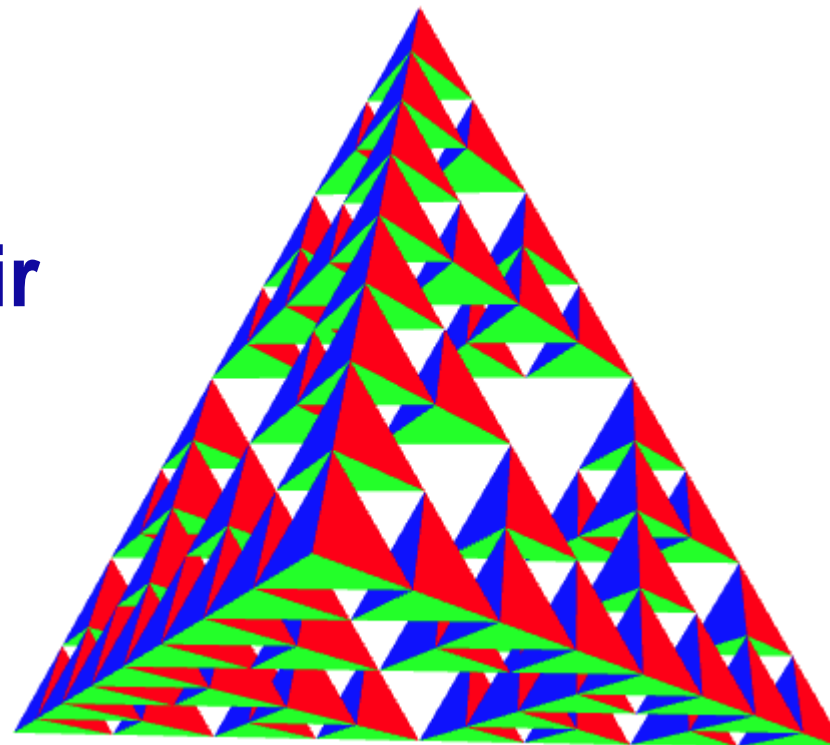


TÖL105M TÖLVUGRAFÍK

## Fyrirlestur 10: Samsettar varpanir

Hjálmtyr Hafsteinsson  
Haust 2024



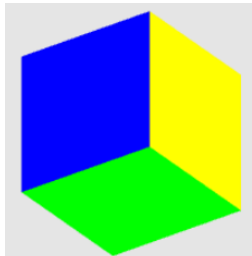
- Samskeyting varpana
  - Röðin skiptir máli
- Útfærsla varpana í WebGL
  - Núverandi vörpunarfylki (*CTM, model-view*)
  - Framkvæmd vörpunar (JS eða GLSL)
- Sýnidæmi um varpanir

**4.6, 4.10 – 4.13**

- Skilgreindum síðast 3 grunnvarpanir:
  - Hliðrun  $T(d_x, d_y, d_z)$
  - Kvörðun  $S(s_x, s_y, s_z)$
  - Snúningur  $R_x(\theta), R_y(\theta), R_z(\theta)$
- Notum þær til að búa til flóknari varpanir
  - Varpanir eru ekki almennt víxlnar (*commutative*):

Hliðrun, svo snúningur: [cube-rt](#)

Snýst um núllpunktinn



Snúningur, svo hliðrun: [cube-tr](#)

Snýst um eigin miðju

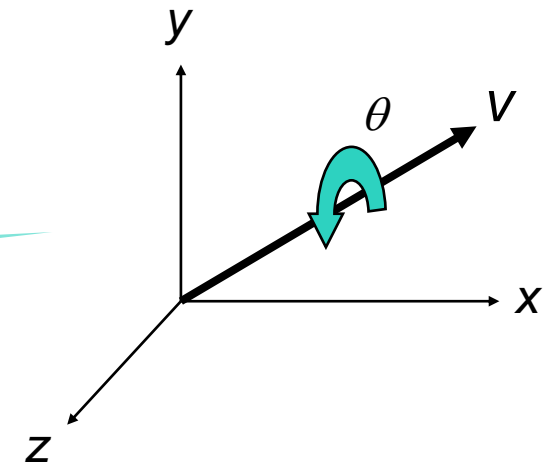
# Almennur snúningur um ás

- Snúningur um  $\theta$  almennan ás  $v$  sem liggur í gegnum núllpunktinn
  - Hægt að skrifa sem samskeytingu grunnsnúninganna:

$$R(\theta) = R_z(\theta_z) R_y(\theta_y) R_x(\theta_x)$$

- Hornin  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  kallas [Euler horn](#)
- Athugið að gildi þeirra fer eftir röð grunnsnúninganna

