

## **EN SCHACK AI BASERAD PÅ CASE-BASED REASONING**

## **A CASE-BASED REASONING APPROACH TO A CHESS AI**

Examensarbete inom huvudområdet Datavetenskap  
Grundnivå 30 högskolepoäng  
Vårtermin 2015

Johannes Qvarford

Handledare: Peter Sjöberg  
Examinator: Anders Dahlbom

# Innehållsförteckning

|          |                                 |           |
|----------|---------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduktion.....</b>        | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Bakgrund.....</b>            | <b>2</b>  |
| 2.1      | Case-based Reasoning .....      | 2         |
| 2.1.1    | Representation .....            | 2         |
| 2.1.2    | Liknelse .....                  | 3         |
| 2.1.3    | Hämtning.....                   | 3         |
| 2.1.4    | Anpassning.....                 | 4         |
| 2.1.5    | Tidigare arbeten .....          | 4         |
| 2.2      | Schack.....                     | 4         |
| 2.2.1    | Regler .....                    | 4         |
| 2.2.2    | Elo-rankning .....              | 7         |
| 2.2.3    | Portable Game Notation.....     | 8         |
| 2.2.4    | Schack AI:s historia.....       | 8         |
| <b>3</b> | <b>Problemformulering .....</b> | <b>11</b> |
| 3.1      | Problemformulering.....         | 11        |
| 3.2      | Metodbeskrivning.....           | 11        |
|          | <b>Referenser .....</b>         | <b>16</b> |

# 1 Introduktion

Schack är ett spel som fått mycket uppmärksamhet inom forskningsområdet artificiell intelligens (AI). Redan på 50-talet presenterade Shannon (1950) ett förslag på hur en schackspelande AI-agent kunde fungera och sedan dess har många forskningsarbeten dedikerats till att förbättra hans ursprungliga design. Trots alla möjliga förbättringar som presenterats genom åren har den grundläggande tekniken som Shannon föreslog dock förblivit den samma och få utförliga arbeten om alternativa tillvägagångssätt har presenterats (Schaeffer 1991). AI-agenten undersöker vilket drag som är bäst genom att internt utföra alla möjliga kombinationer av nästa  $x$  antal drag, gradera de resulterade lägena efter en heuristik och utvärdera vilket drag som leder till det bästa läget, givet att motståndaren spelar optimalt.

I det här arbetet appliceras en alternativ teknik för att utveckla en schackspelande AI-agent i hopp om att gynna forskningen om schack-AI. Tekniken heter *Case-based Reasoning* (CBR) och är en problemlösningsteknik som går ut på att basera lösningar på nya problem, på lösningar från tidigare, liknande problem. Ett problem tillsammans med sin lösning kallas för ett fall. För att AI-agenten ska kunna ha några tidigare problem med lösningar att hänvisa till, samlas information in t.ex. genom att låta en mänsklig eller artificiell expert lösa ett antal exempelproblem. Problemen med expertens lösningar lagras i en fallbas som AI-agenten kan hänvisa till när den behöver lösa ett problem. Kopplat till schack kan ett problem vara ett läge och en lösning det drag som ska utföras i läget.

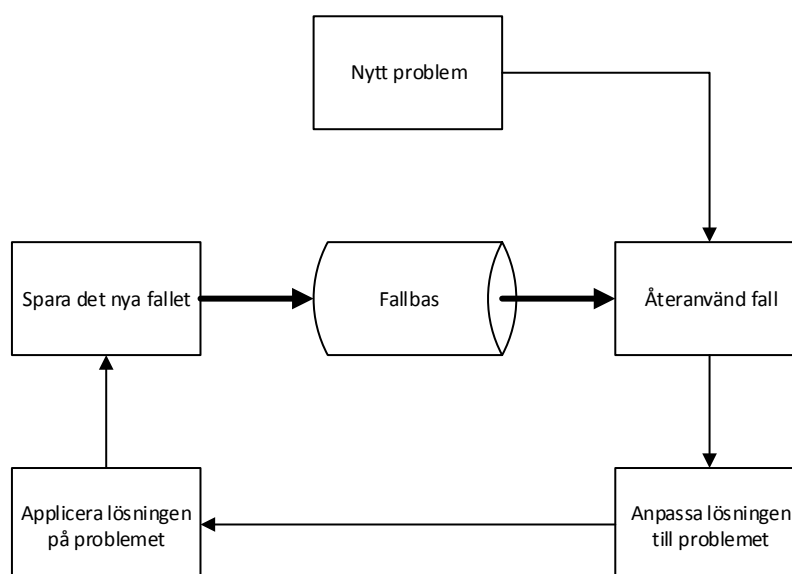
I det här arbetet ska lämpligheten att använda CBR för att utveckla schackspelande AI-agenter utvärderas genom att skapa ett program av en CBR-baserad schackspelande AI-agent. AI-agenten kommer kunna basera sin fallbas på partier spelade av olika schackspelare. Det ska undersökas om AI-agenten spelar bättre med fallbaser baserade på partier spelade av bättre experter för att avgöra om en experts skicklighet kan överföras till skicklighet för AI-agenten. Undersökningen kommer utföras genom att låta AI-agenten spela mot sig själv flera gånger med olika fallbaser och notera hur många partier som AI-agenten vinner med respektive fallbas. Efter det kommer resultatet granskas för att dra en slutsats om AI-agenten spelar bättre med fallbaser baserade på bättre experter.

## 2 Bakgrund

I denna sektion presenteras bakgrundsinformation om ämnen och termer som nämns i arbetet. I sektion 2.1 presenteras CBR och hur arbetet bygger på tidigare forskning kring CBR. Sektion 2.2 innehåller reglerna till schack, termer som ofta används inom schack och schack AI:s historia.

### 2.1 Case-based Reasoning

CBR är en teknik för problemlösning inom AI som är baserad på idén att använda lösningar på tidigare, liknande problem (Richter & Weber 2013). För att använda CBR måste en samling testfall med problem och deras respektive lösningar samlas in. Hur testfallen samlas in varierar och kan ske genom observation av artificiella eller mänskliga experter. Lösningarna på problemen från experten behöver inte nödvändigtvis uppfylla några korrekthetskrav. Ett problem tillsammans med sin lösning beskrivs som ett fall, och en grupp fall kallas för en fallbas. När ett nytt problem ska lösas kan AI-agentens lösning baseras på hur en expert löste problemet eller ett liknande problem genom att konsultera en fallbas. När det fall har hittats vars problem är mest likt det nya problemet, kan fallets lösning anpassas till det nya problemet. Lösningen kan sedan appliceras. Tillsammans bildar det nya problemet med dess anpassade lösning ett nytt fall, som kan inkluderas i fallbasen och återanvändas. Denna process illustreras i Figur 1.



