

Nicht-numerische Daten

Einführung in die Programmierung

Johannes Brauer

1. Januar 2020

Was sind nicht numerische Daten?

- Zeichen
- Zeichenketten
- Bilder
- Töne
- ...
- Symbole (LISP)

Symbolische Ausdrücke

Symbole

- *Symbole* sind eine einfache Möglichkeit für die Repräsentation nicht-numerischer Daten.
- Symbole sind aufgebaut wie Variablennamen; damit sie nicht als solche interpretiert werden, ist ein Hochkomma voranzustellen.
- Beispiele:

```
'symbol 'KarlMarx 'Dies-ist-auch-ein-Symbol 'x1
```

- Symbole dürfen Buchstaben, Ziffern und ein paar Sonderzeichen (keine Leerzeichen!) enthalten.
- Symbole sind – wie Zahlen – atomare Daten.
- Symbole werden – wie Zahlen – zu sich selbst ausgewertet.
- Einzige Operation auf symbolischen Atomen ist die Prüfung auf Gleichheit: `equal?` erwartet zwei Symbole als Argumente und liefert `#true` dann und nur dann, wenn sie identisch sind:

```
(equal? 'Hallo 'Hallo) ;;=> #true  
(equal? 'Karl 'Rosa)   ;;=> #false  
(equal? 'Hallo hallo)  ;;=> #true, wenn hallo für 'Hallo steht
```

S-Ausdrücke

- *Symbolische Ausdrücke* (kurz: S-Ausdrücke) wurden erfunden von McCarthy für LISP.
- **Definition:** (vorläufig)
Ein S-Ausdruck ist
 - ein Atom, z.B. 27, 'Karl, 'ist
 - eine Folge von S-Ausdrücken, eingeschlossen in (), z.B.
 - * '(Karl ist 27),
 - * '((Dies ist) (eine Liste) (mit 3 Elementen))Solche S-Ausdrücke heißen *Listen*. (Man beachte die Rekursivität dieser Definition!)
- Atome sind entweder numerisch, boolesch oder symbolisch

Darstellung von Formeln als S-Ausdrücke

- Bestandteile einer Formel:
 - Konstanten, Variablen und duale Operatoren

Formel	S-Ausdruck
Konstante	numerisches Atom
Variable	symbolisches Atom
Operator	symbolisches Atom
$p + q$	(ADD p q)
$p - q$	(SUB p q)
$p * q$	(MUL p q)
p / q	(DIV p q)
p^q	(EXP p q)

p und q stehen für Teile einer Formel

- Die Formel $x^2 + 3y - 5$ wird durch den S-Ausdruck
'(ADD (EXP x 2) (SUB (MUL 3 y) 5))
dargestellt.

Konstruktion von Listen

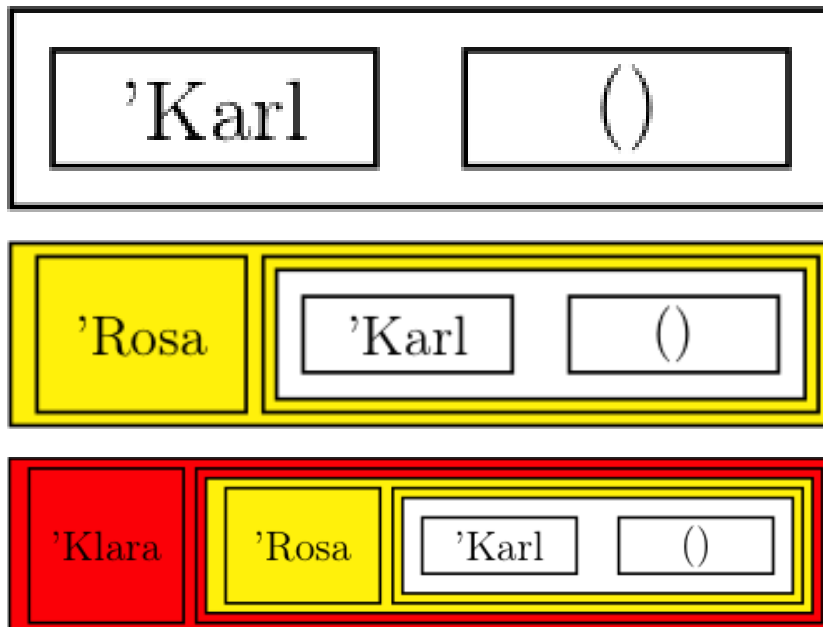
- Ausgangspunkt für die Konstruktion einer Liste ist die leere Liste, die durch
empty
oder
'()
repräsentiert wird.
- Mit der Funktion cons kann ein Element als neues erstes Element einer Liste hinzugefügt werden.

```

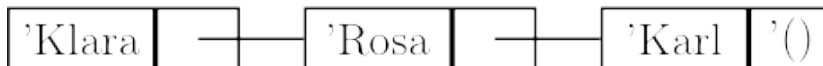
(cons 'Karl empty)                ;=> (Karl)
(cons 'Rosa (cons 'Karl empty))    ;=> (Rosa Karl)
(cons 'Klara (cons 'Rosa (cons 'Karl empty))) ;=> (Klara Rosa Karl)

