

12 iyul 2006 yil

1-masala. I nuqta ABC uchburchakka ichki chizilgan aylananing markazi bo'lsin. Uchburchakning ichida

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

tenglikni qanoatlantiradigan P nuqta tanlangan.

Quyidagilarni isbotlang:

- $AP \geq AI$
- Tenglik bajarilishi uchun $P = I$ bo'lishi zarur va yetarli.

2-masala. P - muntazam 2006-burchak bo'lsin. P ning diagonali *yahshi* deyiladi, agar bu diagonalning uchlari P ning chegarasini har biri soni toq bo'lgan tomonlardan tashkil topgan ikkita qismga ajratsa. P ning tomonlarini ham *yahshi* deb hisoblaymiz.

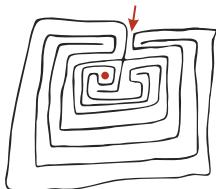
P ko'pburchak 2003 ta diagonallar yordamida uchburchaklarga shunday bo'linganki, bu diagonallardan ihtiyyoriy ikkitasi berilgan ko'burchakning ichiga tegishli umumiy nuqtaga ega bo'lmasin. Bunday bo'linishda ikkita tomoni *yahshi* bo'lgan teng yonli uchburchaqlar sonining eng katta qiymatini toping.

3-masala. Shunday eng kichik bo'lgan M haqiqiy son topilsinki,

$$| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) | \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

tengsizlik barcha haqiqiy a, b va c sonlar uchun o'rinli bo'lsin.

*Ajratilgan vaqt : 4 soat 30 minut
Har bir masala 7 ball bilan baholanadi*



13 iyul 2006 yil

4-masala.

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

tenglamani qanoatlantiradigan butun sonlarning barcha (x,y) juftliklarini toping.

5-masala. $P(x)$ - darajasi $n > 1$ bo'lgan butun koeffitsientli ko'phad, k esa ixtiyoriy natural son bo'lsin.

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$$

ko'phad qaralmoqda (bu yerda P k marta qo'llanilgan). $Q(t) = t$ tenglamani qanoatlantiradigan va umumiy soni n dan ko'p bo'lмаган t butun sonlarning mavjudligini isbotlang.

6-masala. Qavariq ko'pburchakning har bir b tomoniga shu ko'pburchakga tegishli va bir tomoni b bilan ustma-ust tushqan uchburchaklar yuzalaridan eng kattasi mos qo'yilgan. Ko'pburchakning barcha tomonlariga mos qo'yilgan yuzalarning yig'indisi ko'pburchak yuzining ikkilanganidan kichik emasligini isbotlang.

*Ajratilgan vaqt : 4 soat 30 minut
Har bir masala 7 ball bilan baholanadi*