```
Exit[];
```

```
$Assumptions = r > 0 && x > 0 && Element[m, Integers] &&
  Element[n, Integers] && s > 0 && Element[p, Integers] && p > 0
```

$$r > 0 \&\& x > 0 \&\& m \in \text{Integers} \&\& n \in \text{Integers} \&\& s > 0 \&\& p \in \text{Integers} \&\& p > 0$$

```
f[r_] := {{(m - 1) / r, I * (En - r ^ p)}, {I * (En - r ^ p), -m / r}} -
  0 * IdentityMatrix[2] * I * r ^ p; f[r] // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} \frac{-1+m}{r} & i\,(E0 + i\,Ga - r^p) \\ i\,(E0 + i\,Ga - r^p) & -\frac{m}{r} \end{pmatrix}$$

```
En =.
```

```
VV[x_] := Exp[I * Integrate[r ^ p, {r, 0, x}]]
```

```
u = {F[x], G[x]} / VV[x]
```

$$\left\{e^{-\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,F[x],\ e^{-\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,G[x]\right\}$$

```
Expand[Simplify[(-D[u, x] + r'[x] * f[r[x]].u) * VV[x]]]
```

$$\left\{-\frac{F[x]}{x} + \frac{m\,F[x]}{x} + i\,x^p\,F[x] + i\,En\,G[x] - i\,x^p\,G[x] - F'[x],\right.$$
$$\left. i\,En\,F[x] - i\,x^p\,F[x] - \frac{m\,G[x]}{x} + i\,x^p\,G[x] - G'[x]\right\}$$

```
V = Transpose[Eigenvectors[{{1, 1 - 2 * m}, {1 - 2 * m, 1}}]]
```

$$\{\{1, -1\}, \{1, 1\}\}$$

```
g[r_] := Simplify[Inverse[V].f[r].V]; g[r] // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} i\,En - \frac{1}{2\,r} - i\,r^p & \frac{1-2\,m}{2\,r} \\ \frac{1-2\,m}{2\,r} & -i\,En - \frac{1}{2\,r} + i\,r^p \end{pmatrix}$$

```
VV[x_] := Exp[I * Integrate[r ^ p, {r, 0, x}]]
```

```
u = {F[x] / VV[x], G[x]}
```

$$\left\{e^{-\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,F[x],\ G[x]\right\}$$

```
r[x_] := x;
```

```
Expand[Simplify[(-D[u, x] + r'[x] * g[r[x]].u) * VV[x]]]
```

$$\left\{i\,En\,F[x] - \frac{F[x]}{2\,x} + \frac{e^{\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,G[x]}{2\,x} - \frac{e^{\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,m\,G[x]}{x} - F'[x],\right.$$
$$\left.\frac{F[x]}{2\,x} - \frac{m\,F[x]}{x} - i\,e^{\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,En\,G[x] - \frac{e^{\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,G[x]}{2\,x} + i\,e^{\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,x^p\,G[x] - e^{\frac{i\,x^{1+p}}{1+p}}\,G'[x]\right\}$$

```
g2[x_] := {{-1/(2 x), (1 - 2 m)/(2 x)}, {(1 - 2 m)/(2 x), -2 i En - 1/(2 x) + 2 i x^p}};
```

```
u = {F[x] / VV[x], G[x] / VV[x]}
```

```
g1 = Collect[
  Expand[Simplify[Expand[(D[u, x] - r'[x] * f[r[x]].u) * x / x^s * {Exp[S * x], 1}]]],
  {x^n, a[n], b[n]}]
```

