Bazar ertəsi, 11 iyul, 2016

Məsələ 1. BCF üçbucağında B düz bucaqdır. CF düz xətti üzərində A nöqtəsi elə götürülmüşdür ki, $FA = FB$ və F nöqtəsi A ilə C arasındadır. D nöqtəsi elə seçilmişdir ki, $DA = DC$ və AC düz xətti $\angle DAB$ bucağının tənbölənidir. E nöqtəsi elə seçilmişdir ki, $EA = ED$ və AD düz xətti $\angle EAC$ bucağının tənbölənidir. M nöqtəsi CF -in orta nöqtəsi olsun. X nöqtəsi elə götürülmüşdür ki, $AMXE$ paraleloqramdır ($AM \parallel EX$ və $AE \parallel MX$). İsbat edin ki, BD, FX, və ME düz xətləri bir nöqtədə kəsişir.

Məsələ 2. Bütün elə müsbət tam n ədədlərini tapın ki, $n \times n$ ölçülü cədvəlin hər bir xanası I, M və O hərflərindən biri ilə elə doldurula bilər ki:

- hər sətirdə və hər sütunda, hərflərin üçdə biri I, üçdə biri M və üçdə biri O olsun; və
- xanalarının sayı 3-ün misli olan hər hansı dioqnalda, hərflərin üçdə biri I, üçdə biri M və üçdə biri O olsun.

Qeyd: $n \times n$ ölçülü cədvəlin sətirləri və sütunları təbii şəkildə 1-dən n -ə qədər nömrələnmişdir. Beləliklə hər bir xana $1 \leq i, j \leq n$ olmaqla müsbət tam bir (i, j) cütlüyünə uyğun gəlir. $n > 1$ üçün, bu cədvəlin ümumi sayı $4n - 2$ olmaqla iki növ *dioqnalı* var: birinci növ hər bir dioqnal $i + j$ müəyyən bir sabit olacaq şəkildə bütün (i, j) xanalarından ibarətdir, ikinci növ hər bir dioqnal isə $i - j$ müəyyən bir sabit olacaq şəkildə bütün (i, j) xanalarından ibarətdir.

Məsələ 3. Müstəvidə $P = A_1A_2 \dots A_k$ qabarıq çoxbucaqlısı verilmişdir. $A_1, A_2, \dots, A_k$ təpə nöqtələri tam koordinatlara malikdir və bir çevrə üzərində yerləşir. P-nin sahəsi S olsun. Elə müsbət tək n tam ədədi verilmişdir ki, P-nin hər bir tərəfinin uzunluğunun kvadratı n-ə tam bölünən tam ədəddir. İsbat edin ki, $2S$ ədədi n -ə tam bölünən tam ədəddir .

Çərşənbə axşamı, 12 iyul, 2016

Məsələ 4. Müsbət tam ədədlərdən ibarət çoxluq o zaman *ətirli* adlandırılır ki, onun ən azı iki elementi olsun və hər bir elementinin digər elementlərdən ən azı biri ilə ortaq sadə vuruğu olsun. $P(n) = n^2 + n + 1$ olsun. b-nin hansı mümkün ən kiçik müsbət tam qiyməti üçün elə mənfi olmayan a tam ədədi mövcuddur ki,

$$\{P(a+1), P(a+2), \ldots, P(a+b)\}$$

çoxluğu ətirlidir?

Məsələ 5. Lövhə üzərində hər iki tərəfdə 2016 xətti vuruğu olan

$$(x-1)(x-2)\cdots(x-2016) = (x-1)(x-2)\cdots(x-2016)$$

tənliyi yazılmışdır. k-nın hansı mümkün ən kiçik qiyməti üçün bu 4032 xətti vuruqdan elə dəqiq k sayda vuruğu silmək olar ki, hər tərəfdə an azı bir vuruq qalsın və alınan tənliyin həqiqi həlli olmasın?

Məsələ 6. Müstəvidə $n \geq 2$ düz xətt parçası verilmişdir, belə ki, istənilən iki parça daxili nöqtələrində kəsişir və istənilən üç parça bir nöqtədə kəsişmir. Cəfər hər bir düz xətt parçasının bir uc nöqtəsini seçəcək və oraya üzü həmin parçanın digər uc nöqtəsinə baxan bir qurbağa yerləşdirəcək. Daha sonra Cəfər $n-1$ dəfə əl çalacaq. O hər dəfə əl çalanda, hər bir qurbağa dərhal öz düz xətt parçası üzərində irəlidəki növbəti kəsişmə nöqtəsinə tullanır. Qurbağalar tullanma istiqamətlərini heç dəyişmir. Cəfər qurbağaları elə yerləşdirmək istəyir ki, istənilən iki qurbağa eyni anda eyni kəsişmə nöqtəsini tutmasın.

(a) İsbat edin ki, əgər n təkdirsə Cəfər həmişə istəyini yerinə yetirə bilər.

(b) İsbat edin ki, əgər n cütdürsə Cəfər heç vaxt istəyini yerinə yetirə bilməz .