ARABIC MORROCAN

الأربعاء 25 يوليوز 2007

التمرين الأول

a_1 و a_2 و ....و a_n أعداد حقيقية . بالنسبة لكل عدد صحيح طبيعي i بحيث $1 \leq i \leq n$ ، نضع

$d_i = \max\{ a_j \ : 1 \leq j \leq i \ \} - \min\{ a_j \ : i \leq j \leq n \ \}$ و نضع $d = \max\{ d_i : 1 \leq i \leq n \ \}$.

1) بين أنه إذا كانت x_1 و x_2 و ...و x_n أعدادا حقيقية بحيث $x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_n$ فإن :

$$\max\{ | x_i - a_i | : 1 \leq i \leq n \} \geq \frac{d}{2} .$$

2) بين أنه توجد أعداد حقيقية x_1 و x_2 و ...و x_n بحيث $x_1 \leq x_2 \leq ... \leq x_n$

و $\max\{ | x_i - a_i | : 1 \leq i \leq n \} = \dfrac{d}{2}$.

التمرين الثاني

لتكن A و B و C و D و E خمس نقط من المستوى بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع و $BCED$ رباعي دائري محدب . (ℓ) مستقيم يمر من النقطة A . نفترض أن (ℓ) يقطع القطعة $[CD]$ في F

($F \neq C$ و $F \neq D$) ويقطع المستقيم (BC) في G . نفترض كذلك أن $EF = EG = EC$.

بين أن (ℓ) هو منصف الزاوية $D\hat{A}B$.

التمرين الثالث

يشارك عدد من التلاميذ في مباراة للرياضيات ، بعضهم أصدقاء و نفترض أنه إذا كان التلميذ A صديقا للتلميذ B فإن B يكون كذلك صديقا للتلميذ A .

سوف نقول أن مجموعة من هؤلاء التلاميذ تشكل **فريـــقـــا** إذا كان كل عنصرين من هذه المجموعة أصدقاء (وبالخصوص كل مجموعة مكونة من عنصر واحد على الأكثر هي فريق)

عدد عناصر كل فريق يسمى **حـــجـــم** الفريق .

نعلم أن أكبر حجم للفرق المكونة من التلاميذ المشاركين في هذه المباراة هو عدد زوجي . بين أنه يمكن توزيع كل هؤلاء التلاميذ على غرفتين X و Y بحيث يكون أكبر حجم للفرق المتواجدة في الغرفة X يساوي أكبر حجم للفرق المتواجدة في الغرفة Y .

مدة الإنجاز : أربع ساعات و نصف

تمنح 7 نقط عن كل تمرين

ARABIC MORROCAN

الخميس 26 يوليوز 2007

التمرين الرابع :

ليكن ABC مثلثا . المنصف الداخلي للزاوية $\widehat{BCA}$ يقطع مرة ثانية الدائرة المحيطة بالمثلث ABC في النقطة R
و يقطع واسط القطعة $[BC]$ في P و يقطع واسط القطعة $[AC]$ في Q . ليكن K منتصف $[BC]$
و L منتصف $[AC]$.

بين أن للمثلثين RPK و RQL نفس المساحة .

التمرين الخامس :

a **و** b عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمين .

بين أنه إذا كان $4ab-1$ يقسم $\left(4a^2-1\right)^2$ فإن $a=b$.

التمرين السادس :

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

نعتبر في الفضاء المجموعة $S=\{\,(x,y,z)\,:\,x,y\,,\,z\in\{0,1,...,n\},\,x+y+z>0\,\}$
المكونة من $(n+1)^3-1$ نقطة .

حدد أصغر عدد ممكن من المستويات بحيث يكون اتحاد هذه المستويات يتضمن S
و لا يحتوي على النقطة $(0,0,0)$.

مدة الإنجاز : أربع ساعات و نصف

تمنح 7 نقط عن كل تمرين