

Topología Algebraica Computacional en el procesamiento de imágenes biomédicas*

Jónathan Heras¹, Gadea Mata^{1,2} y María Poza¹

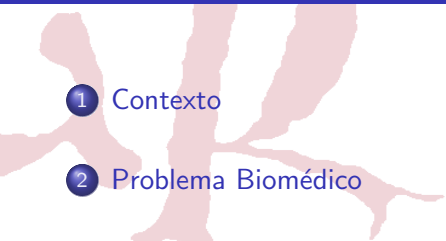
¹Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

²Laboratorio de Plasticidad Sináptica Estructural, Departamento de Enfermedades Neurodegenerativas, Centro de Investigación Biomédica de La Rioja

Jornada Aplicaciones Industriales del Álgebra Computacional
18 de noviembre de 2011

* Financiado parcialmente por el Ministerio de Educación y Ciencia, proyecto MTM2009-13842-C02-01, y por el European Union's 7th Framework Programme, proyecto número 243847 (ForMath)

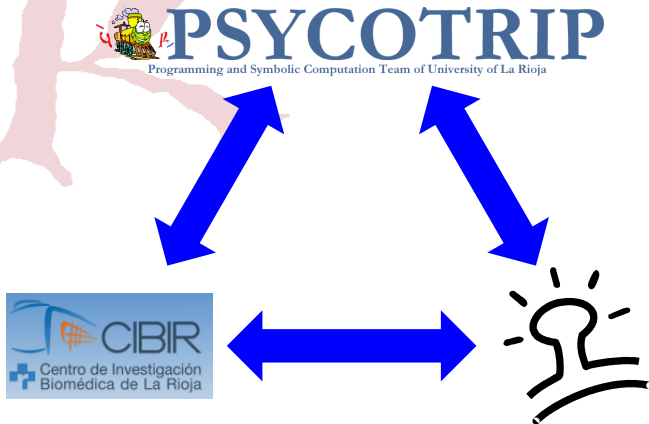
Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales
 - 4 Demo
 - 5 Resultados
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro

Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales
 - 4 Demo
 - 5 Resultados
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro

Agentes involucrados



PSYCOTRIP

PSYCOTRIP Grupo de Programación y Cálculo Simbólico de la
Universidad de La Rioja

PSYCOTRIP

PSYCOTRIP Grupo de Programación y Cálculo Simbólico de la
Universidad de La Rioja

Participantes

- Julio Rubio
- Jónathan Heras
- Gadea Mata
- María Poza

PSYCOTRIP

PSYCOTRIP Grupo de Programación y Cálculo Simbólico de la
Universidad de La Rioja

Participantes

- Julio Rubio
- Jónathan Heras
- Gadea Mata
- María Poza

ForMath Formalisation of Mathematics (EU FP7 STREP FET)

- Representación de complejos simpliciales
- Cálculo formalizado de grupos de homología
- Representación del Lema de Perturbación Básico
- Integración de sistemas de demostración
- Aplicación al procesamiento de imágenes médicas

PSYCOTRIP

PSYCOTRIP Grupo de Programación y Cálculo Simbólico de la Universidad de La Rioja


Participantes

- Julio Rubio
- Jónathan Heras
- Gadea Mata
- María Poza

ForMath Formalisation of Mathematics (EU FP7 STREP FET)

- Representación de complejos simpliciales
- Cálculo formalizado de grupos de homología
- Representación del Lema de Perturbación Básico
- Integración de sistemas de demostración
- **Aplicación al procesamiento de imágenes médicas**

CIBIR



CIBIR Centro de Investigación Biomédica de La Rioja
Unidad de Plasticidad Sináptica Estructural

CIBIR

CIBIR Centro de Investigación Biomédica de La Rioja

Unidad de Plasticidad Sináptica Estructural

Participantes

- Miguel Morales
- Germán Cuesto
- Gadea Mata

CIBIR

CIBIR Centro de Investigación Biomédica de La Rioja
Unidad de Plasticidad Sináptica Estructural

Participantes

- Miguel Morales
- Germán Cuesto
- Gadea Mata

Líneas de Investigación

- Estudio de los mecanismos moleculares que determinan la formación de nuevas sinapsis
- Estudio del Glaucoma
- Estudio de mutaciones en los genes implicados en la EMA (Esclerosis Múltiple Amiotrófica)

CIBIR

CIBIR Centro de Investigación Biomédica de La Rioja
Unidad de Plasticidad Sináptica Estructural

