

Part I

Probabilidad

Chapter 1

Definiciones básicas

Problem 1.1. Sean A, B, C eventos aleatorios. Identifique las siguientes ecuaciones y frases

Problem 1.2. A partir de los axiomas, pruebe la propiedad **P5**:

$$P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$$

Consideremos $B_k = \bigcup_{n=k}^{\infty} A_n$ entonces

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) &= P\left(\bigcup_{n=1}^k A_n \cup B_{k+1}\right) \\ &\leq P\left(\bigcup_{n=1}^k A_n\right) + P(B_{k+1}) \\ &\leq \sum_{n=1}^k P(A_n) + P(B_{k+1}) \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^k P(A_n) + P(B_{k+1}) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) + \lim_{k \rightarrow \infty} P(B_{k+1}) \\ &\leq \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) \end{aligned}$$

Problem 1.3. Sean A_1, A_2, \dots eventos aleatorios, mostrar que:

- A) $P(\bigcap_{k=1}^n A_k) \geq 1 - \sum_{k=1}^n P(A_k^c)$
- A) Si $P(A_k) \geq 1 - \varepsilon \implies P(\bigcap_{k=1}^n A_k) \geq 1 - n\varepsilon$
- A) $P(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k) \geq 1 - \sum_{k=1}^{\infty} P(A_k^c)$