

Öving 2, Oper. An.

- Grupper 117.

Problem 1g

$$\max z = 12x_1 + 9x_2,$$

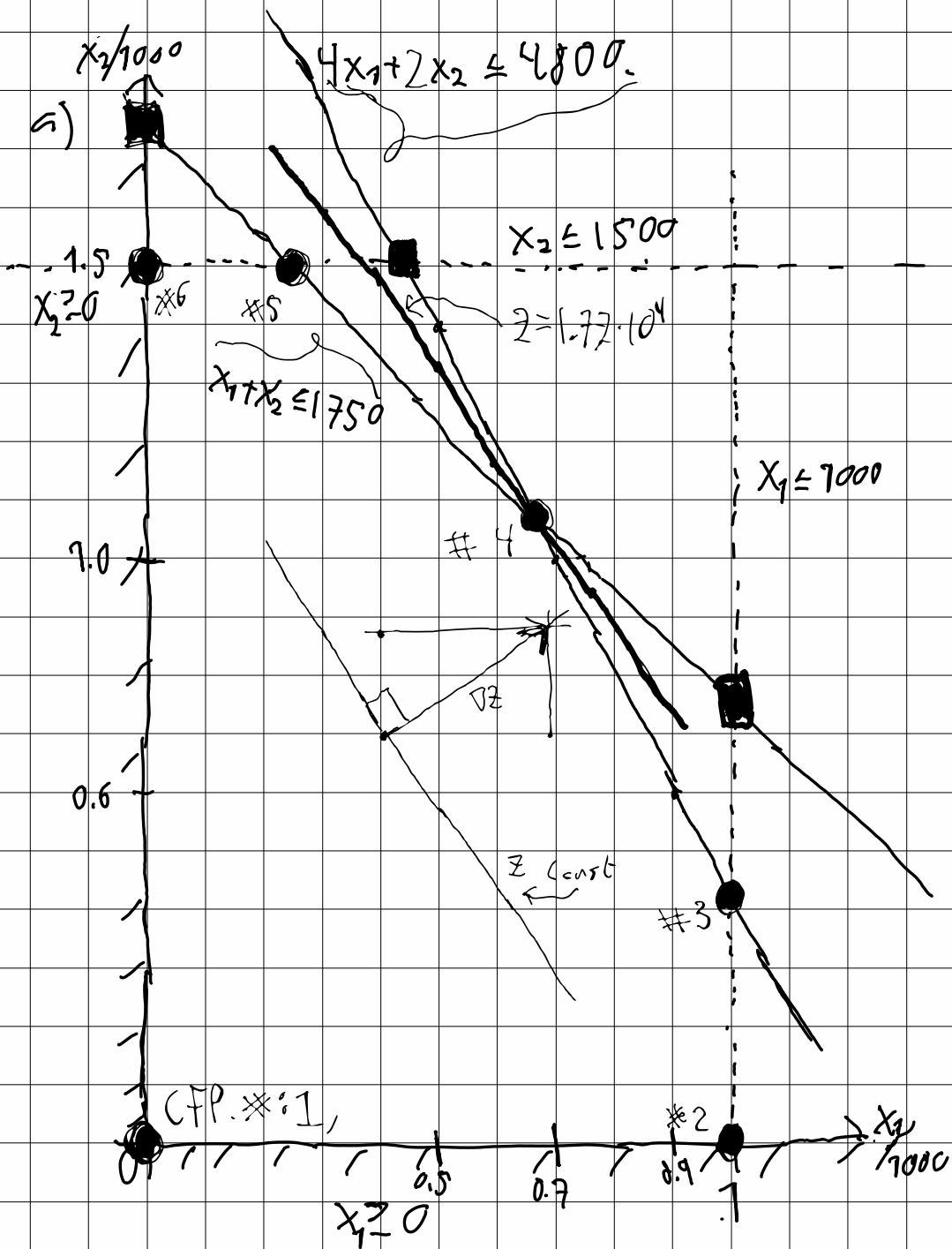
$$\text{s.t.} \quad x_1 \leq 7000 \quad (1)$$

$$x_2 \leq 1500 \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 \leq 1750 \quad (3)$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 4800 \quad (4)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{Non-negative}).$$



