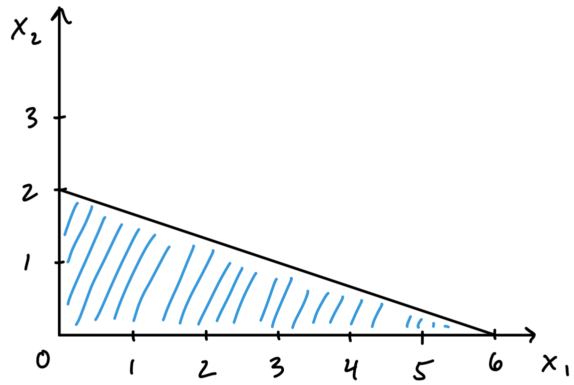
Oppgave 1 :

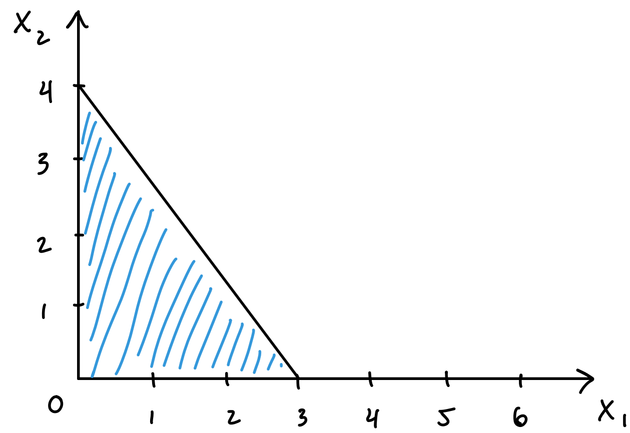
3. 1- 2

De skraverte områdene viser de ikke-negative løsningene som oppfyller begrensningene.

