A2DI: Réseaux de neurones

John Klein

Université de Lille - CRIStAL UMR CNRS 9189

Où en est-on dans notre problème d'apprentissage supervisé ?

- On sait que si n, la taille des données est suffisamment grand par rapport à la taille de $\boldsymbol{\theta}$ alors Err_{train} ne dévie pas de Err_{esp}.

Où en est-on dans notre problème d'apprentissage supervisé ?

- On sait que si n, la taille des données est suffisamment grand par rapport à la taille de $\boldsymbol{\theta}$ alors Err_{train} ne dévie pas de Err_{esp}.
- On sait que des décisions optimales se prennent si on a accès à $p_{Y|X}$.

Où en est-on dans notre problème d'apprentissage supervisé ?

- On sait que si n, la taille des données est suffisamment grand par rapport à la taille de $\boldsymbol{\theta}$ alors Err_{train} ne dévie pas de Err_{esp}.
- On sait que des décisions optimales se prennent si on a accès à $p_{Y|X}$.
- On a vu que Err_{train} est liée à la NLL de modèles probabilistes :
  - génératif (ex : classifieur naïf Bayésien),
  - discriminatif (ex : régression logistique).

Où en est-on dans notre problème d'apprentissage supervisé ?

- On sait que si n, la taille des données est suffisamment grand par rapport à la taille de $\boldsymbol{\theta}$ alors Err_{train} ne dévie pas de Err_{esp}.

- On sait que des décisions optimales se prennent si on a accès à $p_{Y|X}$.

- On a vu que Err_{train} est liée à la NLL de modèles probabilistes :
  - génératif (ex : classifieur naïf Bayésien),
  - discriminatif (ex : régression logistique).

L'approche générative requiert un peu plus de données en général et une intuition sur les familles de lois $p_{X|Y}$.

Où en est-on dans notre problème d'apprentissage supervisé ?

- On sait que si n, la taille des données est suffisamment grand par rapport à la taille de $\boldsymbol{\theta}$ alors Err_{train} ne dévie pas de Err_{esp}.

- On sait que des décisions optimales se prennent si on a accès à $p_{Y|X}$.

- On a vu que Err_{train} est liée à la NLL de modèles probabilistes :
  - génératif (ex : classifieur naïf Bayésien),
  - discriminatif (ex : régression logistique).

L'approche générative requiert un peu plus de données en général et une intuition sur les familles de lois $p_{X|Y}$.

La régression logistique reste un modèle linéaire, c'est à dire que la frontière séparatrice est une droite.

Où en est-on dans notre problème d'apprentissage supervisé ?

- On sait que si n, la taille des données est suffisamment grand par rapport à la taille de $\boldsymbol{\theta}$ alors Err_{train} ne dévie pas de Err_{esp}.

- On sait que des décisions optimales se prennent si on a accès à $p_{Y|X}$.

- On a vu que Err_{train} est liée à la NLL de modèles probabilistes :
  - génératif (ex : classifieur naïf Bayésien),
  - discriminatif (ex : régression logistique).

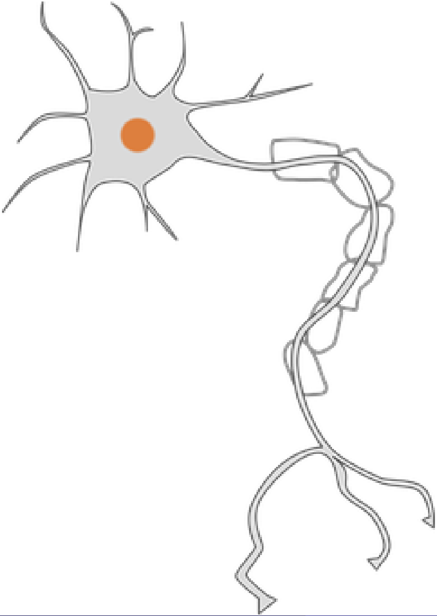
L'approche générative requiert un peu plus de données en général et une intuition sur les familles de lois $p_{X|Y}$.

La régression logistique reste un modèle linéaire, c'est à dire que la frontière séparatrice est une droite.

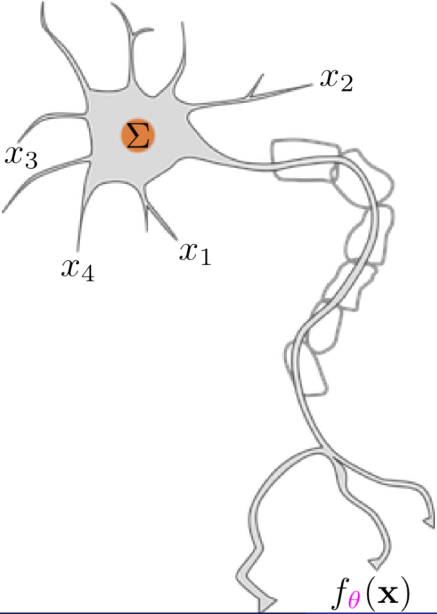
Les réseaux de neurones permettent de converger vers d'autres types de frontière séparatrice, avec comme brique de base la régression logistique.

Plan du chapitre

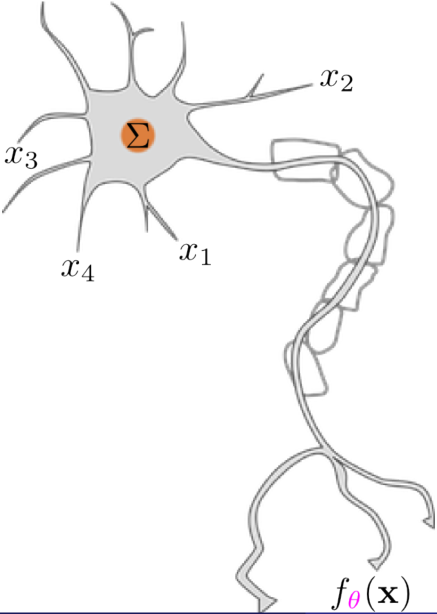
L'inspiration biologique :

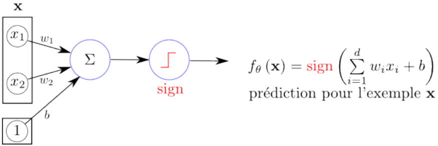


L'inspiration biologique :



L'inspiration biologique :

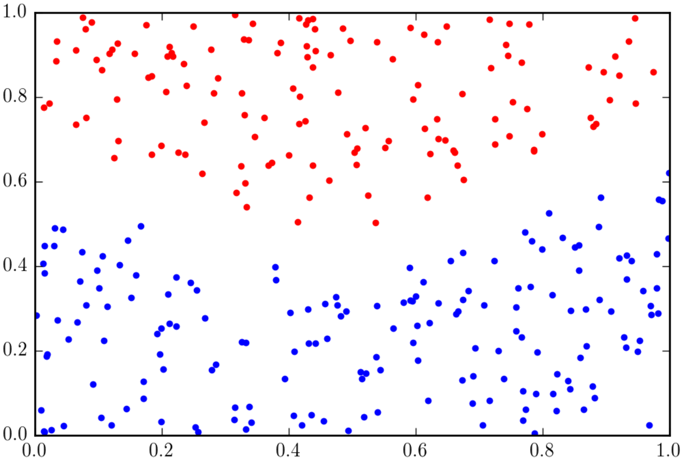




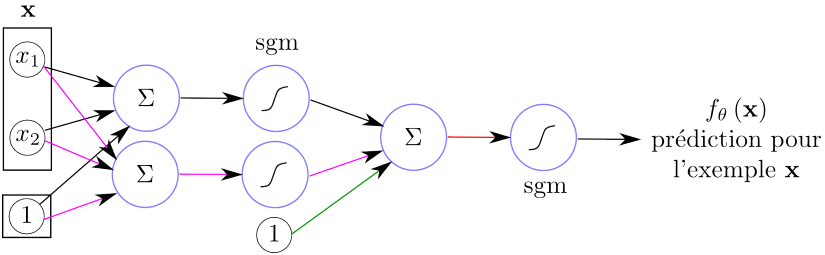
Juste une inspiration !

Juste une inspiration !

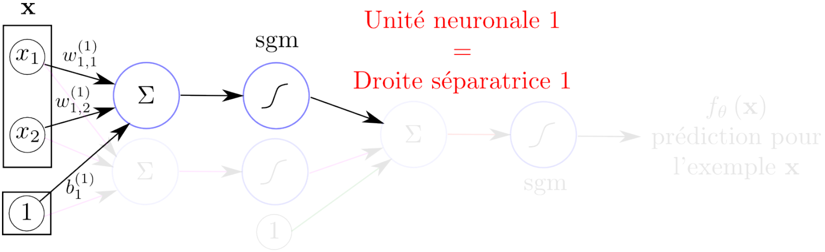
Imaginons apprendre à partir des données suivantes :



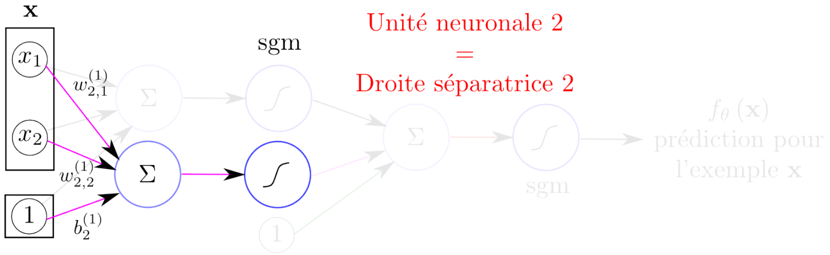
Pour résoudre le problème, il faut 2 droites séparatrices combinées en AND.



