6 2009 年

6.1 Q2

在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 90^\circ$，点 E 在 $\triangle ABC$ 的外接圆 Γ 的弧 BC（不含点 A）内，$AE > EC$。连接 EC 并延长至点 F，使得 $\angle EAC = \angle CAF$，连接 BF 交圆 Γ 于点 D，连接 ED，记 $\triangle DEF$ 的外心为 O。求证：A、C、O 三点共线。



6.2 Q6

圆 Γ_1、Γ_2 内切于点 S，圆 Γ_2 的弦 AB 与圆 Γ_1 相切于点 C，M 是弧 AB（不含点 S）的中点，过点 M 作 $MN \perp AB$，垂足为 N。记圆 Γ_1 的半径为 r，求证：$AC \cdot CB = 2r \cdot MN$。