

Introduction au traitement du signal sous Matlab

TP 4 SY16
Automne 2007

1 Précisions à long terme du signal des ventes

1.1 Lien entre N et la résolution

Plus N sera grand, plus la résolution fréquentielle Δf sera forte et donc plus le modèle prévisionnel se rapprochera de la réalité.

1.2 Vérification et choix de N

On a un signal de longueur $L=76$. On remarque tout d'abord au niveau de la courbe de tendance périodique ajustée que si $N < L$ (si N est inférieur à la longueur du signal) les valeurs approchées théoriques ne se rapprochent pas bien des valeurs réelles (cf figure 1 page 3)

A l'inverse, lorsque l'on a $N \gg L$ (si N est très supérieur à la longueur du signal) on obtient une résolution fréquentielle très importante ce qui nous donne une tendance et une tendance polynomiale ajustée et un modèle prévisionnel très proche de la réalité (cf figure ?? page ??)

On peut enfin déterminer une bonne valeur de compromis pour N entre une bonne résolution fréquentielle et un nombre de calculs pas trop élevé. On observe que lorsque l'on a $N=200$ soit environ 2 fois la longueur du signal on obtient un bon modèle prévisionnel (cf figure 2 page 4)

2 Analyse d'un ECG

2.1 Tracé de la courbe

2.2 Analyse du signal

Le signal obtenu est quasi périodique mais pas parfaitement (courbe signal dogheart). S'il était parfait, le signal se répéterait à l'identique tous les T instants. Si l'on considère que $h(t)$ est la réponse impulsionnelle liée à une période de ce signal, le signal serait alors égal à :

$$x(t) = h(t) * \text{III}_T(T) \quad (1)$$

2.3 Transformée de fourier et spectre d'amplitude

La transformée de Fourier du signal du modèle (1) vaut :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(x(t)) &= \mathcal{F}(h(t)) \mathcal{F}(\text{III}_T(T)) \\ &= \mathcal{F}(h(t)) \sum_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi k f} \end{aligned}$$

Le spectre d'amplitude de cette transformée de Fourier devrait se rapprocher d'une série de diracs, c'est à dire qu'elle devrait ressembler à une série de Fourier, étant donné que notre signal est périodique.

2.4 Spectre d'amplitude sans fenêtrage

La résolution fréquentielle est ici pour 50 points : 2 hertz. Pour 100 points, c'est 1 Hertz, pour 150, on obtient 0.66 Hertz. Enfin, pour la valeur 1024, la résolution est 0.1 Hertz.

L'avantage de disposer d'un signal sur $N = 1024$ points est qu'il s'agit d'une puissance de 2. En effet pour effectuer une fft sur un signal donné, le programme a besoin que la longueur de ce signal soit une puissance de 2 (en l'occurrence 2^{10}). Si ce n'est pas le cas, la solution est d'ajouter des zéros au signal jusqu'à ce que la longueur atteigne la puissance de 2 supérieure à la longueur initiale. On dit alors qu'on effectue du zéro padding. Le spectre d'amplitude se rapproche en effet

de la théorie (une série de diracs). Les différences proviennent de notre fenêtrage qui est ici une porte.

La différence avec la théorie ici vient du fait que l'on ne dispose pas d'un signal infini, mais d'un signal sur lequel on a effectué un fenêtrage avec une fenêtre rectangulaire.

2.5 Avec plusieurs valeurs de N

Sur les figures 4 page 6, figures 5 page 7 et figures ?? page ?? on peut voir l'impact du changement de résolution et constater la dégradation de notre transformée de Fourier pour $N=50$ valeurs. De plus on remarque ici que pour $n=50$ on ne conserve qu'une seule période de notre signal, ce qui transforme notre peigne en un dirac seul. Etant donné que ce dernier est l'élément neutre de la convolution, cela nous donne que x devient une image approchée de la réponse impulsionnelle du signal.

