



UNIDAD 3: ELEMENTOS DE GEOMETRÍA

.....
El significado etimológico de la palabra geometría, ¿medida de la tierra?, nos indica su origen de tipo práctico, relacionado con las actividades de reconstrucción de los límites de las parcelas de terreno que tenían que hacer los egipcios, tras las inundaciones del Nilo. Pero la Geometría dejó hace ya mucho tiempo de ocuparse de la medida de la tierra. Con los griegos la geometría se interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus componentes más elementales y de las relaciones y combinaciones entre dichos componentes. La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. Tales términos y expresiones designan “figuras geométricas”, las cuales son consideradas como abstracciones o representaciones generales de una categoría de objetos.

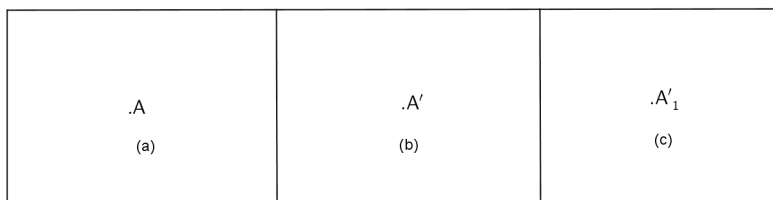
El “ lenguaje” geométrico tiene su origen en nuestra necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos perceptibles que nos rodean, su tamaño y posición en el espacio. La Geometría estudia las formas de las figuras y los cuerpos geométricos. En la vida cotidiana encontramos modelos y ejemplificaciones físicas de esos objetos ideales de los que se ocupa la Geometría, El entorno artístico y arquitectónico ha sido un importante factor de desarrollo de la Geometría. Así desde la construcción de viviendas o monumentos funerarios (pirámides de Egipto), hasta templos de los más diversos estilos han impulsado constantemente el descubrimiento de nuevas formas y propiedades geométricas. Muchas profesiones, además de los matemáticos, arquitectos e ingenieros necesitan y usan la Geometría: albañiles, ceramistas, artesanos, decoradores, coreógrafos, diseñadores de muebles, etc. Todos ellos de una forma más o menos consciente, utilizan el espacio y las formas geométricas. El mundo de los deportes está repleto de figuras geométricas: fútbol (el rectángulo del campo, las áreas, el balón, las porterías, etc.), baloncesto (canastas, zonas, campo, etc.), tenis, béisbol, etc.

1. Elementos geométricos fundamentales

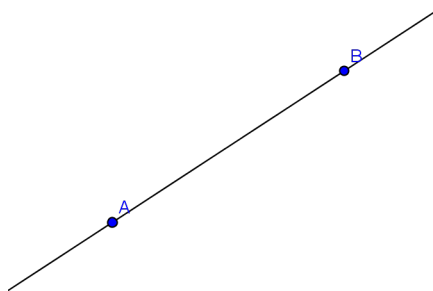
En la geometría sintética actual(Axiomática), el punto, la recta y el plano son conceptos fundamentales o primitivos y no se definen; se enuncian simplemente estableciendo su existencia. Estas ideas básicas de la geometría nos hacen pensar en objetos que vemos en el mundo físico; sin embargo, es importante anotar que estos conceptos son simples abstracciones de nuestras mentes y se aceptan sin definición así:

El punto.- La marca que deja la punta bien aguda de un lápiz en el papel nos da la idea del punto. Esta marca no es realmente un punto, sino simplemente su representación, pues el punto geométrico es una idea, y como tal no puede verse ni tocarse.

Un punto se representa por medio de una marquita redonda, indicándolo generalmente por una letra mayúscula. Así en la siguiente figura se tienen los puntos A, A' y A₁.



La existencia de punto admite el siguiente postulado: “Existen infinitos puntos”

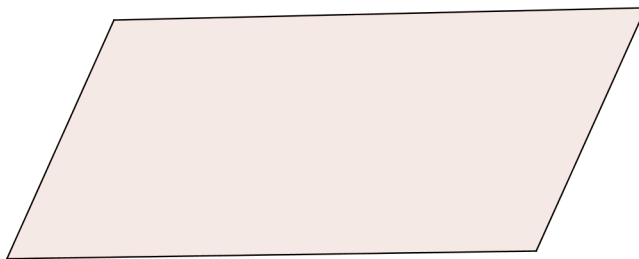


La recta.- El trazo de un lápiz en el papel utilizando una regla, nos da la idea de la recta. Este trazo no es realmente una recta, sino simplemente su representación pues la recta es una idea, y como tal no puede verse ni tocarse. La representación de la recta AB se observa en la siguiente figura:

La existencia de la recta admite el postulado siguiente:

“Existen infinitas rectas”

El plano.- La superficie de una mesa, de la pizarra del aula, etc. nos da la idea de plano. Estas superficies no son realmente el plano; entonces: Estas superficies no son realmente el plano, sino simplemente representan la idea de él. Generalmente un plano se representa por un paralelogramo, tal como se muestra en la siguiente figura, y se lee el plano ϕ



La existencia del plano admite el siguiente postulado: “Existen infinitos planos” **Espacio geométrico o superficie** Se acaba de afirmar que existen infinitos puntos, infinitas rectas e infinitos planos, pero no podemos afirmar que todos los puntos en una sola recta o en un solo plano; entonces: ¿Dónde están los puntos que no pertenecen a la recta ni al plano? ¿Dónde están las infinitas rectas y los infinitos planos?. Es de admitir que existe un conjunto UNIVERSO en donde se encuentra todos los puntos, todas las rectas y todo los planos cualquiera sea su orientación y/o ubicación. A este conjunto se denomina Espacio Geométrico o Superficie.