```

- Die Standardfunktion `cons` erwartet zwei Argumente:
 - ein neues erstes Element
 - eine Liste
- jede Liste kann man sich aus zwei Teilen bestehend vorstellen:
 - das erste Element
 - die Restliste
- die drei obigen Listen können dann so veranschaulicht werden:



- eine andere gebräuchliche Darstellung für Listen:



Zerlegung von Listen

- Racket stellt zwei Funktionen bereit zum Zugriff auf die beiden Komponenten einer Liste:
 - `first` liefert – angewendet auf eine nicht leere Liste – das erste Element.
 - `rest` liefert – angewendet auf eine nicht leere Liste – die Restliste.

- Der Zusammenhang zwischen `cons`, `first` und `rest` kann durch die folgenden Gleichungen beschrieben werden:
 $(first(cons\ elem\ liste)) = elem$
 $(rest(cons\ elem\ liste)) = liste$
- Beispiele:

```
(first (cons 1 (cons 2 (cons 3 empty))))    ;;=> 1
(first (rest (cons 1 (cons 2 (cons 3 empty))))) ;;=> 2
(first empty) ;;=>
first: expects a non-empty list; given: ()
```

Funktionen für die Verarbeitung rekursiv definierter Datenstrukturen

Rekursive Datenstrukturen

- Für einen Gebrauchtwagenhändler repräsentieren wir die Menge der im Angebot befindlichen Automarken in einer Liste von Symbolen, z.B. so:
`('VW 'Opel 'Toyota)`
- Listen können beliebig lang werden (vgl. Definition des S-Ausdrucks). Eine *Liste-von-Symbolen* (*lvs*) kann als Datenstruktur wie folgt rekursiv definiert werden:
 - Eine *Liste-von-Symbolen* ist entweder
 1. die leere Liste: `empty` oder
 2. `(cons s lvs)`, wobei `s` ein Symbol und `lvs` eine *Liste-von-Symbolen* ist
- Bei Listen handelt es sich also um gemischte Daten:
 - Die leere Liste `empty` kann mit dem Prädikat `empty?`, die nicht-leere Liste mit dem Prädikat `cons?` erkannt werden.

Verarbeitung beliebig langer Listen

- Es soll geprüft werden können, ob in der Liste mit den Automarken `'BMW` vorkommt.
- Gemäß unserer bisherigen Regeln schreiben wir die Zweckbestimmung und einen passenden Funktionskopf auf:

```
;; ermittelt, ob das Symbol 'BMW in der liste-von-symbolen auftritt
(define enthaelt-bmw?
  (lambda [lvs] ...))
```

Verträge für Funktionen (Regel 10)

Regel 10: Von nun an schreiben wir vor jeden Funktionskopf einen *Vertrag* als Kommentar.

