

Лхагва, 2009.07.15

Бодлого 1. Натурал тоо n ба $\{1, \dots, n\}$ олонлогийн a_1, \dots, a_k ($k \geq 2$) эгсгэсэн тоонууд өгсөн ба $i = 1, \dots, k-1$ бүрийн хувьд $a_i(a_{i+1}-1)$ нь n -д хуваагдах байв. $a_k(a_1-1)$ нь n -д хуваагдахгүй эх батал.

Бодлого 2. O нь ABC гурвалжныг багтаасан тойргийн төв. P ба Q нь CA ба AB хэрмүүдийн дотоод цэгүүд. K, L ба M нь BP, CQ ба PQ хэрмүүдийн дундаг цэгүүд, Γ нь K, L ба M цэгүүдийн дайрсан тойрог байт. PQ шүгэл нь Γ тойргийг шүргэх байт. $OP = OQ$ эх батал.

Бодлого 3. Натурал тоонуудын эрс өсөх дараалал s_1, s_2, s_3, \dots өгөгдсөн ба s_1, s_2, s_3, \dots ба $s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$ гэж дарааллууд нь арифметик прогресс үүсгэдэг байт. s_1, s_2, s_3, \dots дараалал мөн арифметик прогресс эх батал.

Language: Mongolian

Хуанцаа 4цаг 30 минут
Бодлого бүр 7 оноотой

Нүрх, 2009.07.16

Бодлого 4. Гурвалжин ABC -д $AB=AC$ байх. CAV ба ABC өнцгийн биссектрисүүд нь BC ба CA талуудын D ба E цэгүүдэд атолдот. ADC гурвалжинд багтсак тойргийн төв нь K гэд. $\angle BEK=45^\circ$ байх. CAV өнцгийн өвс болох бүх үтгэл ол.

Бодлого 5. Дурын a ба b натурал тоонуудын хувьд $a, f(b)$ ба $f(b+f(a)-1)$ талууд бүхий үнэ бэхлэх гурвалжин оршиг байх бүх $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ функцийг (бүх натурал тоок дээр тогтмол хойлогдсон натурал үгээ авдаг функц) ол.
(Оройнууд нь нэг шугам дээр оршсоор бол үнэ бэхлэх гурвалжин болно)

Бодлого 6. a_1, \dots, a_n зугаатай натурал тоонууд ба $S=a_1+a_2+\dots+a_n$ тоог үнэ агуулах $n-1$ натурал тооноос тогтох M олонлог өгөгдөх. O координатай цэгээс эхлэх, гэрлэг баруун тийш тоок шилжүүлж дагуу n харааг хийх ёстой. Түүний хараагтын үргүүлсэн дараалал нь a_1, \dots, a_n тоонуудын дмэр нэг эгнээгээс 1 байх ёстой. Давр M олонлогоос координатай цэг дээр бүхгүй байх тийм эгнээнийг сонгох гэдгийг батал.

Language: Mongolian

Хувиараа 4 цаг 30 минут
Бодлого бүр 7 оноотой