

12 Julai 2006

**Masalah 1.** Misalkan  $ABC$  suatu segitiga dengan pusat-dalam  $I$ . Suatu titik  $P$  di pedalaman segitiga memenuhi

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

Tunjukkan bahawa  $AP \geq AI$ , dan kesamaan berlaku jika dan hanya jika  $P = I$ .

**Masalah 2.** Misalkan  $P$  suatu 2006-gon sekata. Suatu pepenjuru bagi  $P$  dinamakan *baik* jika titik-hujungnya membahagi sempadan bagi  $P$  kepada dua bahagian, yang masing-masingnya mempunyai bilangan ganjil sisi bagi  $P$ . Sisi bagi  $P$  adalah juga dinamakan *baik*.

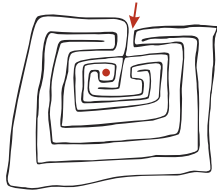
Misalkan  $P$  telah dibelah ke dalam segitiga oleh 2003 pepenjuru, yang tiada pasangan pepenjuru mempunyai titik sepunya di dalam pedalaman bagi  $P$ . Cari bilangan maksimum segitiga sama sisi dengan dua sisi *baik* yang boleh terjadi di dalam konfigurasi tersebut.

**Masalah 3.** Tentukan nombor nyata terkecil  $M$  sedemikian hingga ketaksamaan

$$\left| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) \right| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

berlaku untuk semua nombor nyata  $a$ ,  $b$  dan  $c$ .

*Masa dibenarkan: 4 jam 30 minit  
Setiap masalah bernilai 7 markah*



13 Julai 2006

**Masalah 4.** Tentukan semua pasangan integer  $(x, y)$  sedemikian hingga

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

**Masalah 5.** Misalkan  $P(x)$  suatu polinomial berdarjah  $n > 1$  dengan pekali integer dan misalkan  $k$  suatu integer positif. Pertimbangkan polinomial  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ , yang  $P$  berulang  $k$  kali. Buktikan bahawa terdapat paling banyak  $n$  integer  $t$  sedemikian hingga  $Q(t) = t$ .

**Masalah 6.** Berikan kepada setiap sisi  $b$  bagi suatu poligon konveks  $P$  suatu nilai luas maksimum segitiga dengan  $b$  sebagai satu sisinya dan terkandung di dalam  $P$ . Tunjukkan bahawa hasil tambah luas yang diberikan pada semua sisi  $P$  adalah sekurang-kurangnya dua kali luas  $P$ .

*Masa dibenarkan: 4 jam 30 minit  
Setiap masalah bernilai 7 markah*