



Armenian (arm), day 1

Երկուշաբթի, հուլիսի 9, 2018

Խնդիր 1. Դիցուք ABC սուրանկյուն եռանկյան արգագծած է Γ շրջանագիծը: Դիցուք AB և AC հարվածների վրա նշված են համապատասխանաբար D և E կետերն այնպես, որ $AD = AE$: Դիցուք BD և CE հարվածների միջնուղղահայացները Γ շրջանագծի AB և AC փոքր աղեղները հավում են համապատասխանաբար F և G կետերում: Ապացուցել, որ DE և FG ուղիղները զուգահեռ են կամ համընկնում են:

Խնդիր 2. Գտնել բոլոր $n \geq 3$ բնական թվերը, որոնց համար գոյություն ունեն a_1, a_2, \dots, a_{n+2} թվեր, որոնց համար $a_{n+1} = a_1$, $a_{n+2} = a_2$, ինչպես նաև ցանկացած $i = 1, 2, \dots, n$ բնական թվի համար բավարարվում է

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

առնչությունը:

Խնդիր 3. Հակապասկալյան եռանկյուն կանվանենք հավասարակողմ եռանկյան գեսքով աղյուսակը, որի ցանկացած թիվ, բացառությամբ ամենամերքսի փողում գրված թվերի, հավասար է իրենից անմիջապես ներքու գրնվող երկու թվերի փարբերության բացարձակ արժեքին: Սպորև բերված է 4 դրույթու հակապասկալյան եռանկյուն, որում հանդիպում են 1-ից մինչև 10 բոլոր բնական թվերը:

$$\begin{matrix} & & & 4 \\ & & 2 & 6 \\ & 5 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 10 & 9 \end{matrix}$$

Պարզել, թե արդյո՞ք գոյություն ունի 2018 դրույթու 1-ից մինչև $1 + 2 + \dots + 2018$ բոլոր բնական թվերը պարունակող հակապասկալյան եռանկյուն:

Language : Armenian

Աշխարհաժամանակը՝ 4Ժամ 30րոպե
Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր

Երեքշաբթի, հուլիսի 10, 2018

Խնդիր 4. Կոռորդինատական հարթության վրա բնական կոռորդինատներով (x, y) այն կեպերը, որոնց համար x և y կոռորդինատները չեն գերազանցում 20-ը կանվանենք ”աղյուսակային կեպեր”:

Սկզբում բոլոր 400 աղյուսակային կեպերն ազար են: Գուրգենն ու Սմբադը հերթով քայլեր են կափարում, ընդ որում սկսում է Գուրգենը: Իր քայլով Գուրգենը զբաղեցնում է որևէ ազար աղյուսակային կեպ՝ վրան դնելով կարմիր քար, ընդ որում կարմիր քարեր պարունակող ցանկացած երկու աղյուսակային կեպերի միջև եղած հեռավորությունը պեսքը է փարբեր լինի $\sqrt{5}$ -ից: Իր քայլին Սմբադը զբաղեցնում է ցանկացած ազար աղյուսակային կեպ՝ վրան դնելով կապույտ քար: (Կապույտ քարի զբաղեցրած աղյուսակային կեպի հեռավորությունը այլ քարի կողմից զբաղեցված աղյուսակային կեպից կարող է լինել ցանկացած:) Խաղը դադարում է հենց որ խաղացողներից որևէ մեկը չի կարողանում քայլ կափարել:

Գրինել K -ի ամենամեծ արժեքը, որ Գուրգենը ի վիճակի է դեղադրել առնվազն K կարմիր քար՝ անկախ Սմբադի գործողություններից:

Խնդիր 5. Դիցուք փրկած է բնական թվերի a_1, a_2, \dots անվերջ հաջորդականությունը: Տայֆնի է, որ գոյություն ունի $N > 1$ բնական թիվ, որ ցանկացած $n \geq N$ թվի համար

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

արգահայքության արժեքը բնական թիվ է: Ապացուցել, որ գոյություն ունի M բնական թիվ, որ ցանկացած $m \geq M$ թվի համար գեղի ունի $a_m = a_{m+1}$ հավասարությունը:

Խնդիր 6. Դիցուք $ABCD$ ուռուցիկ քառանկյան համար $AB \cdot CD = BC \cdot DA$: Դիցուք $ABCD$ քառանկյան ներսում նշված է X կեպն այսպես, որ

$$\angle XAB = \angle XCD \quad \text{և} \quad \angle XBC = \angle XDA :$$

Ապացուցել, որ $\angle BXA + \angle DXC = 180^\circ$: