Çərşənbə axşamı , 8 iyul 2014.

Məsələ 1. $a_0 < a_1 < a_2 < \cdots$ sonsuz müsbət tam ədədlər ardıcıllığı verilmişdir. İsbat edin ki,

$$a_n < \frac{a_0 + a_1 + \cdots + a_n}{n} \leq a_{n+1}$$

şərtini ödəyən yeganə $n \geq 1$ tam ədədi mövcüddur.

Məsələ 2. Tutaq ki, $n \geq 2$ tam ədəddir. n^2 sayda vahid kvadratlardan ibarət olan $n \times n$ ölçülü şahmat taxtası verilmişdir. Hər bir sətir və hər bir sütunda tam olaraq bir top (şahmat fiquru) olmaq şərti ilə n sayda top fiqurunun bu şahmat taxtasının damaları üzərində düzülüşünə *"sülhsevər"* düzülüş deyək. Elə ən böyük müsbət tam k ədədini tapın ki, n sayda top fiqurunun hər bir *"sülhsevər"* düzülüşü üçün elə bir $k \times k$ kvadratı mövcüddur ki, onun hər bir k^2 sayda vahid kvadratlarının üzərində top fiquru olmasın.

Məsələ 3. $ABCD$ qabarıq dördbucaqlısı verilmişdir. Məlumdur ki, $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$. A təpə nöqtəsindən BD tərəfinə endirilmiş hündürlüyün oturacağı H nöqtəsi olsun. AB və AD parçaları üzərində uyğun olaraq S və T nöqtələri elə götürülmüşdür ki, H nöqtəsi SCT üçbucağının daxilində yerləşir və

$$\angle CHS - \angle CSB = 90^\circ, \quad \angle THC - \angle DTC = 90^\circ.$$

İsbat edin ki, BD düz xətti TSH üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrənin toxunanıdır.

Language: Azerbaijan

İmtahana ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə

Hər sual 7 bal dəyərindədir.

Çərşənbə , 9 iyul 2014.

Məsələ 4. İtibucaqlı ABC üçbcağının BC tərəfi üzərində P və Q nöqtələri elə götürülmüşdür ki, $\angle PAB = \angle BCA$ və $\angle CAQ = \angle ABC$. Bundan başqa AP və AQ düz xətləri üzərində uyğun olaraq M və N nöqtələri elə seçilmişdir ki, P nöqtəsi AM parçasının, Q nöqtəsi isə AN parçasının orta nöqtəsidir. İsbat edin ki, BM və CN düz xətləri ABC üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrə üzərində kəsişirlər.

Məsələ 5. Cape Town bankı hər bir müsbət tam n üçün dəyəri $\frac{1}{n}$ olan qəpiklər (pul sikkələri) buraxır. Bu qəpiklərdən ibarət elə bir sonlu dəst verilmişdir ki, bu dəstdə olan qəpiklərin ümumi dəyərlərinin cəmi $99+\frac{1}{2}$ aşmır (qəpiklərin dəyərlərinin fərqli olması vacib deyil). İsbat edin ki, bu dəstin bütün qəpiklərini elə 100 və ya daha az sayda qruplara bölmək olar ki, hər bir qrupda olan qəpiklərin dəyərlərinin cəmi 1-dən böyük olmasın.

Məsələ 6. Əgər müstəvidə verilmiş düz xətlərdən ixtiyari ikisi paralel deyilsə və ixtiyari üçü eyni bir nöqtədə kəsişmirlərsə onda bu düz xətlər çoxluğu "ümumi mövqe" – dədir deyilir. "Ümumi mövqe" – nin düz xətlər çoxluğu müstəvini hissələrə ayırır. Bu hissələrdən sonlu sahəyə malik olanları *"məhdud"* hissələr adlandıraq. İsbat edin ki, bütün kifayət qədər böyük n-lər üçün aşağıdakı hökm doğrudur: ümumi mövqe -nin hər bir n sayda düz xəttdən ibarət olan çoxluğunda ixtiyari məhdud hissələrin sərhədləri tamamilə mavi rəng ilə rənglənməməsi şərti ilə, ən azı $\sqrt{n}$ sayda düz xətti mavi rəng ilə rəngləmək mümkündür.

Qeyd: Sualı $\sqrt{n}$ əvəzinə $c\sqrt{n}$ ilə isbat edilmiş hər hansı bir nəticə c sabitindən asılı olaraq qiymətləndiriləcəkdir.

Language: Azerbaijan

İmtahana ayrılan vaxt: 4 saat 30 dəqiqə

Hər sual 7 bal dəyərindədir.