Ekki einfalt að reikna þau út



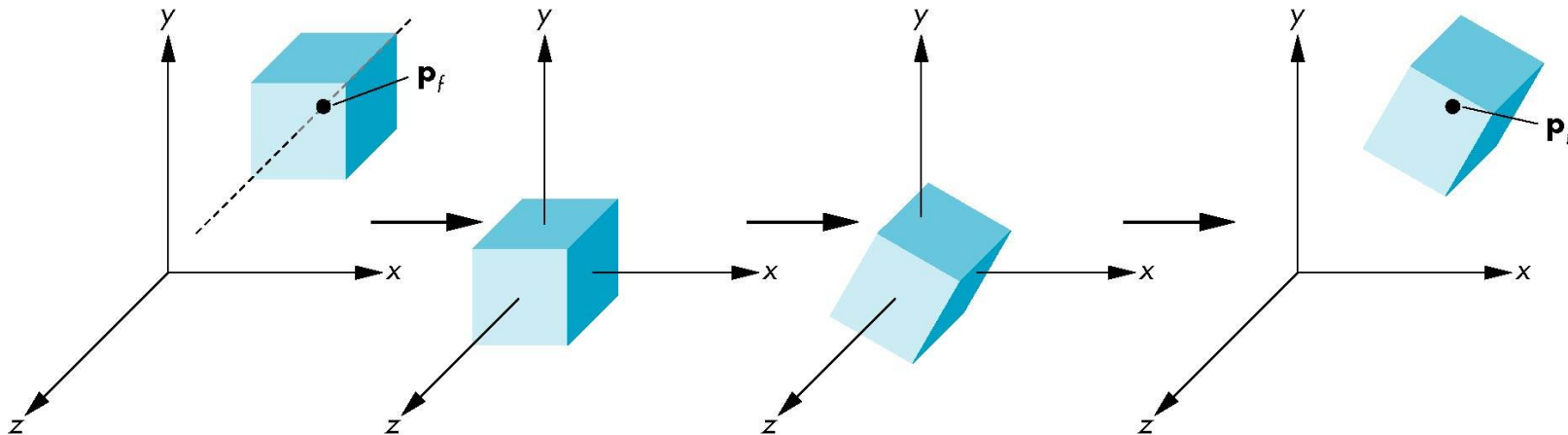
# Snúningur um fastan punkt

- Viljum snúa hlut um sjálfan sig (þ.e. ekki núllpunktinn):

- Hliðra fasta punktinum  $\mathbf{p}_f$  niður í núllpunkt:  $T(-\mathbf{p}_f)$
- Snúa um z-ás:  $R_z(\theta)$
- Hliðra til baka:  $T(\mathbf{p}_f)$

- Fáum þá vörpunarfylkið  $M = T(\mathbf{p}_f) R_z(\theta) T(-\mathbf{p}_f)$

Fyrsta vörpunin!



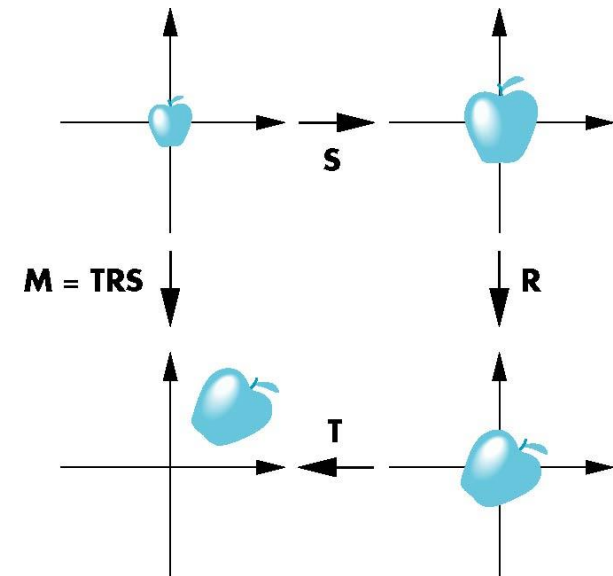
- Við notum svo fylkið  **$M$**  til að framkvæma þessa vörpun
  - Teningurinn er **ekki** fluttur í núllpunkt, snúið og fluttur til baka
    - Sú hugsun aðeins notuð til að búa til samsettu vörpunina
    - Punktum teningsins er bara varpað með einni vörpun, þ.e. einni  $4 \times 4$  fylkjamargföldun