Participantes

- Miguel Morales
- Germán Cuesto
- Gadea Mata

Líneas de Investigación

- Estudio de los mecanismos moleculares que determinan la formación de nuevas sinapsis
- Estudio del Glaucoma
- Estudio de mutaciones en los genes implicados en la EMA (Esclerosis Múltiple Amiotrófica)

La empresa Spine-Up

Nombre de la empresa Spine-Up (Spin-off de la
Universidad de Barcelona)

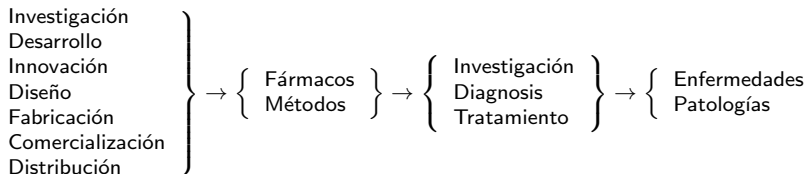


La empresa Spine-Up

Nombre de la empresa Spine-Up (Spin-off de la
Universidad de Barcelona)



Objetivo social



Gestión de patentes

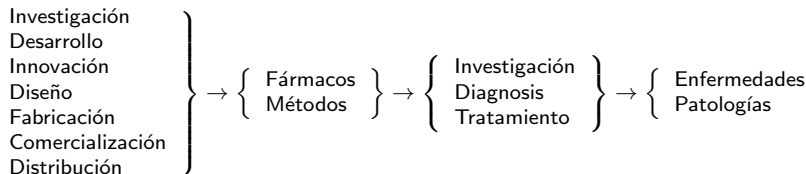
Procesamiento de imágenes médicas

La empresa Spine-Up

Nombre de la empresa Spine-Up (Spin-off de la
Universidad de Barcelona)



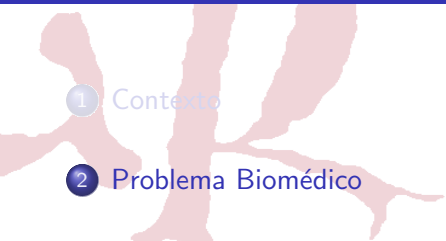
Objetivo social



Gestión de patentes

Procesamiento de imágenes médicas

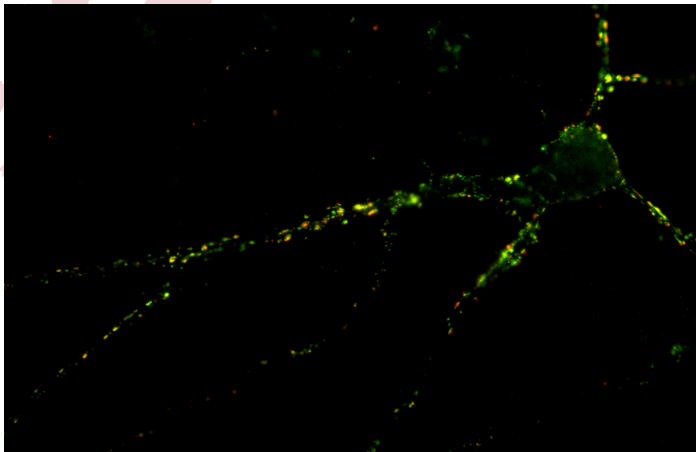
Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico**
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales
 - 4 Demo
 - 5 Resultados
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro

Sinapsis

- Sinapsis son los puntos de conexión entre neuronas
- Importancia: Capacidades computacionales del cerebro
- Modificar el número de sinapsis mediante el empleo de fármacos puede ser un importante avance en el tratamiento de enfermedades neurológicas

Conteo manual de sinapsis usando *ImageJ*



Dificultades y objetivo

Dificultades

- Esfuerzo considerable de tiempo
- Este proceso se aplica sobre baterías de neuronas