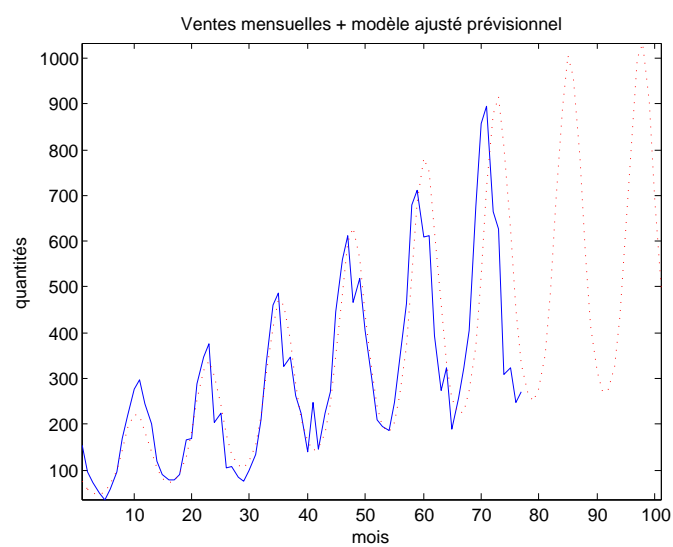
2.6 Fenêtrage

Pour appliquer la fenêtre de hanning, on procède comme suit :

```
1 N = size(dogheart)
2 N = N(1)
3 y=dogheart.*hanning(N)
```

Nous avons vu que la meilleure fenêtre pour mesurer les amplitudes restait flattop. Elle n'est pas aussi bonne que hanning pour évaluer les fréquences.

On lit ici la fréquence fondamentale à 1.955 Hertz, donc la période fondamentale .51150895

FIG. 1 – Ventes pour $N=50$

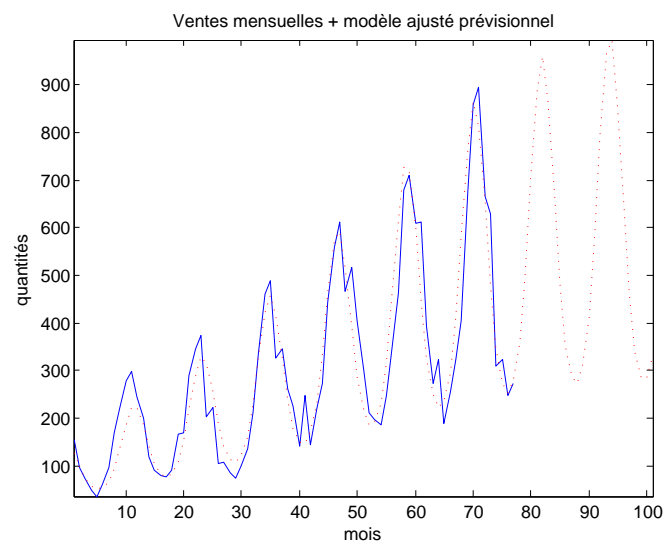
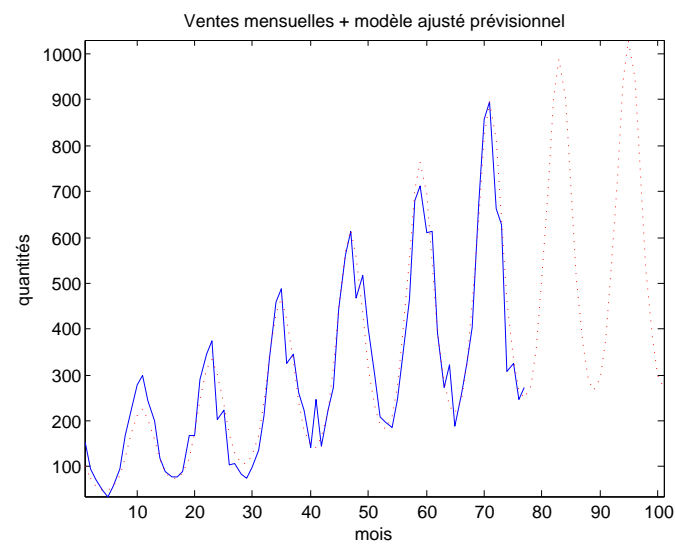