●: Lokale Lösungen

■: Globale Lösungen

b)

$$CFP_s = \left\{ \overset{1}{(0, 0)}, \overset{2}{(1000, 0)}, \overset{3}{(1000, 400)}, \right. \\ \left. \overset{4}{(650, 1100)}, \overset{5}{(250, 1500)}, \overset{6}{(0, 1500)} \right\}$$

$$CFP_4: \begin{bmatrix} 4 & 2 & | & 4800 \\ 1 & 1 & | & 1750 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & | & 1200 \\ 0 & 1/2 & | & 550 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & | & 650 \\ 0 & 1 & | & 1100 \end{bmatrix} \Rightarrow (x_1, x_2) = (650, 1100)$$

$$Z(CFP_s) = \left\{ \overset{(1)}{0}, \overset{(2)}{1.2 \cdot 10^4}, \overset{(3)}{1.56 \cdot 10^4}, \right. \\ \left. \overset{(4)}{1.77 \cdot 10^4}, \overset{(5)}{1.65 \cdot 10^4}, \overset{(6)}{1.35 \cdot 10^4} \right\}$$

$$\text{Argmax}(Z(CFP_s)) = 4,$$

optimal Lösung: Punkt  $(650, 1100)$ .

$$\text{Der } Z(x_1=650, x_2=1100) = 1.77 \cdot 10^4.$$

Restriksjonen (3) og (4) er  
bindende restriksjoner i løsnitgen.

(0)  
C) Vil begynne i  $(0, 0)$ ,

der stiger vi i retning  $X_1$  mest.  
Går til nabo-hjørne punkt  
(1):  $(1000, 0)$ .

Stiger langs  $X_2$ -aksen.  
(2):  $(1000, 400)$

Til slutt følges betingelsen  
for ulikhet (4).

(3):  $(650, 1100) \leftarrow$  optimal LPF-løsning.

$$d) \quad \max \quad z = 12x_1 + 9x_2$$

$$\text{s.t.} \quad x_1 + s_1 = 1000, \quad (1)$$

$$x_2 + s_2 = 1500, \quad (2)$$

$$x_1 + x_2 + s_3 = 1750, \quad (3)$$

$$4x_1 + 2x_2 + s_4 = 4800, \quad (4)$$

$$\text{og.} \quad x_1, x_2, s_1, \dots, s_4 \geq 0.$$

Skjønner ikke hva som menes

med å "uttrykke hver restriksjon" med slack variabler på høyre

for a) Bytte ut til likhet

og erke for slack variabel

for motsatt side?

e)

$$CFP_s = \left\{ \overset{1}{(0, 0)}, \overset{2}{(1000, 0)}, \overset{3}{(1000, 400)}, \right. \\ \left. \overset{4}{(650, 1100)}, \overset{5}{(250, 1500)}, \overset{6}{(0, 1500)} \right\}$$

$$BF_s = \left\{ \overset{x_1}{(0, 0, 1000, 1500, 1750, 4800)}, \right. \\ \overset{x_2}{(1000, 0, 0, 1500, 750, 800)}, \\ \overset{s_1}{(1000, 400, 0, 1100, 350, 0)}, \\ \overset{s_2}{(650, 1100, 350, 400, 0, 0)}, \\ \overset{s_3}{(250, 1500, 750, 0, 0, 800)}, \\ \left. \overset{s_4}{(0, 1500, 1000, 250, 0, 1800)} \right\}$$

Restriksjoner (2) og (4) er oppfylt der  
 $x_2 = 1500$ ,  $x_1 = 450$ , og med alle  
 slakk-dimensjonene er vi på  
 $(450, 1500, 550, 0, -150, 0)$ ,

og da  $s_3 < 0$  vet vi at  
dette ~~ikke~~ er en BF-løsning,  
siden ikke-negativitetskravet brydes.

f) Lad de stokvariable  $s_3$  og  $s_4$   
sumere ved sin nedre grænse  
ved den optimale løsning i  
"augmented" form.

$(x_1, x_2, s_1, s_2)$  er i basis ved den  
optimale løsning.