- Der Vertrag beschreibt, welche Arten von Daten (Datentypen) die Funktion als Argumente erwartet und welche Datenart die Funktion als Resultat liefert:

```
<Typ von Argument 1> ... <Typ von Argument n> -> <Typ des Resultats>
```

- Für unser Beispiel `enthaelt-bmw?` lautet der Vertrag

```
;; enthaelt-bmw? : (list-of symbol) -> boolean
```

- Den Vertrag fügen wir hinter die Zweckbestimmung ein:

```
;; ermittelt, ob das Symbol 'BMW in der liste-von-symbolen auftritt
;; enthaelt-bmw? : (list-of symbol) -> boolean
(define enthaelt-bmw?
  (lambda [lvs] ...))
```

Angabe von Tests für `enthaelt-bmw?`

```
(check-expect (enthaelt-bmw? empty) #false)

(check-expect
  (enthaelt-bmw?
    (cons 'VW (cons 'Opel (cons 'Toyota empty)))))
  #false)

(check-expect
  (enthaelt-bmw?
    (cons 'VW (cons 'BMW (cons 'Toyota empty)))))
  #true)
```

Anlegen einer Funktionsschablone

- Nun definieren wir eine *Funktionsschablone* gemäß Regel 9 (für die Verarbeitung gemischter Daten), die der Struktur der Datendefinition *Liste-von-Symbolen* folgt.
- Da diese zwei Fälle, die leere und die nicht-leere Liste, unterscheidet, ergibt sich folgende Schablone:

```
(define f
  (lambda [lvs]
    (cond [(empty? lvs) ...]
          [(cons? lvs) ...])))
```

- Eine nicht-leere Liste ist eine aus zwei Komponenten zusammengesetzte Datenstruktur:

1. dem ersten Element
2. der Restliste (ohne das erste Element)

Dem Prinzip von Regel 8 (für strukturverarbeitende Funktionen) folgend ergänzen wir die Schablone nun um die Aufrufe der Selektionsfunktionen für diese beiden Komponenten.

- Aus diesen Überlegungen ergibt sich folgende Schablone:

```
(define f
  (lambda [lvs]
    (cond
      [(empty? lvs) ...]
      [(cons? lvs) ... (first lvs)
                          ... (rest lvs) ...])))
```

- Die Auslassungszeichen sind dann entsprechend der Zweckbestimmung auszufüllen, d. h. die Lösung muss aus den Zugriffen auf das erste Element und die Restliste geeignet kombiniert werden.
- Kehren wir dazu zu unserem Beispiel zurück.

Benutzung der Schablone für `enthaelt-bmw?`

- Die Schablone angewendet auf `enthaelt-bmw?`, wobei die Lösung für den Fall der leeren Liste bereits eingetragen ist:

```
(define enthaelt-bmw?
  ;;;;;;;;;
  (lambda [lvs]
    (cond
      [(empty? lvs) #false]
      ;;;;;
      [(cons? lvs) ... (first lvs)
                      ... (rest lvs) ...])))
```

Ausfüllen der Schablone für `enthaelt-bmw?`

- Nun betrachten wir die Komponenten der nicht-leeren Liste. Falls das erste Element das gesuchte ist, muss die Funktion `#true` liefern:

```
(define enthaelt-bmw?
  (lambda [lvs]
    (cond
      [(empty? lvs) #false]
      [(cons? lvs)
       (cond [(equal? (first lvs) 'BMW) #true]
              ;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;;
              [else ... (rest lvs) ...]))]))
```

- Falls das gesuchte Symbol nicht das erste in der Liste ist, hängt das Ergebnis der Funktion davon ab, ob es in der Restliste gefunden wird. Da die Restliste ja selbst wieder eine *Liste-von-Symbolen* ist, ist auf sie die Funktion `enthaelt-bmw?` anwendbar:

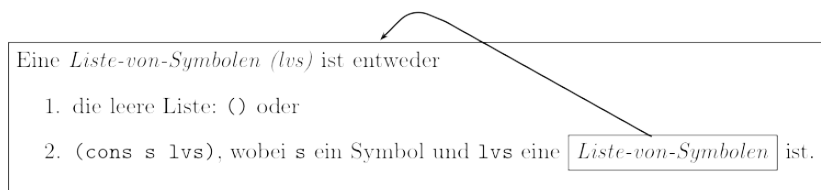
```
(define enthaelt-bmw?
  (lambda [lvs]
    (cond
      [(empty? lvs) #false]
      [(cons? lvs)
       (cond [(equal? (first lvs) 'BMW) #true]
             [else (enthaelt-bmw? (rest lvs))])]))))
```

