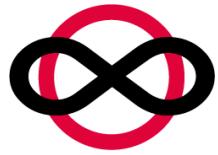


الاثنين ١٨-٧-٢٠١١

١. لكل مجموعة $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ مكونة من أربعة أعداد صحيحة موجبة و مختلفة، يجعل $a_i + a_j < i < j \leq 4$ حيث $1 \leq i < j \leq 4$. ليكن $n_A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ يقسم S_A . جد جميع المجموعات A المكونة من أربعة أعداد صحيحة مختلفة و التي يجعل n_A أكبر ما يمكن.
٢. لتكن S مجموعة منتهية مكونة من نقطتين على الأقل في المستوى. لنفرض عدم وجود ثلاث نقاط على استقامة واحدة في S . نطلق على العملية التالية اسم طاحونة الهواء: نبدأ بمستقيم l يمر بنقطة واحدة $P \in S$ ، ثم ندير l باتجاه عقارب الساعة حول مركز الدوران P حتى يمر على أول نقطة Q في S مختلفة عن P . النقطة Q تصبح مركز الدوران الجديد للمستقيم l الذي يدور حولها باتجاه عقارب الساعة إلى أن يلتقي مع نقطة في S ، و هكذا تستمر هذه العملية ما لا نهاية من المرات. بُين أنه يمكننا اختيار نقطة P في S و مستقيم مناسب l يمر في P بحيث أن الطاحونة الناتجة تمر على جميع نقاط S كمراكثر دوران بعدد لا نهائي من المرات.
٣. لتكن $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ دالة من مجموعة الأعداد الحقيقة إلى نفسها و تحقق ما يلي

$$f(x+y) \leq yf(x) + f(f(x))$$

لكل الأعداد الحقيقة x و y . برهن أن $f(x) = 0$ لـ $x \leq 0$



الثلاثاء ١٩-٧-٢٠١١

٤- ليكن $n > 0$ عدداً صحيحاً. لدينا ميزان بكتفين و n من الأثقال قيمها $2^0, 2^1, \dots, 2^{n-1}$. نضع هذه الأثقال على الميزان واحداً تلو الآخر من خلال n من الحركات المتالية ، بحيث لا ترجم الكفة اليمنى على اليسرى في أي حال من الأحوال. في كل حركة نختار واحداً من الأثقال التي لم نضعها على الميزان بعد ثم نضعه إما على الكفة اليمنى أو اليسرى و نستمر إلى أن ننتهي من وضع جميع الأثقال.

جد عدد الطرق المختلفة التي يمكن من خلالها أن ننفذ هذه الحركات المتالية

٥- لتكن f دالة من مجموعة الأعداد الصحيحة إلى مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة. لنفرض انه لكل عددين صحيحين m و n ، المقدار $f(m) - f(n)$ يقبل القسمة على $f(m-n)$. لكل الأعداد الصحيحة m و n بحيث $f(m) \leq f(n)$ ، يبرهن أن العدد $f(n)$ يقبل القسمة على $, f(m)$

٦- لدينا مثلث ABC حاد الزوايا و Γ الدائرة المارة برؤوسه. ليكن l مستقيماً مماساً للدائرة Γ .
لتكن l_a, l_b, l_c المستقيمات المعاكسة من المستقيم (المناظرة للمستقيم) l نسبة إلى المستقيمات l_a, l_b, l_c على الترتيب. بين أن الدائرة المحيطة برؤوس المثلث المتعين بالمستقيمات l_a, l_b, l_c تمس الدائرة Γ .