**Figur 1** Figur över processen för att applicera CBR.

#### 2.1.1 Representation

Problem kan representeras på olika sätt inom CBR, och de passar olika bra beroende på vad för sorts problem som ska lösas. En vanlig representation är en tupel av värden, där varje element överensstämmer med ett attribut (Richter & Weber 2013). Ett värde kan vara sammansatt av flera värden, och kan nästlas till ett arbiträrt djup. Till exempel kan ett värde vara en tupel, vars första element i sin tur kan vara en tupel av ett antal mängder osv.. Som exempel kan det finnas en AI-agent utvecklat för att estimerar priset på begagnade bilar baserat på priset av tidigare sålda begagnade bilar. En bil kan ha flera attribut men vissa attribut kan vara mer relevanta för att identifiera liknande, tidigare sålda bilar. T.ex. kan en bil

representeras med attributen modell, tillverkningsår och mätarställning men sakna attributet färg, för att en bils färg inte har haft en märkbar påverkan på en bils pris tidigare. Representationen illustreras i Figur 2. Andra möjliga representationer av problem är bilder, text och ljud (Richter & Weber 2013). Om det visar sig att bilar som ser liknande ut, har liknande beskrivningar eller låter liknande har en större chans att säljas för liknande pris, så kan det vara en lämplig problemrepresentation.

$([Modell], [Tillverkningsår], [Mätarställning])$

$(Audi\ A7, 2012, 17203\ mil)$

$(Bmw\ 320d, 2013, 707\ mil)$

**Figur 2** Ett exempel på hur en begagnad bil kan representeras som ett problem i CBR och två exempel på begagnade bilar.

### 2.1.2 Liknelse

Richter och Weber (2013) definierar problem som lika om de har liknande lösningar. Det är därför viktigt att identifiera vad som gör problem lika för att hitta liknande och passande lösningar till nya problem. Likhet är i denna benämning inte exakt, utan en grad på en skala. Ett problem kan vara sammansatt av flera värden och det finns olika sätt att beräkna likhet mellan sammansatta värden och icke-sammansatta värden.

Två vanliga sätt att beräkna likhet mellan icke-sammansatta värden är luddig matchning och avstånd (Richter & Weber 2013). Luddig matchning associerar ett tal till ett par av värden, som är proportionerligt till graden av deras likhet. Avstånd associerar också ett tal till ett par värden, men avståndet är proportionerligt till inversen av graden av deras likhet. Ingen av metoderna är bättre, ibland kan det dock vara enklare att uttrycka likhet på ett eller annat sätt.

Likhet mellan sammansatta värden kan beräknas genom att aggregera deras elements likheter. Två samlingar är då lika om deras element är lika. Hammingsmätning (Richter & Weber 2013) går ut på att mäta likhet mellan två samlingar baserat på antalet element som är exakt lika. Med viktad hammingsmätning värdesätts olika element i samlingen olika, så att två samlingars likhet är mer beroende av vissa elements likhet än andra. Med metrisk likhet (Richter & Weber 2013) summeras istället elementens likhetsgrad. Hammingsmätning kan ge mindre precisa resultat än metrisk likhet, men är mer effektiv att implementera ur en prestandasynpunkt.

### 2.1.3 Hämtning

Syftet med att använda hämtning (engelska: *retrieval*) är att hitta en lösning vars problem är mest likt problemet som ska lösas. För att hämta lösningen används en hämtningsmetod, vars krav kan variera från system till system. Det kan vara viktigt att den hämtade lösningen tillhör det mest lika problemet, men detta kan påverka systemets effektivitet. För att hitta det mest lika problemet och dess tillhörande lösning används ofta sekventiell sökning (Richter & Weber 2013). Eftersom problem kan likna varandra på olika sätt kan de ordnas efter olika kriterier och saknar en definitiv ordning. Av denna anledning är binärsökning mindre användbar för att söka efter fall. Om likhetsmetoden är prestandatung, kan problemen först gallras med en lättare likhetsmetod och sedan kan den tyngre likhetsmetoden användas på de kvarvarande problemen.

### **2.1.4 Anpassning**

När det mest lika problemet har upptäckts är det inte säkert att dess lösning är direkt applicerbar på det nya problemet. Lösningen kan därför behöva anpassas. Anpassning sker genom att applicera ett antal regler på lösningen för att få fram en ny lösning. En regel består av ett förvillkor och en handling som ska utföras om förvillkoret är sant. Handlingar delas in i två kategorier: transformationsbaserade och genererande handlingar(2013, ss. 198-199). Transformationsbaserade handlingar utgår från lösningen och byter ut delar av den för att anpassa den till det nya problemet. Genererande handlingar används ibland när lösningen har beräknats från dess tillhörande problem. Om lösningen inte är giltigt för det nuvarande problemet, så används samma teknik som användes för att beräkna lösningen från problemet, med den nya lösningen som grund. Detta är användbart när det är mycket dyrare prestandamässigt att beräkna hela lösningen från början, än att utgå från en nästan giltig lösning. Ett exempel är en färdbeskrivning från en plats till en annan. Det kan då vara enklare att utgå från en färdbeskrivning mellan två städer nära ursprungsplatsen och destinationen än att beräkna en helt ny färdbeskrivning.

### **2.1.5 Tidigare arbeten**

CBR har tidigare applicerats på spel med varierande resultat.

Wender och Watson (2014) har undersökt hur CBR kan användas för att mikrohantera enheter i realtidsstrategispelet (RTS) Warcraft 3. Deras CBR-baserade AI-agent styrde och attackerade med enheter baserat på tidigare liknande situationer. Likhetsmetoden i arbetet var hur nära de respektive enheterna var varandra i situationerna och hur lika deras hälsopoäng var. I arbetet testade de deras CBR-baserade AI-agent på mänskliga spelare och gemförde hur spelets inbyggda AI presterade på sin högsta skicklighetsnivå mot spelarna. De kom fram till att bara de bästa spelarna kunde besegra båda AI-agenterna, men ingen kunde besegra den CBR-baserade AI-agenten utan att förlora några enheter.

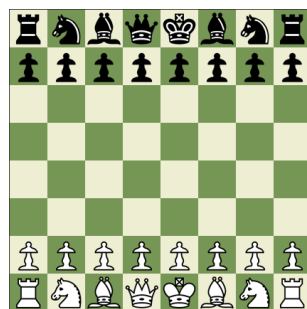
Bellamy-McIntyre (2008) presenterade hur CBR kan appliceras för att lära en AI-agent att göra bud i öppningar av bridge. Det upptäcktes dock att AI-agenten inte lyckades göra bra bud med sina givna händer, för att två händer som ansågs lika enligt likhetsmetoden ofta hade olika bud. Bellamy-McIntyre sammanfattade att CBR kanske inte är lämpligt för bridge-AI, eftersom att bridgespelare ofta använder ett regelverk för att bestämma vilket bud de ska göra för en given hand - de baserar inte sina bud på tidigare bud från liknande händer.

