NOTION DE CONGRUENCE

En mathématiques, et plus précisément en arithmétique, la division euclidienne ou division entière est une procédure de calcul qui, à deux entiers naturels appelés dividende et diviseur, associe deux autres entiers appelés quotient (quotient euclidien s'il y a ambiguïté) et reste. Initialement définie pour deux entiers naturels non nuls, elle se généralise aux entiers relatifs. Cette division est au fondement des théorèmes de l'arithmétique élémentaire et de l'arithmétique modulaire qui traite des congruences sur les entiers.

$$30 = 7 \times 4 + 2$$
Dividende Diviseur Quotient Reste

L'exemple ci-dessus est l'écriture de la division euclidienne de 30 par 7, le quotient est 4 et le reste 2. On peut obtenir ce résultat en posant la division de la façon suivante :

Ecrivons maintenant la division euclidienne de 44 par 7. On obtient :

$$44 = 7 \times 6 + 2$$

On voit que dans la division euclidienne de 30 par 7 et de 44 par 7, on obtient le même reste qui est 2. On dit que 30 est congru à 44 modulo 7 et on note :

$$30 \equiv 44 \ (7) \ ou \ 30 \equiv 44 \ (mod \ 7)$$

Propriété : on a aussi $30 \equiv 2$ (7) et $44 \equiv 2$ (7) car 2 a pour reste 2 dans la division par 7.