- Damit ist die Funktion vollständig. (Zu finden unter `enthaelt-bmw.rkt` in *moodle*)

Systematisierung des Entwurfs rekursiver Funktionen

Datendefinition

- Die Funktion `enthaelt-bmw?` wurde unter Verwendung der Regeln 8 und 9 (ergänzt um Regel 10) entwickelt.
- Falls man in der Analyse der zu verarbeitenden Daten feststellt, dass die Benutzung einer Liste (mit beliebig vielen Elementen) angemessen ist, wird diese zunächst präzise als *rekursive Datenstruktur* definiert.
- Die Definition einer rekursiven Datenstruktur erfolgt durch Aufschreiben von mindestens zwei Sätzen, wobei mindestens einer einen Rückbezug auf die Definition und mindestens einer keinen Rückbezug auf die Definition aufweist.
- Betrachten wir dazu noch einmal die Definition der Liste von Symbolen:



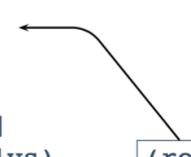
- Der Pfeil verdeutlicht den Selbstbezug der Definition.

Funktionsschablone

- Die Funktionsschablone wird als bedingte Funktion aufgeschrieben, die für jeden Satz der Definition der rekursiven Datenstruktur eine Frage-Antwort-Kombination enthält.

- Dabei könnte für jede Frage, die eine dem Parameter der Funktion gleichartige Datenstruktur selektiert, ein Pfeil auf den Funktionsnamen gezeichnet werden.
- Man erhält dann eine Funktionsschablone, die zur rekursiven Definition der Datenstruktur so zu sagen isomorph ist:

```
(define listen-funktion
  (lambda (lvs)
    (cond
      [(empty? lvs) ...]
      [else ... (first lvs) ... (rest lvs) ...])))
```



Anmerkung: Der bisher verwendete Aufruf `(cons? lvs)` ist hier (und im Folgenden) durch `else` ersetzt.

- Dieser Rückwärtspfeil wird durch eine rekursive Anwendung der Funktion ersetzt.
- Damit ergibt sich für das Beispiel der Verarbeitung beliebig langer Listen von Symbolen die folgende Funktionsschablone:

```
(define listen-funktion
  (lambda [lvs]
    (cond
      [(empty? lvs) ...]
      [else ... (first lvs) ...
               ... (listen-funktion (rest lvs)) ...])))
;;;;;;;;;;
```

- Wir sprechen hier von *natürlicher Rekursion*.

Ausfüllen der Schablone

- Die Entwicklung des Funktionsrumpfs beginnt mit den Frage-Antwort-Kombinationen, die keine rekursiven Aufrufe enthalten.
 - Die Antwort ist in der Regel einfach.
 - Sie sollte in den Tests bereits vorkommen.
- Für die rekursiven Fälle ist zunächst vorauszusetzen, dass die rekursive Anwendung der Funktion auf die Restliste bereits das gewünschte Ergebnis liefert.
- Dieses ist mit dem Ergebnis für das erste Element der Liste geeignet (problemabhängig) zu kombinieren.
 - Dieser Schritt besteht in dem Beispiel `enthält-BMW?` in einer weiteren Fallunterscheidung.

Erweiterung des Regelsatzes für die Entwicklung rekursiver Funktionen

Regel 11:

Schreibe eine präzise Datendefinition für die zu verarbeitende rekursive Datenstruktur auf. Folge dabei dem im Abschnitt Datendefinition angegebenen Muster.

Regel 12:

Formuliere mindestens einen Test für den Fall, dass die rekursive Datenstruktur

- keine Elemente,
- genau ein Element,
- mehr als ein Element

enthält! **Regel 13** (Funktionsschablone)

- Entwickle eine Funktionsschablone, die der rekursiven Struktur der Daten folgt.
- Dazu
 - Schreibe das Skelett eines `cond`-Ausdrucks auf mit je einer Frage-Antwort-Klausel für jeden nicht-rekursiven und jeden rekursiven Fall!
 - Notiere dabei für die rekursiven Fälle die passenden Selektionsausdrücke (`(first ...)`, `(rest ...)`).
 - **Dabei ist zu beachten**, dass auf den Ausdruck `(rest ...)` die zu entwickelnde Funktion **rekursiv anzuwenden** ist.