I Rubins (2013) arbete undersöks lämpligheten av att använda CBR för att utveckla en AI-agent som kunde spela olika Texas hold 'em varianter. AI-agenten kunde bestämma vilka bud den skulle ge baserat på vad andra spelare gjort i en pokertävling när de haft liknande kort på hand och på bordet. Den presterade bortom förväntningar och lyckades vinna Annual Computer Poker Competition (ACPC) från 2009 t.o.m. 2012.

## **2.2 Schack**

### **2.2.1 Regler**

Reglerna i schack har utvecklats genom åren och än idag spelas tävlingar med små variationer. Reglerna i denna sektion är baserade på Kenneths (1967) beskrivningar. Schack är ett turbaserat brädspel för två spelare där målet är att besegra sin motståndare. Spelet utspelar sig på en 8x8-rutors spelplan, där varje spelare kontrollerar varsin armé av spelpjäser – vit och svart. I Figur 3 visas en bild av spelplanen i början av spelet.



**Figur 3** Bild av spelplanen i början av spelet.

Spelarna turas om att flytta spelpjäser i sina arméer. En spelare får bara flytta en spelpjäs per drag. Två pjäser av samma färg får inte ockupera samma ruta. Om en spelare flyttar en av sina spelpjäser på en ruta ockuperad av en motståndarpjäs, så fångas motståndarpjäsen och lämnar spelplanen för resten av matchen. Högst en pjäs i taget får ockupera en ruta, och en pjäs får generellt inte flytta till en ruta om andra pjäser står i vägen till rutan. Om en pjäs kan flytta till specifik ruta betraktas det som att pjäsen hotar rutan, eller pjäsen som står på rutan.

Bonden (♟) kan flytta sig ett steg rakt framåt (sett från den ägande spelarens håll), två steg rakt framåt om det är dess första förflyttning, eller ett steg diagonalt framåt om draget är ett fångande drag. Om en bonde når den sista raden sedd ur ägarens perspektiv, så kan den omvandlas till vilken annan pjäs som helst. Om en spelare flyttar en bonde två steg, så kan bonden betraktas som om den bara tog ett steg, om den fångas av en motståndarbonde nästa drag. Detta kallas *en passant* och är franska för "i förbifarten". En passant illustreras i Figur 4.

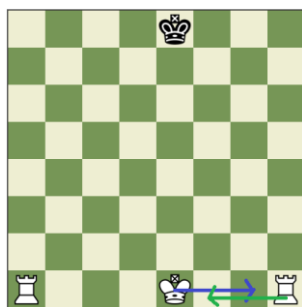


**Figur 4** Bild av en passant. Om vit flyttar sin bonde två rutor framåt kan den svarta bonden fånga den genom att flytta till rutan som den röda pilen indikerar.

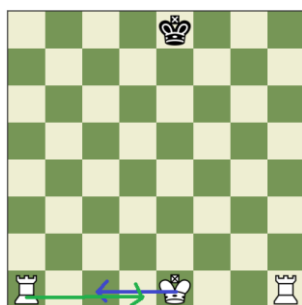
Springaren (♘) kan flytta sig två steg horisontellt eller vertikalt, och ett steg på den resterande axeln. Springaren kan flytta till en ruta även om det finns pjäser som blockerar vägen. Löparen (♞) kan röra sig diagonalt. Tornet (♖) kan röra sig horisontellt eller vertikalt. Drottningen (♑) kan antingen röra sig horisontellt, vertikalt eller diagonalt. Kungen (♔) kan röra sig ett steg horisontellt, vertikalt eller diagonalt.

En spelare kan göra så kallad rockad med sin kung och ett torn, om det inte finns några pjäser mellan tornet och kungen, varken tornet eller kungen har flyttats förut, och varken rutan som kungen står på, passerar eller landar på är hotad. Rockaden går till så att kungen flyttas två steg i tornets riktning, och tornet flyttas i kungens riktning så att den hamnar en ruta på andra sidan av kungens nya position. Figur 5 illustrerar hur detta kan se ut om den vita kungen gör

rockad med det närmaste tornet, och Figur 6 illustrerar rockad med tornet längst bort. Detta kallas kort respektive lång rockad.

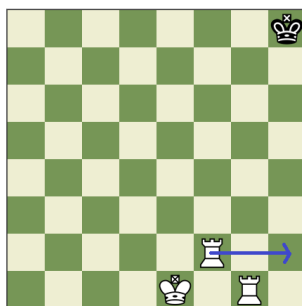


**Figur 5** Bild som visar hur pjäserna flyttas när vit gör kort rockad.



**Figur 6** Bild som visar hur pjäserna flyttas när vit gör lång rockad.

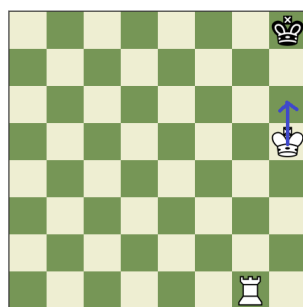
En spelare får aldrig göra ett drag som leder till att motståndaren hotar spelarens kung. Om en spelare gör ett drag så att motståndarens kung hotas kallas det för schack. Detta gäller även om kungen hotas av pjäser som skulle lämna sin kung hotad om de flyttade från sin ruta. Om motståndaren inte kan följa upp med ett drag som försätter kungen ur schack vinner spelaren, vilket kallas för schack matt. Ett exempel av schack matt visas i Figur 7.



**Figur 7** Bild som visar hur vit kan göra schack matt. Kungen hotas av tornet på andra raden, samtidigt som den inte kan flytta sig utan att fortfarande hotas.

Om motståndarens kung inte hotas, men samtidigt inte kan göra något drag utan att kungen hotas så blir det lika, vilket även kallas för remi. Ett exempel av remi visas i Figur 8.





**Figur 8** Bild som visas hur vit kan göra remi. Den svarta kungen hotas inte, men samtidigt kan den inte flytta sig någonstans utan att hotas av tornet eller den vita kungen.

Det finns två regler för att avbryta partier som inte leder mot vinst för någon av spelarna. Den första regeln säger att spelet är oavgjort om ett läge upprepar sig tre gånger under en match. Den andra regeln säger att spelet är oavgjort om ingen spelare flyttar en bonde på 50 drag.