Dálítið svipað og að segja  
að  $4 \cdot a$  sé bara  $a+a+a+a$

# Algeng samskeyting varpana

- Þegar hlutum er varpað úr líkanahnitum yfir í heimshnit er oft notuð tiltekin röð grunnvarpana
  - Í líkanahnitum er hluturinn oftast með núllpunktinn í miðjunni
- Byrjum á því að setja hlutinn í rétta stærð (**S**), síðan að snúa honum um miðju sína (**R**) og loks færa hann á réttan stað (**T**)
  - Vörpunarfylkið er þá  **$M = TRS$**

Athugið röðina!



- Snúa um einhvern ás sem liggur ekki í gegnum núllpunkt
  - Hliðra ásnum þannig að hann liggi í gegnum núllpunkt
  - Nota samsetta vörpun fyrir snúning um einhvern ás
  - Hliðra til baka

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}(\mathbf{p}_a) \mathbf{R}_z(\theta_z) \mathbf{R}_y(\theta_y) \mathbf{R}_x(\theta_x) \mathbf{T}(-\mathbf{p}_a)$$

Athugið að þetta eru aðeins 4x4-fylkjamargfaldanir  
(samtals  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  skalarmargfaldanir)



1. Segjum að teningur sé með miðju í punktinum  $\mathbf{p}_t$ . Hvað gerir eftirfarandi samsetta vörpun:

$$\mathbf{T}(\mathbf{p}_t) * \mathbf{S}(2, 2, 2) * \mathbf{T}(-\mathbf{p}_t)$$

2. Skrifið forritsbút sem býr til vörpunarfylki fyrir vörpunina í dæmi 1
3. Hvað eru margir þríhyrningar í einum teningi?

- Í "gamla" OpenGL voru nokkur vörpunarfylki hluti af núverandi stöðu:
  - Líkanafylki (`GL_MODELVIEW`)
    - Staðsetur líkan og auga
  - Ofanvörpunarfylki (`GL_PROJECTION`)
    - Varpar líkani yfir í klippihnitt
- Gamla OpenGL hafði föll sem breyttu fylkjunum
  - Vann með núverandi vörpunarfylki (*CTM, Current Transformation Matrix*)
- Þetta er ekki lengur hluti af OpenGL/WebGL

Bókin líkir eftir þessu ferli í kóðanum

- Við munum skilgreina tvö vörpunarfylki, ***MV*** og ***P***
  - Notum ***MV*** fyrst til að staðsetja áhorfanda og einstaka hluti í líkaninu
  - Notum ***P*** (*projection*) til að skilgreina sjónrúm (*view volume*) og eiginleika augans

$$p' = P * MV * p$$

Sérhverjum punkti ***p*** er varpað með báðum fylkjum (þ.e. margfeldi þeirra)

- Notum föll úr ***MV.js*** forritasafninu til að smíða fylkin ***MV*** og ***P***

Stendur fyrir ***Matrix-Vector***

Stendur fyrir ***Model-View***

# Smíða vörpunarfylki í WebGL

- Smíða einingarfylki:

```
var m = mat4();
```

- Smíða hliðrunarfylki:

```
var t = translate(dx, dy, dz);
```

- Smíða kvörðunarfylki:

```
var s = scalem(sx, sy, sz);
```

MV.js notar nafnið `scale` fyrir annað fall!

- Smíða snúningsfylki:

Snúa um almennan ás `v`

Snúa um hnitakerfisás

```
var r = rotate(theta, v);  
var rx = rotateX(theta);  
var ry = rotateY(theta);  
var rz = rotateZ(theta);
```

Í skránni `MVnew.js` er `scale` notað fyrir þetta fall

# Notkun vörpunarfylkja

- Viljum snúa um fastan punkt  $\mathbf{p}_f$ :

```
var mv = mat4();  
mv = mult(mv, translate(pf));  
mv = mult(mv, rotateZ(theta));  
mv = mult(mv, translate(-pf));
```

Færa punktinn aftur til baka

Snúa um  $\theta$  gráður

Færa punktinn í núllpunkt

útfærir  $MV = I * T(\mathbf{p}_f) * R_z(\theta) * T(-\mathbf{p}_f)$

Útkoman er fylkið  $\mathbf{mv}$  sem snýr punktum um  $\theta$  gráður um fasta punktinn  $\mathbf{p}_f$