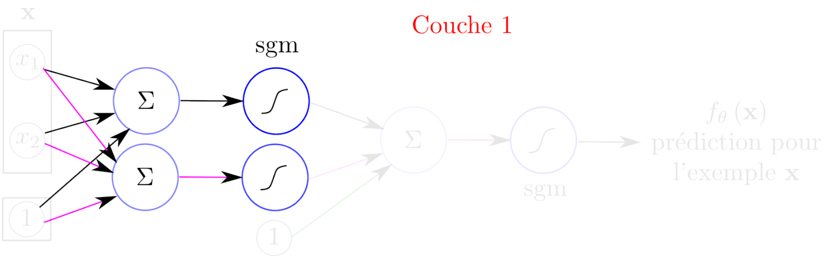
Pour résoudre le problème, il faut 2 droites séparatrices combinées en AND.



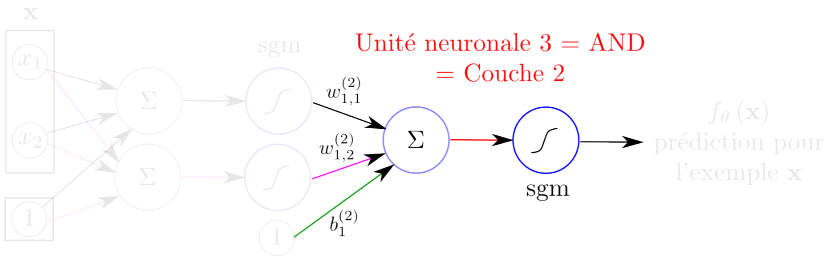
Pour résoudre le problème, il faut 2 droites séparatrices combinées en AND.



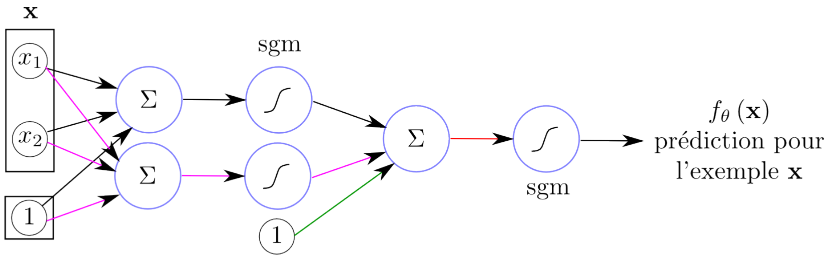
Pour résoudre le problème, il faut 2 droites séparatrices combinées en AND.



Pour résoudre le problème, il faut 2 droites séparatrices combinées en AND.



Cette structure est appelée MLP (*multi-layer perceptron*)

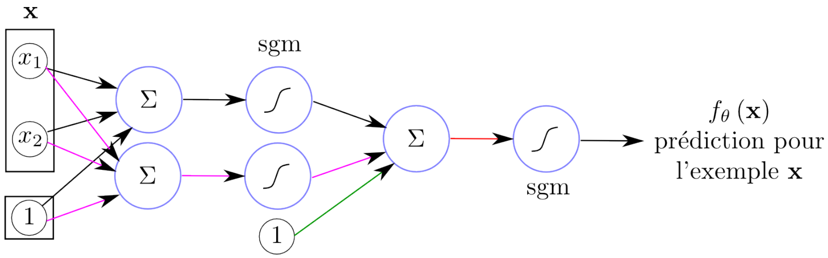


Les paramètres sont indéxés comme suit :

$$w_{v,u}^{(k)}$$

avec :

Cette structure est appelée MLP (*multi-layer perceptron*)



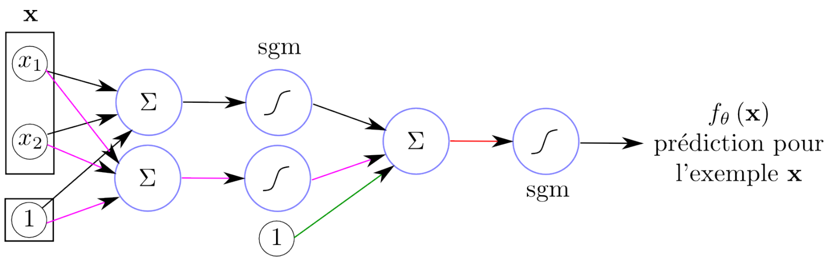
Les paramètres sont indéxés comme suit :

$$w_{v,u}^{(k)}$$

avec :

- k l'indice de la couche variant de 1 à K.

Cette structure est appelée MLP (*multi-layer perceptron*)



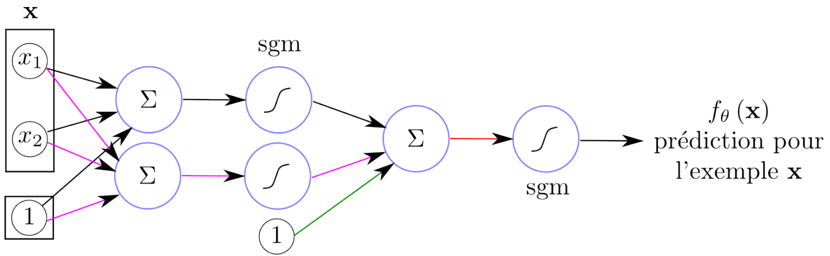
Les paramètres sont indéxés comme suit :

$$w_{v,u}^{(k)}$$

avec :

- k l'indice de la couche variant de 1 à K.
- v l'indice des dimensions de l'entrée de la couche K.

Cette structure est appelée MLP (*multi-layer perceptron*)



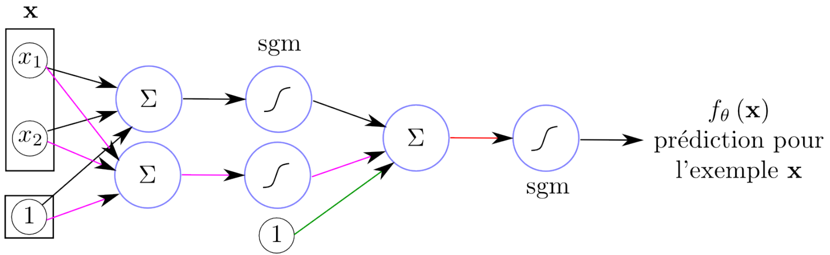
Les paramètres sont indéxés comme suit :

$$w_{v,u}^{(k)}$$

avec :

- k l'indice de la couche variant de 1 à K.
- v l'indice des dimensions de l'entrée de la couche K. Il varie de 1 à $d^{(k)}+1$ où $d^{(k)}$ est la taille du vecteur d'entrée dans la couche k.

Cette structure est appelée MLP (*multi-layer perceptron*)



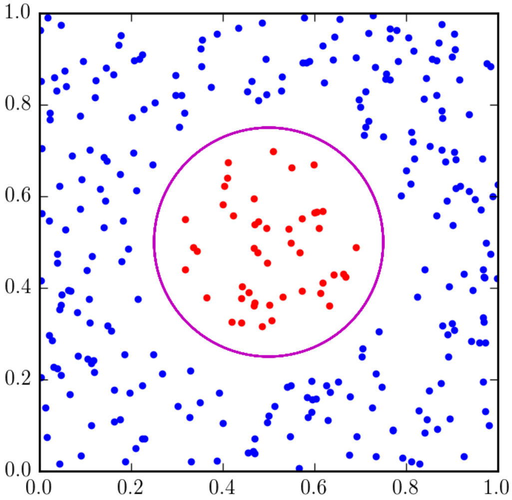
Les paramètres sont indéxés comme suit :

$$w_{v,u}^{(k)}$$

avec :

- k l'indice de la couche variant de 1 à K.
- v l'indice des dimensions de l'entrée de la couche K. Il varie de 1 à $d^{(k)}+1$ où $d^{(k)}$ est la taille du vecteur d'entrée dans la couche k.
- u l'indice de l'unité neuronale variant de 1 à $U^{(k)}$.

Capacité des réseaux de neurones >> capacité de la reglog.
Est elle si grande qu'on puisse espérer traiter le dataset suivant ?



Capacité des réseaux de neurones >> capacité de la reglog.

- Cela semble faisable en rajoutant beaucoup d'unités à la 1ère couche.
- Deux dangers :
  - Un peu plus de paramètres $\Rightarrow$ nettement plus de données nécessaires,
  - Optimisation pour trouver les $w_{v,u}^{(k)}$ plus difficile.

Capacité des réseaux de neurones $>>$ capacité de la reglog.

- Cela semble faisable en rajoutant beaucoup d'unités à la 1ère couche.
- Deux dangers :
  - Un peu plus de paramètres $\Rightarrow$ nettement plus de données nécessaires,
  - Optimisation pour trouver les $w_{v,u}^{(k)}$ plus difficile.

Voyons justement comment se passe l'apprentissage des $w_{v,u}^{(k)}$.

Plan du chapitre

MLP : apprentissage des poids

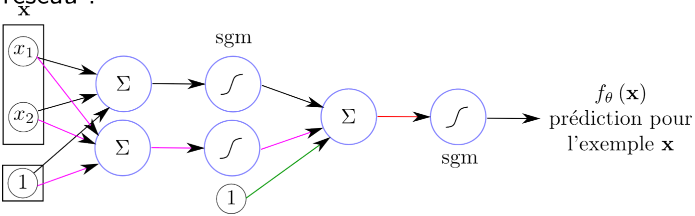
- Comme pour la régression logistique, les paramètres d'un MLP vont être estimés par descente de gradient.

MLP : apprentissage des poids

- Comme pour la régression logistique, les paramètres d'un MLP vont être estimés par descente de gradient.
- Pour la dernière couche, on retombe sur la reglog et on sait qu'une bonne fonction de coût est la NLL correspondante.

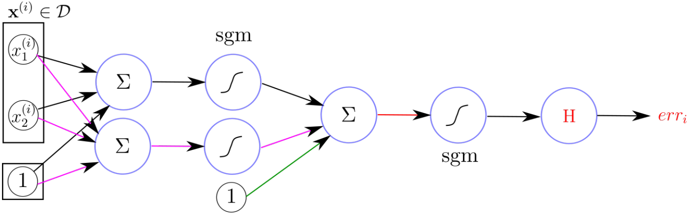
MLP : apprentissage des poids

- Comme pour la régression logistique, les paramètres d'un MLP vont être estimés par descente de gradient.
- Pour la dernière couche, on retombe sur la reglog et on sait qu'une bonne fonction de coût est la NLL correspondante.
- Intégrons la perte H (entropie croisée) comme couche finale du réseau :



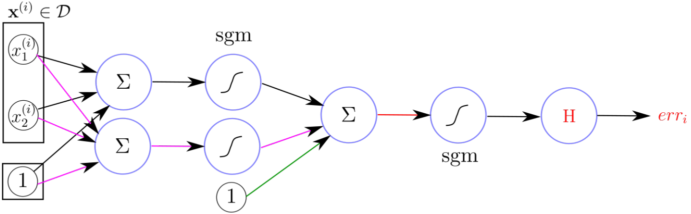
MLP : apprentissage des poids

- Comme pour la régression logistique, les paramètres d'un MLP vont être estimés par descente de gradient.
- Pour la dernière couche, on retombe sur la reglog et on sait qu'une bonne fonction de coût est la NLL correspondante.
- Intégrons la perte H (entropie croisée) comme couche finale du réseau :



MLP : apprentissage des poids

- Comme pour la régression logistique, les paramètres d'un MLP vont être estimés par descente de gradient.
- Pour la dernière couche, on retombe sur la reglog et on sait qu'une bonne fonction de coût est la NLL correspondante.
- Intégrons la perte H (entropie croisée) comme couche finale du réseau :



- La fonction à optimiser pour un MLP est donc :

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_i \text{entropie croisée}\left(y^{(i)}, \text{proba prédite}\right) \tag{1}$$

MLP : apprentissage des poids

- Simplification :

MLP : apprentissage des poids

- Simplification :
  - dérivée d'une somme = somme des dérivées.

MLP : apprentissage des poids

- Simplification :
  - dérivée d'une somme = somme des dérivées.
  - Pour la descente de gradient, autant calculer le gradient exemple par exemple !

MLP : apprentissage des poids

- Simplification :
  - dérivée d'une somme = somme des dérivées.
  - Pour la descente de gradient, autant calculer le gradient exemple par exemple !
  - Considérons donc temporairement que :

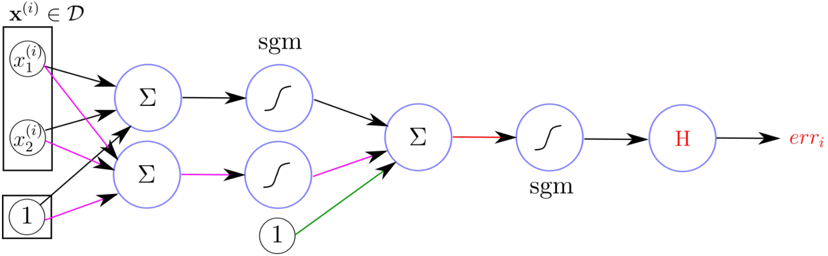
$$J(\boldsymbol{\theta}) = \text{entropie croisée}\left(\text{proba prédite}, y^{(i)}\right) \tag{2}$$

MLP : apprentissage des poids

- Introduisons quelques variables supplémentaires :

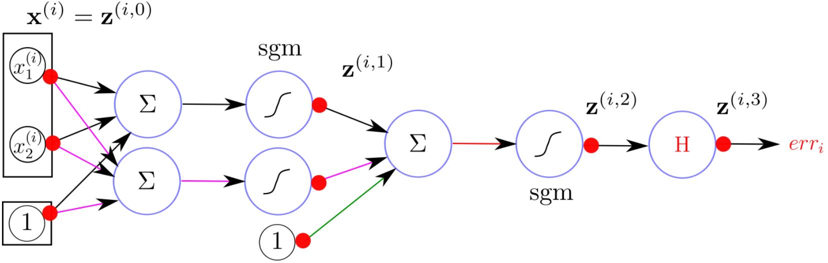
MLP : apprentissage des poids

- Introduisons quelques variables supplémentaires :



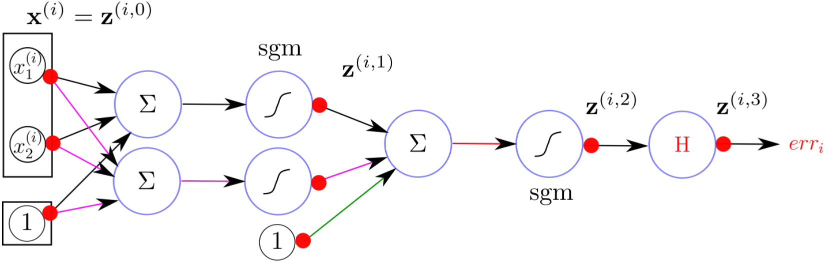
MLP : apprentissage des poids

- Introduisons quelques variables supplémentaires :



MLP : apprentissage des poids

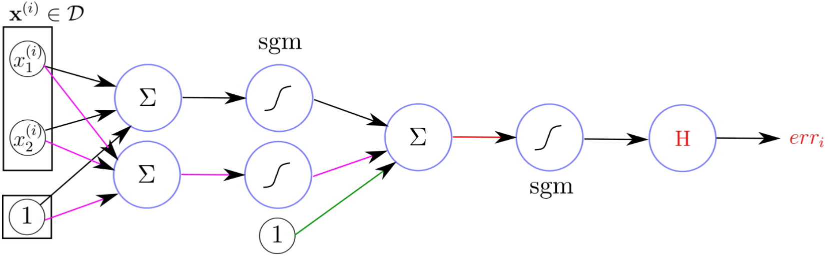
- Introduisons quelques variables supplémentaires :



- $\mathbf{z}^{(i,k)}$: sortie de la couche k.

MLP : apprentissage des poids

- Faisons un bilan des paramètres à apprendre :



MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Calculons les dérivées de l' erreur err_i par rapport à chaque paramètre $\theta_j^{(k)}$ en remontant à "contre-courant"

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
    - Calculons les dérivées de l' erreur err_i par rapport à chaque paramètre $\theta_j^{(k)}$ en remontant à "contre-courant"
    - Pour la dernière couche, c'est pas trop dur : elle n'a aucun paramètre !

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Calculons les dérivées de l' erreur err_i par rapport à chaque paramètre $\theta_j^{(k)}$ en remontant à "contre-courant"
  - Pour la dernière couche, c'est pas trop dur : elle n'a aucun paramètre !
  - En revanche, on peut calculer la dérivée de sa sortie par rapport à son entrée :

$$\frac{d}{d\mathbf{z}^{(i,2)}} err_i\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \frac{d}{d\mathbf{z}^{(i,2)}} \mathbf{z}^{(i,3)} =$$

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons à la couche précédente.

