Part I

Probabilidad

Chapter 1

Definiciones básicas

Problem 1.1. Sean A, B, C eventos aleatorios. Identifique las siguientes ecuaciones y frases

Problem 1.2. A partir de los axiomas, pruebe la propuedad **P5**:

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P\left(A_n\right)$$

Consideremos $B_k = \bigcup_{n=k}^{\infty} A_n$ entonces

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) &= P\left(\bigcup_{n=1}^{k} A_n \cup B_{k+1}\right) \\ &\leq P\left(\bigcup_{n=1}^{k} A_n\right) + P\left(B_{k+1}\right) \\ &\leq \sum_{n=1}^{k} P\left(A_n\right) + P\left(B_{k+1}\right) \\ &= \lim_{k\to\infty} \sum_{n=1}^{k} P\left(A_n\right) + P\left(B_{k+1}\right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} P\left(A_n\right) + \lim_{k\to\infty} P\left(B_{k+1}\right) \\ &\leq \sum_{n=1}^{\infty} P\left(A_n\right) \end{aligned}$$

Problem 1.3. Sean $A_1, A_2, \ldots$ eventos aleatorios, mostrar que:

A) $P\left(\bigcap_{k=1}^{n} A_k\right) \geq 1 - \sum_{k=1}^{n} P\left(A_k^c\right)$

A) Si $P\left(A_k\right) \geq 1 - \varepsilon \implies P\left(\bigcap_{k=1}^{n} A_k\right) \geq 1 - n\varepsilon$

A) $P\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k\right) \geq 1 - \sum_{k=1}^{\infty} P\left(A_k^c\right)$

Part II

Inferencia Clásica

Chapter 2

Reducción de datos y estadísticos suficientes

Problem 2.1. Ejemplo de estadísticos suficientes mediante teorema de factorización