Listen als Resultate

- Anwendung der Regeln für die Entwicklung rekursiver Funktionen auf Funktionen, die eine Liste als Resultat liefern.
- Dem Gebrauchtwagenhändler soll eine Funktion zur Verfügung gestellt werden, mit dem er ein Modell aus seiner Angebotspalette entfernen kann.

Vertrag, Funktionskopf, Zweckbestimmung

```
;; entfernt eine Modell (symbol) aus der  
;; Modellpalette (liste-von-symbolen)  
;; entferne-modell: (list-of symbol) symbol -> (list-of symbol)  
(define entferne-modell  
  (lambda [modellpalette modell] ...))
```

Hinzufügen der Tests

```
;; entfernt eine Modell (symbol) aus der  
;; Modellpalette (liste-von-symbolen)  
;; entferne-modell: (list-of symbol) symbol -> (list-of symbol)  
(check-expect (entferne-modell empty 'BMW) empty)
```

```

(check-expect (entferne-modell '(BMW) 'BMW) empty)
(check-expect (entferne-modell '(BMW) 'OPEL) '(BMW))
(check-expect (entferne-modell '(BMW OPEL FORD) 'TOYOTA) '(BMW OPEL FORD))
(check-expect (entferne-modell '(BMW OPEL FORD) 'OPEL) '(BMW FORD))
(define entferne-modell
  (lambda [modellpalette modell] ...))

```

Hinzufügen der Funktionsschablone

```

;; entfernt eine Modell (symbol) aus der
;; Modellpalette (liste-von-symbolen)
;; entferne-modell: (list-of symbol) symbol -> (list-of symbol)
(check-expect (entferne-modell empty 'BMW) empty)
(check-expect (entferne-modell '(BMW) 'BMW) empty)
(check-expect (entferne-modell '(BMW) 'OPEL) '(BMW))
(check-expect (entferne-modell '(BMW OPEL FORD) 'TOYOTA) '(BMW OPEL FORD))
(check-expect (entferne-modell '(BMW OPEL FORD) 'OPEL) '(BMW FORD))
(define entferne-modell
  (lambda [modellpalette modell]
    (cond
      [(empty? modellpalette) ...]
      [else ... (first modellpalette) ...
               ... (entferne-modell (rest modellpalette) modell) ...])))

```

Vervollständigung des Funktionsrumpfs

- Folgende Fälle sind zu unterscheiden:
 1. Wenn die Modellpalette die leere Liste ist, ist das Resultat `empty`.
 2. Wenn das zu entfernende Modell das erste in der Liste ist, so ist das Resultat die Restliste.
 3. Andernfalls besteht die Ergebnisliste aus dem ersten Modell und der Restliste, aus der das zu entfernende Modell entfernt wurde.

```

;; entfernt eine Modell (symbol) aus der Modellpalette (liste-von-symbolen)
;; entferne-modell: (list-of symbol) symbol -> (list-of symbol)
(check-expect (entferne-modell empty 'BMW) empty)
(check-expect (entferne-modell '(BMW) 'BMW) empty)
(check-expect (entferne-modell '(BMW) 'OPEL) '(BMW))
(check-expect (entferne-modell '(BMW OPEL FORD) 'TOYOTA) '(BMW OPEL FORD))
(check-expect (entferne-modell '(BMW OPEL FORD) 'OPEL) '(BMW FORD))
(define entferne-modell
  (lambda [modellpalette modell]
    (cond [(empty? modellpalette) empty]
          [(equal? (first modellpalette) modell) (rest modellpalette)]
          [else (cons (first modellpalette)
                      (entferne-modell (rest modellpalette) modell))])))

```

Rekursive Funktionen und Hilfsfunktionen

Top-down-Entwurf

- Anhand eines weiteren Beispiels soll die Anwendung der Regeln für die Entwicklung rekursiver Funktionen V demonstriert werden.
- Während des Entwurfsprozesses kann es sich als zweckmäßig erweisen, für die Lösung bestimmter Teilprobleme eigene Funktionen (Hilfsfunktionen) vorzusehen.
- Dabei ist es hilfreich, diese Hilfsfunktionen als bereits existent vorauszusetzen, um zunächst mit ihrer Hilfe die Lösung des Hauptproblems formulieren zu können.
- Diese Vorgehensweise wird
 - *Top-down-Entwurf* oder auch
 - *schrittweise Verfeinerung*bezeichnet.