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
    - Passons à la couche précédente.
    - Elle contient 3 paramètres : $w_{1,1}^{(2)}$, $w_{2,1}^{(2)}$ et $b_1^{(2)}$.

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons à la couche précédente.
  - Elle contient 3 paramètres : $w_{1,1}^{(2)}$, $w_{2,1}^{(2)}$ et $b_1^{(2)}$.
  - Calculons par exemple :

$$\frac{\partial}{\partial w_{1,1}^{(2)}} err_i\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \frac{\partial}{\partial w_{1,1}^{(2)}} \mathbf{z}^{(i,3)} =$$

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons à la couche précédente.
  - On peut aussi calculer la dérivée de sa sortie par rapport à ses entrées, par exemple :

$$\frac{\partial}{\partial z_1^{(i,1)}} \mathbf{z}^{(i,2)} =$$

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons encore à la couche précédente (la 1ère).

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons encore à la couche précédente (la 1ère).
  - Elle contient 6 paramètres :
    - $w_{1,1}^{(1)}$, $w_{2,1}^{(1)}$ et $b_1^{(1)}$ pour la 1ère unité,

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons encore à la couche précédente (la 1ère).
  - Elle contient 6 paramètres :
    - $w_{1,1}^{(1)}$, $w_{2,1}^{(1)}$ et $b_1^{(1)}$ pour la 1ère unité,
    - $w_{1,2}^{(1)}$, $w_{2,2}^{(1)}$ et $b_2^{(1)}$ pour la 2ème unité.

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons encore à la couche précédente (la 1ère).
  - Elle contient 6 paramètres :
    - $w_{1,1}^{(1)}$, $w_{2,1}^{(1)}$ et $b_1^{(1)}$ pour la 1ère unité,
    - $w_{1,2}^{(1)}$, $w_{2,2}^{(1)}$ et $b_2^{(1)}$ pour la 2ème unité.
  - Calculons par exemple :

$$\frac{\partial}{\partial w_{1,1}^{(1)}} err_i\left(\boldsymbol{\theta}\right) = \frac{\partial}{\partial w_{1,1}^{(1)}} \mathbf{z}^{(i,3)} =$$

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Simplifions encore :
  - Passons encore à la couche précédente (la 1ère).
  - Et c'est fini ! !

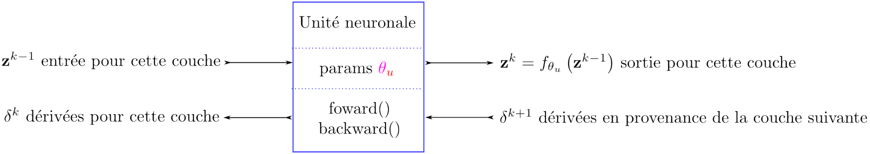
MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- On va donc calculer les gradients itérativement de la dernière couche en remontant à la 1ère, d'où le terme retropropagation !

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- On va donc calculer les gradients itérativement de la dernière couche en remontant à la 1ère, d'où le terme retropropagation !

- Le MLP est bien adapté à la philosophie POO :
  - On a envie de créer une classe pour une unité neuronale

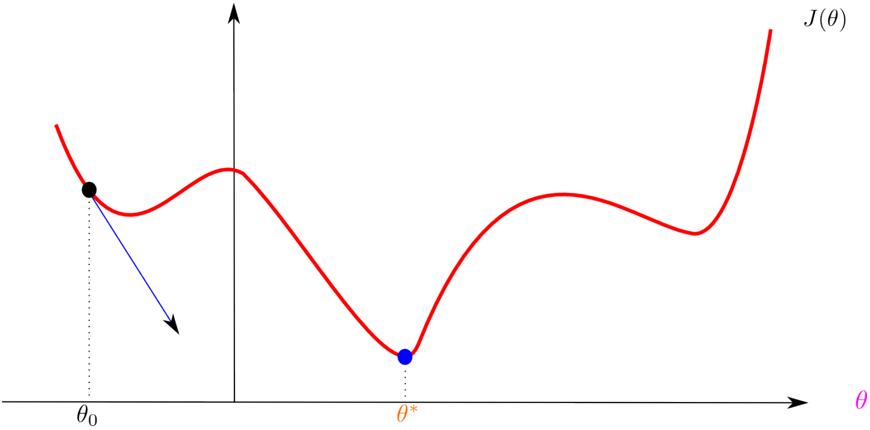


MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Est ce que la descente de gradient va bien se passer ?

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- Est ce que la descente de gradient va bien se passer ?



MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- La descente de gradient converge vers un minimum local.

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- La descente de gradient converge vers un minimum local.
- Elle dépend de l'initialisation $\boldsymbol{\theta}_0$.

MLP : apprentissage des poids : descente de gradient

- La descente de gradient converge vers un minimum local.
- Elle dépend de l'initialisation $\boldsymbol{\theta}_0$.
- En revanche, le réglage du *learning rate* η n'est pas spécialement plus difficile que pour la reglog.

Plan du chapitre

Réseaux profonds : idée de base

Réseaux profonds : idée de base

- Quand la distribution des classes est visiblement complexe et que les performances sont décevantes, le réflexe est d'augmenter la capacité du modèle en rajoutant des couches et des unités neuronales. Voyons ce que ça donne avec une petite visualisation.

Réseaux profonds : idée de base

- Quand la distribution des classes est visiblement complexe et que les performances sont décevantes, le réflexe est d'augmenter la capacité du modèle en rajoutant des couches et des unités neuronales. Voyons ce que ça donne avec une petite visualisation.

- Comme vu dans la partie précédente, faire ce choix fait prendre un gros risque d'overfitting.

Réseaux profonds : idée de base

- Quand la distribution des classes est visiblement complexe et que les performances sont décevantes, le réflexe est d'augmenter la capacité du modèle en rajoutant des couches et des unités neuronales. Voyons ce que ça donne avec une petite visualisation.
- Comme vu dans la partie précédente, faire ce choix fait prendre un gros risque d'overfitting.
- Les réseaux profonds introduits vers les années 90 proposent une architecture multi-couches sans pour autant faire exploser le nombre de paramètres du modèle.

CNN (*convolutional neural network*) :

- Le premier algo *deep* ayant rencontré un réel succès est dû à Yann Lecun et alterne deux types de couches :

CNN (*convolutional neural network*) :

- Le premier algo *deep* ayant rencontré un réel succès est dû à Yann Lecun et alterne deux types de couches :
    1. une couche convolutionnelle où les paramètres sont partagés entre unités neuronales,

CNN (*convolutional neural network*) :

- Le premier algo *deep* ayant rencontré un réel succès est dû à Yann Lecun et alterne deux types de couches :
  1. une couche convolutionnelle où les paramètres sont partagés entre unités neuronales,
  2. un passage par une non-linéarité ,

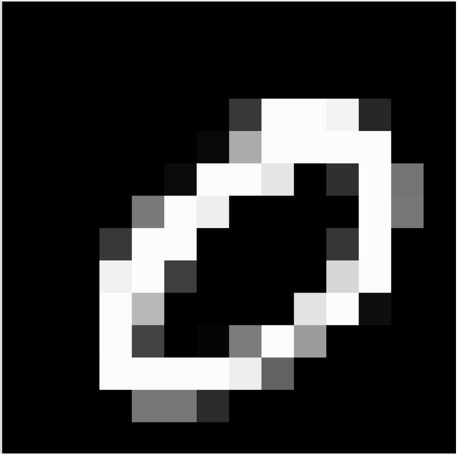
CNN (*convolutional neural network*) :

- Le premier algo *deep* ayant rencontré un réel succès est dû à Yann Lecun et alterne deux types de couches :
  1. une couche convolutionnelle où les paramètres sont partagés entre unités neuronales,
  2. un passage par une non-linéarité ,
  3. une couche de *pooling* pour réduire la dimension des sorties de la couche convolutionnelle.

Y. Lecun, L. Bottou, Y. Bengio and P. Haffner, "Gradient-based learning applied to document recognition," in Proceedings of the IEEE, vol. 86, no. 11, pp. 2278-2324, Nov 1998

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Supposons que les exemples $\mathbf{x}^{(i)}$ sont des images :



CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Prenons un exemple où les exemples $\mathbf{x}^{(i)}$ sont des images :

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	56	252	252	243	39	0	0
0	0	0	0	0	0	8	171	252	252	252	252	0	0
0	0	0	0	0	11	252	252	229	0	48	252	116	0
0	0	0	0	122	252	238	0	0	0	0	252	119	0
0	0	0	56	252	252	0	0	0	0	53	252	0	0
0	0	0	240	252	62	0	0	0	0	214	252	0	0
0	0	0	252	184	0	0	0	0	226	252	14	0	0
0	0	0	252	67	0	5	124	252	156	0	0	0	0
0	0	0	251	252	252	252	238	98	0	0	0	0	0
0	0	0	0	119	119	43	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- L'opération de convolution entre deux vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ se note $\star$.

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- L'opération de convolution entre deux vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ se note $\star$.
- Le résultat de cette opération est aussi un vecteur $\mathbf{z} = \mathbf{x} \star \mathbf{y}$ et on a :

$$z_i = \sum_{k=1}^{\mathrm{len}(y)} x_{i-k} y_k \tag{3}$$

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- L'opération de convolution entre deux vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ se note $\star$.
- Le résultat de cette opération est aussi un vecteur $\mathbf{z} = \mathbf{x} \star \mathbf{y}$ et on a :

$$z_i = \sum_{k=1}^{\mathrm{len}(y)} x_{i-k} y_k \tag{3}$$

La convolution ressemble à un produit scalaire où l'un des 2 vecteurs a subi une symétrie “mirroir” !

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- L'opération de convolution entre deux vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ se note $\star$.
- Le résultat de cette opération est aussi un vecteur $\mathbf{z} = \mathbf{x} \star \mathbf{y}$ et on a :

$$z_i = \sum_{k=1}^{\mathrm{len}(y)} x_{i-k} y_k \tag{3}$$

La convolution est commutative : $\mathbf{x} \star \mathbf{y} = \mathbf{y} \star \mathbf{x}$.

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- L'opération de convolution entre deux vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ se note $\star$.
- Le résultat de cette opération est aussi un vecteur $\mathbf{z} = \mathbf{x} \star \mathbf{y}$ et on a :

$$z_i = \sum_{k=1}^{\text{len}(y)} x_{i-k} y_k \tag{3}$$

La convolution est associative : $\mathbf{x} \star (\mathbf{y} \star \mathbf{u}) = (\mathbf{x} \star \mathbf{y}) \star \mathbf{u}$.

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- L'opération de convolution entre deux vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$ se note $\star$.
- Le résultat de cette opération est aussi un vecteur $\mathbf{z} = \mathbf{x}\star\mathbf{y}$ et on a :

$$z_i = \sum_{k=1}^{\mathrm{len}(y)} x_{i-k} y_k \tag{3}$$

La convolution est distributive par rapport à la somme : $\mathbf{x}\star(\mathbf{y}+\mathbf{u}) = \mathbf{x}\star\mathbf{y} + \mathbf{x}\star\mathbf{u}$.

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image $\mathbf{x}$
(après mirroir)

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image **x**
(après mirroir)

-1	0	$+1$
-1	0	$+1$
-1	0	$+1$

filtre **y**

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image $\mathbf{x}$

-1	0	$+1$
-1	0	$+1$
-1	0	$+1$

filtre $\mathbf{y}$

-1		

convolved image $\mathbf{x} \star \mathbf{y}$

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image $\mathbf{x}$

-1	0	$+1$
-1	0	$+1$
-1	0	$+1$

filtre $\mathbf{y}$

-1	-1	

image convoluée $\mathbf{x} \star \mathbf{y}$

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image $\mathbf{x}$

-1	0	$+1$
-1	0	$+1$
-1	0	$+1$

filtre $\mathbf{y}$

-1	-1	$+1$

image convoluée $\mathbf{x} \star \mathbf{y}$

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image $\mathbf{x}$

-1	0	$+1$
-1	0	$+1$
-1	0	$+1$

filtre $\mathbf{y}$

-1	-1	$+1$
-2		

image convoluée $\mathbf{x} \star \mathbf{y}$

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Appliquons cette définition à une image binaire :

1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

image $\mathbf{x}$

-1	0	$+1$
-1	0	$+1$
-1	0	$+1$

filtre $\mathbf{y}$

-1	-1	$+1$
-2	0	$+2$
-1	0	$+1$

... etc. image convoluée $\mathbf{x} \star \mathbf{y}$

CNN (*convolutional neural network*) : convolution

- Observez que la formule devrait être :

$$z_i = \sum_{k=1}^{\text{len}(y)} x_{i-k} y_k , \tag{4}$$

pour i de $\boxed{\text{floor}\left(\frac{\text{len}(y)}{2}\right)}$ à $\boxed{\text{len}\left(x\right) - \text{floor}\left(\frac{\text{len}(y)}{2}\right)}$.

On ne peut pas commencer la convolution au bord de l'image

Exemples de filtres d'images

(source : Wikipedia - images kernels)

Operation	Filter	Convolved Image
Identity	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	
Edge detection	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$	
Sharpen	$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$	
Box blur (normalized)	$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	
Gaussian blur (approximation)	$\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	

CNN (*convolutional neural network*) : Paramètres d'une couche de convolution

- depth : c'est le nombre de filtre(s) qu'on utilise dans la couche.
  - Dans l'exemple précédent, nous avons utilisé un seul filtre, mais il est fréquent d'en utiliser des dizaines en parallèle.
  - Le filtre numéro m a ses propres paramètres $\mathbf{w}^{(k,m)}$.
  - Chaque filtre produit une image convoluée $\mathbf{z}^{(k,m)}$ appelée *feature map*.
  - Ces images sont agrégées par simple addition dans les couches suivantes :

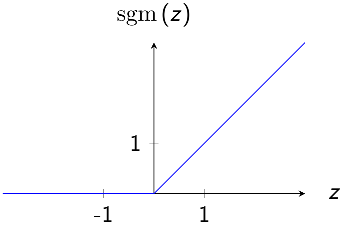
$$\mathbf{z}^{(k,1)} = f_{\text{act}}\left(\sum_{m=1}^{\text{depth}^{(k-1)}} \mathbf{w}^{(k,1)} \star \mathbf{z}^{(k-1,m)}\right) = f_{\text{act}}\left(\mathbf{w}^{(k,1)} \star \sum_{m=1}^{\text{depth}^{(k-1)}} \mathbf{z}^{(k-1,m)}\right).$$

- stride : on décide de "sauter" de *stride* pixels entre chaque itération de la convolution.

CNN (*convolutional neural network*) : Paramètres d'une couche de convolution

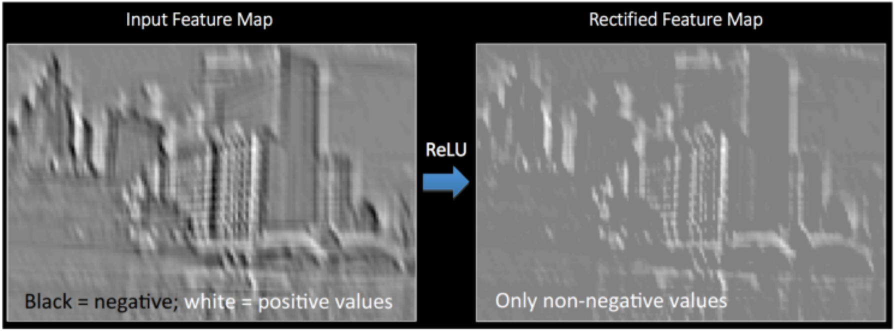
- padding : gestion des bords de l'image
- fonction d'activation f_{act} : souvent ReLU (*rectified linear unit*. C'est une fonction continue de $\mathbb{R}$ dans $[0;1]$, telle que

$$\mathrm{ReLU}\,(z) = \begin{cases} z & \text{si } z \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}. \tag{5}$$



CNN (*convolutional neural network*) : fonction d'activation

- Son action consiste à conserver la partie positive d'une feature map.



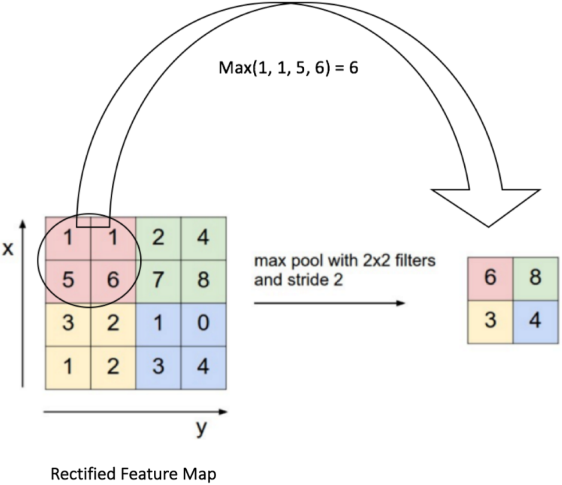
(source : Rob Fergus - Facebook AI research)

CNN (*convolutional neural network*) : pooling

Il s'agit pour un voisinnage donnné de la feature map (après passage par ReLU) de prendre :

- le max (*max pooling*),
- ou la moyenne (*mean pooling*).

CNN (*convolutional neural network*) : pooling



Exemples de *max pooling*
(source : cs231n.github.io)

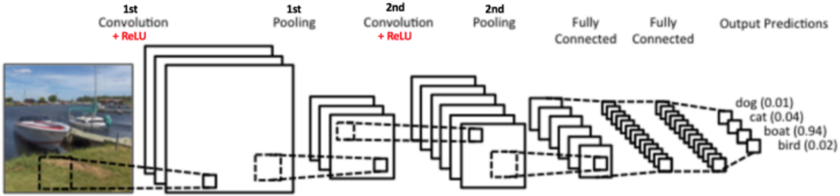
CNN (*convolutional neural network*) : pooling

La couche de pooling nous aide à :

- réduire la dimension des représentations intermédiaires,
- se rendre invariant à de petites distortions/translations locales.