Objetivo

Proporcionar un método fiable y automático para contar sinapsis

Dificultades y objetivo

Dificultades

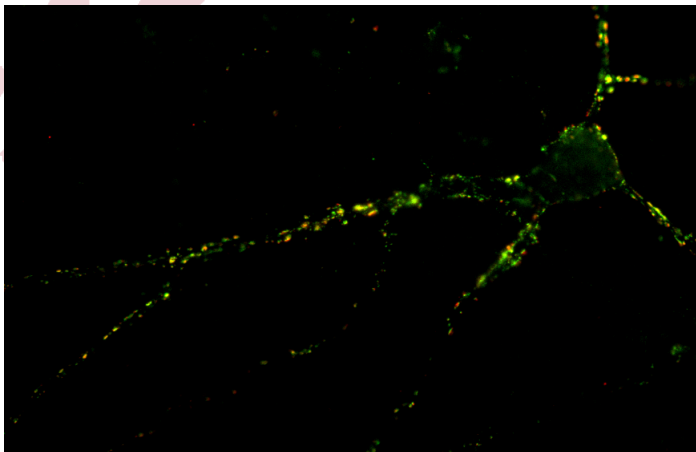
- Esfuerzo considerable de tiempo
- Este proceso se aplica sobre baterías de neuronas

Objetivo

Proporcionar un método fiable y automático para contar sinapsis

Creación de un nuevo plugin para [ImageJ](#) llamado [SynapCountJ](#)


Automatización conteo sinapsis



Automatización conteo sinapsis



Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales**
 - 4 Demo
 - 5 Resultados
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro

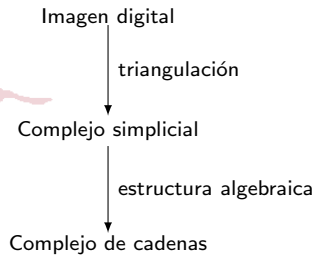
El método

Imagen digital

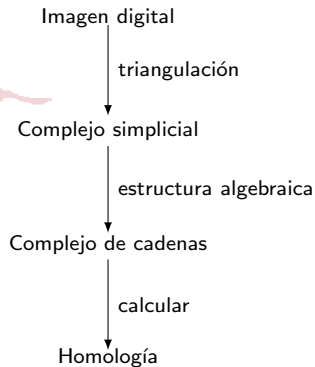
El método



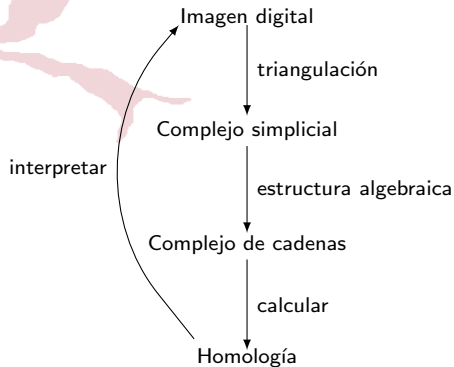
El método



El método

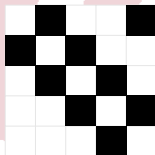


El método



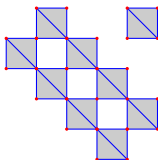
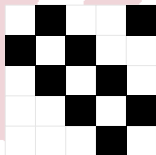
Topología Algebraica e Imágenes Digitales

Imagen digital



Topología Algebraica e Imágenes Digitales

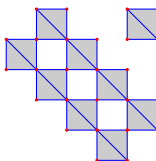
Imagen digital



Complejo simplicial

Topología Algebraica e Imágenes Digitales

Imagen digital



Complejo simplicial

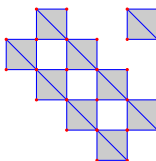


$C_0 = \text{vértices}$
 $C_1 = \text{aristas}$
 $C_2 = \text{triángulos}$

Complejo de cadenas

Topología Algebraica e Imágenes Digitales

Imagen digital



Complejo simplicial

Grupos de homología

$$H_0 = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$$

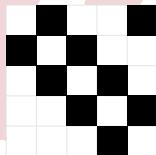
$$H_1 = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$$

$C_0 =$ vértices
 $C_1 =$ aristas
 $C_2 =$ triángulos

Complejo de cadenas

Topología Algebraica e Imágenes Digitales

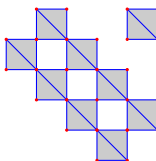
Imagen digital



Grupos de homología

$$H_0 = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$$

$$H_1 = \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$$



Complejo simplicial

$$C_0 = \text{vértices}$$

$$C_1 = \text{aristas}$$

$$C_2 = \text{triángulos}$$

Complejo de cadenas

Imagen digital a Complejo simplicial

Definición

Sea V un conjunto ordenado, llamado conjunto de vértices, un *símplice* sobre V es cualquier subconjunto finito de V