## Oppgave 2

$$\max Z = x_1 + 2x_2$$

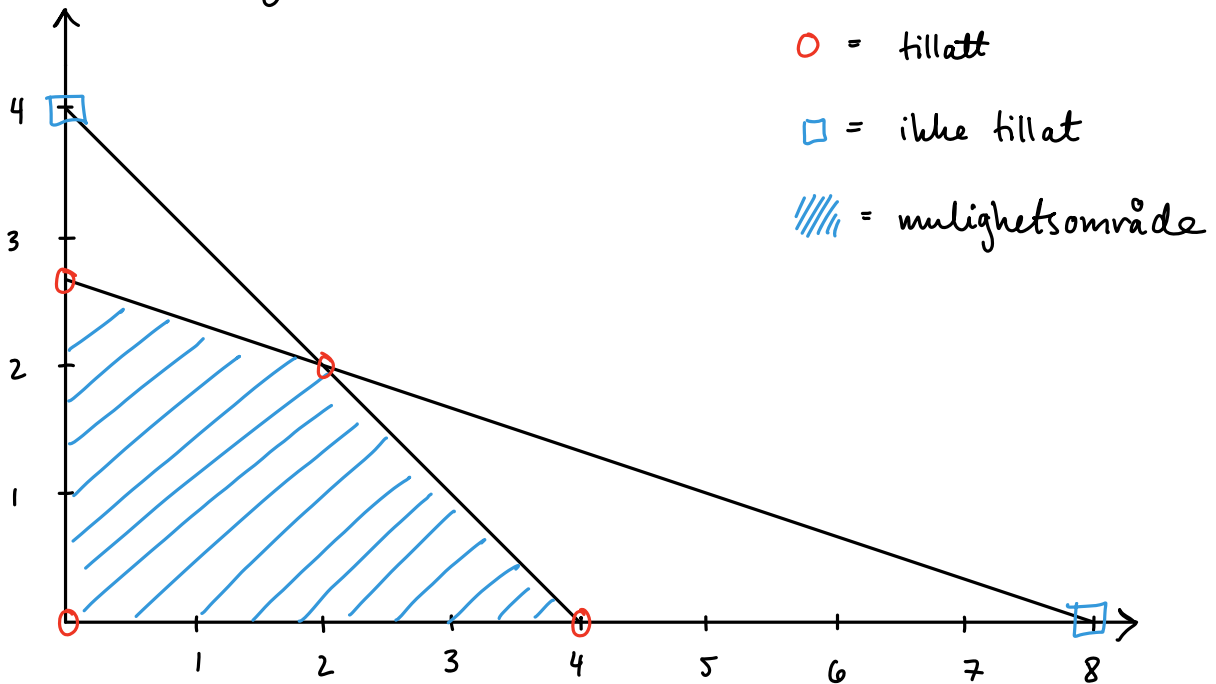
subject to

$$x_1 + 3x_2 \leq 8$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a) Grafisk fremstilling:



b)	Hjørnepunkt løsning	Målfunktionsverdi	Tillatt løsning?
	$(0, 0)$	0	Ja
	$(4, 0)$	4	Ja
	$(0, \frac{8}{3})$	$\frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$	Ja
	$(2, 2)$	6	Ja
	$(8, 0)$	8	Nei
	$(0, 4)$	8	Nei



Vi ser av tabellen at  $(2, 2)$  er den beste tillatte hjørnepunktløsningen, og er derfor optimal løsning.

c) Med  $(0, 0)$  som startpunkt:

- Går i  $x_2$ -retningen siden stigningen er størst her.
- Neste punkt:  $(0, \frac{8}{3})$
- Målfunksjonen stiger langs den andre kanten, derfor gå til neste hjørnepunktløsning.
- Neste punkt:  $(2, 2)$
- Målfunksjonen minsker langs den andre kanten fra  $(2, 2)$ .  
 $(2, 2)$  er derfor optimal løsning.

Ender med sekvensen  $(0, 0) \rightarrow (0, \frac{8}{3}) \rightarrow (2, 2)$ .

d) Modellen på utvidet form:

$$\max z = x_1 + 2x_2$$

$$x_1 + 3x_2 + s_1 = 8$$

$$x_1 + x_2 + s_2 = 4$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0$$

e) Verdier til slakkevariable:

$$(0, 0) \rightarrow s_1 = 8, \quad s_2 = 4$$

$$(4, 0) \rightarrow s_1 = 4, \quad s_2 = 0$$

$$(0, \frac{8}{3}) \rightarrow s_1 = 0, \quad s_2 = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$$

$$(2, 2) \rightarrow s_1 = 0, \quad s_2 = 0$$

Basisløsninger:

Basisvariable	Verdi	Ikke-basisvariable
$s_1, s_2$	8, 4	$x_1, x_2$
$x_1, s_1$	4, 4	$x_2, s_2$
$x_2, s_2$	$\frac{8}{3}, \frac{4}{3}$	$x_1, s_1$
$x_1, x_2$	2, 2	$s_1, s_2$

f) $(x_1, x_2, s_1, s_2)$	Ligning	Venstre side	Højre side
$(0, 0, 8, 4)$	(1)	$0 + 0 + 8 = 8$	8
	(2)	$0 + 0 + 4 = 4$	4
<hr/>			
$(4, 0, 4, 0)$	(1)	$4 + 0 + 4 = 8$	8
	(2)	$4 + 0 + 0 = 4$	4
<hr/>			
$(0, \frac{8}{3}, 0, \frac{4}{3})$	(1)	$0 + 3 \cdot \frac{8}{3} + 0 = 8$	8
	(2)	$0 + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 4$	4
<hr/>			
$(2, 2, 0, 0)$	(1)	$2 + 3 \cdot 2 + 0 = 8$	8
	(2)	$2 + 2 + 0 = 4$	4

g) Basisløsninger fra ikke-tillatte hjørnepunktløsninger

$$(8, 0) \rightarrow s_1 = 8 - 8 = 0, \quad s_2 = 4 - 8 + 0 = -4$$

$$(0, 4) \rightarrow s_1 = 8 - 3 \cdot 4 = -4, \quad s_2 = 4 - 4 = 0$$

Basisvariable	Verdi	Ikke-basisvariable
$x_1, s_2$	$8, -4$	$x_2, s_1$
$x_2, s_1$	$4, -4$	$x_1, s_2$

$(x_1, x_2, s_1, s_2)$	Ligning	Venstre side	Højre side
$(8, 0, 0, -4)$	(1)	$8 + 3 \cdot 0 + 0 = 8$	8
	(2)	$8 + 0 - 4 = 4$	4
<hr/>			
$(0, 4, -4, 0)$	(1)	$0 + 3(4) - 4 = 8$	8
	(2)	$0 + 4 + 0 = 4$	4

---

$$i) \quad (0) \quad z - x_1 - 2x_2 = 0$$

$$(1) \quad x_1 + 3x_2 + s_1 = 8$$

$$(2) \quad x_1 + x_2 + s_2 = 4$$

Basic variables:  $s_1, s_2 \rightarrow (0, 0, 8, 4)$

Iteration 1:

$$\begin{array}{c|ccccc|c} z & x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & \\ \hline 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

Take  $x_2$  into basis.

Minimum ratio test:

$$x_2 \text{ kan kun økes til } \min \left\{ \frac{8}{3}, \frac{4}{1} \right\} = \frac{8}{3}$$

$s_1$  forlater basis.

Iteration 2:

$$\sim \begin{array}{c|ccccc|c} z & x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & \\ \hline 1 & -1/3 & 0 & 2/3 & 0 & 16/3 \\ 0 & 1/3 & 1 & 1/3 & 0 & 8/3 \\ 0 & 2/3 & 0 & -1/3 & 1 & 4/3 \end{array}$$

$$x_1 \text{ kan økes til } \min \left\{ \frac{8/3}{1/3} = 8, \frac{4/3}{2/3} = 2 \right\} = 2$$

$s_2$  forlater basis.

Iteration 3:

$$\sim \begin{array}{c|ccccc} & z & \textcircled{x_1} & \textcircled{x_2} & s_1 & s_2 & \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 6 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1/2 & -1/2 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & -1/2 & 3/2 & 2 \end{array}$$

Optimal losing function:  $x_1 = 2, x_2 = 2, z = 6.$

j) Simplex i tabellform.

Basisvar.	Ligning	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	Højreside	Forholdstest
Z	(0)	1	-1	-2	0	0	0	
$s_1$	(1)	0	1	3	1	0	8	$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
$s_2$	(2)	0	1	1	0	1	4	$\frac{4}{1} = 4$
Z	(0)	1	-1/3	0	2/3	0	16/3	
$x_2$	(1)	0	1/3	1	1/3	0	8/3	$\frac{8/3}{1/3} = 8$
$s_2$	(2)	0	2/3	0	-1/3	1	4/3	$\frac{4/3}{2/3} = 2$
Z	(0)	1	0	0	1/2	1/2	6	
$x_2$	(1)	0	0	1	1/2	-1/2	2	
$x_1$	(2)	0	1	0	-1/2	3/2	2	

Optimal løsning:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 2$ ,  $z = 6$ .