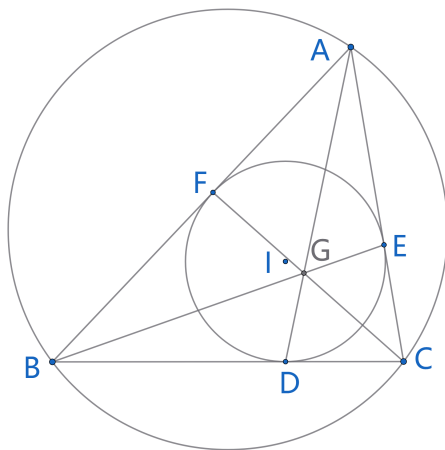


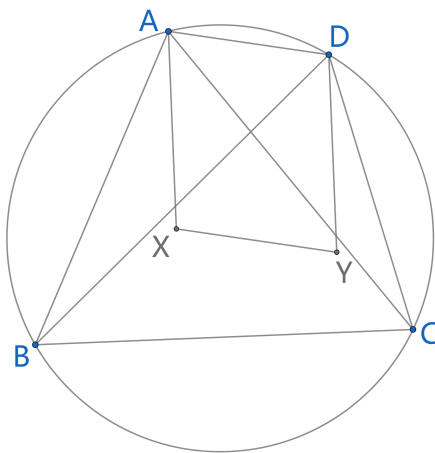
Part I

长度与比例

Exercise 0.1. 设 $\triangle ABC$ 的切触三角形为 $\triangle DEF$, 证明: AD, BE, CF 三线共点。这个点被称作 $\triangle ABC$ 的 Gergonne 点。

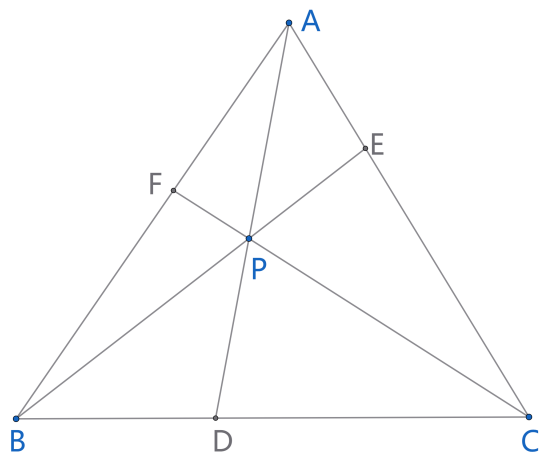


Exercise 0.2. 在圆内接四边形 $ABCD$ 中, 点 X 和 Y 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 的垂心。证明: $AXYD$ 是平行四边形。