Imagen digital a Complejo simplicial

Definición

Sea V un conjunto ordenado, llamado conjunto de vértices, un *símplice* sobre V es cualquier subconjunto finito de V

Definición

Un *complejo simplicial (abstracto)* sobre V es un conjunto de símplexes C sobre V satisfaciendo la propiedad:

$$\forall \alpha \in C, \text{ si } \beta \subseteq \alpha \Rightarrow \beta \in C$$

Imagen digital a Complejo simplicial

Definición

Sea V un conjunto ordenado, llamado conjunto de vértices, un *símplice* sobre V es cualquier subconjunto finito de V

Definición

Un *complejo simplicial (abstracto)* sobre V es un conjunto de símplexes C sobre V satisfaciendo la propiedad:

$$\forall \alpha \in C, \text{ si } \beta \subseteq \alpha \Rightarrow \beta \in C$$

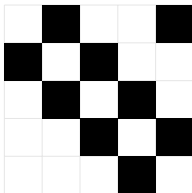


Imagen digital a Complejo simplicial

Definición

Sea V un conjunto ordenado, llamado conjunto de vértices, un *símplice* sobre V es cualquier subconjunto finito de V

Definición

Un *complejo simplicial (abstracto)* sobre V es un conjunto de símplexes C sobre V satisfaciendo la propiedad:

$$\forall \alpha \in C, \text{ si } \beta \subseteq \alpha \Rightarrow \beta \in C$$

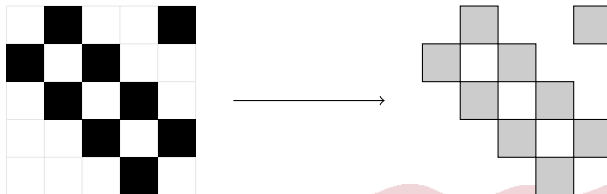


Imagen digital a Complejo simplicial

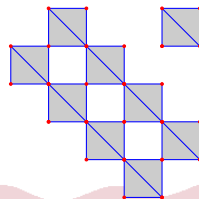
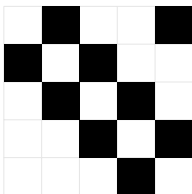
Definición

Sea V un conjunto ordenado, llamado conjunto de vértices, un *símplice* sobre V es cualquier subconjunto finito de V

Definición

Un *complejo simplicial (abstracto)* sobre V es un conjunto de símplexes C sobre V satisfaciendo la propiedad:

$$\forall \alpha \in C, \text{ si } \beta \subseteq \alpha \Rightarrow \beta \in C$$



Complejo simplicial a complejo de cadenas

Definición

Un complejo de cadenas C_* es un par de secuencias $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ donde:

- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente C_q es un R -módulo, el grupo de cadenas de grado q
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente d_q es un morfismo $d_q : C_q \rightarrow C_{q-1}$, la función diferencial
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la composición $d_q d_{q+1}$ es nula: $d_q d_{q+1} = 0$

Complejo simplicial a complejo de cadenas

Definición

Un complejo de cadenas C_* es un par de secuencias $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ donde:

- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente C_q es un R -módulo, el grupo de cadenas de grado q
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente d_q es un morfismo $d_q : C_q \rightarrow C_{q-1}$, la función diferencial
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la composición $d_q d_{q+1}$ es nula: $d_q d_{q+1} = 0$

$$0 \leftarrow C_0 \xleftarrow{d_1} C_1 \xleftarrow{d_2} C_2 \leftarrow 0$$

Complejo simplicial a complejo de cadenas

Definición

Un complejo de cadenas C_* es un par de secuencias $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ donde:

- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente C_q es un \mathbb{R} -módulo, el grupo de cadenas de grado q
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente d_q es un morfismo $d_q : C_q \rightarrow C_{q-1}$, la función diferencial
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la composición $d_q d_{q+1}$ es nula: $d_q d_{q+1} = 0$

$$0 \leftarrow C_0 \xleftarrow{d_1} C_1 \xleftarrow{d_2} C_2 \leftarrow 0$$

C_0	$=$	$\mathbb{Z}[\text{vértices}]$	$d_0(v)$	$=$	0
C_1	$=$	$\mathbb{Z}[\text{aristas}]$	$d_1(v_1 v_2)$	$=$	$v_2 - v_1$
C_2	$=$	$\mathbb{Z}[\text{triángulos}]$	$d_2(v_1 v_2 v_3)$	$=$	$v_2 v_3 - v_1 v_3 + v_1 v_2$

