



ថ្ងៃពុធ ទី៧ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០

លំហាត់ ១, ចូរកំណត់គ្រប់អនុគមន៍ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ដែលសមភាព $f(\lfloor x \rfloor y) = f(x) \lfloor f(y) \rfloor$ ផ្ទៀងផ្ទាត់គ្រប់តំលៃ $x, y \in \mathbb{R}$ ។
($\lfloor z \rfloor$ ជាអនុគមន៍មានតំលៃជាចំនួនគត់ ឬផ្នែកគត់ ធំបំផុតដែលតូចជាងឬស្មើចំនួនពិត z)

លំហាត់ ២, គេអោយ I ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ចារឹកក្នុងត្រីកោន ABC ហើយ Γ ជារង្វង់ចារឹកក្រៅនៃត្រីកោននេះ។ បន្ទាត់ AI កាត់រង្វង់ Γ ម្តងទៀតត្រង់ D ។ E ជាចំនុចមួយនៅលើធ្នូ BDC ហើយ F ជាចំនុចមួយនៅលើជ្រុង BC ដែល $\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC$ ។ ហើយ G ជាចំនុចកណ្តាលនៃអង្កត់ IF ។ បង្ហាញថា បន្ទាត់ DG និងបន្ទាត់ EI ប្រសព្វគ្នានៅលើរង្វង់ Γ ។

លំហាត់ ៣, គេអោយ \mathbb{N} ជាសំនុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានធំជាងសូន្យ។ ចូរកំណត់គ្រប់អនុគមន៍ $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ដែលធ្វើអោយ $(g(m) + n)(m + g(n))$ ជាការប្រាកដ ចំពោះគ្រប់ $m, n \in \mathbb{N}$ ។



ថ្ងៃព្រហស្បតិ៍ ទី៨ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០

លំហាត់ ៤, គេអោយ P ជាចំនុចមួយក្នុងត្រីកោន ABC ។ បន្ទាត់ AP, BP និង CP កាត់រង្វង់ Γ ដែលចារឹកក្រៅត្រីកោន ABC ម្តងទៀតត្រង់ K, L និង M រៀងគ្នា។ បន្ទាត់ប៉ះរង្វង់ Γ ត្រង់ C កាត់បន្ទាត់ AB ត្រង់ S ។ ឧបមាថា $SC = SP$ ។ បង្ហាញថា $MK = ML$ ។

លំហាត់ ៥, ដំបូងមានកាក់មួយក្នុងប្រអប់នីមួយៗនៃប្រអប់ទាំងប្រាំមួយ $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ ។ គេអនុញ្ញាតអោយប្រើប្រតិបត្តិការ ពីរប្រភេទដូចខាងក្រោម៖

ប្រភេទទី ១: រើសយកប្រអប់មិនទទេ B_j មួយ ដែល $1 \leq j \leq 5$ ។ យកកាក់មួយចេញពី B_j ហើយដាក់កាក់ពីរចូល B_{j+1} ។

ប្រភេទទី ២: រើសយកប្រអប់មិនទទេ B_k មួយ ដែល $1 \leq k \leq 4$ ។ យកកាក់មួយចេញពី B_k ហើយផ្លាស់ប្តូរគ្នានូវកាក់ទាំងអស់ដែលមានក្នុងប្រអប់ B_{k+1} និង B_{k+2} (ទោះបីប្រអប់ទាំងពីរនេះគ្មានកាក់ក៏ដោយ) ។

ចូរអ្នកសិក្សា ថា តើអាចមានប្រតិបត្តិការបន្តបន្ទាប់គ្នាដែលត្រូវធ្វើរហូតដល់ប្រអប់ B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 ទៅជាទទេទាំងអស់ ហើយប្រអប់ B_6 មានកាក់ចំនួន $2010^{2010^{2010}}$ ។ (កត់សំគាល់ថា $a^{b^c} = a^{(b^c)}$) ។

លំហាត់ ៦, គេអោយ a_1, a_2, a_3, \dots ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន។ ឧបមាថាចំពោះចំនួនគតិវិជ្ជមាន s ណាមួយ, គេបាន $a_n = \max\{a_k + a_{n-k} / 1 \leq k \leq n-1\}$ ចំពោះគ្រប់ $n > s$ ។ បង្ហាញថា មានចំនួនគតិវិជ្ជមាន l និង N ដែល $l \leq s$ នោះ $a_n = a_l + a_{n-l}$ គ្រប់ $n \geq N$ ។