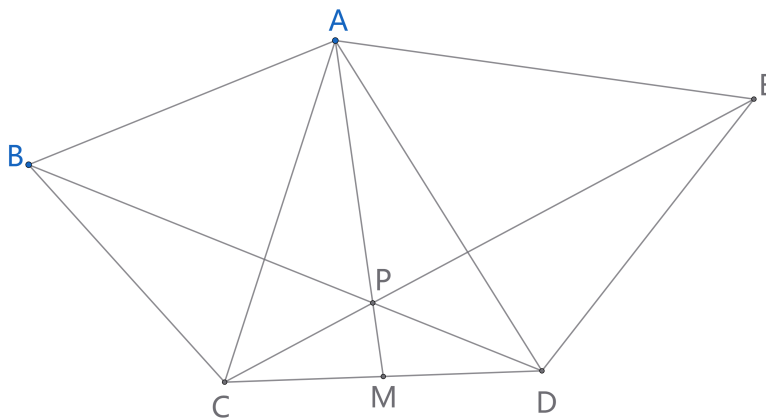


Exercise 0.3. 设 AD, BE, CF 是三角形中的塞瓦线，交于一点 P 。证明：

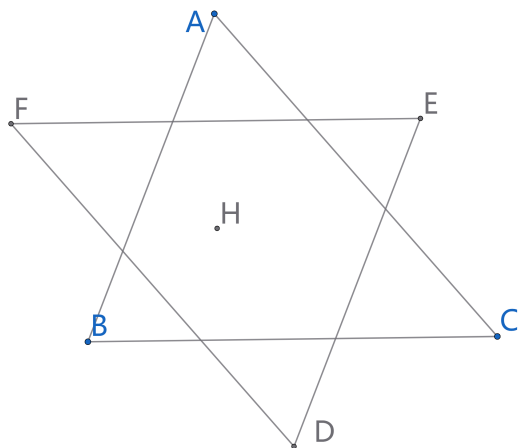
$$\frac{PD}{AD} + \frac{PE}{BE} + \frac{PF}{CF} = 1.$$



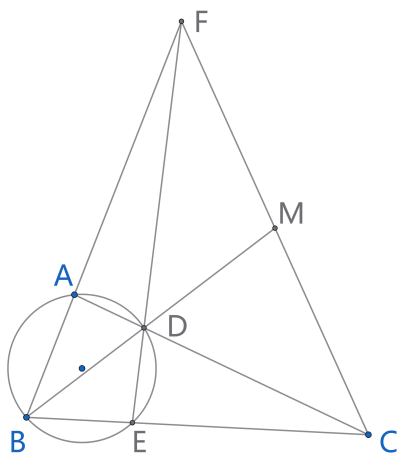
Exercise 0.4. (预选题 2006/G3) 设凸五边形 $ABCDE$ 满足 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE, \angle ABC = \angle ACD = \angle ADE$ 。对角线 BD 和 CE 交于点 P 。证明：射线 AP 平分 CD 。



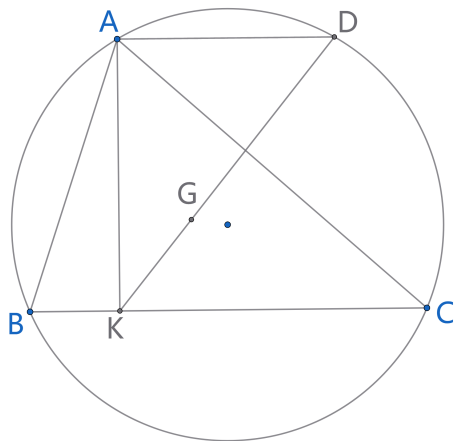
Exercise 0.5. (BAMO 2013/3) 设 H 是锐角 $\triangle ABC$ 的垂心，考虑 $\triangle ABH, \triangle BCH, \triangle CAH$ 的外心。证明：这三个外心构成的三角形与 $\triangle ABC$ 全等。



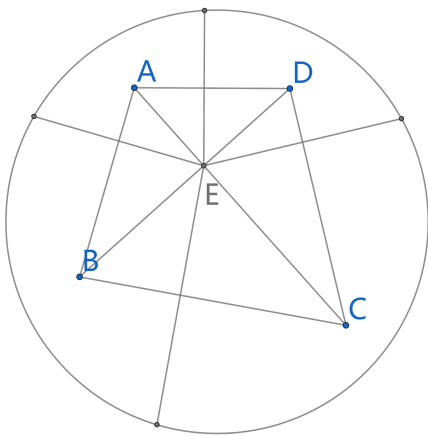
Exercise 0.6. (USAMO 2003/4) 设 $\triangle ABC$ 中，经过点 A, B 的一个圆与线段 AC, BC 分别相交于 D, E ，直线 AB 与 DE 相交于 F ，直线 BD 与 CF 相交于 M 。证明： $MF = MC$ 当且仅当 $MB \cdot MD = MC^2$ 。