### 2.2.2 Elo-rankning

Elo-rankning är ett sätt att ranka schackspelare relativt till varandra, namngett efter dess skapare Arpad Elo (Elo, 1978). Rankningssystemet har sedan dess används av schackorganisationer som FIDE (FIDE 2014a). Enligt Elo-rankningssystemet rankas spelare i form av poäng. Rankningar av spelare uppdateras kontinuerligt allt eftersom spelare spelar matcher mot varandra i schacktävlingar. Hur mycket en spelares rankning påverkas av vinster och förluster beror på hur hög dess rankning är proportionerligt till dess motspelare, vilket avgör troligheten att en av dem kommer vinna. Troligheten att en spelare kommer besegra en annan spelare är baserat på skillnaden i deras rankning, men de exakta siffrorna är organisationsspecifika. T.ex. så anser FIDE att troligheten är en procenthalt mellan 0 % och 100 % (uttryckt som 0 till 1), och skillnaden i rankning är ett tal mellan -800 och +800 (FIDE 2014a). Om skillnaden i rankning är större eller lägre än +-800 är troligheten 100 % att spelaren med högre rankning vinner.

Hur mycket en spelares ranking påverkas av en match beräknas på följande sätt:

- För varje match får en spelare 1, 1/2 eller 0 poäng om den vann, gjorde remi eller förlorade.
- Troligheten att en spelare skulle vinna (mellan 0 och 1) subtraheras från antalet poäng den fick. Detta tal kan bli 1 som mest och -1 som minst.
- Detta tal multipliceras med en koefficient mellan 10 till 40, baserat på hur många matcher spelaren tidigare spelat, dess nuvarande rankning och ålder.
- Det slutgiltiga (möjligen negativa) talet adderas med spelarens nuvarande rankning, för att få dess nya rankning.

Detta system ser till att spelare inte går ner mycket i rankning om de inte förväntas vinna; en spelare kan inte ens minska i rankning om den förlorar mot en spelare med mer än 800 i rankning. Likaså kan en spelare inte gå upp i rankning om den bara besegrar spelare med mycket lägre rankning. Om en spelare gör remi med en motståndare med högre rankning går spelaren upp i rankning och motståndaren ner, vilket innebär till att de närmar sig samma rankning om det kontinuerligt gör remi mot varandra.

### 2.2.3 Portable Game Notation

I artikeln *Standard: Portable Game Notation Specification and Implementation Guide* (1994) beskrivs PGN som ett format för att spara och beskriva schackmatcher. Formatet blev snabbt populärt och idag finns det tusentals allmänt tillgängliga sparade partier på t.ex. FIDE:s hemsida. Ett PGN-dokument kan innehålla ett antal matcher och varje match innehåller metainformation om matchen och de drag som utfördes i matchen. Informationen kan gälla när eller var matchen spelades och av vilka. Dragen skrivs med algebraisk notation (AN).

AN är en notation som beskriver drag kortfattat till den grad att de inte är tvetydiga. Raderna numreras från vits synvinkel med bokstäver från a till h, och kolumnerna med siffrorna 1 till 8. En ruta på spelplanen kan då beskrivas med dess tillhörande rad och kolumn t.ex. e4 eller a2. Drag har ett prefix med stor bokstav som beskriver vilken sorts pjäs som flyttades. N för springare, R för torn, B för löpare, Q för drottning, K för kung, medan bonde saknar prefix. Detta följs av positionen som pjäsen flyttades till. Exempel: e4, Nf3, Bb5. Om draget är ett fångande drag så sätts ett x framför rutan som pjäsen flyttades till. De drag som leder till schack har ett plustecken som suffix. Kort rockad representeras med "O-O" och lång rockad representeras med "O-O-O".

I de fall då ett drag är tvetydigt, t.ex. om två springare på e4 respektive e6 kan flytta till c5, så följs pjäsbokstaven av radkoordinaten eller kolumnkoordinaten beroende på vilken som kan uttrycka draget unikt (Nee5 är inte unikt i detta fall, medan N4e5 är det). Efter det sista draget i matchen visas resultatet 1-0, 0-1, eller 1/2-1/2 om vit vann, förlorade, respektive gjorde remi med svart. I Figur 9 visas ett exempel av en match beskriven i PGN.

```
[Event "F/S Return Match"]
[Site "Belgrade, Serbia Yugoslavia|JUG"]
[Date "1992.11.04"]
[Round "29"]
[White "Fischer, Robert J."]
[Black "Spasky, Boris V."]
[Result "1/2-1/2"]

1. e4 e5 2. Nf3 Nc6 3. Bb5 a6 {This opening is called the Ruy Lopez.}
4. Ba4 Nf6 5. O-O Be7 6. Re1 b5 7. Bb3 d6 8. c3 O-O 9. h3 Nb8 10. d4 Nbd7
11. c4 c6 12. cxb5 axb5 13. Nc3 Bb7 14. Bg5 b4 15. Nb1 h6 16. Bh4 c5 17. dxe5
Nxe4 18. Bxe7 Qxe7 19. exd6 Qf6 20. Nbd2 Nxd6 21. Nc4 Nxc4 22. Bxc4 Nb6
23. Ne5 Rae8 24. Bxf7+ Rxf7 25. Nxf7 Rxe1+ 26. Qxe1 Kxf7 27. Qe3 Qg5 28. Qxg5
hxd5 29. b3 Ke6 30. a3 Kd6 31. axb4 cxb4 32. Ra5 Nd5 33. f3 Bc8 34. Kf2 Bf5
35. Ra7 g6 36. Ra6+ Kc5 37. Ke1 Nf4 38. g3 Nxd3 39. Kd2 Kb5 40. Rd6 Kc5 41. Ra6
Nf2 42. g4 Bd3 43. Re6 1/2-1/2
```

**Figur 9** En schackmatch i PGN-formatet. Notera att numreringen inte ökar för varje drag, utan varje par av drag.

### 2.2.4 Schack AI:s historia

Forskning inom schack AI tog fart efter att Shannon (1950) presenterade ett exempel på en schackspelande dator. Den var utformad så att den kunde bestämma ett drag att utföra baserat på vilket läge spelet var i och vilken färg den hade. Datorn försökte lista ut vilket drag som var bäst genom att internt göra alla möjliga kombinationer av drag ett antal drag i framtiden. Detta liknar förgreningen av ett sökträd, där varje drag är en kant och varje läge är en nod. Efter förgreningen så utvärderades lägena, och det drag som ledde till det garanterat bästa

läget valdes. Med garanterat bästa menas att det ledde till det bästa läget givet att motspelaren spelade så bra som möjligt. Sökalgoritmen som användes för att hitta det garanterat bästa läget kallas för minimax (McKinsey 1952). De flesta lägen går inte exakt att utvärdera om de inte är en vinst, förlust eller remi och därför används en heuristik. Heuristiken kan vara baserat på allt ifrån summan av spelarnas pjäsers värden till om det finns flera bönder av samma färg på samma kolumn (Shannon 1950). Ett läge representeras som en lista av 64 heltal, där varje heltal beskriver vilken pjäs av vilken färg som finns på en viss ruta, alternativt att rutan är tom.

