



ოქტომბერი 7, 2010

**ამოცანა 1.** იპოვეთ  $y$ -ს ისეთი  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ფუნქცია, რომლისთვისაც

$$f([x]y) = f(x)[f(y)]$$

თითოეული  $x, y \in \mathbb{R}$  რიცხვისთვის. (აქ  $[z]$  აღნიშნავს  $z$ -ის მთელი ნაწილს, რომელიც ნაკლებია ან ტოლია  $z$ -ს.)

**ამოცანა 2.** ვთქვათ,  $I$  არის  $ABC$  სამკუთხედის ცენტრი, ხოლო  $\Gamma$  კი  $ABC$  სამკუთხედის სიმედიანის წერტილი. ვთქვათ,  $AI$  წრეკვეთს  $\Gamma$ -ს წერტილში  $D$ . ვთქვათ,  $E$  წერტილია  $BC$ -ზე, ხოლო  $F$  წერტილია  $AC$ -ზე, რომ

$$\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC.$$

დავთვალოთ,  $G$  არის  $EF$  მონაკვეთის საშუალო წერტილი. დავამტკიცოთ, რომ  $DG$  და  $AI$  წრეკვეთის წერტილია მხოლოდ  $\Gamma$ -ს წერტილზე.

**ამოცანა 3.** ვთქვათ,  $\mathbb{N}$  არის ნატურალური რიცხვთა სიმრავლე. იპოვეთ  $y$ -ს ისეთი  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  ფუნქცია, რომ

$$(g(m) + n)(m + g(n))$$

ყოველი  $m, n \in \mathbb{N}$  რიცხვისათვის.



*xuTSabaTi, 8 ivl isi, 2010*

**amocana 4.**  $\nabla TqvaT$ ,  $P$  wertil i mdebareobs  $ABC$  samkuTxedis SigniT.  $AP$ ,  $BP$  da  $CP$  wrfeebi  $ABC$  samkuTxedze Semoxazul  $\Gamma$  wrewirs kidev erTxel kveTen, Sesabamisad,  $K$ ,  $L$  da  $M$  wertil ebSi.  $\Gamma$  wrewirisadmi  $C$  wertil Si gavli ebul i mxebi  $AB$  wrfes kveTs  $S$  wertil Si.  $\nabla TqvaT$ ,  $SC = SP$ . daamtKiceT, rom  $MK = ML$ .

**amocana 5.** mocemul ia eqvsi yuTi  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ . TiToeul maTganSi Tavdapirvel ad aris TiTo moneta. nebadarTul ia Semdegi ori tipis operacia:

*tipi 1:* virCevT nebis mier aracariel  $B_j$  yuTs, sadac  $1 \leq j \leq 5$  da misgan amovagdebT erT monetas, xol o  $B_{j+1}$  yuTSi vamatebT or monetas.

*tipi 2:* virCevT nebis mier aracariel  $B_k$  yuTs, sadac  $1 \leq k \leq 4$ , misgan amovagdebT erT monetas da vucvl iT adgil ebs  $B_{k+1}$  da  $B_{k+2}$  yuTebis (SesaZl oa cariel is) SigTavsebs.

arsebobs Tu ara operaciaTa iseTi sasrul i mimdevroba, roml is Sedegad  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  yuTebi aRmoCndeba cariel i, xol o  $B_6$  yuTSi iqneba zustad  $2010^{2010^{2010}}$  moneta. (gansazRvrebis Tanaxmad  $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ )

**amocana 6.**  $\nabla TqvaT$ ,  $a_1, a_2, a_3, \dots$  aris dadebiTi namdvil i ricxvebis mimdevroba.  $\nabla TqvaT$ , arsebobs iseTi natural uri ricxvi  $s$ , rom

$$a_n = \max \{a_k + a_{n-k} \mid 1 \leq k \leq n-1\}$$

tol oba srul deba yovel i  $n > s$  natural uri ricxvisTvis.

daamtKiceT, rom iarsebebs iseTi natural uri ricxvebi  $l$  da  $N$ , sadac  $l \leq s$ , rom  $a_n = a_l + a_{n-l}$  tol oba Sesrul deba yovel i  $n \geq N$  natural uri ricxvisTvis.

language: Georgian

*samuSao dro: 4sT da 30 wT  
TiToeul i amocana fasdeba 7 qul iT*