

Relational-logische Programmierung

Programmierparadigmen

Johannes Brauer

16. August 2020

Ziele

- Vermittlung von Grundkenntnissen und Fertigkeiten der logischen/prädikativen/relationalen Programmierung
- Kennenlernen der Syntax und Semantik von Prolog
- Ausführung von Prolog-Programmen

Einführung

- Relational-logische Programmierung: Programme spezifizieren Relationen zwischen Größen.
- Logische Programmierung: Programm mit Datenstrukturen: Listen, Binärbäume, symbolische Ausdrücke, natürliche Zahlen.
- Der Ursprung der logischen Programmierung: automatische Theorembeweiser.
- Sie verlangt eine Änderung der Denkweise:
 1. Strukturierte logische Formeln werden als Relations- (Prozedur-) Spezifikationen betrachtet.
 2. Eine Frage zu einer logischen Implikation wird als Relations- (Prozedur-) Aufruf betrachtet.
 3. Der Beweis der Implikation ist dann die Berechnung der Antwort.
- Konkreter: Ein Axiom der Form:
`A if B1 and B2 ... and Bn`
kann als Prozedur in einer Programmiersprache betrachtet werden:
 - `A` ist der Prozedurkopf,
 - die `Bis` bilden ihren Rumpf.
- Der Versuch `A` zu lösen, wird als Ausführung der Prozedur verstanden. Dazu muss der Ausdruck `B1 and B2 ... and Bn` gelöst bzw. ausgeführt werden.

Relationale Programmierung mit Prolog

- Prolog (Programming in Logic) wurde Anfang der 1970er Jahre von dem französischen Informatiker Alain Colmerauer entwickelt.
- Prolog hat sich als Programmiersprache über die strikte logische Basis hinaus entwickelt: Praktische Programmierkonstrukte wie arithmetische Operationen, Optimierungshilfsmittel und Ein-/Ausgabe sind hinzugekommen.
- Die Darstellungen in den folgenden Abschnitten basieren auf [Bra13] und [CM03].

Syntax und Semantik relational-logischer Programme

- Die Syntax basiert auf einer Teilmenge der Prädikatenkalküls. Ein relational-logisches Programm besteht aus einer Menge von Formeln, die nach Fakten und Regeln unterschieden werden. Beide beschreiben bekannte Relationen auf der Problemdomäne.
- Die Semantik besteht in einer Menge von Antworten auf Fragen.
- Ein Programm wird ausgeführt durch eine logische Aussage, die auch Frage oder *Zielausdruck* (oder goal oder query) genannt wird.
- Fragen können Variablen enthalten.
- Die Beantwortung von Fragen mit Variablen besteht darin, Variablenbindungen zu finden, die die Frage „beweisen“.
- Dies geschieht mithilfe zweier Techniken:
 - Unifikation: Belegung von Variablen in zwei Termen, so dass diese gleich werden.
 - Backtracking: Suchstrategie bei der Beweisfindung.
- Es gibt nur eine primitive Operation: den Unifikationsoperator =.
- Es gibt keine Typen.

Einstiegsbeispiel

- Das „Hallo Welt“-Äquivalent für ein Prolog-Programm ist meistens eine Wissensdatenbank mit Verwandtschaftsverhältnissen.
 - Eltern: Paul, Elfriede
 - Kinder: Klaus, Claudia, Monika
- Fakten in Prolog:

```
vater(klaus, paul).
vater(claudia, paul).
vater(monika, paul).
mutter(klaus, elfriede).
mutter(claudia, elfriede).
mutter(monika, elfriede).
verheiratet(paul, elfriede).
```

Start des Prolog-Interpreters

- Im folgenden wird SWI-Prolog benutzt.
- Nach dem Start des Interpreters und der Konsultation der Faktendatei `stammbaum.pl` können Fragen an den Interpreter gestellt werden:

```
Welcome to SWI-Prolog (threaded, 64 bits, version 7.4.2)
SWI-Prolog comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY. This is free software.
Please run ?- license. for legal details.
```

```
For online help and background, visit http://www.swi-prolog.org
For built-in help, use ?- help(Topic). or ?- apropos(Word).
```

```
1 ?- consult('stammbaum.pl').
true.
```

```
2 ?- vater(klaus, paul).
true.
```

```
3 ?- mutter(claudia, paul).
false.
```

Weitere Beispiele für Fragen (Zielausdrücke, goals):

Fragen können Variablen benutzen, die stets mit einem Großbuchstaben beginnen müssen.

```
?- mutter(klaus, elfriede).  
   true.  
?- vater(claudia, X).  
   X=paul.  
?- vater(peter, X).  
   false.  
?- vater(X, paul).  
   X=klaus;  
   X=claudia;  
   X=monika.  
?- verheiratet(X, Y).  
   X=paul;  
   Y=elfriede.
```

Regeln

Nehmen wir an, wir möchten auch Anfragen über die Schwesterbeziehung in die Datenbasis aufnehmen, um entsprechende Anfragen beantworten zu können. Dann hat man zwei Möglichkeiten:

1. Neue Fakten hinzufügen:

```
schwester(claudia, monika).  
schwester(monika, claudia).  
schwester(klaus, claudia).  
schwester(klaus, monika).
```

2. Formulierung einer Regel: Y ist Schwester von X, falls Y weiblich und Mutter von X gleich Mutter von Y ist und Vater von X gleich Vater von Y.