Shannons exempel har förfinats på olika sätt genom åren. Bitboards är ett alternativt sätt att representera lägen i schack som är passande för att snabbt generera vilka drag som kan utföras ett givet läge (Slate & Atkin 1977). Det går ut på att lagra olika information av brädet i listor av 64 bittar, där varje bit representerar om en viss ruta uppfyller ett predikat specifikt för listan. Predikaten är ofta av formen "är rutan hotad av en pjäs av en viss typ" eller "har pjäsen på rutan en viss färg". Anledningen att bitboards är så användbara är att binära operationer mellan bitboards kan ge användbar information snabbt på hårdvara som har inbyggda operationer för 64-bitars register. T.ex. går det att sälla brädet med rutorna som de vita springarna kan hota, genom att utföra xor på brädet av vita pjäser (Laramée 2000b). Alfabetasökning är en sökteknik för att undvika expansionen av grenar i ett träd, om det går att lista ut att motspelaren aldrig skulle besöka grenarna för att de inte är fördelaktiga nog (Frey 1983). Sökning används numera inte lika mycket under öppningar för att de har studerats i större utsträckning genom åren och har mer eller mindre "lösts" (Lincke 2001). Likaså har alla möjliga slutspel med ett lågt antal pjäser lösts genom att använda genererade slutspelsdatabaser (Heinz 1999). Trots alla förbättringar går det fortfarande inte att garanterat välja det bästa draget i varje läge med dagens schack AI. Problemet är att söktiden är exponentiellt proportionerlig till djupen som söks i sökträdet. På grund av detta finns det ett väldigt stort antal möjliga lägen att undersöka för ett lågt antal drag. Shannon (1950) estimerar att antalet möjliga lägen är i närheten av  $10^{54}$  och det skulle ta alldeles för lång tid för en dator att undersöka så många lägen.

Schack benämndes ofta förr som "bananflugan av AI" (McCarty 1990). Liknelsen syftar på att bananflugor började användas inom biologisk forskning om genetik för att det var så lätt att föda upp dem. Likaså har schack ansetts vara ett spel med enkla regler och ett tydligt men svårnått mål, som kan användas som testramverk för att undersöka hypoteser (Simon & Chase 1973). Problemet var att forskning inom schack AI fokuserade mer på specifika tekniker för att förbättra Shannons (1950) exempel, medan alternativa tekniker fick mindre uppmärksamhet (Schaeffer 1991; Ensmenger 2012). Därför anser Schaffer (1991) att schack bör överges som testramverk för AI och fokus bör förflyttas till spelet go. Trots detta har ett antal alternativa tillvägagångssätt presenterats genom åren. Gould & Levison (1991) presenterar i sitt arbete en schackspelande AI-agent vid namn *Morph*. Morph utmärks av att den under ett antal spelade partier lär sig associera mönster av schackformationer med drag som bör utföras. Likt AI-agenten i detta arbete är den baserad på tanken att liknande problem har liknande lösningar. Morph skiljer sig dock från AI-agenten i detta arbete eftersom den börjar med väldigt lite kunskap, och lär sig genom att spela matcher. Morph lärde sig att utföra olika attacker, men kunde inte alltid lista ut hur den kunde avsluta dem och vinna de matcher den deltog i.

Innan persondatorer blev vanliga byggdes ofta maskiner som endast kunde spela schack. Dessa maskiner behövde en mänsklig operatör som kunde berätta för maskinen vad dess

motspelare gjorde för drag och kunde utföra maskinens egna drag (Greenblatt, Eastlake & Crocker 1969). Idag har schackmaskiner i stort bytts ut mot schackmotorer och operatörer mot grafiska och textbaserade användargränssnitt implementerade som mjukvara på persondatorer. Det finns ett antal kommunikationsprotokoll som används för att kommunicera mellan schackmotorer och användargränssnitt. XBoard (Mann & Muller 2009) är ett kommunikationsprotokoll baserat på användargränssnittet med samma namn och *Universal Chess Interface* (UCI) (Rupert 2006) är ett nyare alternativ till XBoard.

Ända sedan schackmaskinen Deep Blue besegrade den dåvarande världsmästaren Kasparov (Campbell, Hoane & Hsu 2002) har schackmotorer och schackmaskiner mer och mer används för att utmana varandra istället för mänskliga spelare. De flesta schackmotorer kan nu för tiden besegra stormästare utan specialanpassad hårdvara. Pocket Fritz 4 är exemplarisk i att den implementerades på en telefon och samtidigt vann Mercusor Cup 2009, en av de enda tävlingarna på senare tid som tillåtit både mänskliga spelare och schackmotorer som deltagare (Chess News, 2009). Varje år hålls World Computer Chess Championship (WCCC) av International Computer Game Association (ICGA) som är en tävling för schackmotorer. Tillställningen hålls inte bara för att utse en vinnare, men även för att dela teknisk kunskap med ICGA:s tidsskrift: ICGA Journal, som presenterar analyser av matcher mellan spelare i spel som schack och go. Det finns även en annan tävling vid namn Thoresen Chess Engines Competition (TCHE) där de bästa schackmotorerna spelar mot varandra under långa perioder, vilket kan ses live på deras hemsida (<http://tcec.chessdom.com/live.php>). I januari 2015 blev Komodo 8 den nya världsmästaren bland schackmotorer när den uppnådde en Elo-rankning av 3320 och besegrade den tidigare världsmästaren Stockfish 4, som hade en Elo-rankning av 3300 (Anthony 2014). Detta är högt jämfört med den nuvarande mänskliga världsmästaren Magnus Carlsen, som i början av februari 2015 bara hade en Elo-rankning av 2865 (FIDE 2015).

## 3 Problemformulering

### 3.1 Problemformulering

AI för schack är ett forskningsområde som har fått mycket uppmärksamhet. Trots detta är schack ett olöst problem – det finns ännu ingen beprövat teknik att garanterat besegra en motståndare, som samtidigt går att implementera på existerande hårdvara. Det kan därför vara värt att undersöka hur väl alternativa AI tekniker kan appliceras på schack, i hopp om att närma sig lösningen. Det finns flera saker som tyder på att CBR kan vara lämpligt för utvecklandet av schackspelande AI-agenter. CBR är baserat på att använda lösningar för problem på för att lösa liknande problem. Detta innebär att alla möjliga fall inte behöver finnas i dess fallbas för att AI-agenten fortfarande ska kunna lista ut vilket drag som är bäst att utföra i ett visst läge, givet en tillräckligt bra liknelsemetod och anpassningsmetod. Med CBR behöver det inte finnas fall för alla möjliga  $10^{54}$  lägen, eftersom flera av dem teoretiskt kan härledas. Det kan även visa sig att en CBR-baserad, schackspelande AI-agent kan spela lika bra som experten dess fallbas är baserade på, vilket kan användas för att utveckla schack-AI med varierbar eller flexibel svårighetsgrad.