$$\left\{-i\, e^{x\left(S-\frac{i x^p}{1+p}\right)} x^{1+p-s} F[x] + e^{x\left(S-\frac{i x^p}{1+p}\right)} x^{-s} F[x] - e^{x\left(S-\frac{i x^p}{1+p}\right)} m\, x^{-s} F[x] - i\, e^{\frac{2 i x^{1+p}}{1+p}+x\left(S-\frac{i x^p}{1+p}\right)} En\, x^{1-s} G[x] + i\, e^{\frac{2 i x^{1+p}}{1+p}+x\left(S-\frac{i x^p}{1+p}\right)} x^{1+p-s} G[x] + e^{x\left(S-\frac{i x^p}{1+p}\right)} x^{1-s} F'[x],\ -i\, e^{-\frac{i x^{1+p}}{1+p}} En\, x^{1-s} F[x] + i\, e^{-\frac{i x^{1+p}}{1+p}} x^{1+p-s} F[x] + i\, e^{\frac{i x^{1+p}}{1+p}} x^{1+p-s} G[x] + e^{\frac{i x^{1+p}}{1+p}} m\, x^{-s} G[x] + e^{\frac{i x^{1+p}}{1+p}} x^{1-s} G'[x]\right\}$$

```
a[-1] = 0; a[-2] = 0; a[-3] = 0; b[-1] = 0; b[-2] = 0; b[-3] = 0; a[0] = 0;
```

```
g2[n_] := I * (S * a[n - 1] - (1 - m + n + s) * a[n]) + a[n - 3] ==
  Sum[S^l / l! * (En * b[n - l - 1] - b[n - l - 3]), {l, 0, n}]
```

```
g2[4]
```

$$a[1] + i\,(S\,a[3] - (5 - m + s)\,a[4]) == \frac{1}{6} En\, S^3\, b[0] - b[1] + \frac{1}{2} En\, S^2\, b[1] + S\,(-b[0] + En\, b[2]) + En\, b[3]$$

```
g2 =.
```

```
g2 = Table[Simplify[Sum[D[g1, {x, n2}] / n2!, {n, 0, 30}] /. x → 0], {n2, 0, 10}];
g2 // MatrixForm
```

```
$Aborted
```

```
Solve[g2[[3]] == 0, s]
```

```
g2[[3]]
```

```
{i En - s - 2 i b[2], -i En + s - 2 i b[2]}
```

```
a[0] = 1; b[0] = 0
```

```
0
```

RungeKutta

```
f[r_] := {{(m - 1) / r - I * r^p, I * (En - r^p)}, {I * (En - r^p), -m / r - I * r^p}};
f[r] // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} \frac{-1+m}{r} - i\, r^2 & i\left(En - r^2\right) \\ i\left(En - r^2\right) & -\frac{m}{r} - i\, r^2 \end{pmatrix}$$

```
Do[
  k0 = h * f[r].u; k1 = h * f[r + h / 2].(u + k0 / 2);
  k2 = h * f[r + h / 2].(u + k1 / 2); k3 = h * f[r + h].(u + k2);
  u += 1 / 6 * (k0 + 2 * k1 + 2 * k2 + k3); r += h;
  AppendTo[U, {r, u}], {n}];
```