Dann muss man nur noch als Fakten festhalten, welche Familienmitglieder weiblich sind. Die Regel erlaubt es, aus bekannten Fakten neue herzuleiten!

Prolog-Programm mit Schwesterregel

Fakten:

```
vater(klaus, paul).  
vater(claudia, paul).  
vater(monika, paul).  
mutter(klaus, elfriede).  
mutter(claudia, elfriede).  
mutter(monika, elfriede).  
verheiratet(paul, elfriede).  
weiblich(claudia).  
weiblich(monika).  
weiblich(elfriede).
```

Regeln:

```
schwester(X, Y):- weiblich(Y),  
                  mutter(X, Z), mutter(Y, Z),  
                  vater(X, W), vater(Y, W),  
                  X \== Y.
```

Beispielanfragen

```
?- schwester(klaus, claudia).
```

Das Prolog-System muss

1. prüfen, ob claudia weiblich ist (Faktum)

2. erkennen, dass `mutter(klaus,Z)` und `mutter(claudia,Z)` gelten für `Z=elfriede`
3. erkennen, dass `vater(klaus,W)` und `vater(claudia,W)` gelten für `W=Paul`
4. daher `true` ausgeben

`?- schwester(klaus, X).`

- Die Frage bedeutet: Wer sind die Schwestern von Klaus?
- Das Prolog-System durchsucht seine Datenbank von Fakten (und Regeln) in fester Reihenfolge; nämlich:
 1. von oben nach unten
 2. von links nach rechts
- Daher liefert die Anfrage die Antwort:

```
X=claudia;
X=monika;
false.
```

`?- schwester(X, Y).`

Es ist nicht schwer zu sehen, dass aufgrund der o.g. Auswertestrategie folgende Ausgabe erzeugt wird:

```
X = klaus, Y = claudia ;
X = monika, Y = claudia ;
X = klaus, Y = monika ;
X = claudia, Y = monika ;
false.
```

modus ponens

- Die oben gezeigten Ableitungen basieren auf dem *modus ponens*, einer Schlussregel der Logik: Aus den Prämissen *Wenn A dann B* und *A* lässt sich *B* schlussfolgern.
- Mit anderen Worten: Der logische Ausdruck

$$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

ist eine Tautologie.

- Die oben genannte Beispielanfrage `schwester(klaus, claudia).` entspricht dem *B*.
- Die rechte Seite der Schwesterregel

`weiblich(Y), mutter(X, Z), mutter(Y, Z), vater(X, W), vater(Y, W), X \== Y.`

entspricht dem *A*. Wenn also *A* bewiesen werden kann, d. h. eine Belegung der Variablen *X*, *Y*, *W* und *Z* gefunden werden kann, für die alle Teilausdrücke von *A* wahr werden, ist auch *B* bewiesen.

Basiskonzepte von Prolog

Terme

- Alle Daten (einschließlich der Prolog-Programme) in Prolog werden durch *Terme* repräsentiert.
- Ein Term ist:

ein Atom Beispiele sind `elmshorn`, `claudia`. Atome beginnen mit einem Kleinbuchstaben.

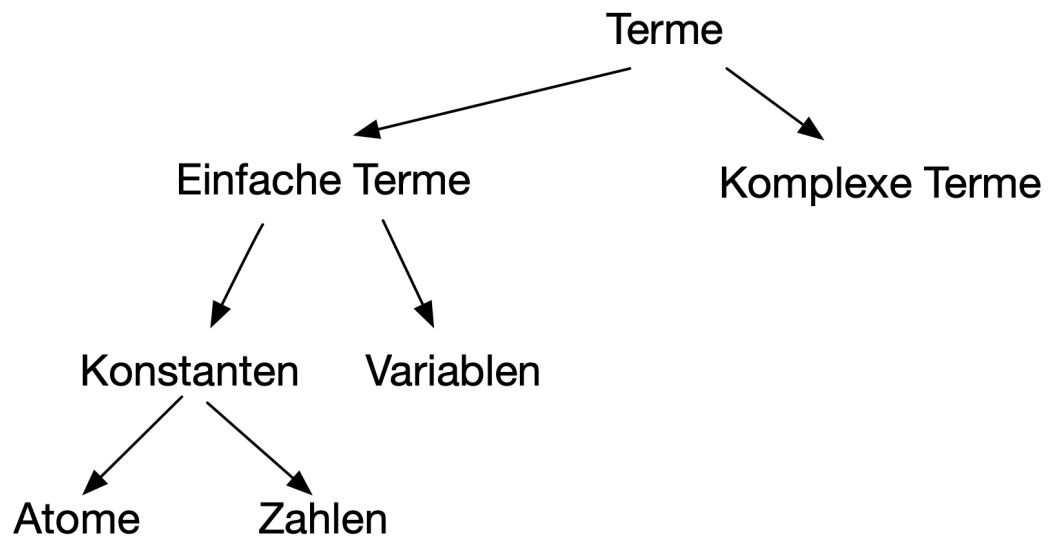
eine Variable Variablen beginnen mit einem Großbuchstaben oder dem Unterstrich. Ein singulärer Unterstrich bezeichnet die *anonyme Variable*, die für „irgendeinen Term“ steht.