CNN (*convolutional neural network*) : architecture globale

Quand on assemble tout, cela donne par exemple :



(source : WILDML - understanding CNNs for nlp)

CNN (*convolutional neural network*) : Rétropropagation

Le principe d'une descente de gradient itérative (couche par couche) reste valable !

CNN (*convolutional neural network*) : Rétropropagation

Le principe d'une descente de gradient itérative (couche par couche) reste valable !

- Les dérivées pour la couche de *max pooling* sont transférées au pixels ayant été sélectionnés par le max,

CNN (*convolutional neural network*) : Rétropropagation

Le principe d'une descente de gradient itérative (couche par couche) reste valable !

- Les dérivées pour la couche de *max pooling* sont transférées au pixels ayant été sélectionnés par le max,
- Les dérivées pour ReLU sont ultra simples,

CNN (*convolutional neural network*) : Rétropropagation

Le principe d'une descente de gradient itérative (couche par couche) reste valable !

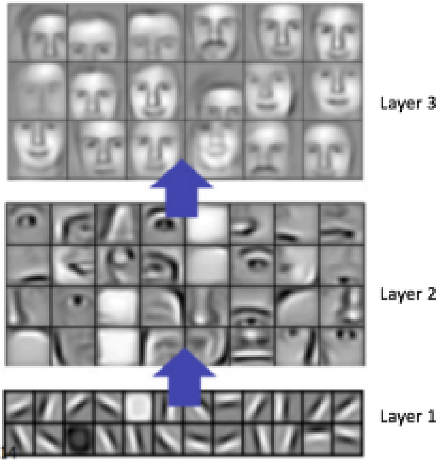
- Les dérivées pour la couche de *max pooling* sont transférées au pixels ayant été sélectionnés par le max,
- Les dérivées pour ReLU sont ultra simples,
- Les dérivées par rapport aux poids $\mathbf{w}^{(k,m)}$ qui interviennent dans une convolution sont également simples à calculer.

CNN (*convolutional neural network*) : Rétropropagation

Le principe d'une descente de gradient itérative (couche par couche) reste valable !

- Les dérivées pour la couche de *max pooling* sont transférées au pixels ayant été sélectionnés par le max,
- Les dérivées pour ReLU sont ultra simples,
- Les dérivées par rapport aux poids $\mathbf{w}^{(k,m)}$ qui interviennent dans une convolution sont également simples à calculer.
- Les $\mathbf{w}^{(k,m)}$ subissent plusieurs màj en provenance de la feature map par itération.

CNN (*convolutional neural network*) : Filter Visualisation



(Fig. tirée de "Convolutional Deep Belief Networks for Scalable Unsupervised Learning of Hierarchical Representations", Lee et al., ICML 2009.)

CNN (*convolutional neural network*) : Feature maps Visualisation

(image générée par http://scs.ryerson.ca/ aharley/vis/conv/flat.html.)

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

- Une modification conséquente des inputs au niveau de la première couche impacte fortement le modèle -> (Centrage + réduction).
- Mais qu'en est il dans les couches intermédiaires ? Peut on centrer et réduire les $\mathbf{z}^{(i,k)}$?

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

- Une modification conséquente des inputs au niveau de la première couche impacte fortement le modèle -> (Centrage + réduction).
- Mais qu'en est il dans les couches intermédiaires ? Peut on centrer et réduire les $\mathbf{z}^{(i,k)}$?
- Dans cet objectif, on peut appliquer une transformation BN en sortie de la convolution (juste avant le passage par la fonction d'activation).

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

- Une modification conséquente des inputs au niveau de la première couche impacte fortement le modèle -> (Centrage + réduction).
- Mais qu'en est il dans les couches intermédiaires ? Peut on centrer et réduire les $\mathbf{z}^{(i,k)}$?
- Dans cet objectif, on peut appliquer une transformation BN en sortie de la convolution (juste avant le passage par la fonction d'activation).
- Cette transformation n'est valable que pour 1 itération de SGD en version mini-batch.

S. Ioffe, C. Szegedy, Batch Normalization : Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift, ICML 2015.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

- Soit $\mathbf{v}^{(i)}$ la sortie d'une couche de convolution pour l'exemple $\mathbf{x}^{(i)}$ appartenant au mini-batch courant :

$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i)} \star \text{filtre}.$$

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

- Soit $\mathbf{v}^{(i)}$ la sortie d'une couche de convolution pour l'exemple $\mathbf{x}^{(i)}$ appartenant au mini-batch courant :

$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i)} \star \text{filtre}.$$

- On calcule μ_j et σ_j la moyenne et l'écart type de de la $j^{\text{ème}}$ dimension des $\mathbf{v}^{(i)}$.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

- Soit $\mathbf{v}^{(i)}$ la sortie d'une couche de convolution pour l'exemple $\mathbf{x}^{(i)}$ appartenant au mini-batch courant :

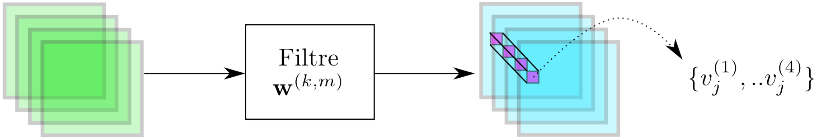
$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i)} \star \text{filtre}.$$

- On calcule μ_j et σ_j la moyenne et l'écart type de de la $j^{\text{ème}}$ dimension des $\mathbf{v}^{(i)}$.
- On remplace chaque $\mathbf{v}^{(i)}$ par

$$\mathrm{BN}\left(\mathbf{v}^{(i)}\right) = \begin{pmatrix} \vdots \\ \gamma_j * \frac{v_j^{(i)} - \mu_j}{\sigma_j^2 + \epsilon} + \beta_j \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{6}$$

- Les γ_j et β_j seront appris tandis que ϵ est fixe et permet d'éviter une division par zéro.

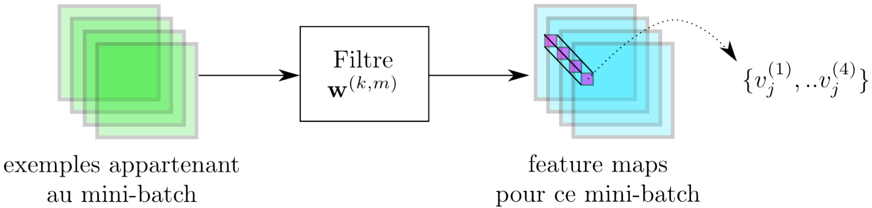
CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

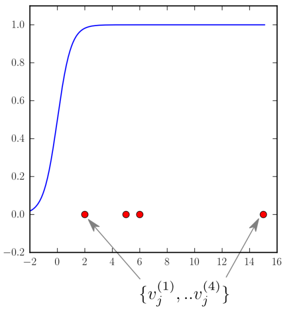


exemples appartenant au mini-batch

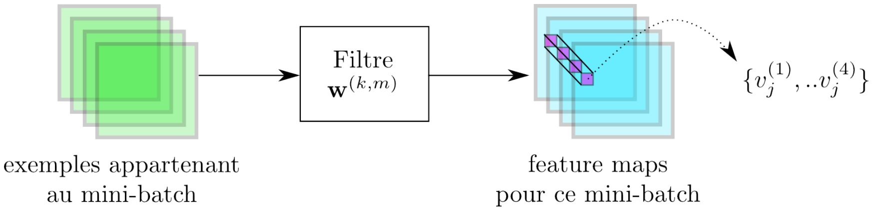
feature maps pour ce mini-batch

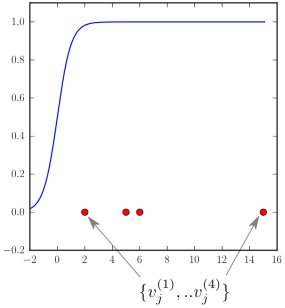
CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization

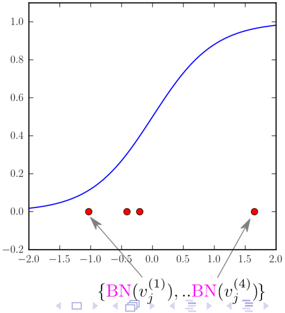




CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Batch normalization







CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Dropout

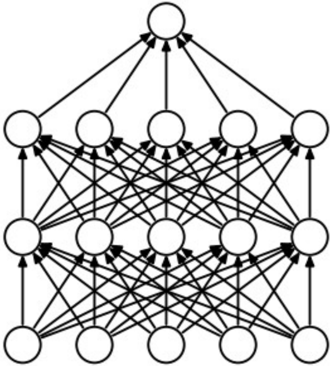
- Pour rendre l'apprentissage plus robuste on peut lui compliquer la vie.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Dropout

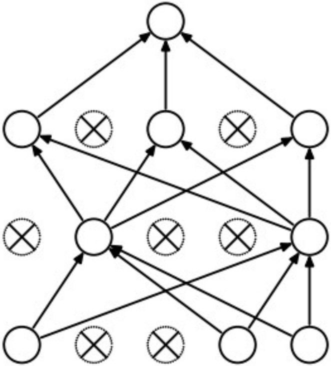
- Pour rendre l'apprentissage plus robuste on peut lui compliquer la vie.
- Dropout propose de faire cela en "éteignant" aléatoirement certaines unités neuronales.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Dropout

- Pour rendre l'apprentissage plus robuste on peut lui compliquer la vie.
- Dropout propose de faire cela en "éteignant" aléatoirement certaines unités neuronales.