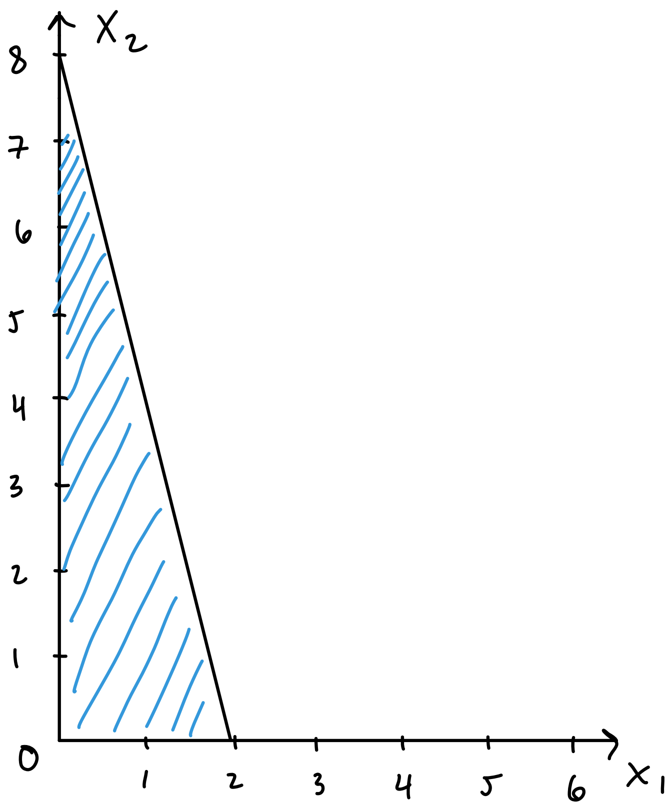
a) $x_1 + 3x_2 \leq 6$



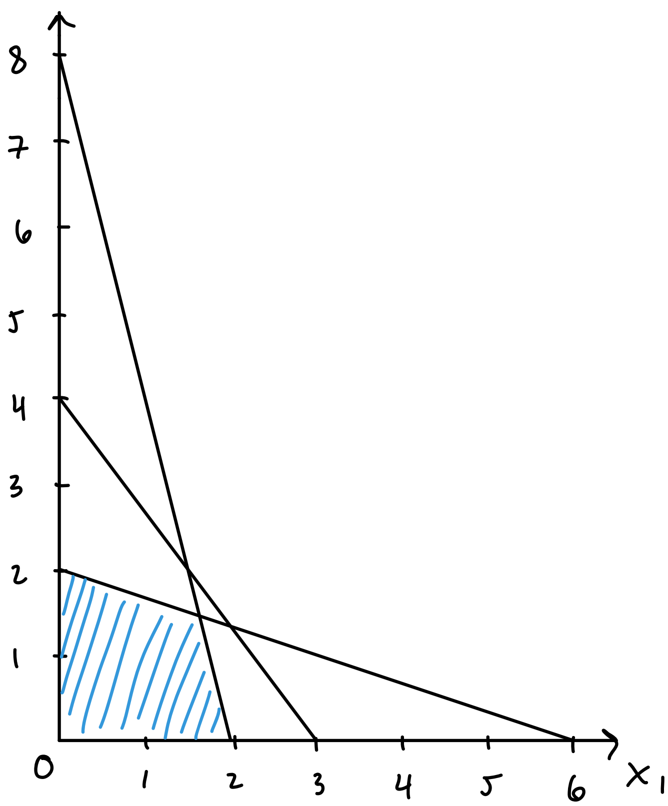
b) $4x_1 + 3x_2 \leq 12$



c) $4x_1 + x_2 \leq 8$

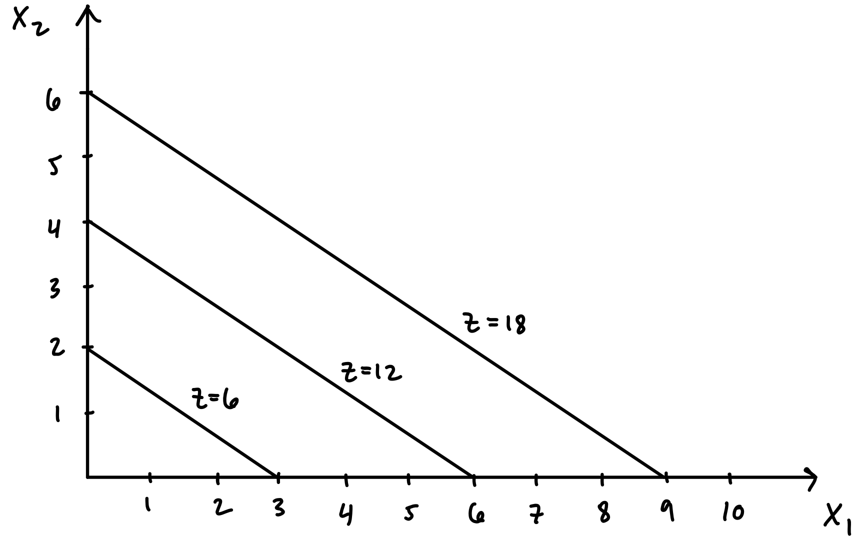


d) Alle restriksjoner.



3.1-3 $\quad Z = 2x_1 + 3x_2$

a) Objective function lines for $Z = 6$, $Z = 12$, $Z = 18$:



b) Slope-intercept form of equations:

$Z = 6$: $\quad x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + 2$

$Z = 12$: $\quad x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + 4$

$Z = 18$: $\quad x_2 = -\frac{2}{3}x_1 + 6$

The three lines have the same slope, but intercept the x_2-axis in different places. The larger Z is, the greater x_2 is at the intercept.

Øving 1:

Opg. 2: Løs følgende MP-modell grafisk

a)

$$\max z = 3x_1 + 6x_2, \quad (\text{målfunksjon}). \quad (1)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18, \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 \leq 15, \quad (3)$$