eine Ganzzahl oder eine Gleitkommazahl

ein zusammengesetzter Term (compound term) Wenn t_1, t_2, \dots, t_n Terme sind, dann ist auch $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ ein Term. *f* heißt Funktor und *n* ist die Stelligkeit (arity) des zusammengesetzten Terms.

Beispiele: `f(a)`, `g(f(X))`, `+(a, f(X))`

Übersicht



Stelligkeit

- In Prolog können zwei Prädikate mit demselben Funktor aber unterschiedlicher Stelligkeit definiert werden.
- Prolog behandelte diese als zwei verschiedene Prädikate.
- In der Prolog-Dokumentation wird die Stelligkeit eines Prädikats durch Anhängen von `/` gefolgt von der Zahl, die die Stelligkeit angibt, dargestellt.

Anwendungsbeispiel für geschachtelte komplexe Terme

```
vertical(line(point(X,Y), point(X,Y2))).  
horizontal(line(point(X,Y), point(X2,Y))).
```

Welche Antworten liefert Prolog auf die folgenden Fragen:

```
?- vertical(line(point(5,6), point(5,7))).  
???
```

```
?- horizontal(line(point(5,6), point(5,7))).  
???
```

```
?- horizontal(line(point(5,6), point(5,X))).  
???
```

```
?- vertical(line(point(5,6), X)).  
???
```

Programme

- Ein Prolog-Programm besteht aus einer Menge von Prädikaten.
- Prädikate beschreiben Relationen zwischen ihren Argumenten. Logisch betrachtet beschreibt ein Prolog-Programm, was gilt.
- Jedes *Prädikat* besitzt ein Atom als Namen und beliebig viele Argumente.
- Jedes Argument ist ein Prolog-Term.

- Ein Prädikat mit dem Namen **Pred** und n Argumenten wird durch einen Prädikatsindikator notiert: **Pred/n**. n ist die Stelligkeit des Prädikats.
- Ein Prädikat wird durch eine Menge von *Klauseln* (s. u.) definiert.
- Die Klauseln, die ein Prädikat definieren, stellen logische Alternativen dar. Wenn eine der Klauseln wahr ist, ist das ganze Prädikat wahr.

Klauseln – Regeln

- Ein Klausel ist entweder ein *Fakt* oder eine *Regel*.
- Eine Regel hat die Form:
Kopf :- **Rumpf**.
 - Die Form des **Kopf** hängt von der Zahl der Argumente des Prädikats ab:
 - * Besitzt das Prädikat keine Argumente, dann besteht der **Kopf** nur aus dem Namen des Prädikats, ist also ein Atom.
 - * Andernfalls ist **Kopf** ein zusammengesetzter Term, z. B.:
`schwester(X, Y)`
 - Der **Rumpf** hat die Form: B_1, \dots, B_n , wobei die B_i Terme sind, die mit dem Komma konjunktiv verknüpft sind.
 - Die Zeichenfolge :- steht für die logische Implikation, gerichtet vom Rumpf zum Kopf.
- Z. B. kann die Regel

`father(Dad, Child) :- parent(Dad, Child), male(Dad).`

wie folgt gelesen werden: **Dad** (eine Variable) ist **father** von **Child** (Variable), wenn **Dad** **parent** von **Child** und **Dad** **male** ist.

Klauseln – Fakten

- Ein Faktum wird so aufgeschrieben:
Kopf.
- Dieser Ausdruck ist äquivalent zur Regel:
Kopf :- **true**.
- Logisch bedeutet das, dass die Regel immer wahr ist, weil das Standardprädikat **true/0** immer wahr ist.