(a) Standard Neural Net



(b) After applying dropout.

Fig. tirée de N. Srivastava et al., Dropout : A Simple Way to Prevent Neural Networks from Overfitting, JMLR 2014.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Dropout

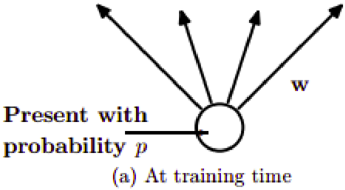
- Pendant la phase d'apprentissage, chaque unité est éteinte avec la probabilité p.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Dropout

- Pendant la phase d'apprentissage, chaque unité est éteinte avec la probabilité p.
- Pendant la phase de test, les poids connectés en sortie à l'unité sont multipliés par p.

CNN (*convolutional neural network*) / adds-on : Dropout

- Pendant la phase d'apprentissage, chaque unité est éteinte avec la probabilité p.
- Pendant la phase de test, les poids connectés en sortie à l'unité sont multipliés par p.



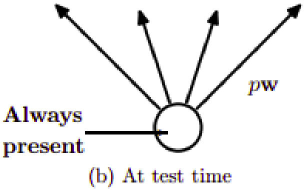


Fig. tirée de N. Srivastava et al., Dropout : A Simple Way to Prevent Neural Networks from Overfitting, JMLR 2014.

CNN (*convolutional neural network*) : Initialisation

- Les poids des filtres d'un CNN ne doivent pas être initialisés à zéro.
- L'heuristique est :

$$\mathbf{w}^{(k,m)} \longleftarrow \sqrt{\frac{2}{\dim\left(\mathbf{w}^{(k,m)}\right)}} \times \mathbf{u}, \tag{7}$$

avec $\mathbf{u}$ un vecteur choisi au hasard et dont chaque composante suit la loi normale centrée réduite $u_j \sim \mathcal{N}(0,1)$.

CNN (*convolutional neural network*) : Célébrités

- LeNet : 90's, 2 séries de (conv + max pooling) + MLP,

CNN (*convolutional neural network*) : Célébrités

- LeNet : 90's, 2 séries de (conv + max pooling) + MLP,
- AlexNet : 2012, 5 couches de conv (max pooling pas systématique) + MLP, 60.000.000 de paramètres,

CNN (*convolutional neural network*) : Célébrités

- LeNet : 90's, 2 séries de (conv + max pooling) + MLP,
- AlexNet : 2012, 5 couches de conv (max pooling pas systématique) + MLP, 60.000.000 de paramètres,
- GoogleLeNet (inception-v4) : 2014, jusqu'à 12 couches de conv, mais certaines en parallèle puis concaténation régulières,

CNN (*convolutional neural network*) : Célébrités

- LeNet : 90's, 2 séries de (conv + max pooling) + MLP,
- AlexNet : 2012, 5 couches de conv (max pooling pas systématique) + MLP, 60.000.000 de paramètres,
- GoogleLeNet (inception-v4) : 2014, jusqu'à 12 couches de conv, mais certaines en parallèle puis concaténation régulières,
- VGGNet : 2014, jusqu'à 19 couches, 140.000.000 de paramètres,

CNN (*convolutional neural network*) : Célébrités

- LeNet : 90's, 2 séries de (conv + max pooling) + MLP,
- AlexNet : 2012, 5 couches de conv (max pooling pas systématique) + MLP, 60.000.000 de paramètres,
- GoogleLeNet (inception-v4) : 2014, jusqu'à 12 couches de conv, mais certaines en parallèle puis concaténation régulières,
- VGGNet : 2014, jusqu'à 19 couches, 140.000.000 de paramètres,
- ResNet : 2015, certaines inputs peuvent "sauter" des couches,

CNN (*convolutional neural network*) : Célébrités

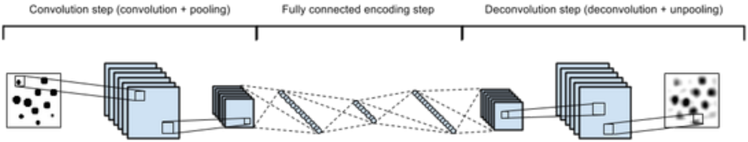
- LeNet : 90's, 2 séries de (conv + max pooling) + MLP,
- AlexNet : 2012, 5 couches de conv (max pooling pas systématique) + MLP, 60.000.000 de paramètres,
- GoogleLeNet (inception-v4) : 2014, jusqu'à 12 couches de conv, mais certaines en parallèle puis concaténation régulières,
- VGGNet : 2014, jusqu'à 19 couches, 140.000.000 de paramètres,
- ResNet : 2015, certaines inputs peuvent "sauter" des couches,
- DenseNet : 2016, toutes les inputs atteignent toutes les couches suivantes.

CNN (*convolutional neural network*) : une démo sympa

CNN sur dataset cifar10.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

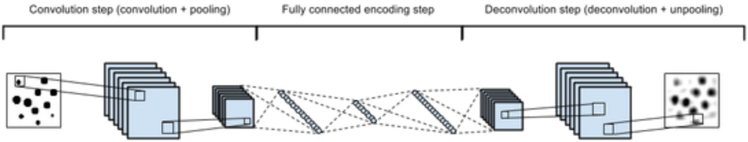
- Auto-encoders :
  - Un réseau de type CNN est construit selon une architecture "papillon".
  - La première partie transforme le vecteur d'entrée en une réprésentation compressée.
  - La 2ème partie reconstruit l'entrée à partir de cette représentation (phase de pre-training non supervisée).
  - Dans second temps, la partie reconstruction du réseau est abandonnée et on plug un MLP en sortie de la partie restante.
  - Ce nouveau réseau est ensuite entraîné de manière supervisée (fine-tuning) comme un CNN normal dont certains paramètres sont judicieusement initialisés



source : Blog de Mike Swarbrick Jones.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

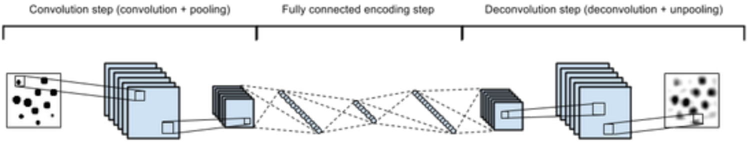
- Auto-encoders :
  - Un réseau de type CNN est construit selon une architecture “papillon”.
  - La première partie transforme le vecteur d’entrée en une réprésentation compressée.
  - La 2ème partie reconstruit l’entrée à partir de cette représentation (phase de pre-training non supervisée).
  - Dans second temps, la partie reconstruction du réseau est abandonnée et on plug un MLP en sortie de la partie restante.
  - Ce nouveau réseau est ensuite entraîné de manière supervisée (fine-tuning) comme un CNN normal dont certains paramètres sont judicieusement initialisés



source : Blog de Mike Swarbrick Jones.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

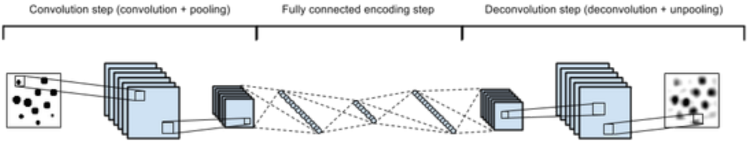
- Auto-encoders :
  - Un réseau de type CNN est construit selon une architecture “papillon”.
  - La première partie transforme le vecteur d’entrée en une réprésentation compressée.
  - La 2ème partie reconstruit l’entrée à partir de cette représentation (phase de pre-training non supervisée).
  - Dans second temps, la partie reconstruction du réseau est abandonnée et on plug un MLP en sortie de la partie restante.
  - Ce nouveau réseau est ensuite entraîné de manière supervisée (fine-tuning) comme un CNN normal dont certains paramètres sont judicieusement initialisés



source : Blog de Mike Swarbrick Jones.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