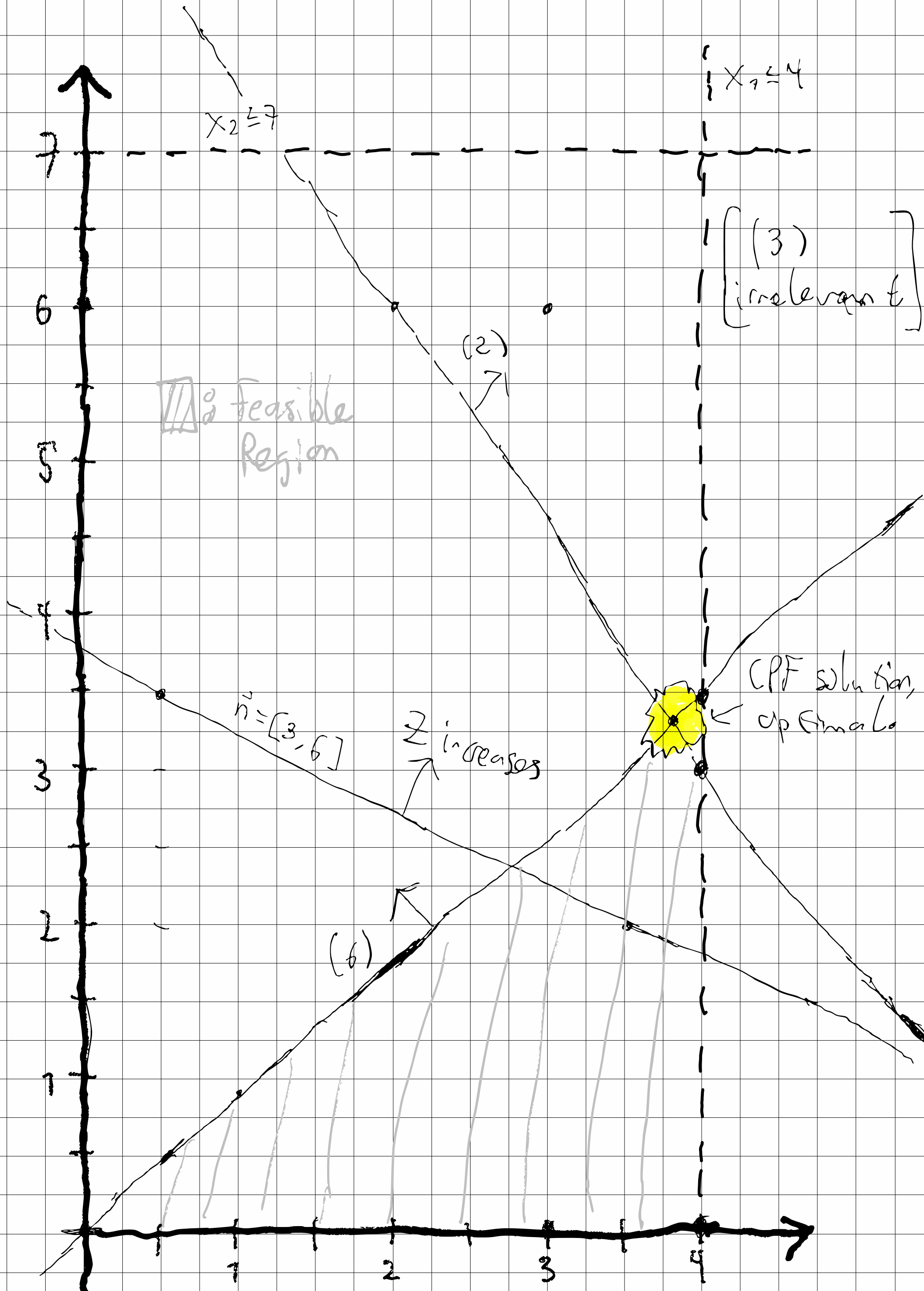
$$x_1 \leq 4, \quad (4)$$

$$x_2 \leq 7 \quad (5)$$

$$-7x_1 + 8x_2 \leq 0 \quad (6)$$

$$x_1, x_2 \geq 0. \quad (7)$$

$$c = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad A_{ub} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}, \quad b_{ub} = \begin{bmatrix} 18 \\ 15 \\ 4 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}.$$



$x_2 \le 7$
$x_1 \le 4$
(3) irrelevant
(2)
Feasible Region
$\vec{n} = [3, 6]$
Z increases
CPF solution, optimal
(6)
1
2
3
4
5
6
7

b) The optimal solution is at the intersection of constraint (2) and (6).

$$3x_1 + 2x_2 = 18$$
$$-7x_1 + 8x_2 = 0$$

$Ax = b$, $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 0 \end{bmatrix}$.

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2/3 & 6 \\ -7 & 8 & 0 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2/3 & 6 \\ 0 & 38/3 & 42 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2/3 & 6 \\ 0 & 1 & 63/19 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 72/19 \\ 0 & 1 & 63/19 \end{array}\right].$$

Thus: $\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72/19 \\ 63/19 \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} 3.79 \\ 3.32 \end{bmatrix}$, $Z^*_{opt} = \dfrac{594}{19} \simeq 31.263$.

Oppgave 3:

a)

Linear programming model:

$x = [x_1, x_2, x_3]^T$.

$\min Z = \mathbb{1}^T x$ s.t.

$2x_1 + 1x_2 + \frac{1}{2}x_3 \geq 400$, [\$ Million]

$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + 1x_3 \geq 100$,

$0x_1 + \frac{3}{2}x_2 + 2x_3 \geq 300$.

