

# Taller sobre Aplicación de la Integral

Facultad de Ingeniería - Universidad de Cundinamarca

February 12, 2025

## Introducción

Este taller tiene como objetivo ayudar a los estudiantes a identificar y aplicar la integral en la interpretación y resolución de problemas en diferentes contextos. Se abordarán los siguientes temas:

- Cálculo de áreas y volúmenes.
- Sólidos de revolución.
- Integrales de regiones no acotadas.
- Aplicaciones en probabilidad.

Se incluyen ejercicios de diferentes tipos para reforzar el aprendizaje.

## Ejercicios de Repaso

### Conceptos Básicos

1. Defina la integral definida y explique su interpretación geométrica.
2. Calcule  $\int_0^3 (2x + 1)dx$  y explique su significado.
3. Explique la diferencia entre integral definida e indefinida.

## Ejercicios de Rutina

### Cálculo de Áreas y Volúmenes

1. Determine el área bajo la curva  $y = x^3 - 2x + 1$  en el intervalo  $[0, 2]$ .
2. Encuentre el volumen del sólido generado por la rotación de la región delimitada por  $y = x^2$  y  $x = 2$  alrededor del eje  $x$ .
3. Calcule el volumen del sólido obtenido al rotar  $y = \sqrt{x}$  en  $[0, 4]$  alrededor del eje  $x$ .

## Ejercicios No Rutinarios

1. Use integración para demostrar la fórmula del área de un círculo.
2. Encuentre la integral de una función desconocida usando interpolación numérica.
3. Determine la convergencia o divergencia de la integral  $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2}$ .

## Ejercicios de Aplicación en Ingeniería

1. En un sistema de refrigeración, la tasa de transferencia de calor está dada por  $Q(t) = 5t + 3$ . Determine el calor total transferido en 10 segundos.
2. En mecánica, la distancia recorrida por un objeto con velocidad  $v(t) = 2t + 1$  en el intervalo  $[0, 5]$ .
3. En probabilidades, la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria es  $f(x) = e^{-x}$  en  $[0, \infty)$ . Calcule la probabilidad de que  $X \leq 2$ .

## Análisis Numérico usando Python

1. Escriba un código en Python que aproxime  $\int_0^1 e^x dx$  usando el método del trapecio con  $n = 10$ .
2. Compare la precisión del método del trapecio y el método de Simpson para  $\int_0^\pi \sin x dx$ .
3. Use Monte Carlo para aproximar  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ .

## Ejercicios de Clase.

1. Elabore los ejercicios de rutina del libro
2. Elabore los ejercicios que el Gestor de Conocimiento planteo en clase.

## References

- [1] Grossman S., Stanley I.: Algebra Lineal. Mc Graw Hill 6ta ed (2008).
- [2] William E. Boyce, Richard C. DiPrima, Douglas B. Meade - Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems-Wiley (2021)
- [3] J. Marsden, A. Tromba - Calculo Vectorial (1991)
- [4] Stewart J.- Calculus Concepts and Contexts - 2ed. Thomson (2004)