Part I

位似

1 位似变换

Definition 1.1 (位似变换)**.** 一个位似 h 是一个变换，依赖一个位似中心 O 和一个常数 k. 此变换将一个点 P 映射到点 $h(P)$，点 P 到 O 的距离被乘以了 k. 称 k 为这个位似变换的缩放因子（或位似系数）。

Proposition 1.1. 缩放因子大于零的位似变换称为外位似变换（或正向位似）; 缩放因子小于零的位似变换称为内位似变换（或负向相似）。相应的，位似中心称为外位似中心和内位似中心.

Proposition 1.2. 位似变换 h 将 A 映射为 A'，则一定有：
(1) O, A, A' 三点共线。
(2) $\overrightarrow{OA'} = k \cdot \overrightarrow{OA}$, 其中 k 为缩放因子。

Lemma 1.1 (位似三角形)**.** 设 $\triangle ABC$ 和 $\triangle XYZ$ 不全等，满足 $AB \parallel XY$，$BC \parallel YZ$，$CA \parallel ZX$。证明：直线 AX, BY, CZ 交于一点 O，并且 $\triangle ABC$ 和 $\triangle XYZ$ 以 O 为中心位似。

Exercise 1.1. 设 $\triangle ABC$ 的内切圆 I 和 A-旁切圆 J 分别与 BC 边相切于 D, E. K 为 D 在圆 I 上的对径点，M 为 BC 边上中点。证明：A, K, E 三点共线，$IM \parallel KE$.