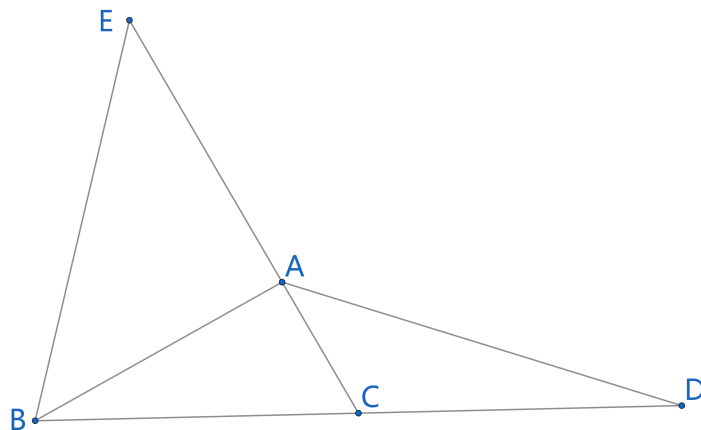
Exercise 0.7. 设锐角 $\triangle ABC$ 的外接圆上一点 $D \neq A$, 满足 $AD \parallel BC$ 。设 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, K 是从点 A 出发的高的垂足。证明: K, G, D 共线。



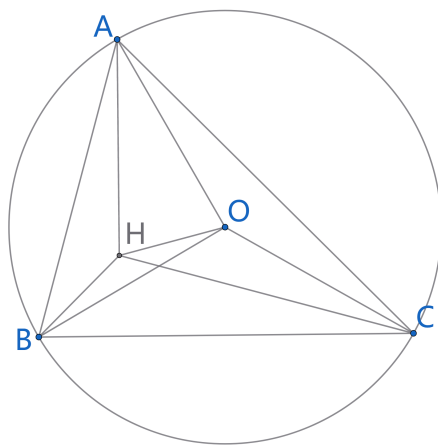
Exercise 0.8. (USAMO 1993/2) 设四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 垂直相交于 E 。证明: E 关于 AB, BC, CD, DA 的反射点共圆。



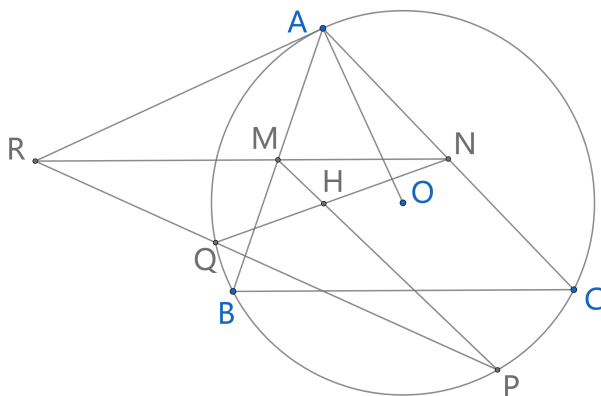
Exercise 0.9. (EGMO 2013/1) 将 $\triangle ABC$ 的边 BC 延长到 D , 使得 $CD = BC$ 。将边 CA 延长到 E 使得 $AE = 2CA$ 。证明: 若 $AD = BE$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形。



Exercise 0.10. (APMO 2004/2) 设 O 和 H 分别是锐角 $\triangle ABC$ 的外心和垂心。证明: $\triangle AOH$, $\triangle BOH$, $\triangle COH$ 之一的面积等于另外两个面积之和。



Exercise 0.11. (USATSTST 2011/4) 锐角 $\triangle ABC$ 内接于圆 ω 。设 H 和 O 分别表示它的垂心和外心，设 M, N 分别是 AB, AC 的中点。射线 MH, NH 分别与圆 ω 相交于 P, Q ，直线 MN 和 PQ 相交于 R 。证明： $OA \perp AR$ 。



Exercise 0.12. (USAMO 2015/2) 四边形 $APBQ$ 内接于圆 ω ， $\angle P = \angle Q = 90^\circ$ ， $AP = AQ < BP$ 。设 X 是线段 PQ 上的动点。直线 AX 与圆 ω 相交于不同于 A 的一点 S 。点 T 在 ω 的弧 AQB 上，使得 $XT \perp AX$ 。设 M 是弦 ST 的中点。当 X 在 PQ 上变动时，证明： M 在某固定的圆上。