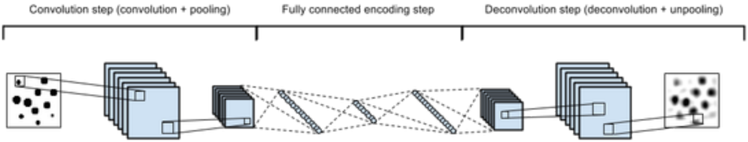
- Auto-encoders :
  - Un réseau de type CNN est construit selon une architecture “papillon”.
  - La première partie transforme le vecteur d'entrée en une réprésentation compressée.
  - La 2ème partie reconstruit l'entrée à partir de cette représentation (phase de pre-training non supervisée).
  - Dans second temps, la partie reconstruction du réseau est abandonnée et on plug un MLP en sortie de la partie restante.
  - Ce nouveau réseau est ensuite entraîné de manière supervisée (fine-tuning) comme un CNN normal dont certains paramètres sont judicieusement initialisés



source : Blog de Mike Swarbrick Jones.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

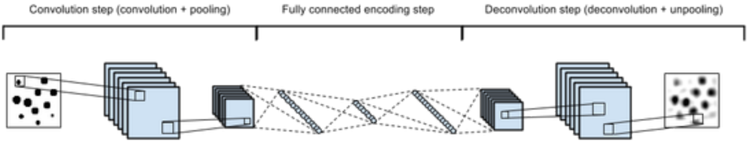
- Auto-encoders :
  - Un réseau de type CNN est construit selon une architecture “papillon”.
  - La première partie transforme le vecteur d'entrée en une réprésentation compressée.
  - La 2ème partie reconstruit l'entrée à partir de cette représentation (phase de pre-training non supervisée).
  - Dans second temps, la partie reconstruction du réseau est abandonnée et on plug un MLP en sortie de la partie restante.
  - Ce nouveau réseau est ensuite entraîné de manière supervisée (fine-tuning) comme un CNN normal dont certains paramètres sont judicieusement initialisés



source : Blog de Mike Swarbrick Jones.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Auto-encoders :
  - Un réseau de type CNN est construit selon une architecture “papillon”.
  - La première partie transforme le vecteur d’entrée en une réprésentation compressée.
  - La 2ème partie reconstruit l’entrée à partir de cette représentation (phase de pre-training non supervisée).
  - Dans second temps, la partie reconstruction du réseau est abandonnée et on plug un MLP en sortie de la partie restante.
  - Ce nouveau réseau est ensuite entraîné de manière supervisée (fine-tuning) comme un CNN normal dont certains paramètres sont judicieusement initialisés



source : Blog de Mike Swarbrick Jones.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Deep Belief Networks : les couches reposent sur un modèle probabiliste appelé Machine de Boltzmann restreinte.
  - Ce modèle représente la distribution jointe d'un exemple $\mathbf{x} = \mathbf{z}^{(0)}$ et des sorties de chaque couche d'un MLP : $\mathbf{z}^{(1)}, \ldots, \mathbf{z}^{(n_c)}$ où n_c est le nombre de couches pré-entraînées.
  - Dans ce modèle, la loi conditionelle $p\left(z_j^{(i+1)} | \mathbf{z}^{(i)}\right)$ est de la forme $\text{sgm}\left(\theta \cdot \mathbf{z}_+^{(i)}\right)$.
  - L'algorithme *contrastive divergence* entraîne ce modèle à reconstruire l'entrée $\mathbf{x}$ en mode non supervisé.
  - Après convergence, on plug un MLP et on entraîne le tout en mode supervisé.
  - Comme pour les auto-encoders, les paramètres des premières couches sont judicieusement initialisés.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Deep Belief Networks : les couches reposent sur un modèle probabiliste appelé Machine de Boltzmann restreinte.
  - Ce modèle représente la distribution jointe d'un exemple $\mathbf{x} = \mathbf{z}^{(0)}$ et des sorties de chaque couche d'un MLP : $\mathbf{z}^{(1)}, \ldots, \mathbf{z}^{(n_c)}$ où n_c est le nombre de couches pré-entraînées.
  - Dans ce modèle, la loi conditionelle $p\left(z_j^{(i+1)} | \mathbf{z}^{(i)}\right)$ est de la forme $\text{sgm}\left(\theta \cdot \mathbf{z}_+^{(i)}\right)$.
  - L'algorithme *contrastive divergence* entraîne ce modèle à reconstruire l'entrée $\mathbf{x}$ en mode non supervisé.
  - Après convergence, on plug un MLP et on entraîne le tout en mode supervisé.
  - Comme pour les auto-encoders, les paramètres des premières couches sont judicieusement initialisés.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Deep Belief Networks : les couches reposent sur un modèle probabiliste appelé Machine de Boltzmann restreinte.
  - Ce modèle représente la distribution jointe d'un exemple $\mathbf{x} = \mathbf{z}^{(0)}$ et des sorties de chaque couche d'un MLP : $\mathbf{z}^{(1)}, \ldots, \mathbf{z}^{(n_c)}$ où n_c est le nombre de couches pré-entraînées.
  - Dans ce modèle, la loi conditionelle $p\left(z_j^{(i+1)} | \mathbf{z}^{(i)}\right)$ est de la forme $\operatorname{sgm}\left(\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{z}_+^{(i)}\right)$.
  - L'algorithme *contrastive divergence* entraîne ce modèle à reconstruire l'entrée $\mathbf{x}$ en mode non supervisé.
  - Après convergence, on plug un MLP et on entraîne le tout en mode supervisé.
  - Comme pour les auto-encoders, les paramètres des premières couches sont judicieusement initialisés.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Deep Belief Networks : les couches reposent sur un modèle probabiliste appelé Machine de Boltzmann restreinte.
  - Ce modèle représente la distribution jointe d'un exemple $\mathbf{x} = \mathbf{z}^{(0)}$ et des sorties de chaque couche d'un MLP : $\mathbf{z}^{(1)}, \ldots, \mathbf{z}^{(n_c)}$ où n_c est le nombre de couches pré-entraînées.
  - Dans ce modèle, la loi conditionelle $p\left(z_j^{(i+1)} | \mathbf{z}^{(i)}\right)$ est de la forme $\text{sgm}\left(\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{z}_+^{(i)}\right)$.
  - L'algorithme *contrastive divergence* entraîne ce modèle à reconstruire l'entrée $\mathbf{x}$ en mode non supervisé.
  - Après convergence, on plug un MLP et on entraîne le tout en mode supervisé.
  - Comme pour les auto-encoders, les paramètres des premières couches sont judicieusement initialisés.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Deep Belief Networks : les couches reposent sur un modèle probabiliste appelé Machine de Boltzmann restreinte.
  - Ce modèle représente la distribution jointe d'un exemple $\mathbf{x} = \mathbf{z}^{(0)}$ et des sorties de chaque couche d'un MLP : $\mathbf{z}^{(1)}, \ldots, \mathbf{z}^{(n_c)}$ où n_c est le nombre de couches pré-entraînées.
  - Dans ce modèle, la loi conditionelle $p\left(z_j^{(i+1)} | \mathbf{z}^{(i)}\right)$ est de la forme $\text{sgm}\left(\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{z}_+^{(i)}\right)$.
  - L'algorithme *contrastive divergence* entraîne ce modèle à reconstruire l'entrée $\mathbf{x}$ en mode non supervisé.
  - Après convergence, on plug un MLP et on entraîne le tout en mode supervisé.
  - Comme pour les auto-encoders, les paramètres des premières couches sont judicieusement initialisés.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Deep Belief Networks : les couches reposent sur un modèle probabiliste appelé Machine de Boltzmann restreinte.
  - Ce modèle représente la distribution jointe d'un exemple $\mathbf{x} = \mathbf{z}^{(0)}$ et des sorties de chaque couche d'un MLP : $\mathbf{z}^{(1)}, \ldots, \mathbf{z}^{(n_c)}$ où n_c est le nombre de couches pré-entraînées.
  - Dans ce modèle, la loi conditionelle $p\left(z_j^{(i+1)} | \mathbf{z}^{(i)}\right)$ est de la forme $\text{sgm}\left(\boldsymbol{\theta} \cdot \mathbf{z}_+^{(i)}\right)$.
  - L'algorithme *contrastive divergence* entraîne ce modèle à reconstruire l'entrée $\mathbf{x}$ en mode non supervisé.
  - Après convergence, on plug un MLP et on entraîne le tout en mode supervisé.
  - Comme pour les auto-encoders, les paramètres des premières couches sont judicieusement initialisés.

Autres réseaux profonds orientés pre-training :

- Enorme avantage :
  Ces deux approches peuvent être utilisées pour un apprentissage semi-supervisé ! (pre-training avec données non labélisées, fine-tuning avec données labélisées).

Messages importants du chapitre :

- Les réseaux de neurones offrent la possibilité de traiter des données dont la frontière séparatrice n'est à l'évidence pas linéaire.
- Grâce à l'algorithme de rétropropagation, l'apprentissage de ces modèles n'a pas un coût exhorbitant.
- Les architectures modernes des réseaux de neurones produisent des résultats d'une qualité remarquable, notamment en vision par ordinateur.