FIG. 2 – Ventes pour N=200

FIG. 3 – Ventes pour $N=1000$

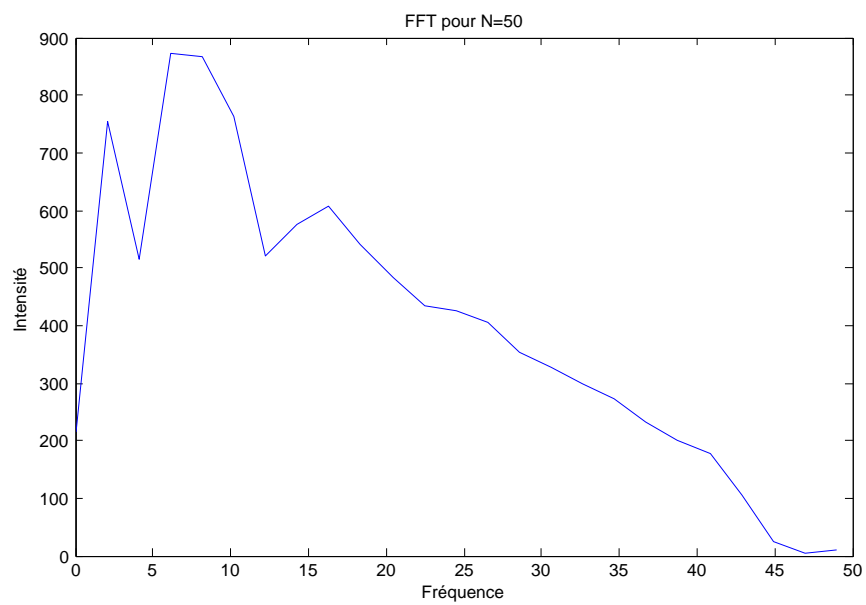


FIG. 4 – FFT ecg pour n=50

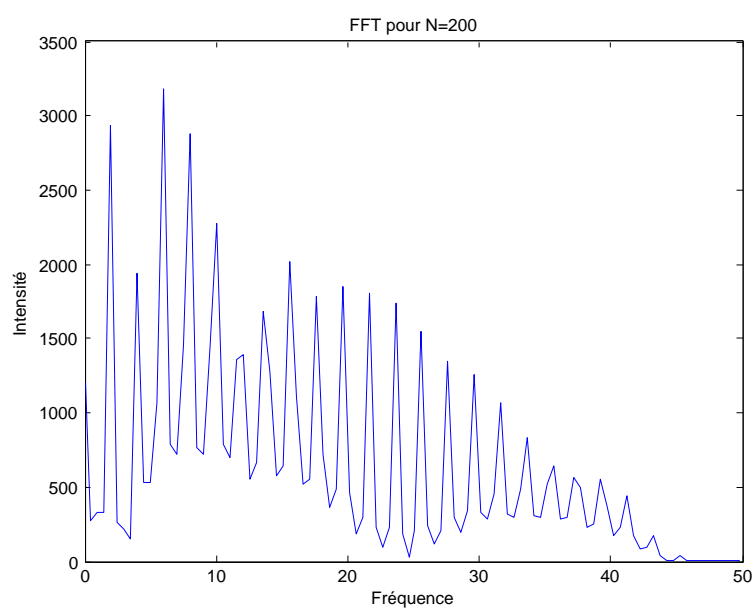