I detta arbete kommer det undersökas hur väl CBR kan appliceras för utveckling av schackspelande AI-agenter. I arbetet ska en grundläggande, CBR-baserad, schackspelande AI-agent utvecklas som kan basera sina drag på olika fallbaser från olika mänskliga experter. För att ta reda på om CBR är en passande teknik för schack AI, ska det undersökas till vilken grad AI-agenten spelar bättre med en fallbas baserad på en bättre spelare, mot en sämre spelares fallbas. Här anses en spelare spela bättre om den har en högre Elo-rankning. Det kommer inte undersökas hur bra AI-agenten skulle kunna spela med olika fallbaser mot mänskliga spelare, dvs. vad AI-agentens Elo-rankning skulle vara med respektive fallbas, för att det skulle vara väldigt tidskrävande att spela så många matcher som krävs för att få en rimlig estimering.

Eftersom arbetet är grundläggande finns det flera tänkbara förbättringar för AI-agenten. För att kunna hantera större mängder fall kan alternativa fallrepresentationer och mer effektiva hämtningsmetoder undersökas. Förbättringar av liknelsemetoden och anpassningsmetoden kan leda till att mer passande drag utförs i olika lägen. Alternativa sätt att skapa fallbaser kan även undersökas, som att handplocka specifika fall baserat på olika kriterier, använda fall från olika experter i en fallbas, eller att generera fall istället för att basera dem på expertdata.

Det går teoretiskt redan att skapa en AI-agent med tidigare beprövade tekniker som spelar schack perfekt; problemet är att det skulle ta flera år att beräkna vilket drag som bör utföras i varje läge. För att CBR ska vara av användning måste därför AI-agenten kunna implementeras på konsumenthårdvara och utföra drag under tidspress likt dagens schackmotorer. I FIDE-tävlingar får en schackspelare 90 minuter på sig att utföra sina första 40 drag (FIDE 2014b), vilket är det tidskrav som AI-agenten förväntas följa.

### 3.2 Metodbeskrivning

Ett program ska skapas av en schackspelande AI-agent baserad på CBR, som kan använda olika fallbaser. Anledningen att ett program används, är att det skulle vara för tidskrävande att för hand analysera den stora mängden expertdata som AI-agenten kommer använda och dra slutsatser om AI-agentens prestation med en given fallbas.

För att undersöka om AI-agentens skicklighet är relativ till skickligheten av experten som dess fallbas är baserad på, ska olika beteenden tävla mot varandra. Här används ordet beteende för att mena hur AI-agenten agerar med en viss fallbas; AI-agenten ska alltså tävla mot sig själv med olika fallbaser. Om ett beteenden vinner över ett annat ska det vinnande beteendet tilldelas ett poäng. Om det blir lika ska båda få ett halvt poäng. När varje beteende har spelat mot varje annat beteende ett antal gånger ska beteendena graderas i relation till varandra baserat på hur många poäng de fick. Detta liknar round-robin-tävlingar som tidigare har anordnats av FIDE (2011). Om de högre rankade spelarnas respektive beteenden generellt får högre rankning, skulle det visa att AI-agenten presterar bättre med bättre expertdata.

Expertdata från olika experter ska komma från drag som experten utfört i olika lägen i tidigare matcher. Experter kommer rankas efter deras Elo-rankning, så att bättre experter har högre rankning. En allmänt tillgänglig databas av sparade schackmatcher ska användas som källa för expertdata. Ett möjligt problem med detta är att det inte är säkert att en delmängd av en spelares historik av spelade schackmatcher visar hur den fick sin rankning. Om en större andel av de matcher som experten vunnit gentemot de matcher som den förlorat skulle finnas tillgängliga kan AI-agenten spela bättre än förväntat med expertens fallbas. Motsatsen är lika möjlig. Det finns även en risk att olika experter har olika många sparade partier procentuellt gentemot hur många partier de spelat för att ha fått sin rankning. Detta skulle kunna ge dem en oproportionerligt mindre fallbas gentemot andra än de teoretiskt skulle kunna haft, än om alla deras partier varit tillgängliga i databasen.

## 4 Implementation

Två huvudområden inom implementationen är relevanta att diskutera: schackimplementationen och CBR-implementationen.

### 4.1 Schack

För att kunna utföra partier och uttrycka schackrelaterade koncept i CBR-modellen behövde datastrukturer och algoritmer om schack väljas och implementeras. Implementationen behövde fungera och följa reglerna i sektion 2.2.1 perfekt, för att det skulle vara möjligt att utvärdera hur bra AI-agenten kan spela schack. Det var därför endast två olika kriterier som vägdes mot varandra när valet av datastrukturer och algoritmer gjordes: enkelhet och prestanda. Enkelhet för att minska tiden att utveckla AI-agenten och prestanda för att uppfylla dess prestandakrav. Efter att ha läst Laramées (2000a; 2000b; 2000c; 2000d; 2000e) artikelserie om att implementera en schackspelande AI-agent beslutades det att luta åt enkelhet och endast utvärdera mer komplicerade datastrukturer och algoritmer om AI-agenten utförde drag för långsamt. Det verkade även mindre troligt att detta skulle ha en lika stor påverkan som i andra vanliga schackspelande AI-agenter, eftersom deras flaskhals är generering och utförande av drag i sökträd, medan det förväntades att arbetets flaskhals skulle vara hämtningen av fall från fallbasen. Ytterligare en anledning att använda enkla datastrukturer och algoritmer var tidigare erfarenheter med dem.

Ett läge i schack representerades med information om vilka pjäser som fanns på brädet och diverse bokföringsinformation för att avgöra om speciella drag kan utföras liksom när en match är oavgjord för att samma läge upprepat sig eller att en bonde inte rört sig på länge. För att representera pjäserna på brädet användes en 64-elementslista av symboler, där varje element i listan indikerade vilken sort pjäs, om någon, som står på respektive ruta. Denna representation har mycket i liknelse med Shannons (1950) representation; Shannon använde en lista med heltal, där olika värden representerade olika sorters pjäser av olika färg. I den här representationen kan en symbol anta någon utav värdena "Ingen pjäs", "Vit Bonde", "Svart Bonde", "Vit springare" osv..

