



Language: Indonesian

Day: 1

Senin, 11 Juli 2016

**Soal 1.** Segitiga  $BCF$  siku-siku di sudut  $B$ . Misalkan  $A$  adalah titik pada garis  $CF$  sehingga  $FA = FB$  dan  $F$  terletak di antara  $A$  dan  $C$ . Titik  $D$  dipilih sehingga  $DA = DC$  dan  $AC$  adalah garis bagi  $\angle DAB$ . Titik  $E$  dipilih sehingga  $EA = ED$  dan  $AD$  adalah garis bagi  $\angle EAC$ . Misalkan  $M$  adalah titik tengah  $CF$ . Misalkan  $X$  adalah suatu titik sehingga  $AMXE$  merupakan jajargenjang (dimana  $AM \parallel EX$  dan  $AE \parallel MX$ ). Buktikan bahwa garis  $BD$ ,  $FX$ , dan  $ME$  berpotongan di satu titik.

**Soal 2.** Cari semua bilangan asli  $n$  sehingga setiap kotak dari tabel  $n \times n$  dapat diisi dengan salah satu dari huruf  $I$ ,  $M$ , dan  $O$  sedemikian sehingga:

- di setiap baris dan kolom, sepertiga diantaranya berisi  $I$ , sepertiga diantaranya berisi  $M$ , dan sepertiga diantaranya berisi  $O$ ; dan
- pada setiap diagonal, jika banyaknya kotak pada diagonal tersebut merupakan kelipatan 3, maka sepertiga diantaranya berisi  $I$ , sepertiga diantaranya berisi  $M$ , dan sepertiga diantaranya berisi  $O$ .

**Catatan:** Baris dan kolom dari suatu tabel  $n \times n$  masing-masing dilabeli dengan 1 sampai  $n$  secara berurutan. Maka setiap kotak dilabeli dengan suatu pasangan bilangan asli  $(i, j)$  dengan  $1 \leq i, j \leq n$ . Untuk  $n > 1$ , tabel tersebut memiliki  $4n - 2$  diagonal yang terdiri atas dua tipe. Suatu diagonal tipe pertama memuat semua kotak  $(i, j)$  dengan  $i + j$  konstan, dan suatu diagonal tipe kedua memuat semua kotak  $(i, j)$  dengan  $i - j$  konstan.

**Soal 3.** Misalkan  $P = A_1A_2 \dots A_k$  adalah suatu poligon konveks pada bidang. Titik-titik sudut  $A_1, A_2, \dots, A_k$  mempunyai koordinat bilangan bulat dan terletak pada sebuah lingkaran. Misalkan  $S$  adalah luas dari  $P$ . Suatu bilangan asil ganjil  $n$  diberikan sedemikian sehingga kuadrat setiap sisi dari  $P$  adalah bilangan bulat yang habis dibagi  $n$ . Buktikan bahwa  $2S$  adalah bilangan bulat yang habis dibagi  $n$ .



Language: Indonesian

Day: 2

Selasa, 12 Juli 2016

**Soal 4.** Suatu himpunan bilangan asli dikatakan *harum* jika memiliki setidaknya dua anggota dan masing-masing anggota mempunyai faktor prima persekutuan dengan setidaknya satu anggota lainnya. Misalkan  $P(n) = n^2 + n + 1$ . Berapakah bilangan asli terkecil  $b$  yang mungkin agar terdapat suatu bilangan bulat non-negatif  $a$  sehingga himpunan

$$\{P(a+1), P(a+2), \dots, P(a+b)\}$$

harum?

**Soal 5.** Persamaan

$$(x-1)(x-2) \cdots (x-2016) = (x-1)(x-2) \cdots (x-2016)$$

ditulis di papan, dengan 2016 faktor linear pada masing-masing sisi. Berapakah bilangan asli terkecil  $k$  supaya dimungkinkan untuk menghapus tepat  $k$  dari 4032 faktor linear tersebut sedemikian sehingga masing-masing sisi memiliki setidaknya satu faktor dan persamaan yang tersisa tidak mempunyai solusi real?

**Soal 6.** Terdapat  $n \geq 2$  segmen garis pada bidang sehingga setiap dua segmen berpotongan, dan tidak ada tiga segmen yang bertemu pada satu titik. Cecep harus memilih salah satu titik ujung dari masing-masing segmen dan meletakkan seekor katak disana, menghadap ke titik ujung lainnya. Kemudian dia akan bertepuk tangan sebanyak  $n - 1$  kali. Setiap kali dia bertepuk tangan, masing-masing katak akan melompat maju ke titik potong berikutnya pada segmen tersebut. Katak tidak pernah mengubah arah lompatannya. Cecep ingin meletakkan katak-katak tersebut sedemikian sehingga tidak ada dua katak yang menempati titik perpotongan yang sama pada saat yang sama.

- Buktikan bahwa keinginan Cecep dapat selalu terpenuhi jika  $n$  ganjil.
- Buktikan bahwa keinginan Cecep tidak akan pernah terpenuhi jika  $n$  genap.