FIG. 5 – FFT ecg pour n=200

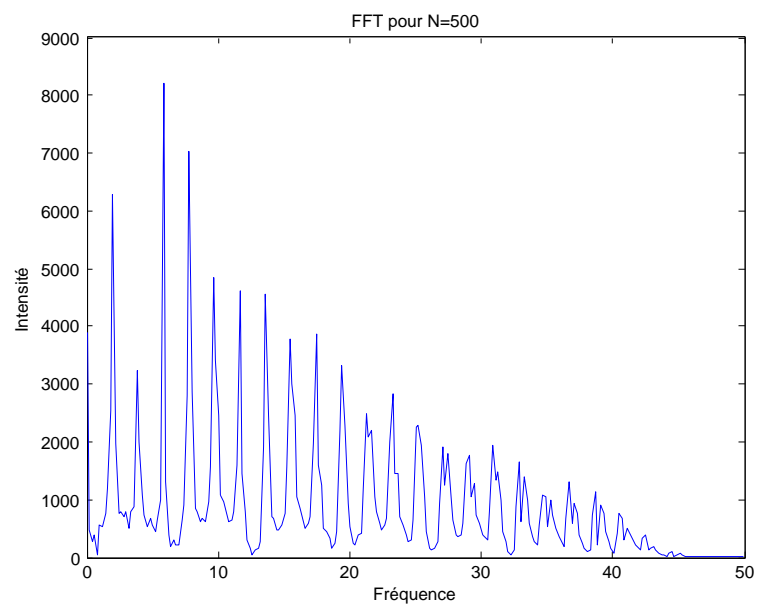


FIG. 6 – FFT ecg pour n=500

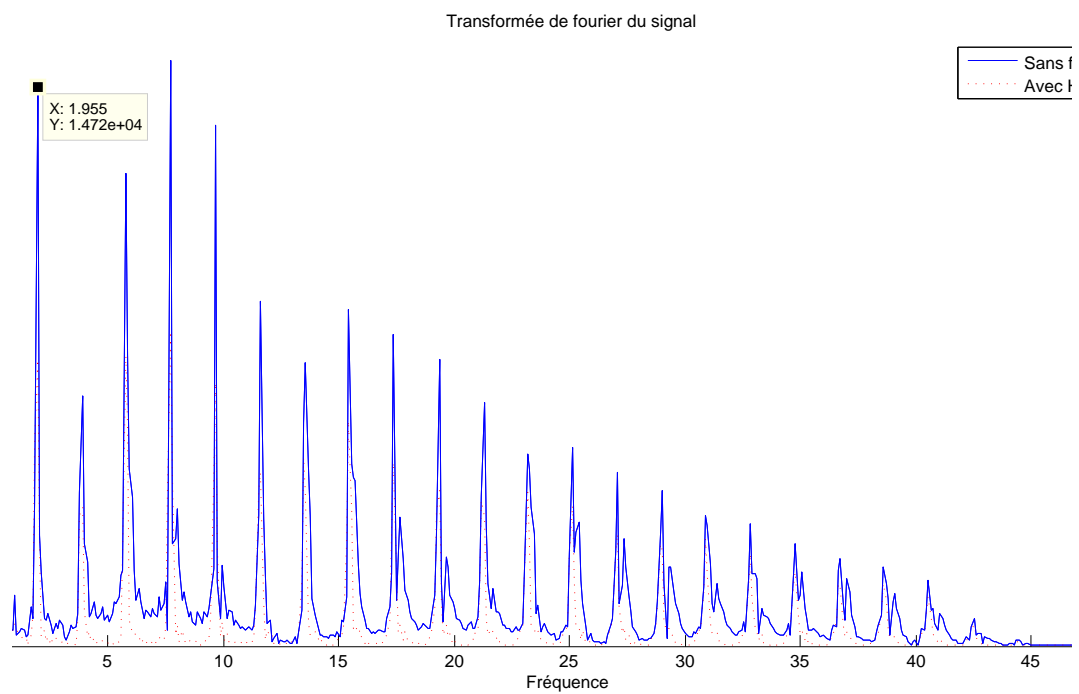


FIG. 7 – Comparaison avec et sans fenetre