```
Collect[Sum[Sum[x^(n + m) * a[n] * b[m], {n, 0, 10}], {m, 0, 10}], x]
```

$$a[0]\,b[0] + x\,(a[1]\,b[0] + a[0]\,b[1]) + x^2\,(a[2]\,b[0] + a[1]\,b[1] + a[0]\,b[2]) +$$
$$x^3\,(a[3]\,b[0] + a[2]\,b[1] + a[1]\,b[2] + a[0]\,b[3]) +$$
$$x^4\,(a[4]\,b[0] + a[3]\,b[1] + a[2]\,b[2] + a[1]\,b[3] + a[0]\,b[4]) +$$
$$x^5\,(a[5]\,b[0] + a[4]\,b[1] + a[3]\,b[2] + a[2]\,b[3] + a[1]\,b[4] + a[0]\,b[5]) +$$
$$x^6\,(a[6]\,b[0] + a[5]\,b[1] + a[4]\,b[2] + a[3]\,b[3] + a[2]\,b[4] + a[1]\,b[5] + a[0]\,b[6]) +$$
$$x^7\,(a[7]\,b[0] + a[6]\,b[1] + a[5]\,b[2] + a[4]\,b[3] + a[3]\,b[4] +$$
$$a[2]\,b[5] + a[1]\,b[6] + a[0]\,b[7]) + x^8\,(a[8]\,b[0] + a[7]\,b[1] + a[6]\,b[2] +$$
$$a[5]\,b[3] + a[4]\,b[4] + a[3]\,b[5] + a[2]\,b[6] + a[1]\,b[7] + a[0]\,b[8]) +$$
$$x^9\,(a[9]\,b[0] + a[8]\,b[1] + a[7]\,b[2] + a[6]\,b[3] + a[5]\,b[4] + a[4]\,b[5] +$$
$$a[3]\,b[6] + a[2]\,b[7] + a[1]\,b[8] + a[0]\,b[9]) + x^{20}\,a[10]\,b[10] +$$
$$x^{10}\,(a[10]\,b[0] + a[9]\,b[1] + a[8]\,b[2] + a[7]\,b[3] + a[6]\,b[4] + a[5]\,b[5] +$$
$$a[4]\,b[6] + a[3]\,b[7] + a[2]\,b[8] + a[1]\,b[9] + a[0]\,b[10]) +$$
$$x^{11}\,(a[10]\,b[1] + a[9]\,b[2] + a[8]\,b[3] + a[7]\,b[4] + a[6]\,b[5] +$$
$$a[5]\,b[6] + a[4]\,b[7] + a[3]\,b[8] + a[2]\,b[9] + a[1]\,b[10]) +$$
$$x^{12}\,(a[10]\,b[2] + a[9]\,b[3] + a[8]\,b[4] + a[7]\,b[5] + a[6]\,b[6] + a[5]\,b[7] +$$
$$a[4]\,b[8] + a[3]\,b[9] + a[2]\,b[10]) + x^{13}\,(a[10]\,b[3] + a[9]\,b[4] +$$
$$a[8]\,b[5] + a[7]\,b[6] + a[6]\,b[7] + a[5]\,b[8] + a[4]\,b[9] + a[3]\,b[10]) +$$
$$x^{14}\,(a[10]\,b[4] + a[9]\,b[5] + a[8]\,b[6] + a[7]\,b[7] + a[6]\,b[8] + a[5]\,b[9] + a[4]\,b[10]) +$$
$$x^{15}\,(a[10]\,b[5] + a[9]\,b[6] + a[8]\,b[7] + a[7]\,b[8] + a[6]\,b[9] + a[5]\,b[10]) +$$
$$x^{16}\,(a[10]\,b[6] + a[9]\,b[7] + a[8]\,b[8] + a[7]\,b[9] + a[6]\,b[10]) +$$
$$x^{17}\,(a[10]\,b[7] + a[9]\,b[8] + a[8]\,b[9] + a[7]\,b[10]) +$$
$$x^{18}\,(a[10]\,b[8] + a[9]\,b[9] + a[8]\,b[10]) + x^{19}\,(a[10]\,b[9] + a[9]\,b[10])$$

```
Collect[(Sum[x^n * Sum[a[l] * b[n - l], {l, 0, n}], {n, 0, 10}] -
     Sum[Sum[x^(n + m) * a[n] * b[m], {n, 0, 100}], {m, 0, 100}]) / x^10, x] /. x → 0
```

```
0
```

```
SeriesCoefficient[Exp[x], x, 1]
```

```
SeriesCoefficient[e^(S*x), {x, 0, n}]
```

$$\frac{S^n}{n!}$$

```
Exp[I * Pi / 2] / I // N
```

```
1.
```

```
DSolve[f'[x] == A / x * f[x], f[x], x]
```

$$\{\{f[x] \to x^A\,C[1]\}\}$$

```
f =.
```

```
r =.
```

```
f
```

```
f
```

```
Exit[]
```

```
Integrate[r ^ 2 * r ^ (-2.99), r]
```

```
100. r^0.01
```

```
Exit[]
```

```
{{0, -gamma - I * V}, {-gamma - I * V, 0}}
```

```
{{0, -gamma - i V}, {-gamma - i V, 0}}
```

```
%.%
```

```
{{(-gamma - i V)^2, 0}, {0, (-gamma - i V)^2}}
```

```
Expand[(-gamma - i V)^2]
```

```
gamma^2 + 2 i gamma V - V^2
```