

Oppg. 1

17.4-5

La T_1, T_2, T_3 være tiden det tar de tre behandlerene å betjene kundene som er der nå.

La $T_1' = (T_1 - 10 \mid T_1 > 10)$ osv.

Pga Markovegenskapen:

$$P(T_1' > t) = P(T_1 > t + 10 \mid T_1 > 10) = P(T_1 > t)$$

Ser at T_1' og T_1 da har samme fordeling. (tilsvarende for T_2, T_3)

Tiden til neste kunde betjenes er $T = \min \{ T_1', T_2', T_3' \}$.

Fordi T_1', T_2', T_3' er eksponentialfordelt gjelder:

$$T \sim \exp(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \sim \exp(2 + 3 + 4) \sim \exp(9)$$

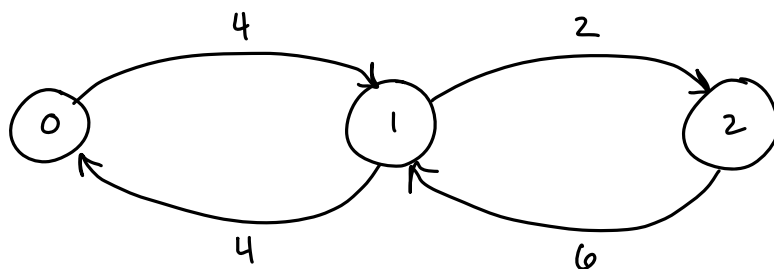
$$E[T] = \frac{1}{9} \approx 0.111$$

Forventet ventetid er 0.7 min.

Oppg. 2

Tilstand	Fødselsrate	Dødsrate
0	4	-
1	2	4
2	0	6

a)



b)

$$1. \quad 4P_0 - 4P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_0 - P_1 = 0$$

$$2. \quad 4P_0 + 6P_2 - 4P_1 - 2P_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2P_0 + 3P_2 - 3P_1 = 0$$

$$3. \quad 2P_1 - 6P_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad P_1 - 3P_2 = 0$$

c) Normalisering: $P_0 + P_1 + P_2 = 1$

$$1. \quad P_0 = P_1$$

$$3. \quad P_1 = 3P_2$$

$$4. \quad 3P_2 + 3P_2 + P_2 = 1 \quad \Rightarrow \quad P_2 = \frac{1}{7}$$

$$P_1 = \frac{3}{7}$$

$$P_0 = \frac{3}{7}$$

d) Gevenelle formel:

$$C_0 = 1, \quad C_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} = \frac{4}{4} = 1 \quad C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_2 \mu_1} = \frac{2 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{1}{3}$$

$$P_0 = (C_0 + C_1 + C_2)^{-1} = (1 + 1 + \frac{1}{3})^{-1} = \underline{\underline{\frac{3}{7}}}$$

$$P_1 = 1 \cdot P_0 = \underline{\underline{\frac{3}{7}}}$$

$$P_2 = \frac{1}{3} P_0 = \underline{\underline{\frac{1}{7}}}$$

$$L = 0 \cdot P_0 + 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 = \frac{3}{7} + 2 \cdot \frac{1}{7} = \underline{\underline{\frac{5}{7}}}$$

Antar minst en servicestation ($s \geq 1$):

$$L_q = 0 \cdot P_0 + 0 \cdot P_1 + (2-s) P_2 = (2-s) P_2 = \begin{cases} \frac{1}{7}, & s=1 \\ 0, & s=2 \end{cases}$$

$$W = \frac{1}{\lambda} L,$$

$$= \frac{7}{18} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{18} \approx \underline{\underline{0.278}}$$

$$\bar{\lambda} = 4 P_0 + 2 P_1 + 0 \cdot P_2$$

$$= 4 \cdot \frac{3}{7} + 2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{7}$$

$$W_q = \frac{1}{\lambda} L_q = \frac{7}{18} \cdot L_q = \begin{cases} \frac{1}{18}, & s=1 \\ 0, & s \geq 2 \end{cases}$$

Oppgave 3%

- Reparasjoner ankommer med frekvens

$A_F = 4/\text{time}$, eksponential fordeelt.

- Reparasjonshastighet θ

h snitt $R_F = 6/\theta$.

- Koster 12,- per time for en enhet som venter på reparasjon eller repareres.

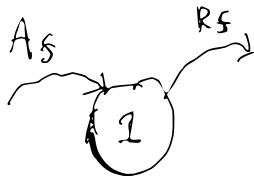
- Lønner det seg å bytte til en maskin med $\bar{R}_F = 8/\theta$,

men som koster 2900,- mer;

Ans: Ja i det?

Kan se på det som en

M/M/1-kommodell.



~~X~~: maskiner som venter på
eller er under reparasjon.

$$\rho = \frac{A_s}{R_s} < 1 \quad \text{for i oppnå steady-state.}$$

$W = E(W)$: forventet ventetid per kunde,

L : forventet antall kunder

i systemet. / tid

lært eksempel tilfelle: $C_n = \left(\frac{A_s}{R_s}\right)^n = \rho^n$,

$$P_n = \rho^n P_0,$$

Derfor blir:

med $P_0 = 1 - \rho$.

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

Prisen for rentetid/reparation over

tid T er: $P_{rep}(T, S) = 12LT = \frac{12S}{7-S} \cdot T,$

Profitt ved å bygge ut er gitt av

$$T, \text{ og } S_1 = \frac{A_5}{R_5}, S_2 = \frac{A_5}{R_5}.$$

$$Prof_{\text{bytte}}(T, S_1, S_2) = P_{rep}(T, S_1) - (P_{rep}(T, S_2) + 2 \cdot 1 \cdot 10^4)$$

$$Nå, T = 2000, S_1 = \frac{4}{6}, S_2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2},$$

$$\text{Derfor: } Prof_{\text{bytte}}(T, S_1, S_2) = 3000.$$

Det svarer seg å bygge Maskin!