**الجمعة 10 تموز 2015**

**المسألة 1** : نقول عن مجموعة منتهية $S$ من النقاط في المستوي إنها *متوازنة* إذا كان من أجل أي نقطتين مختلفتين $A$ و $B$ في $S$ توجد نقطة $C$ في $S$ بحيث يكون $AC = BC$ . نقول عن $S$ إنها *بدون مركز* إذا كان من أجل أي ثلاث نقاط مختلفة $A, B, C$ في $S$ لا توجد نقطة $P$ في $S$ بحيث يكون $PA = PB = PC$ .

(a) بيّن أنه من أجل جميع الأعداد الصحيحة $n \geq 3$ توجد مجموعة متوازنة مؤلفة من $n$ نقطة .

(b) أوجد جميع الأعداد الصحيحة $n \geq 3$ التي من أجلها توجد مجموعة متوازنة بدون مركز مؤلفة من $n$ نقطة .

**المسألة 2** : أوجد جميع الثلاثيات $(a, b, c)$ من الأعداد الصحيحة الموجبة تماماً التي من أجلها يكون كلٌ من الأعداد

$$ca - b, \quad bc - a, \quad ab - c$$

قوةً للعدد $2$ .

( قوة العدد $2$ هي أي عدد صحيح من الشكل $2^n$ حيث $n$ عدد صحيح أكبر أو يساوي الصفر . )

**المسألة 3** : ليكن $ABC$ مثلثاً حاد الزوايا فيه $AB > AC$ . لتكن $\Gamma$ الدائرة المارة برؤوسه ، $H$ نقطة تلاقي ارتفاعاته ، $F$ مرتسم النقطة $A$ على الضلع $BC$ . لتكن $M$ منتصف الضلع $BC$ . لتكن $Q$ نقطة من الدائرة $\Gamma$ بحيث يكون $\angle HQA = 90^\circ$ ولتكن $K$ نقطة من الدائرة $\Gamma$ بحيث يكون $\angle HKQ = 90^\circ$ . نفترض أن النقاط $A, B, C, K, Q$ مختلفة وأنها على الدائرة $\Gamma$ بهذا الترتيب . أثبت أن الدائرة المارة من رؤوس المثلث $KQH$ والدائرة المارة من رؤوس المثلث $FKM$ متماستان .

*Language : Arabic Syrian*

**المدة : 4 ساعات ونصف الساعة**

**لكل مسألة 7 درجات**

Language: **Arabic (Syrian)**

Day: **2**

**السبت 11 تموز 2015**

**المسألة 4** : ليكن $ABC$ مثلثاً ، $\Omega$ الدائرة المارة برؤوسه مركزها $O$ . $\Gamma$ دائرة مركزها $A$ تقطع الضلع $BC$ في نقطتين $D$ و $E$ بحيث تكون النقاط $B,D,E,C$ مختلفة وتقع على المستقيم $BC$ بهذا الترتيب . لتكن $F$ و $G$ نقطتي تقاطع الدائرتين $\Gamma$ و $\Omega$ بحيث تكون النقط $A,F,B,C,G$ واقعة على $\Omega$ بهذا الترتيب . لتكن $K$ النقطة الأخرى لتقاطع الدائرة المارة من رؤوس المثلث $BDF$ مع الضلع $AB$ . لتكن $L$ النقطة الأخرى لتقاطع الدائرة المارة من رؤوس المثلث $CGE$ مع الضلع $CA$ . بفرض أن المستقيمين $FK,GL$ مختلفان و يتقاطعان في نقطة $X$ فأثبت النقطة $X$ تقع على المستقيم $AO$ .

**المسألة 5** : لتكن $\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية . أوجد جميع التوابع $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ التي تحقق

$$f(x+f(x+y))+f(xy)=x+f(x+y)+yf(x)$$

لأجل جميع الأعداد الحقيقية $x,y$ .

**المسألة 6** : متتالية الأعداد الصحيحة $a_1,a_2,\cdots$ تحقق الشرطين التاليين :

(i) $1\le a_j\le 2015$ لأجل جميع $j\ge 1$ .

(ii) $k+a_k\ne \ell+a_\ell$ لأجل جميع $1\le k<\ell$ .

أثبت أنه يوجد عددان صحيحان موجبان تماماً $b$ و $N$ بحيث يتحقق :

$$\left|\sum_{j=m+1}^{n}(a_j-b)\right|\le 1007^2$$

لأجل جميع الأعداد الصحيحة $n,m$ التي تحقق $n>m\ge N$ .

*Language : Arabic Syrian*

**المدة : 4 ساعات ونصف الساعة**

**لكل مسألة 7 درجات**