Starten von Prolog-Programmen

- Eingabe von Fragen/Zielausdrücken (queries) am Eingabeprompt des Prolog-Interpreters
- Ein Zielausdruck besteht aus dem Namen eines beliebigen Prädikats und seiner Argumente.
- Eine Frage kann aus der Und-Verknüpfung von mehreren Zielausdrücken bestehen.
- In einer Frage sind Variablen existenz-quantifiziert. Eine Frage **p(X)** kann so gelesen werden: Existiert eine Variablenbindung für **X**, so dass **p(X)** wahr wird.
- Wenn eine passende Variablenbindung gefunden werden kann (the goal succeeds), antwortet der Interpreter mit einem logisch äquivalenten Zielausdruck.
- Wenn eine Frage mehrere Antworten hat, liefert der Interpreter die übrigen auf besondere Anforderung (in SWI-Prolog durch Eingabe von Leerzeichen oder Semikolon).

Ausführung von Prolog-Programmen

Die operationale Semantik von Prolog

- Die Ausführung von Prolog-Code kann als ein Spezialfall einer *Resolution* betrachtet werden.
- Die Resolution ist ein Verfahren der formalen Logik, um die Gültigkeit einer logischen Formel zu prüfen. Dabei wird versucht, aus der Verneinung der Frage einen Widerspruch abzuleiten.
- Wenn ein Widerspruch gefunden wird, ist die Frage die logische Folgerung aus dem Programm.
- Ein wichtiger Schritt in diesem Prozess ist die Unifikation von Termen.
- Wird der Kopf einer Klausel für die Unifikation mit einem Zielausdruck ausgewählt, wird diese auf die Argumente von beiden Termen angewendet.
- Daraus folgt, dass es in Prolog keine Unterscheidung zwischen Ein- und Ausgabeparametern gibt. (Vgl. Implementierung von natürlichen Zahlen!)
- Sind die Köpfe mehrerer Klauseln mit einem Zielausdruck unifizierbar, werden die Alternativen durch *Backtracking* abgearbeitet.
- Informell kann die Ausführungsstrategie von Prolog als Tiefensuche (depth-first search) mit *chronologischem Backtracking* betrachtet werden (nähere Erläuterung s. u.).

Unifikation

Informelle Definition:

Zwei Terme sind unifizierbar, wenn sie identisch sind oder Variablen enthalten, die einheitlich mit Termen so belegt werden können, dass sie gleich (unifiziert) sind.

- Beispiele:
 - karin und karin sind unifiziert.
 - 42 und 42 sind unifiziert.
 - weiblich(karla) und weiblich(karla) sind unifiziert.
 - klara und rosa sind nicht unifizierbar.
 - weiblich(karla) und weiblich(rosa) sind nicht unifizierbar.
- Welche der folgenden Term-Paare sind unifizierbar?
 - rosa und X
 - weiblich(X) und weiblich(klara)
 - liebt(rosa,X) und liebt(X,karl)

Präzise Definition

1. Sind t_1 und t_2 Konstanten, dann sind t_1 und t_2 unifizierbar, wenn sie dasselbe Atom oder dieselbe Zahl sind.
2. Ist t_1 eine Variable und t_2 irgendein Term, dann sind t_1 und t_2 unifizierbar, wenn t_1 mit t_2 belegt wird (und umgekehrt).
3. Sind t_1 und t_2 komplexe Terme, dann sind sie unifizierbar, wenn:
 - (a) sie denselben Funktor mit derselben Stelligkeit besitzen, **und**
 - (b) alle ihre korrespondierenden Argumente unifizierbar sind, **und**
 - (c) die Variablenbelegungen kompatibel sind.

Anwendungsbeispiele für =/2

```
?- claudia = claudia.  
... .  
  
?- claudia = claudius.  
... .  
  
?- claudia = X.  
... .  
  
?- X = claudia, X = claudius.  
... .  
  
?- k(s(g),Y) = k(X,t(k)).  
... ,  
... .  
  
?- father(X) = X.  
... .
```

Standardprädikate

- Es gibt einige vordefinierte Standardprädikate, z. B.
 - =/2 ist wahr, wenn seine Argumente unifizierbar sind;
 - true/0 ist immer wahr, false/0 immer falsch;
 - dif/2 ist wahr genau dann, wenn die Argumente unterschiedliche Terme sind;
 - ,/2 bezeichnet die Konjunktion, ;/2 die Disjunktion.
- Standardprädikate für den Vergleich von Zahlen (alle zweistellig):
 - =:=, =\= numerische Gleichheit, Ungleichheit
 - <, >, =<, >=
- Arithmetische Operationen (alle zweistellig):
+ - * / // mod
Es gelten die üblichen Vorrangregeln.
- Die Standardprädikate für Zahlen können in Infixnotation geschrieben werden, also 3 + 4 anstatt +(3, 4).
- Beachte: Der Unifikationsoperator =/2 bewirkt keine Auswertung arithmetischer Ausdrücke, dafür steht der Operator is/2 zur Verfügung:

```
?- X = 3 + 4.  
X = 3+4.  
?- X is 3+4.  
X = 7.
```

Resolution / Backtracking

- Resolution: Grundlage für eine automatische Beweisführung
- basiert auf dem Prinzip der Unifikation und des automatischen Rücksetzens (Backtracking).
- Prolog benutzt Tiefensuche; Reihenfolge der Klauseln entscheidend
- Teilziele einer Anfrage werden von links nach rechts bearbeitet.
- Zu jedem Teilziel wird die im Programmtext erste Klausel ausgewählt und versucht mit dem Teilziel zu unifizieren.