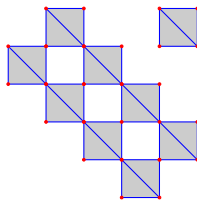
Complejo simplicial a complejo de cadenas

Definición

Un complejo de cadenas C_* es un par de secuencias $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ donde:

- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente C_q es un R -módulo, el grupo de cadenas de grado q
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la componente d_q es un morfismo $d_q : C_q \rightarrow C_{q-1}$, la función diferencial
- Para cada $q \in \mathbb{Z}$, la composición $d_q d_{q+1}$ es nula: $d_q d_{q+1} = 0$

$$0 \leftarrow C_0 \xleftarrow{d_1} C_1 \xleftarrow{d_2} C_2 \leftarrow 0$$



$$\longrightarrow 0 \leftarrow \mathbb{Z}^{26} \xleftarrow{d_1} \mathbb{Z}^{36} \xleftarrow{d_2} \mathbb{Z}^{18} \leftarrow 0$$

Homología

Definición

Si $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ es un complejo de cadenas:

- La imagen $B_q = \text{im } d_{q+1} \subseteq C_q$ es el (sub)-módulo de q-bordes
- El núcleo $Z_q = \ker d_q \subseteq C_q$ es el (sub)-módulo de q-ciclos

Definición

Sea $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ es un complejo de cadenas. Para cada grado $n \in \mathbb{Z}$, el n-ésimo grupo de homología de C_* se define como el cociente:

$$H_n(C_*) = Z_n / B_n$$

Homología

Definición

Si $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ es un complejo de cadenas:

- La imagen $B_q = \text{im } d_{q+1} \subseteq C_q$ es el (sub)-módulo de q-bordes
- El núcleo $Z_q = \ker d_q \subseteq C_q$ es el (sub)-módulo de q-ciclos

Definición

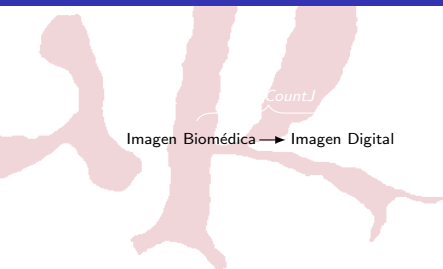
Sea $C_* = (C_q, d_q)_{q \in \mathbb{Z}}$ es un complejo de cadenas. Para cada grado $n \in \mathbb{Z}$, el n-ésimo grupo de homología de C_* se define como el cociente:

$$H_n(C_*) = Z_n / B_n$$

Geométricamente:

- H_0 mide el número de componentes conexas
- H_1 mide el número de agujeros

Método general



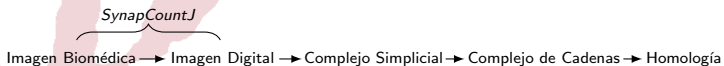
Método general



Imagen Biomédica \rightarrow Imagen Digital \rightarrow Complejo Simplicial \rightarrow Complejo de Cadenas \rightarrow Homología

Count J

Método general



SynapCountJ

- Nuevo plugin para *ImageJ*
- Mejora la interacción con *ImageJ* para contar sinapsis
- <http://imagejdocu.tudor.lu/doku.php?id=pluginutilities:synapsescountj:start/>

Método general



fKenzo

- *Kenzo*: sistema de cálculo simbólico dedicado a la Topología Algebraica implementado en *Common Lisp*
- *fKenzo*: interfaz gráfica para *Kenzo*
- Incorpora nuevas funcionalidades a *Kenzo* entre ellas el cálculo de homología de imágenes digitales



J. Heras, V. Pascual, J. Rubio y F. Sergeraert. *fKenzo: a user interface for computations in Algebraic Topology*. *Journal of Symbolic Computation* 46 (6):685–698, 2011.

Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales
 - 4 Demo**
 - 5 Resultados
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro

Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales
 - 4 Demo
 - 5 Resultados**
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro

Evolución sináptica

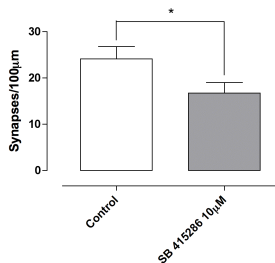


Figura: Conteo manual de sinapsis para dos tratamientos

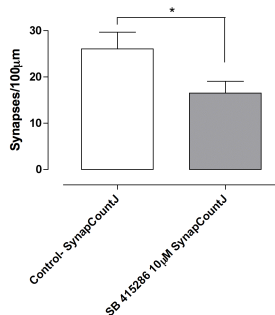


Figura: Conteo de sinapsis utilizando *SynapCountJ* para dos tratamientos

Comparativa de tiempos


Imagen \sim 100 sinapsis

Lote \sim 13 imágenes

Estudio 3 ó 4 lotes

conteo de	método	manual	<i>SynapCountJ</i>
	imagen	5 minutos	30 segundos
	lote	1 hora	2 minutos
	estudio	4 horas	6 minutos

Índice de contenidos

- 
- 1 Contexto
 - 2 Problema Biomédico
 - 3 Topología Algebraica e Imágenes Digitales
 - 4 Demo
 - 5 Resultados
 - 6 Conclusiones y trabajo futuro**

Conclusiones

Conclusiones:

- Aplicación Topología Algebraica Computacional al análisis de imágenes biomédicas
- (Semi-)automatización del estudio de propiedades de estructuras sinápticas
- Metodología para el análisis de imágenes biomédicas por medio de técnicas homológicas

Conclusiones

Conclusiones:

- Aplicación Topología Algebraica Computacional al análisis de imágenes biomédicas
- (Semi-)automatización del estudio de propiedades de estructuras sinápticas
- Metodología para el análisis de imágenes biomédicas por medio de técnicas homológicas

Publicaciones:

- Homological Processing of Biomedical digital images: automation and certification. J. Heras, G. Mata, M. Poza, and J. Rubio. In *Computer Algebra in Algebraic Topology and its applications* session of the 17th International Conferences on Applications of Computer Algebra (ACA 2011)
- SynapCountJ: un software para el estudio de la densidad sináptica. G. Mata, G. Cuesto, M. Morales, J. Rubio y J. Heras. En XIV Congreso Nacional de la Sociedad Española de Neurociencia (SENC 2011)

Conclusiones

Conclusiones:

- Aplicación Topología Algebraica Computacional al análisis de imágenes biomédicas
- (Semi-)automatización del estudio de propiedades de estructuras sinápticas
- Metodología para el análisis de imágenes biomédicas por medio de técnicas homológicas

Publicaciones:

- Homological Processing of Biomedical digital images: automation and certification. J. Heras, G. Mata, M. Poza, and J. Rubio. In *Computer Algebra in Algebraic Topology and its applications* session of the 17th International Conferences on Applications of Computer Algebra (ACA 2011)
- SynapCountJ: un software para el estudio de la densidad sináptica. G. Mata, G. Cuesto, M. Morales, J. Rubio y J. Heras. En XIV Congreso Nacional de la Sociedad Española de Neurociencia (SENC 2011)

Nuevos contactos:

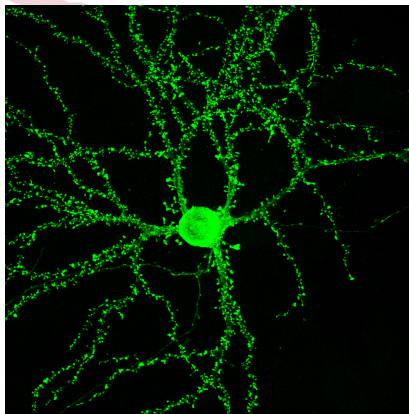
- Microscopios Leica

Trabajo Futuro

- Aplicación de herramientas topológicas al estudio de problemas más complejos en el contexto del análisis de imágenes biomédicas:
 - Conteo y clasificación de espinas
 - Detección de la estructura neuronal

Trabajo Futuro

- Aplicación de herramientas topológicas al estudio de problemas más complejos en el contexto del análisis de imágenes biomédicas:
 - Conteo y clasificación de espinas
 - Detección de la estructura neuronal



Topología Algebraica Computacional en el procesamiento de imágenes biomédicas

Jónathan Heras¹, Gadea Mata^{1,2} y María Poza¹

¹Departamento de Matemáticas y Computación, Universidad de La Rioja

²Laboratorio de Plasticidad Sináptica Estructural, Departamento de Enfermedades Neurodegenerativas, Centro de Investigación Biomédica de La Rioja

Jornada Aplicaciones Industriales del Álgebra Computacional
18 de noviembre de 2011