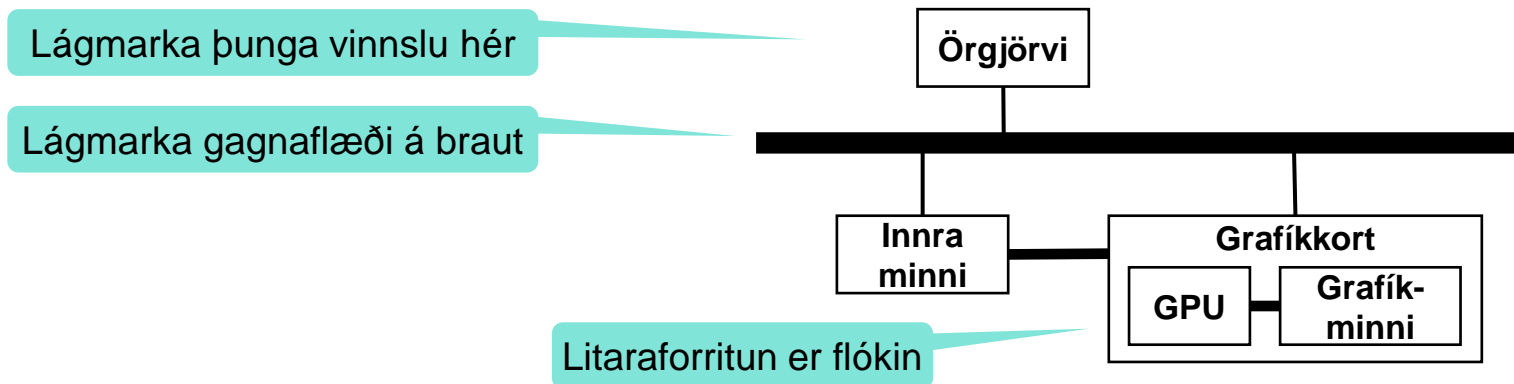
Verðum að lesa  
forritskóðann afturábak!

1. Segjum að teningur sé með miðju í punktinum  $\mathbf{p}_t$ . Hvað gerir eftirfarandi samsetta vörpun:

$$\mathbf{T}(\mathbf{p}_t) * \mathbf{S}(2, 2, 2) * \mathbf{T}(-\mathbf{p}_t)$$

2. Skrifið forritsbút sem býr til vörpunarfylki fyrir vörpunina í dæmi 1
3. Hvað eru margir þríhyrningar í einum teningi?

- 3 möguleikar:
  - i. Láta Javascript forritið alveg um það
  - ii. Láta hnútalitara alveg um það
  - iii. JS forrit býr til vörpunarfylki, sendir það yfir og hnútalitari margfaldar það við alla hnúta



# i. Javascript framkvæmir vörpun

- JS forritið fer í gegnum hnit allra hnúta, breytir þeim og sendir ný gildi yfir í grafíkminni (með `gl.bufferSubData`)
  - JS forrit er að framkvæma mikla útreikninga sem grafík-örgjörvi er sérhannaður til að gera
  - Mikið gagnaflæði í hverri ítrun (ný hnit á alla hnúta)
  - Allt í lagi fyrir lítil forrit, en mun hægvirkara ef margir hnútar

Höfum notað þessa aðferð, en munum helst ekki nota hana í seinni forritum

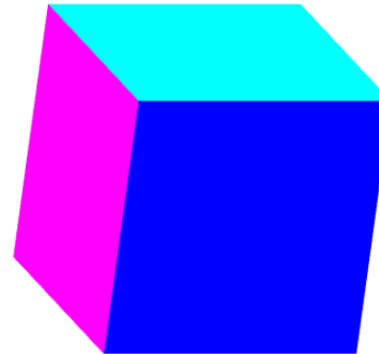


## ii. Hnútalitari framkvæmir vörpun

- JS forrit sendir aðeins lágmarksupplýsingar um vörpun, t.d. hornið ( $\theta$ ) sem á að snúa um
  - Litaraforrit þarf að búa til vörpunarfylki fyrir hvern einasta hnút
    - Hnútalitarar "muna ekki" upplýsingar á milli hnúta
  - Litaraforritin verða því flóknari og hægvirkari