Ett drag representerades med två index, det första för att identifiera rutan på brädet för den pjäs som skulle flytta och det andra för att identifiera rutan som pjäsen skulle flytta till. Utöver det kunde ett drag innehålla en symbol som indikerade vilken pjästyp som en bonde skulle omvandlas till när den nådde sista raden. Denna representation täcker upp vanliga förflyttningar och fångande drag, men inte rockad eller en passant. Rockad och en passant använder två index likt andra drag, som gör dem unikt identifierbara som rockad och en passant i ett specifikt läge. En passant representeras som en förflyttning för bonden till den passerade rutan. Rockad representeras som en förflyttning av kungen två steg åt vänster eller höger för lång respektive kort rockad. Eftersom kungen kan flytta på sig och ersättas med en annan pjäs på dess ursprungliga ruta, kan samma drag vara rockad i ett läge och en vanlig förflyttning i ett annat. T.ex. om den vita kungen är på e1 kan den göra rockad med draget e1c1; i ett annat läge där det står en vit drottning på e1, tolkas draget istället som en förflyttning av drottningen till c1. Giltiga drag genererades genom att generera alla möjliga drag som den nuvarande spelaren kan utföra med varje individuell pjäs och sälla bort de drag som leder till att spelarens kung kan fångas på motståndarens nästa drag. **(För mycket implementationsdetaljer? Ska jag förenkla det och säga "Ett drag kan antingen**

**representera en förflyttning, en passant eller rockad”, och inte nämna fulllösningen?)**

## 4.2 CBR

Den CBR-baserade AI-agenten använder algoritmer och datastrukturer presenterade av Richter och Weber (2013). En viktig aspekt inom CBR - likhet - har implementerats utan hänsyn till mål och strategier i schack, utan bara dess regler. **(Tillräckligt tydligt? Har svårt att kortfattat och tydligt säga ”deras likhet beror inte på att de både liknar en viss strategi som ’skolmatt’ eller ’drottningens öppning’”)** Den bakomliggande motivationen var att Richter och Weber (2013) har beskrivit CBR som en användbar teknik för att lösa problem utan mycket kunskap om domänen. Likaså har Hsu (1991) berättat att hårdkodade strategier ibland varit skadligt för utvecklandet av schack-AI. Tidigare AI-agenter har i många fall presterat bättre när de naturligt utvecklade och applicerat strategier bara genom att leta efter det bästa draget i sökträd. I tron om att denna teori håller även när CBR appliceras så används inte hårdkodade schackstrategier och mål för liknelse.

### 4.2.1 Fallrepresentation och hämtning

Ett fall representeras som ett problem och lösningen på problemet. I arbetet är problemet ett läge och lösningen ett drag att utföra i läget. Fall representeras med tvåelementstuplar av problem och lösningar och lagras sekventiellt som en lista i en fallbas. Under hämtning söks fallbasen igenom sekventiellt, för att hitta det läge vars problem är mest likt det problem som ska lösas. Om det finns flera fall vars problem är mest lika problemet som ska lösas väljs ett av dessa fall ut slumpmässigt. Likhet mellan problem definieras som den genomsnittliga likheten mellan eventuella pjäser på respektive problems bräden. Likhet mellan eventuella pjäser är som följer:

- 1,0 om båda pjäserna inte finns (tomma rutor) eller om pjäserna finns och har samma färg och typ.
- 0,75 om pjäserna finns och har samma färg men inte typ.
- 0,5 om en pjäs in finns.
- 0,25 om pjäserna finns och har samma typ men inte färg.
- 0 om pjäserna har olika färg och typ.

Tanken med denna definition av likhet är att identiska problem är 100 % lika och problem som skiljer sig med bara några få flyttade pjäser fortfarande är lika. Det förväntas att lösningarna för problemen är passande att applicera på liknande problem med denna definition av likhet.

### 4.2.2 Anpassning

När ett fall har hämtats kan det behöva anpassas till det nuvarande problemet. Eftersom antalet giltiga drag alltid är mycket mindre än antalet drag som kan representeras, så anpassas lösningen till det giltiga drag som det liknar mest. Om draget istället anpassades oberoende av de giltiga dragen, skulle det producerade draget med största sannolikhet vara ogiltigt och behöva anpassas om och om igen tills det blivit giltigt.

Drag liknar varandra efter två olika liknelser: inverterat avstånd och innehåll. Den totala liknelsen är summan av de två viktade liknelserna. Om  $A$  är avståndsfunktionen,  $I$  är



innehållsfunktionen och  $w$  är en lista av vikter, kan liknelsefunktionen beskrivas som följande:  $F(m_1, m_2) = \frac{w_1}{A(m_1, m_2)} + w_2 * I(m_1, m_2)$ .

Avstånd mellan drag är baserat på det normaliserade manhattanavståndet mellan rutorna som pjäserna flyttade ifrån och rutorna de flyttade till. Manhattanavståndet mellan två rutor är antal rader adderat med antalet kolumner som måste korsas för att nå den ena rutan från den andra. Normaliseringen av manhattanavståndet är en division med det största manhattanavståndet. På så vis är det normaliserade manhattanavståndet alltid mellan 0 och 1. Om  $M$  är det normaliserade manhattanavståndet,  $K$  ger ett drags källruta och  $D$  ger ett drags destinationsruta kan avståndsfunktionen skrivas så här:  $A(m_1, m_2) = w_3 * M(K(m_1), K(m_2)) + w_4 * M(D(m_1), D(m_2))$ .

Innehåll är baserat på likheten av respektive drags flyttade och fångad pjäs. Likheten mellan pjäser är samma som används under hämtning. Om  $S$  är pjäslikhetsfunktionen,  $n$  är det nya problemets bräde och  $p$  är det hämtade fallets problems bräde, kan funktionen definieras på följande vis:  $I(m_1, m_2) = w_4 * S(p_{K(m_1)}, n_{K(m_2)}) + w_5 * S(p_{D(m_1)}, n_{D(m_2)})$ .

### 4.2.3 Återanvändning

AI-agenten återanvänder inte fall i implementationen. Anledningen är att det inte ska undersökas om AI-agenten kan utvecklas dynamiskt efter att ha spelat flera partier. I det flesta fall skulle även resultatet av framtida hämtningar vara oförändrade såvida inte ett nytt problem uppstår som är mest likt det återanvända problemet, men inte identiskt. Om det är identiskt kan det härledas från det fall det ursprungligen baserades på.

## 4.3 Pilotstudie

Implementationen har färdigställts och en pilotstudie har begåtts med fallbaser baserade på rankade spelare. Resultatet talar för att studien kan utföras inom ett par timmar, så länge som bara ett fåtal matcher spelas mellan varje par spelare och bara ett antal spelare används i studien.