Oppg. 3

c) Å investere i 100 enheter av type 1, 100 enheter av type 2 og 200 enheter av type 3 resulterer i en total investering på 400 millioner dollar. Det skaper en inntektsstrøm på 400, 300 og 550 millioner dollar om henholdsvis 5, 10 og 20 år.

d) Resultat av prøv-og-feil metode for løsning av optimeringsproblemet.

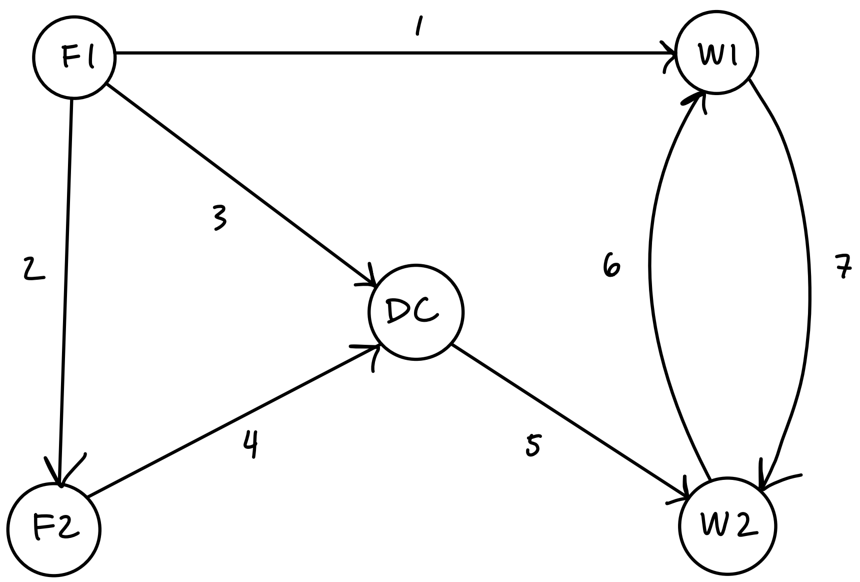
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Investment Problem, 3.5-6								
2										
3		x1: Units of asset type 1 =		135						
4		x2: Units of asset type 2 =		94						
5		x3: Units of asset type 3 =		80						
6										
7		Constraints:								
8			Contribution from asset type x_i:							
9		Years in the future:	x1	x2	x3	Sum:		Min. Required Cash Flow		
10		5	2	1	0.5	404	>=	400		
11		10	0.5	0.5	1	194.5	>=	100		
12		20	0	1.50	2	301	>=	300		
13										
14		Minimize required investment, z = x1 + x2 + x3:								
15		z =	309							
16										

e) Resultat av å løse optimeringsproblemet via Solver i Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		Investment Problem, 3.5-6								
2										
3		x1: Units of asset type 1 =		100						
4		x2: Units of asset type 2 =		200						
5		x3: Units of asset type 3 =		0						
6										
7		Constraints:								
8			Contribution from asset type x_i:							
9		Years in the future:	x1	x2	x3	Sum:		Min. Required Cash Flow		
10		5	2	1	0.5	400	>=	400		
11		10	0.5	0.5	1	150	>=	100		
12		20	0	1.50	2	300	>=	300		
13										
14		Minimize required investment, z = x1 + x2 + x3:								
15		z =	300							
16										

Oppgave 4 :

Distribusjonsnettverk :



a) La kantene i distribusjonsnettverket være nummerert som på figuren over.

La antall enheter fraktet gjennom kant i være x_i.

La kostnaden av å frakte én enhet gjennom kant i være c_i.

La I_m være settet av indekser for kanter med en øvre begrensning på flyt av varer, og la $\{m_i : i \in I_m\}$ være maksimal flyt i disse kantene.

La p_{F1} og p_{F2} være antall enheter produsert i fabrikk F1 og F2. La d_{W1} og d_{W2} være etterspørsel i varehus W1 og W2.

b) Planleggingsproblemet på summasjonsform blir:

$$\min \; z = \sum_{i=1}^{7} c_i x_i \, , \quad \text{slik at}$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall \, i, \qquad \text{(ikke-negativitetskrav)}$$

$$x_i \leq m_i \, , \quad i \in I_m = \{2, 5\} \qquad \text{(maksimal flyt)}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = p_{F1} \qquad \text{(produksjon i F1)}$$

$$x_4 - x_2 = p_{F2} \qquad \text{(produksjon i F2)}$$

$$x_1 + x_6 - x_7 = d_{W1}$$

$$x_5 + x_7 - x_6 = d_{W2} \qquad \text{(etterspørsel, W1 og W2)}$$