- Ist die Klausel eine Regel, so wird das Teilziel durch den Regelrumpf ersetzt und versucht zu beweisen. Andernfalls wird versucht das nächste Ziel der Anfrage herzuleiten.
- Tritt während der Resolution ein Fehler bei der Unifikation auf, wird also keine passende Programm-klausel gefunden, so springt das PROLOG-System durch das eingebaute Rücksetzen auf den letzten Punkt zurück, an dem eine Entscheidung getroffen wurde, hebt die an dieser Stelle gemachten Variablenbindungen auf und wählt die nächste alternative Klausel aus.

Beispiel

```
father(abraham,isaac).
father(haran,lot).
father(haran,milcah).
father(haran,yiscah).
male(isaac).
male(lot).
female(milcah).
female(yiscah).
son(X,Y) :- father(Y,X), male(X).
daughter(X,Y) :- father(Y,X), female(X).
```

Nachfolgend wird die Resolution der Anfrage

```
daughter(X,haran).
```

gezeigt.

1. Prolog sucht passende Programm-klausel
Unifikation `daughter(X,Y)` und `daughter(X,haran)`
→ Substitution `Y=haran`

```
father(abraham,isaac).
father(haran,lot).
father(haran,milcah).
father(haran,yiscah).
male(isaac).
male(lot).
female(milcah).
female(yiscah).
son(X,Y) :- father(Y,X), male(X).
daughter(X,Y) :- father(Y,X), female(X).
```

2. Das ursprüngliche Ziel wird durch den Regelrumpf ersetzt
→ neue Zielanfrage: `father(haran,X), female(X)`.
3. linkes Teilziel wird ausgewählt: `father(haran,X)`
erste Programm-klausel wird ausgewählt: `father(abraham,isaac)`.
→ Unifikation nicht möglich
→ Backtracking
4. nächste alternative Programm-klausel wird ausgewählt: `father(haran,lot)`
→ Substitution `X=lot`
5. rechtes Teilziel wird ausgewählt und Substitution angewendet: `female(lot)`
→ keine passende Programm-klausel vorhanden → Backtracking

```

father(abraham,isaac).
father(haran,lot).
father(haran,milcah).
father(haran,yiscah).
male(isaac).
male(lot).
female(milcah).
female(yiscah).
son(X,Y) :- father(Y,X), male(X).
daughter(X,Y) :- father(Y,X), female(X).

```

6. Substitution X=lot wird aufgehoben, nächste Klausel im Programmtext ausgewählt: father(haran,milcah)
→ Substitution X=milcah
7. rechtes Teilziel wird ausgewählt und Substitution angewendet: female(milcah)
→ passende Programmklausele vorhanden → Prolog gibt die Substitution X=milcah aus
8. Durch Eingabe von ; wird manuell Backtracking erzwungen um alternative Lösungen zu finden
9. Substitution X=milcah wird aufgehoben, nächste Klausel im Programmtext ausgewählt: father(haran,yiscah)
→ Substitution X=yiscah

```

father(abraham,isaac).
father(haran,lot).
father(haran,milcah).
father(haran,yiscah).
male(isaac).
male(lot).
female(milcah).
female(yiscah).
son(X,Y) :- father(Y,X), male(X).
daughter(X,Y) :- father(Y,X), female(X).

```

10. rechtes Teilziel wird ausgewählt und Substitution angewendet:
female(yiscah)
→ passende Programmklausele vorhanden
→ Prolog gibt die Substitution X=yiscah. aus und schließt die Beantwortung der ursprünglichen Anfrage, da keine Alternativen mehr vorhanden sind.

Rekursion

- Davon, dass Prolog rekursive Regeln erlaubt, wurde schon in bei der logischen Implementierung von natürlichen Zahlen Gebrauch gemacht.
- Weiteres Beispiel, das die Notwendigkeit, Regeln rekursiv definieren zu können, deutlich macht.

