

鞅

鞅的引入是为了解决一类期望进行轮数的问题。

$A = \{A_0, A_1, A_2, \dots, A_n\}$ 为随机过程，设 T 为停时（停止时刻）。

那么我们可以尝试构造这样一个势函数，他满足

1. $E(\Phi(A_{n+1}) - \Phi(A_n) | A_0, \dots, A_n) = -1$
2. $\Phi(A_T)$ 为常数，且 $\Phi(A_i) = \Phi(A_T)$ 当且仅当 $i = T$

那么进一步我们可以尝试 $X_n = \Phi(A_n) + n$ ，那么显然 $\{X\}$ 是一个鞅，那么相应就有 $E(X_T) = E(X_0)$ ，即 $E(\Phi(A_T)) + E(T) = E(\Phi(A_0))$ ，那么我们就有

$$E(T) = E(\Phi(A_T)) - \Phi(A_0)$$

通常构造势函数的过程比较板。

CF1025G Company Acquisitions

题意

CF1349D Slime and Biscuits

题意

有 n 个人，第 i 个人拥有 a_i 块饼干，每次操作随机选择一块饼干，假设其属于 x ，然后再随机选择一个人 y ，求只有一个人拥有饼干的期望轮数。

分析

套路的，我们设