

Երկուշաբթի, 11 հուլիսի 2022

Խնդիր 1. Մկրտչյան Բանկը թողարկում է երկու տիպի կոպեկներ՝ այլումինե ( $A$ ) և բրոնզե ( $B$ ): Արեգն, իրար կողք, որևէ հերթականությամբ շարել է  $n$  հատ այլումինե և  $n$  հատ բրոնզե կոպեկ: Իրար կողք շարված նույն տիպի կոպեկների ցանկացած հաջորդականություն կոչվում է շղթա: Տրված  $k \leq 2n$  բնական թվի համար Արեգը հաջորդաբար կատարում է հետևյալ քայլը. ընտրում է ձախից հաշված  $k$ -րդ կոպեկը պարունակող ամենաերկար շղթան և այդ շղթայի բոլոր կոպեկները տեղափոխում շարքի ձախ ծայր: Ստորև պատկերված է  $n = 4$  դեպքում  $AABBBABA$  շարվածքի համար սկզբի քայլերը  $k = 4$  դեպքում.

$AABBBABA \rightarrow BBBAAABA \rightarrow AAABBBBA \rightarrow BBBBAAAA \rightarrow BBBBAAAA \rightarrow \dots$ :

Գտնել բոլոր  $(n, k)$ ,  $1 \leq k \leq 2n$  թվազույգերը, որ անկախ կոպեկների սկզբնական դասավորվածությունից, քայլեր կատարելու ընթացքում ինչ որ պահի ձախ ծայրի բոլոր  $n$  կոպեկները կլինեն նույնը:

Խնդիր 2. Դիցուք  $\mathbb{R}^+$ -ը դրական իրական թվերի բազմությունն է: Գտնել բոլոր  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  ֆունկցիաները, որ ցանկացած  $x \in \mathbb{R}^+$  դրական թվի համար գոյություն ունի ճիշտ մեկ  $y \in \mathbb{R}^+$  դրական թիվ, որի համար տեղի ունի

$$xf(y) + yf(x) \leq 2$$

հավասարությունը:

Խնդիր 3. Դիցուք  $k$ -ն բնական թիվ է, իսկ  $S$ -ը կենտ պարզ թվերի որևէ վերջավոր բազմություն է:  $S$  բազմության թվերը շրջանագծի երկայնքով փորձում են շարել այնպես, որ իրար կողք գրված երկու թվերի արտադրյալն ունենա  $x^2 + x + k$  տեսքը, որտեղ  $x$ -ը բնական թիվ է: Ապացուցել, որ գոյություն ունի այդպիսի դասավորության առավելագույնը մեկ տարբերակ (պտտելով և դասավորության ուղղությունը շրջելով ստացված դասավորությունները համարել նույնը):

Երեքշաբթի, 12 հուլիսի 2022

Խնդիր 4. Դիցուք  $ABCDE$ -ն ուռուցիկ հնգանկյուն է, ընդ որում  $BC = DE$ : Դիցուք  $ABCE$ -ի ներսում ընտրել են որևէ  $T$  կետ այնպես, որ  $TB = TD$ ,  $TC = TE$  և  $\angle ABT = \angle TCA$ : Դիցուք  $AB$  ուղիղը  $CD$  և  $CT$  ուղիղները հատում է համապատասխանաբար  $P$  և  $Q$  կետերում, ընդ որում  $P, B, A, Q$  կետերը ուղղի վրա շարված են նշված հերթականությամբ: Հանգուցորեն  $AE$  ուղիղը  $CD$  և  $DT$  ուղիղները հատում է համապատասխանաբար  $R$  և  $S$  կետերում, իսկ  $R, E, A, S$  կետերը ուղղի վրա շարված են նշված հերթականությամբ: Ապացուցել, որ  $P, S, Q, R$  կետերը գտնվում են մեկ շրջանագծի վրա:

Խնդիր 5. Գտնել բնական թվերի բոլոր  $(a, b, p)$  եռյակները, որտեղ  $p$ -ն պարզ թիվ է և տեղի ունի

$$a^p = b! + p$$

հավասարությունը:

Խնդիր 6. Դիցուք  $n$ -ը որևէ բնական թիվ է: Կասենք, որ  $n \times n$  չափանի աղյուսակը Մաթեմատիկայի լեռնաշխարհի է, եթե նրա վանդակներում գրված են 1-ից մինչև  $n^2$  բոլոր բնական թվերը, ընդ որում յուրաքանչյուր վանդակ պարունակում է ճիշտ մեկ թիվ: Իրարից տարբեր երկու վանդակներ կոչվում են հարևան, եթե նրանք ունեն ընդհանուր կողմ: Աղյուսակի վանդակը կոչվում է հարթավայր, եթե իր մեջ գրված թիվը փոքր է իր հարևան վանդակներում գրված բոլոր թվերից: Վերելք է կոչվում մեկ կամ մի քանի վանդակների հաջորդականությունը, որի համար միաժամանակ տեղի ունեն հետևյալ պայմանները.

- (i) հաջորդականության առաջին վանդակը հարթավայր է,
- (ii) հաջորդականության ամեն հաջորդ վանդակ նախորդի հարևան է,
- (iii) հաջորդականության վանդակներում գրված թվերը դասավորված են աճման կարգով:

Տրված  $n$ -ի համար գտնել Մաթեմատիկայի լեռնաշխարհում առկա վերելքների հնարավոր փոքրագույն քանակը: