Bazar ertəsi, 9 iyul 2018-ci il.

Məsələ 1. İtibucaqlı ABC üçbucağının xaricinə çəkilmiş çevrəni Γ ilə işarə edək. AB və AC parçaları üzərində uyğun olaraq D və E nöqtələri elə götürülmüşdür ki, $AD = AE$ olsun. BD və CE parçalarının hər birinin perpendikulyar tənböləni Γ çevrəsinin kiçik olan $\widehat{AB}$ və $\widehat{AC}$ qövslərini uyğun olaraq F və G nöqtələrində kəsir. İsbat edin ki, DE və FG düz xətləri biri-birinə paraleldirlər və ya üst-üstə düşürlər.

Məsələ 2. Elə bütün $n \geq 3$ tam ədədlərini müəyyən edin ki, $a_{n+1} = a_1$, $a_{n+2} = a_2$ və hər bir $i = 1, 2, \ldots, n$ üçün

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

şərtlərini ödəyən $a_1, a_2, \ldots, a_{n+2}$ həqiqi ədədləri mövcüd olsun.

Məsələ 3. Ədədlərdən ibarət olan və bərabərtərəfli üçbucaq formasında qurulan *anti-Paskal üçbucağının* ən son sətirindəki ədədlər istisna olmaqla hər bir ədəd, onun tam altında yerləşən iki ədədin fərqinin mütləq qiymətinə bərabərdir. Məsələn aşağıda göstərilən dörd sətirli bərabərtərəfli anti-Paskal üçbucağı 1-dən 10-dək hər bir tam ədəd istifadə olunmaqla qurulmuşdur:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 4 & & & \\ & & 2 & & 6 & & \\ & 5 & & 7 & & 1 & \\ 8 & & 3 & & 10 & & 9. \end{array}$$

1-dən $1 + 2 + \cdots + 2018$ ədədinədək tam ədədlərin hər birini istifadə etməklə 2018 sətirdən ibarət bərabərtərəfli anti-Paskal üçbucağını qurmaq mümkündürmü?

Language: Azerbaijani

İmtahan ayrılan vaxt 4 saat 30 dəqiqə.
Hər sual 7 bal ilə qiymətləndirilir.

Çərşəmbə axşamı, 10 iyul 2018-ci il.

Məsələ 4. Koordinat müstəvisində (x, y) nöqtələri verilmişdir. Belə ki, bu nöqtələrin koordinatları olan x və y ədədləri tam ədəd olub 20-dən kiçik və ya bərabərdir.

Başlanqıcda 400 nöqtənin heç birinə daş qoyulmamışdır. Azər və Leyla növbə ilə gediş edirlər. İlk gedişi Azər edir. Azər hər gedişində boş olan nöqtələrdən hər hansı birinə yeni bir qırmızı daş yerləşdirir, belə ki, qırmızı daş olan istənilən iki nöqtə arasındakı məsafə $\sqrt{5}$ -ə bərabər ola bilməz. Leyla isə hər gedişində boş olan nöqtələrdən hər hansı birinin üzərinə yeni bir mavi daş yerləşdirir. (Mavi daş olan nöqtə ilə digər ixtiyari nöqtələr arasındakı məsafə üçün heç bir şərt verilməmişdir). Azər və Leyladan hər hansı biri öz növbəsində gediş edə bilmədiyi təqdirdə oyun bitmiş sayılır.

Leylanın mavi daşları necə yerləşdirməsindən asılı olmayaraq Azər ən azı K sayda qırmızı daş yerləşdirə bilirsə , K-nın mümkün ən böyük qiymətini tapın.

Məsələ 5. $a_1, a_2, \ldots$ - müsbət tam ədədlərdən ibarət sonsuz ardıcıllıq verilmişdir. Fərz edək ki, elə bir $N > 1$ tam ədədi mövcüddur ki, istənilən $n \geq N$ üçün

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

tam ədəddir. İsbat edin ki, elə müsbət tam M ədədi vardır ki, bütün $m \geq M$ üçün $a_m = a_{m+1}$ olar.

Məsələ 6. Qabarıq $ABCD$ dördbucaqlısı üçün $AB \cdot CD = BC \cdot DA$ şərti ödənilir. $ABCD$ dördbucaqlısının daxilində X nöqtəsi elə seçilir ki,

$$\angle XAB = \angle XCD \text{ və } \angle XBC = \angle XDA$$

şərtləri ödənilir. İsbat edin ki, $\angle BXA + \angle DXC = 180°$.

Language: Azerbaijani

İmtahan ayrılan vaxt 4 saat 30 dəqiqə.
Hər sual 7 bal ilə qiymətləndirilir.