Sjá sýniforritið [cube-sh](#)

Snúa tening með mús



### iii. Javascript sendir vörpunarfylki

- JS forritið býr til vörpunarfylki, sendir það til hnútalitara, sem margfaldar það við alla hnútana
  - Vörpunarfylkið er búið til og sent yfir einu sinni í hverri ítrun
    - Það er aðeins  $4 \times 4 = 16$  tölur
  - JS forritið notar vörpunarföllin úr **MV.js**
  - Nýtir kosti hvorrar hliðar (CPU vs. GPU)

Sjá sýniforritið [cube-js](#)

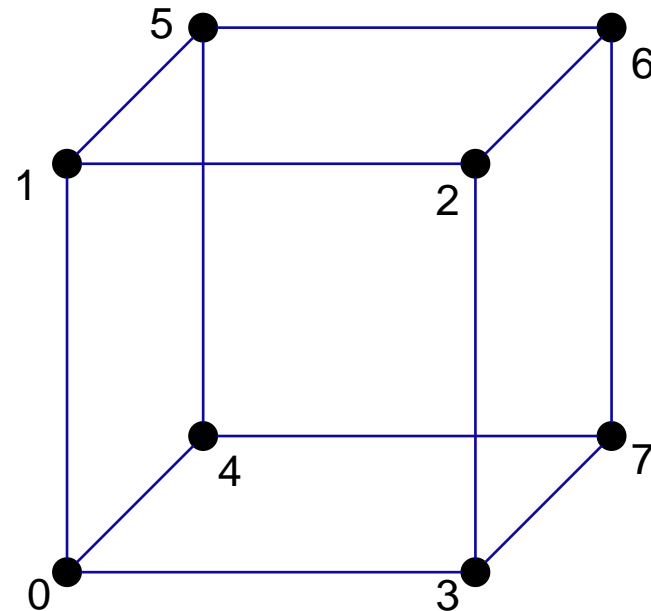
Búa til vörpunarfylkið

Sendu fylkið yfir

```
function render() {  
  ...  
  var mv = mat4();  
  mv = mult( mv, rotateX(spinX) );  
  mv = mult( mv, rotateY(spinY) );  
  gl.uniformMatrix4fv(mLoc, false, flatten(mv));  
  ...  
}
```

# Skilgreining á tening

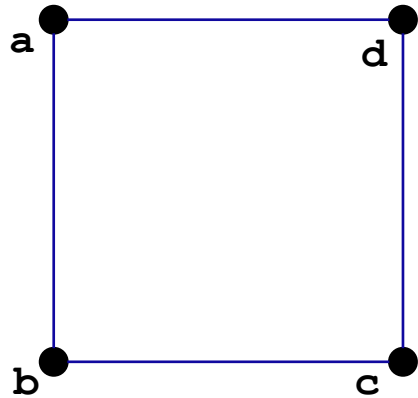
- Í bók eru sýnisforrit sem búa til tening
  - Fyrst skilgreindir 8 hnútar
  - Hnútur 0 með hnit  $(-0.5, -0.5, 0.5)$
  - Skilgreindar 6 hliðar
    - Hlið  $(1, 0, 3, 2)$  er framhlið
    - Hlið  $(2, 3, 7, 6)$  er hægri hlið
    - Hlið  $(3, 0, 4, 7)$  er neðri hlið
    - o.s.frv.
  - Búnir til tveir þríhyrningar fyrir hverja hlið
    - Litagildi sett á hvern hnút þríhyrnings



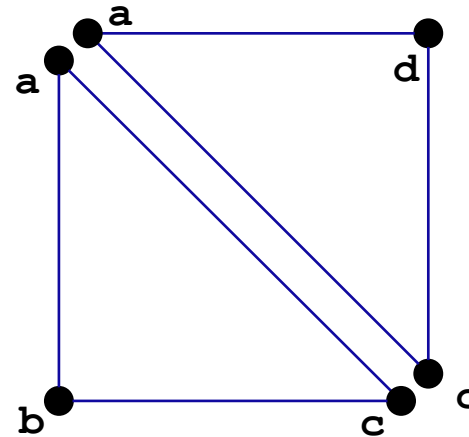
Hnútar hverrar hliðar eru í rangsælisröð ef horft framan á hliðina

# Búa til príhyrninga

- Fallið `colorcube()` kallar á fallið `quad(a, b, c, d)` til að búa til príhyrninga fyrir allar hliðar teningsins