Literaturhinweise

- Gelegentlich werden auch die Begriffe Wunschdenken oder Wunschliste benutzt, z.B. in
 1. M. Felleisen, R. Findler, M. Flatt, S. Krishnamurthi: How to Design Programs. The MIT Press, 2001
 2. H. Klaeren, M. Sperber: Die Macht der Abstraktion. Teubner, 2007
- Ein weiteres empfehlenswertes Buch:
 - H. Abelson, G. Sussman, J. Sussman: Structure and Interpretation of Computer Programs. The MIT Press, 1999

Top-down-Entwurf – Beispiel

- Die Funktion (`symbolsin x`) liefere, angewandt auf eine Liste von Symbolen, eine Liste mit dem einmaligen Auftreten jedes dieser Symbole:

x	(symbolsin x)
(DIE KATZE UND DIE MAUS)	(DIE KATZE UND MAUS)
(A B A B A C A)	(A B C)

- Die Anwendung der Regeln (ohne Tests) liefert zunächst die folgende Funktionsschablone:

```
;; entfernt aus eine Liste von Symbolen jedes  
;; mehrfache Autreten eines Symbols  
;; symbolsin: (list-of symbol) -> (list-of symbol)  
(define symbolsin  
  (lambda [lvs]
```

```

(cond
  [(empty? lvs) ...]
  [else ... (first lvs) ...
            ... (symbolsin (rest lvs)) ...]]))

```

- Das Resultat von `symbolsin` ist `empty`, wenn das Argument die leere Liste ist.
- Für die Kombination des Ergebnisses aus dem ersten Listenelement und der rekursiven Anwendung von `symbolsin` auf die Restliste sind zwei Fälle zu unterscheiden:
 1. Wenn das erste Element in `(symbolsin (rest lvs))` bereits auftaucht, ist `(symbolsin (rest lvs))` schon das endgültige Resultat
 2. Wenn es dort noch nicht vorhanden ist, muss das erste Element noch hinzugefügt werden.
- Das Ergebnis von `symbolsin` kann als eine *Menge*, repräsentiert durch eine Liste ohne Wiederholungen, betrachtet werden. Diese Idee führt auf eine Hilfsfunktion `addtoiset`, die ein Element einer Menge hinzufügt, wenn es in ihr nicht bereits enthalten ist.

Funktionsschablone für `addtoiset`

```

;; fügt einer Liste von Symbolen ein weiteres hinzu,
;; falls es nicht bereits enthalten ist.
;; addtoiset: (list-of symbol) symbol -> (list-of symbol)
(check-expect (addtoiset '(a b c) 'b) '(a b c))
(check-expect (addtoiset '(a b c) 'd) '(d a b c))
(define addtoiset
  (lambda [lvs s]
    (cond
      [(empty? lvs) ...]
      [else ... (first lvs) ...
                ... (addtoiset (rest lvs) s) ...]]))

```

Mit dieser Funktion kann `symbolsin` vervollständigt werden.