- Modifikation des Stammbaum-Beispiels, zunächst ein paar Fakten:

```
mutter(klaus, elfriede).
mutter(claudia, elfriede).
mutter(elfriede, rosa).
mutter(rosa, klara)
```

- Gesucht ein Prädikat, das erlaubt festzustellen, ob eine Person Abkömmling einer anderen Person ist. Z. B. sollte die folgende Frage mit `true` beantwortet werden:

```
abkoemmling(klara, elfriede).
```

- Wie lautet das Prädikat `abkoemmling(X,Y)`?

```
mutter(klaus, elfriede).
mutter(claudia, elfriede).
mutter(elfriede, rosa).
mutter(rosa, klara)

abkoemmling(X,Y) :- % Y ist Abkömmling von X

abkoemmling(X,Y) :- mutter(Y,X).
abkoemmling(X,Y) :- mutter(Z,X), abkoemmling(Z,Y).
```

– Warum ist Rekursion hier erforderlich?

Listen in Prolog

- Listen in Prolog ähneln bis auf die Syntax den aus Racket oder Clojure bekannten.
 - Beispiel: `[3,4,5,6,7]`
- Sie können heterogen sein.
 - Beispiel: `(a, 3, 2.0, f(a), g[X])`
- Die leere Liste: `[]`
- Jede Liste außer der leeren besteht aus zwei Teilen: dem ersten Element (head) und der Restliste (tail).
- Der senkrechte Strich entspricht der aus den Lisp-Sprachen bekannten `cons`-Funktion.
 - Beispiele:

```
?- [a, b, c, d] = [a | [b, c, d]].
true.
?- [H | T] = [a, b, c, d].
H = a,
T = [b, c, d].
```

Beispiele für Listen-Prädikate

`member`

- Die Frage `member(X, L)` soll genau dann `true` liefern, wenn `X` in der Liste `L` vorkommt.

```
member(X, [X|_]). % besser: member(X, [_|_]).
member(X, [_|T]) :- member(X,T). % besser: member(X, [_|T]) :- member(X,T).

?- member(a, [b, a, c]).
true

?- member(a, [b, c, d]).
false
```

```
?- member(a, []).
false.
```

```
?- member(X, [a, b, c]).
X = a ;
X = b ;
X = c ;
false.
```

count

- count soll die Anzahl der Elemente einer Liste ermitteln.
 1. Die Anzahl der Elemente der leeren Liste ist 0.
 2. Die Anzahl der Elemente der nicht-leeren Liste ist $1 + \text{count}(T)$, wobei T die Restliste ist.

```
count([],0).
count([_|T],N) :- count(T, X), N is X+1.
```

```
?- count([], N).
N = 0.
```

```
?- count([a, b, c], N).
N = 3.
```

```
?- count([a, b, c], 3).
true.
```

```
?- count([a, [1, 2], c], 3).
true.
```

```
?- count(X, 3).
X = [_6622, _6628, _6634]
```

Endrekursive Variante mit akkumulierendem Parameter

```
acCount([_|T],A,L) :- An is A+1, acCount(T,An,L).
acCount([],A,A).
```

```
countAcc(L,N) :- acCount(L,0,N).
```

```
?- countAcc([a, [1, 2], c], 3).
true.
```

```
%% Benutzung der Trace-Funktion von SWI-Prolog
?- trace.
true.
```

```
[trace] 10 ?- acCount([a, b, c],0,N).
Call: (8) acCount([a, b, c], 0, _1850) ?
Call: (9) _2100 is 0+1 ?
Exit: (9) 1 is 0+1 ?
Call: (9) acCount([b, c], 1, _1850) ?
Call: (10) _2106 is 1+1 ?
Exit: (10) 2 is 1+1 ?
Call: (10) acCount([c], 2, _1850) ?
Call: (11) _2112 is 2+1 ?
Exit: (11) 3 is 2+1 ?
Call: (11) acCount([], 3, _1850) ?
Exit: (11) acCount([], 3, 3) ?
```

```
Exit: (10) acCount([c], 2, 3) ?
Exit: (9) acCount([b, c], 1, 3) ?
Exit: (8) acCount([a, b, c], 0, 3) ?
N = 3.
```

append

- Die Frage `append(L1, L2, L3)` soll genau dann `true` liefern, wenn die Liste `L3` gleich der Verkettung der Liste `L1` mit der Liste `L2` ist.

```
append([], L, L).
append([H|T], L2, [H|L3]) :- append(T, L2, L3).

?- append([a,b,c], [1,2,3], [a,b,c,1,2,3]).
true.

?- append([a,[b,c],d], [1,2,3], [a,[b,c],d,1,2,3]).
true.

?- append([a,b,c], [1,2,3], [1,2,3,a,b,c]).
false.

?- append([a,b,c], [1,2,3], L).
L = [a, b, c, 1, 2, 3].

?- append([a,b,c], L, [a, b, c, 1, 2, 3]).
L = [1, 2, 3].

?- append(L1, L2, [a,b,c]).
L1 = [],
L2 = [a, b, c] ;
L1 = [a],
L2 = [b, c] ;
L1 = [a, b],
L2 = [c] ;
L1 = [a, b, c],
L2 = [] ;
false.
```