Ferningurinn (a, b, c, d)



Príhyrningarnir (a, b, c) og (a, c, d)

Sjá sýniforritið [cube-js](#)

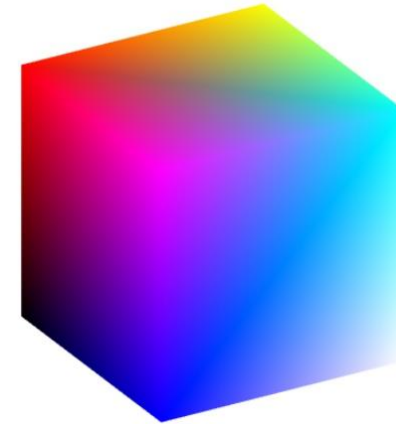
- Litagildi fyrir `points(i)` er í `colors(i)`
- Tveir möguleikar á að lita hnútanna:
  - Lita hvern af hnútunum 8 með einum lit
  - Lita hverja hlið með einum lit

```
var vertices = [  
  vec3( -0.5, -0.5,  0.5 ),  
  vec3( -0.5,  0.5,  0.5 ),  
  vec3(  0.5,  0.5,  0.5 ),  
  vec3(  0.5, -0.5,  0.5 ),  
  vec3( -0.5, -0.5, -0.5 ),  
  vec3( -0.5,  0.5, -0.5 ),  
  vec3(  0.5,  0.5, -0.5 ),  
  vec3(  0.5, -0.5, -0.5 )  
];
```

```
var vertexColors = [  
  vec4( 0.0, 0.0, 0.0, 1.0 ), // black  
  vec4( 1.0, 0.0, 0.0, 1.0 ), // red  
  vec4( 1.0, 1.0, 0.0, 1.0 ), // yellow  
  vec4( 0.0, 1.0, 0.0, 1.0 ), // green  
  vec4( 0.0, 0.0, 1.0, 1.0 ), // blue  
  vec4( 1.0, 0.0, 1.0, 1.0 ), // magenta  
  vec4( 0.0, 1.0, 1.0, 1.0 ), // cyan  
  vec4( 1.0, 1.0, 1.0, 1.0 ) // white  
];
```

# Hver hnútur með einn lit

- Litararnir hafa **varying**-breytuna **fcolor**
  - Litir bútanna eru blanda af litum hnútanna sem mynda þríhyrninginn



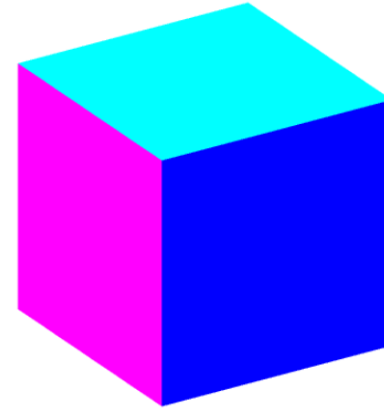
```
var indices = [ a, b, c, a, c, d ];  
for (var i = 0; i < indices.length; ++i ) {  
    points.push( vertices[indices[i]] );  
    colors.push( vertexColors[indices[i]] );  
}
```

Sjá sýniforritið [cube-color](#)

Veljum rétta hnútalitinn

# Hver hlið með einn lit

- Notum lit fyrsta hnútarins í hliðinni (**a**) sem lit allra hnútanna í þríhyrningunum
  - Hnútar hafa þá mismunandi lit eftir því í hvaða þríhyrningi þeir eru
    - Hver hnútur er hluti af 3 hliðum og 1 eða 2 þríhyrningum á hverri hlið



```
var indices = [ a, b, c, a, c, d ];  
for (var i = 0; i < indices.length; ++i ) {  
  points.push( vertices[indices[i]] );  
  colors.push(vertexColors[a]);  
}
```

Allir 6 hnútarnir fá sama lit, sem er liturinn á **a**

Fallið `colorCube` þarf þá að passa að nota mismunandi hnúta sem fyrstu hnúta í hverri hlið

1. Segjum að teningur sé með miðju í punktinum  $\mathbf{p}_t$ . Hvað gerir eftirfarandi samsetta vörpun:

$$T(\mathbf{p}_t) * S(2, 2, 2) * T(-\mathbf{p}_t)$$

2. Skrifið forritsbút sem býr til vörpunarfylki fyrir vörpunina í dæmi 1
3. Hvað eru margir þríhyrningar í einum teningi?