Funktion `symbolsin`

```

;; entfernt aus eine Liste von Symbolen jedes
;; mehrfache Auftreten eines Symbols
;; symbolsin: (list-of symbol) -> (list-of symbol)
(check-expect (symbolsin empty) empty)
(check-expect (symbolsin '(a b c a d c)) '(b a d c))
(define symbolsin
  (lambda [lvs]
    (cond
      [(empty? lvs) empty]
      [else (addtoiset (symbolsin (rest lvs)) (first lvs))]))))

```

Funktion `addtoset`

- Für die Funktion `addtoset` stellen wir folgende Überlegungen an:
 - Falls die Liste (Menge) leer ist, kann das neue Element mit `cons` hinzugefügt werden.
 - Wenn die Menge nicht leer ist, muss geprüft werden, ob das Element bereits in der Liste enthalten ist.
- Fügen wir der Wunschliste ein Prädikat `member?` hinzu.

```
...  
(define addtoset  
  (lambda [lvs s]  
    (cond  
      [(member? s lvs) lvs]  
      [else (cons s lvs)])))
```

Funktion `member?`

Die Logik der Funktion `member?` entspricht im Wesentlichen der der Funktion `enthaelt-bmw`:

```
;; prueft, ob ein Symbol in einer Liste enthalten ist.  
;; member? (list-of symbol) symbol -> boolean  
(check-expect (member? 'x empty) #false)  
(check-expect (member? 'x '(a b x)) #true)  
(check-expect (member? 'y '(a b x)) #false)  
(define member?  
  (lambda [s lvs]  
    (cond  
      [(empty? lvs) #false]  
      [(equal? (first lvs) s) #true]  
      [else (member? s (rest lvs))])))
```

Die Funktion `member?` existiert bereits in Racket.

Das vollständige Programm ist unter `symbolsin.rkt` in Moodle zu finden.

Funktionen für die Verarbeitung mehrerer Listen

Falls eine Funktion zwei Listenparameter zu verarbeiten hat, sind grundsätzlich drei Fälle zu unterscheiden:

1. eines der beiden Argumente kann atomar behandelt werden, d.h. eine Liste muss nicht zerlegt werden.
2. Bei zwei gleich langen Listen ist lediglich der Zugriff auf die korrespondierenden Listenelemente erforderlich, d. h. sie sind im „Gleichschritt“ zu verarbeiten.
3. Bei beiden Listen ist für die Ermittlung des Resultats der Zugriff auf das erste Element und die Restliste notwendig.

Behandlung der drei Fälle:

Fall 1 Die bekannten Regeln (insbesondere was die Funktionsschablone anbelangt) können wie bisher angewendet, weil das zweite Argument nicht zerlegt werden muss. Beispiel: `append` (`concatenate`)

Fall 2 Da beide Listen gleich lang sind, genügt es eine von beiden auf Leersein zu prüfen. Für die Ermittlung des Resultats ist aber der Zugriff auf das erste Element und die Restliste von beiden Argumentlisten notwendig. Das führt zur folgenden angepassten Funktionsschablone:

Funktionsschablone für Fall 2

```
(define listen-funktion
  (lambda [lst1 lst2]
    (cond
      [(empty? lst1) ...]
      [else ... (first lst1) ... (first lst2)
                ;;;;;;;;;;
                ... (listen-funktion (rest lst1) (rest lst2)) ...]]))
                ;;;;;;;;;;
```

Behandlung von Fall 3

Es gibt keine nutzbare Abhängigkeit der beiden Parameter. Hier müssen grundsätzlich alle (vier) Fälle (Liste ist leer oder nicht.) berücksichtigt werden:

```
(define listen-funktion
  (lambda [lst1 lst2]
    (cond
      [(and (empty? lst1) (empty? lst2)) ...]
      [(and (cons? lst1) (empty? lst2))
       ... (first lst1) ... (rest lst1) ...]
      [(and (empty? lst1) (cons? lst2))
       ... (first lst2) ... (rest lst2) ...]
      [(and (cons? lst1) (cons? lst2))
       ... (first lst1) ... (first lst2) ...
       ... (rest lst1) ... (rest lst2) ...]]))
```

Drei mögliche Rekursionsschemata Man beachte, dass die Schablone noch keine rekursiven Aufrufe enthält. Nur für den Fall, dass beide Argumente nicht leer sind, ist eine Rekursion über beide Restlisten möglich. Hier sind aber drei Varianten denkbar:

```
(listen-funktion lst1 (rest lst2))
(listen-funktion (rest lst1) lst2)
(listen-funktion (rest lst1) (rest lst2))
```

Welche in Betracht kommt, kann nur nach weiterer Problemanalyse entschieden werden.