maplist

- Das Ziel `maplist(Pred_2, As, Bs)` ist genau dann wahr, wenn die Anwendung des Prädikats `Pred_2(A, B)` für jedes Paar von Elementen $A \in As$ und $B \in Bs$, die denselben Index haben, wahr ist.
- `maplist` ist ein Prädikat höherer Ordnung.
- Anwendungsbeispiel

```
?- plus(1,5,X).
X = 6.

?- maplist(plus(1), [3,4,5], L).
L = [4, 5, 6].

?- maplist(plus(X), [3,4,5], [5,6,7]).
X = 2.

?- maplist(plus(X), [3,4,5], [5,6,6]).
false.
```

Negation, cut und fail

Erzwingen von Backtracking

- Gesucht ist ein Prädikat `all/1`, das angewendet auf eine Liste alle Elemente anzeigt:

```
?- all([a,b,c]).  
a  
b  
c  
true.
```

Erste Versuche Die Verwendung des Prädikats

```
all_0(L) :- member(X,L).
```

führt zu folgendem Ergebnis:

```
?- all_0([a,b,c]).  
true ;  
true ;  
true ;  
false.
```

Verwendung des Standardprädikats `write/1`:

```
all_1(L) :- member(X,L), write(X).
```

```
?- all_1([a,b,c]).  
a  
true ;  
b  
true ;  
c  
true ;  
false.
```

Verwendung von fail/0

- Das Prädikat `fail/0` schlägt immer fehl.
- Seine Verwendung führt daher immer zu Backtracking.
- Damit kann hier die Ausgabe aller Elemente ohne Benutzerinteraktion erreicht werden:

```
all_2(L) :- member(X,L), write(X), fail.  
?- all_2([a,b,c]).  
abc  
false.
```

- Beseitigung der „Schönheitsfehler“:

```
all(L) :- member(X,L), writeln(X), fail.  
all(_).
```

```
?- all([a,b,c]).  
a  
b  
c  
true.
```

Das Standardprädikat `!/0` (Cut)

(vgl. Learn Prolog Now)

- Gesucht ein Prädikat `max/3`, das drei ganze Zahlen als Argumente erwartet und erfüllt ist, wenn das dritte Argument gleich dem größeren der beiden ersten Argumente ist.

```
max(X,Y,Y):- X <= Y.
```

```
max(X,Y,X):- X > Y.
```

```
?- max(5,4,5).
```

```
true.
```

```
?- max(2,3,3).
```

```
true ;
```

```
false.
```

```
?- max(5,4,4).
```

```
false.
```

```
?- max(5,4,X).
```

```
X = 5.
```

```
?- max(2,3,X).
```

```
X = 3 ;
```

```
false.
```

- `max/3` ist korrekt, aber ineffizient, warum?

Vermeidung des Backtracking

- Da die beiden Regeln von `max/3` sich gegenseitig ausschließen, wäre es wünschenswert, das Backtracking für den Fall, dass die erste Regel erfüllt ist, zu vermeiden, da die zweite nie erfüllt werden kann.
- Das ermöglicht der Cut-Operator `!/0`.

```
max(X,Y,Y):- X <= Y, !.
```

```
max(X,Y,X):- X > Y.
```

```
?- max(2,3,3).
```

```
true.
```

```
?- max(5,4,X).
```

```
X = 5.
```

```
?- max(2,3,X).
```

```
X = 3.
```

Wirkungsweise und Nutzen des Cut-Operators

- Wirkungsweise:
 - Der Cut wird im Rumpf von Regeln eingesetzt und verhindert Backtracking.
 - Der Cut gelingt immer.
 - Nach dem Passieren eines Cuts in einem Regelrumpf sind
 - * die Teilziele, die in demselben Regelrumpf vor dem Cut stehen, und
 - * alle weiteren Klauseln desselben Prädikats, die hinter der Regel stehen, vom weiteren Backtracking ausgeschlossen.
- Der Cut kann genutzt werden für
 - Effizienzsteigerung
 - Speichereinsparung
 - Verkürzung von Programmen

Grüne und rote Cuts

- Der Cut in `max/3` ändert nichts am Ergebnis des Prädikats gegenüber der ersten Version ohne Cut. Einen solchen Cut nennt man grün.
- Er dient hier der Effizienzsteigerung.
- Man könnte auf die Idee kommen, den Rumpf der zweiten Regel als redundant zu betrachten und das Prädikat dann so schreiben:

```
max(X,Y,Y):- X =< Y, !.  
max(X,Y,X).
```

- Anfragen der Art `max(5,4,X)` oder `max(2,3,X)` werden nach wie vor korrekt beantwortet.
- Die Anfrage `max(4,5,4)` müsste fehlschlagen, liefert aber `true`. Warum?
- Da `max(4,5,4)` nicht mit dem ersten Regelkopf unifizierbar ist, geht Prolog direkt zur zweiten Klausel, die trivialerweise `true` liefert.