Para extender un poco más las ideas anteriores se plantea lo siguiente:

Definición implícita de posición.

- (a) Una posición es indicada mediante un objeto, llamado punto.
- (b) Pero una posición no es lo mismo que un punto, un punto puede ser pensado para ser movido, lo que es, cambiar su posición, mientras que no se puede hablar de posición como movimiento, pues se tiene una contradicción de términos.

Definición implícita de dirección.

- (a) La dirección es indicada mediante dos puntos nombrados, y se entiende como la dirección del uno al otro.
- (b) Pero una posición no es lo mismo que un punto, un punto puede ser pensado para ser movido, lo que es, cambiar su posición, mientras que no se puede hablar de posición como movimiento, pues se tiene una contradicción de términos.

- (c) Si un punto se mueve de una posición dada en una dirección dada, hay solo una trayectoria, o series de posiciones a lo largo de las cuales puede pasar. (Tal trayectoria sería llamada un “trayecto dirigido”, y una serie continua de puntos ocupando tales posiciones “línea recta”).
- (d) Si la dirección de A a B es como la dirección de B a C , entonces la dirección de A a C es la misma dirección.
- (e) La dirección de B a A se dice que es opuesta a la de A a B .
- (f) La diferencia entre dos posiciones es llamada la distancia entre ellas.
- (g) La diferencia entre dos direcciones es llamada inclinación del una a la otra.

Distancia y postulado de la regla

Axioma(Postulado de la regla)

Para cualquier par de puntos P y Q existe un número real PQ , llamado la distancia de P a Q . Para cada línea l hay una a una correspondencia “uno a uno” de l a \mathbb{R} tales que si P y Q son puntos en la línea que corresponden a los números reales x y y , respectivamente, entonces $PQ = |x - y|$

definición 1 Tres puntos A , B y C son colineales si existe una línea l tal que A , B y C tal que todos se encuentren en l . En otro caso los puntos son no colineales.

definición 2 Sean A , B y C tres puntos distintos. El punto C esta entre A y B , representado como $A * C * B$, si A , B y C son colineales y $AC + CB = AB$

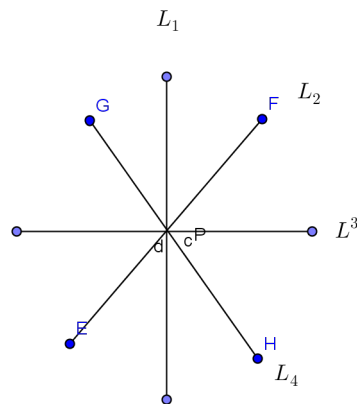
2. Puntos y rectas en el plano

Una recta es **horizontal** si sigue la dirección, por ejemplo, de las aguas en reposo

Una recta es **vertical** si sigue la dirección, por ejemplo, de un edificio o de una plomada

Cualquier recta que no sea horizontal o vertical de llama recta **oblicua**

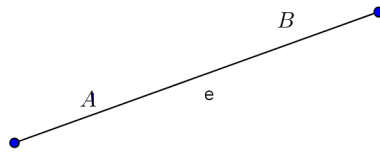
- Por un punto se pueden trazar infinitas rectas coplanares(que estan en el mismo plano)



$$\{P\} = L_1 \cap L_2 \cap L_3 \cap L_4$$

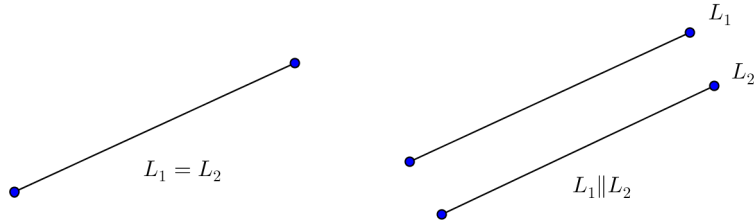
P se llama punto de concurrencia de las rectas L_1, L_2, L_3 y L_4

- Dos puntos definen una unica recta



\overleftrightarrow{AB} : Recta que contiene a los puntos A y B.

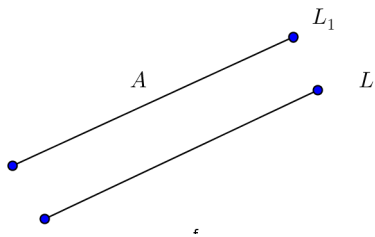
Dos rectas de un plano se llaman paralelas si coinciden en todos sus puntos o si su interseccion es vacia.



El simbolo que utilizamos para el paralelismo es " \parallel "

$L_1 \parallel L_2 \implies L_1 \cap L_2 = \emptyset \implies L_1 \cap L_2 = L_1 = L_2$

- Por un punto fuera de una recta se puede trazar una sola recta paralela a ella.



$L_1 \parallel L, L_1$ contiene a **A**

Dos rectas que se intersectan se llaman **secantes**.

