

Wednesday, July 15, 2009

التمرين الأول

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم و a_1, \dots, a_k أعداد صحيحة طبيعية مختلفة . من المجموعة $\{1, \dots, n\}$ بحيث n يقسم $a_i(a_{i+1}-1)$ لكل i من $\{1, \dots, k-1\}$. بين أن n لا يقسم $a_k(a_1-1)$.

التمرين الثاني

ليكن ABC مثلثاً و ليكن O مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث . تعتبر P نقطة من القطعة $(Q \neq B, Q \neq A)$ $[AB]$ و Q نقطة من القطعة $(P \neq C, P \neq A)$ $[AC]$ و $P \neq Q$. M و L و K هي منتصفات القطع $[BP]$ و $[CQ]$ و $[PQ]$ على التوالي و Γ هي الدائرة الماربة من M و L و K . بين أنه إذا كان المستقيم (PQ) مماساً للدائرة Γ فإن $OP = OQ$.

التمرين الثالث

$S_1, S_2, \dots, S_3, \dots$ متتالية ترادية قطعاً جميع حدودها أعداد صحيحة موجبة قطعاً بحيث : $S_{S_3+1}, S_{S_2+1}, \dots, S_{S_1+1}, \dots, S_{S_3}, S_{S_2}, S_{S_1}$. بين أن $S_1, S_2, \dots, S_3, \dots$ متتالية حسابية كذلك .

Thursday, July 16, 2009

التمرين الرابع

مثلث متساوي الساقين رأسه A مثلث ABC يقطع القطعة \widehat{CAB} المنصف الداخلي للزاوية D في النقطة D والمنصف الداخلي للزاوية E يقطع القطعة \widehat{AC} في النقطة E . ليكن K مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ADC هي نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث (ADC) نفترض أن $\widehat{BEK} = 45^\circ$, حدد القيم الممكنة لقياس الزاوية \widehat{CAB}

التمرين الخامس

حدد جميع الدوال $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ التي تحقق الخاصية: لكل a و b من \mathbb{N}^* يوجد مثلث رؤوسه غير مستقيمية وأطوال أضلاعه هي $f(b + f(a) - 1)$ و $f(b)$ و a .

التمرين السادس

ليكن a_1, a_2, \dots, a_n أعدادا صحيحة موجبة قطعا و مختلفة و لكن M مجموعة مكونة من $n-1$ عددا صحيحا موجبا قطعا و لا تحتوي على العدد $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. جرادة $(une sauterelle)$ تقفز على محور الأعداد الحقيقية؛ تطلق الجرادة من النقطة 0 (أي النقطة ذات الأقصول 0) باتجاه اليمين أي باتجاه الأفاصيل الموجبة و تنفذ n قفزة ذات الأطوال a_1, a_2, \dots, a_n في ترتيب من اختيارها. بين أن هذه الجرادة تستطيع ترتيب قفازاتها بحيث لا تمر من أي نقطة من المجموعة M .