## Referenser

- Anthony, S. (2014). *A new (Computer) Chess Champion is Crowned, and the Continued Demise of Human Grandmasters*. <http://www.extremetech.com/extreme/196554-a-new-computer-chess-champion-is-crowned-and-the-continued-demise-of-human-grandmasters> [2015-03-19]
- Bellamy-McIntyre, J. (2008). *Applying Case-Based Reasoning to the Game of Bridge*. Diss. University of Auckland, New Zealand.
- Campbell, M., Hoane, A. J. & Hsu, F. H. (2002). Deep Blue. *Artificial intelligence*, 134(1), ss. 57-83.
- Chess News (2009). *Breakthrough Performance by Pocket Fritz 4 in Buenos Aires*. <http://en.chessbase.com/post/breakthrough-performance-by-pocket-fritz-4-in-buenos-aires> [2015-03-19]
- Elo, A. E. (1978). *The Rating of Chess Players, Past and Present*. New York: Arco Publishing.
- Ensmenger, N. (2012). Is Chess the Drosophilia of Artificial Intelligence? A Social History of an Algorithm. *Social Studies of Science*, 42(1) ss. 5-30.
- Frey, P. W. (1983). The Alpha-Beta Algorithm: Incremental Updating, Well-Behaved Evaluation Functions, and Non-Speculative Forward Pruning. *Computer Game-Playing*. ss. 285-289. Chichester: Ellis Horwood Limited Publishers.
- Gould, J. & Levinson, R. A. (1991). *Method integration for experience-based learning*. USA: University of California.
- Greenblatt, R. D., Eastlake, E. D. & Crocker, D. S. (1969). *The Greenblatt Chess Program*. <http://hdl.handle.net/1721.1/6176> [2015-02-08]
- Heinz, E. A. (1999). Endgame databases and efficient index schemes. *ICCA Journal*, 22(1), ss. 22-32.
- Hsu, F. (1991). "Expert Inputs" are sometimes harmful. I *IJCAI-91, Proceedings of the Twelfth International Conference on Artificial Intelligence*. Sydney, Australia.
- Huber, R. (2006). *Description of the universal chess interface (UCI)*. <http://download.shredderchess.com/div/uci.zip> [2015-02-08]
- Laramée, F. D. (2000a). *Chess Programming Part I: Getting Started*. [http://www.gamedev.net/page/resources/\\_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-i-getting-started-r1014](http://www.gamedev.net/page/resources/_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-i-getting-started-r1014) [2015-03-30]
- Laramée, F. D. (2000b). *Chess Programming Part II: Data Structures*. [http://www.gamedev.net/page/resources/\\_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-ii-data-structures-r1046](http://www.gamedev.net/page/resources/_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-ii-data-structures-r1046) [2015-03-19]
- Laramée, F. D. (2000c). *Chess Programming Part III: Move Generation*. [http://www.gamedev.net/page/resources/\\_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-iii-move-generation-r1126](http://www.gamedev.net/page/resources/_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-iii-move-generation-r1126) [2015-03-30]

- Laramée, F. D. (2000d). *Chess Programming Part IV: Basic Search*. [http://www.gamedev.net/page/resources/\\_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-iv-basic-search-r1171](http://www.gamedev.net/page/resources/_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-iv-basic-search-r1171) [2015-03-30]
- Laramée, F. D. (2000e). *Chess Programming Part V: Advanced Search*. [http://www.gamedev.net/page/resources/\\_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-v-advanced-search-r1197](http://www.gamedev.net/page/resources/_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-v-advanced-search-r1197) [2015-03-30]
- Laramée, F. D. (2000f). *Chess Programming Part VI: Evaluation Functions*. [http://www.gamedev.net/page/resources/\\_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-vi-evaluation-functions-r1208](http://www.gamedev.net/page/resources/_/technical/artificial-intelligence/chess-programming-part-vi-evaluation-functions-r1208) [2015-03-30]
- Lincke, T. R. (2001). Strategies for the Automatic Construction of Opening Books. I *CG 2000, Second International Conference*. Hamamatsu, Japan 26-28 oktober 2000, ss. 74-86. DOI: 10.1007/3-540-45579-5\_5
- Mann, T. & Muller, H. G. (2009). *Chess Engine Communication Protocol*. <http://www.gnu.org/software/xboard/engine-intf.html> [2015-02-09]
- McCarty, J. (1990). Chess as the Drosophilia of AI. *Computers, Chess, and Cognition*, ss. 227-237. New York: Springer Verlag.
- McKinsey, J. C. C. (1952). *Introduction to the Theory of Games*. Santa Monica: The Rand Corporation.
- Harkness, K. (1973). *Official Chess Handbook*. New York: David McKay Co.
- Rubin, J. (2013). *On the Construction, Maintenance and Analysis of Case-Based Strategies in Computer Poker*. Diss. University of Auckland, New Zealand.
- Richter, M. M., & Weber, R. O. (2013). *Case-Based Reasoning: A Textbook*. Berlin: Springer Verlag.
- Schaeffer, J. (1991). Computer Chess: Science of Engineering? I *IJCAI-91, Proceedings of the Twelfth International Conference on Artificial Intelligence*. Sydney, Australia.
- Shannon, C. E. (1950). Programming a Computer for Playing Chess. *Philosophical Magazine*, 41(314).
- Simon, H. A. & Chase, W. G. (1973) Skill in Chess. *American Scientist*, 61(4), ss. 393-403.
- Standard: Portable Game Notation Specification and Implementation Guide* (1994). <http://www6.chessclub.com/help/PGN-spec> [2015-02-16]
- Wender, S. & Watson, I. (2014). *Integrating Case-Based Reasoning with Reinforcement Learning for Real-Time Strategy Game Micromanagement*. Diss. University of Auckland, New Zealand.
- World Chess Federation (2011). *FIDE Tournament Rules*. <http://www.fide.com/component/handbook/?id=20&view=category> [2015-03-18]
- World Chess Federation (2014a). *FIDE Rating Regulations Effective From 1 July 2014*. <http://www.fide.com/fide/handbook.html?id=172&view=article> [2015-02-09]

World Chess Federation (2014b). *General Rules and Recommendations for Tournaments: Time Control*. [www.fide.com/component/handbook/?id=39&view=category](http://www.fide.com/component/handbook/?id=39&view=category) [2015-02-09]

World Chess Federation (2014c). *Laws of Chess: For competitions Starting On or After 1 July 2014*. <http://www.fide.com/fide/handbook.html?id=171&view=article> [2015-02-09]

World Chess Federation (2015). *Top 100 Players February 2015 – Archive*. <https://ratings.fide.com/toparc.phtml?cod=341> [2015-03-19]