- Schreibt man das Prädikat wie folgt um

```
max(X,Y,Z):- X =< Y, !, Y = Z.  
max(X,Y,X).
```

funktioniert wieder alles. Jetzt kann der erste Regelkopf mit `max(4,5,4)` unifiziert werden.

- Diesen Cut nennt man rot, weil er nicht entfernt werden kann, ohne das Resultat zu verändern.

Fazit: Mit Cuts muss man vorsichtig umgehen.

Negation mit Cut und fail

- Keine Regel ohne Ausnahme: Wir wollen festhalten, dass Karl Pizza mag, außer Salami-Pizza:

```
mag(karl, X) :- salami_pizza(X),!,fail.  
mag(karl, X) :- pizza(X).
```

```
pizza(X) :- vier_jahreszeiten_pizza(X).  
pizza(X) :- salami_pizza(X).  
pizza(X) :- champignon_pizza(X).
```

```
vier_jahreszeiten_pizza(vklein).  
vier_jahreszeiten_pizza(vgross).  
salami_pizza(s).  
champignon_pizza(c).
```

```
?- mag(karl,c).  
true.
```

```
?- mag(karl,s).  
false.
```

- So weit, so gut aber ...

Wirkungsweise und Probleme ...

- Wirkungsweise der ersten Regel:
 - Wenn `X=s`, ist `salami_pizza(X)` erfüllt.
 - Wir erreichen den Cut, d. h. die zweite Regel wird nicht probiert.
 - Anschließend fordert `fail` ein Backtracking, was aber vom Cut verhindert wird.
 - Das Ergebnis von `mag(karl,s)` ist also `false`.

- Probleme
 - Die Regeln des Prädikats `mag` dürfen nicht vertauscht werden.
 - Der Cut ist rot.
 - Außerdem: `mag(karl, X)` liefert `false`.

... Abhilfe

- Die Cut-fail-Kombination stellt eine Art Negation zur Verfügung, die auch als *negation as failure* bezeichnet wird.
- Versteckt man diese in einem Prädikat `neg/1`, lässt sich das `mag/1`-Prädikat sehr viel prägnanter aufschreiben:

```
neg(Ziel) :- Ziel,!,fail.
neg(Ziel).
```

```
mag(karl, X) :- pizza(X), neg(salami_pizza(X)).
```

- Karl mag Pizza, aber keine Salami-Pizza.
- Statt `neg/1` kann auch das Standardprädikat `\+/1` verwendet werden:

```
mag(karl, X) :- pizza(X), \+ (salami_pizza(X)).
```

- Die Frage `mag(karl, X)` liefert jetzt auch das richtige Ergebnis:

```
?- mag(karl, X).
X = vklein ;
X = vgross ;
X = c.
```

\+/1 ist keine logische Negation

- Das `mag/1`-Prädikat ist auch in der letzten Fassung nicht vollständig deklarativ.
- Schreibt man das Prädikat als

```
mag(karl, X) :- \+ (salami_pizza(X)), pizza(X).
```

liefert `mag(karl, X)` wieder `false`.

- Man mache sich klar, woran das liegt.

Prolog ... und sonst?

- Prolog ist zwar das Musterbeispiel für die logische Programmierung, aber es gibt durchaus Alternativen.

miniKanren

- *miniKanren* ist eine domänenspezifische Sprache für die logische Programmierung, die in verschiedenste Wirtssprache eingebettet werden kann. Dazu gehören u. a.
 - Scheme, Racket
 - Haskell
 - Python
 - Ruby
 - Java, C#
 - Javascript
 - Clojure (hierzu gibt es weiter unten noch einen Exkurs.)
- weitergehende Information im Web.

Z3

- Z3 ist ein Theorembeweiser, der bei Microsoft Research entwickelt wird
- wird benutzt in Anwendungen aus den Bereichen
 - Software/Hardware-Verifikation
 - Constraint-Programmierung
 - Geometrische Problem
- basiert (im Gegensatz zu Prolog) auf der Prädikatenlogik
- kann im Browser interaktiv genutzt werden
- recht gute Einführung ist hier zu finden
- wird meist in andere Programmiersprachen eingebettet, z. B. in Python.

Literaturverzeichnis

Literatur

- [Bra13] Max Bramer. *Logic Programming with Prolog*. Springer, 2013.
- [CM03] William F. Clocksin and Christopher S. Mellish. *Programming in Prolog: Using the ISO Standard*. Springer, 2003.