

49th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD  
MADRID (SPAIN), JULY 10-22, 2008

Хувьсар, 2008. 07. 16

**Бодлого 1.** Хүрэц овогод нурваалжин ABC-ийн онд-рүүдийн отходын дээр нь H. BC талын дундагар дээр төвтэй H цэнийн дайрсан тойрот нь BC ишүүчүүдэд A<sub>1</sub> ба A<sub>2</sub> цэгүүдэд ортолкоо. Мөн агуулар CA талын дундагар дээр төвтэй H цэнийн дайрсан тойрот нь CA ишүүчүүдэд B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> цэгүүдэд ортолкоо, AB талын дундагар дээр төвтэй H цэнийн дайрсан тойрот нь AB ишүүчүүдэд C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> цэгүүдэд ортолкоо. A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> цэгүүд нээгдэж байгаа тойрот дээр оршиж болж байгаа.

**Бодлого 2.** а)  $xyz=1$  байх албан нь 1-ээс 812гаатай  $x, y, z$  бодлт төокүүдлийн хувьс  $\frac{x^2}{(x-1)^2} + \frac{y^2}{(y-1)^2} + \frac{z^2}{(z-1)^2} \geq 1$

байхын дамал

б) Энд тэнцэл биехж байхаар  $xyz=1$  ба албан нь 1-ээс 812гаатай байх рууничийн төокүүдлийн  $x, y, z$ -ийн төгсчлэгийн олон нурвал сэдохын дамал

**Бодлого 3.**  $n^2+1$  тоо  $2n+\sqrt{2n}$ -ээс их ажлын тоон хувсаагчай байх төгсчлэгийн олон наигэрэл тоо нь оршиж болж байгаа.

Language: Mongolian

Хуучас: Чуад Занданшүүт  
Бодлого дүр 7 оногийн



**49th INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD  
MADRID (SPAIN), JULY 10-22, 2008**

Nyssb, 2008. 07. 17

Богородицк.  $wx = yz$  барын әмбэр жөрөз берді болат тоо  $w, x, y, z$  үшін

$$\frac{(f(\omega))^2 + (f(x))^2}{f(y^2) + f(z^2)} = \frac{\omega^2 + x^2}{y^2 + z^2}$$

Баңдағы  $f: (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$  функциясы (зерттегі) болған тоқтап жүргізу үшін деңгээлдегі тоқтап жүргізу аңғарасынан орында.

Бодсого 5. Натурагад тоо н, к нь күн ба к-н-тээдээ тоо байх. 1, 2, ..., 2<sup>n</sup> дараалуулжийн энэ чигийн нь нь ийн ассан эсвэл чигарсан төвлөрөлтэй нь ижилж оршиж чадна. Энэхүү бүх чигдэг чигарсан байв. Дараах ажлынчилж эрээнийгээрэх дараалуулж авч чадах: ажам бурдаад яг нь чигдэг төлөөхөө эсрэгээрээ боргилж (ассакаас чигарсаныг явах чигарсаны ассакаа гэнэ).

1-ээс н дулааргай чийдэгчүүд ассан, н+1-ээс 2н дулааргай нь үнгарсан 290тн төлөвгүй хүрээгээр к ахмадас тогхж дараалжүүдэйн тоор N-ээр, харин н+1-ээс 2н дулааргай чийдэгчүүдийн нэг нь 2 төлөвөөс ослжүйээр 1-ээс н дулааргай нь ассан, н+1-ээс 2н дулааргай нь үнгарсан 290тн төлөвгүй хүрээгээр к ахмаджүүдэйн дараалжүүдэйн тоор M-ээр гэмжилжээ. N/M харьцааг 01.

**Бодлог 6.** ABCD-чийн дөрвөн танхмогод  $|BA| \neq |BC|$  байж  
ABC ба ADC түрвалж күүдэг батсан тойргүүдэгт нь ба ш  
и. BA цахилгийн А цэргээс удаш, BC цахилгийн C-ээс  
удаш ширгэдэг, мөн AD ба CD ширгүүдэг ширгэдэг,  
тэг тойрог оршидог гэ. нь ба ш тойргүүдэг ширгэдэг  
загаад ширгэдэг нь нь тойрог 97 эр олон тохиолддог байж