

الإثنين 9 جويلية 2018

### المؤلة .1

لتكن  $\Gamma$  الدائرة المحيطة بمثلث  $ABC$  جميع زواياه حادة. النقطتان  $D$  و  $E$  توجدان على القطعتين  $[AB]$  و  $[AC]$  على التوالي، حيث  $AD = AE$ . الموسطان العموديان لـ  $[BD]$  و  $[CE]$  يقطعان القوسين الأصغرين  $AB$  و  $AC$  في النقطتين  $F$  و  $G$  على التوالي.  
بين أن المستقيمين  $(DE)$  و  $(FG)$  متوازيان (أو متطابقان).

### المؤلة .2

حدّد جميع الأعداد الصحيحة  $n \geq 3$  حيث توجد أعداد حقيقة  $a_{n+1} = a_1, a_2, \dots, a_{n+2}$  تحقق  
و  $a_{n+2} = a_2$  و

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

لكل  $i = 1, 2, \dots, n$

### المؤلة .3

مثلث باسكال عكسي هو جدول على شكل مثلث متساوي الأضلاع مكون من أعداد حيث كل عدد، باستثناء الأعداد التي توجد في السطر الأخير، يساوي القيمة المطلقة لفرق العدددين المتواجدين مباشرةً تحته.  
مثلا، الجدول أسفله هو مثلث باسكال عكسي يتكون من أربعة سطرين تحتوي على كل عدد صحيح من 1 إلى 10.

			4
	2	6	
5	7	1	
8	3	10	9

هل يوجد مثلث باسكال عكسي من 2018 سطر، يحتوي على كل الأعداد الصحيحة من 1 إلى  $1 + 2 + \dots + 2018$ ؟

Language: Arabic (Tunisian)

الوقت المتاح: 4 ساعات و 30 دقيقة  
تمتحن 7 نقاط لكل مسألة

الثلاثاء 10 جويلية 2018

#### المؤلة .4

نسمى موقعاً كلّ نقطة  $(x, y)$  من المستوى بحيث  $x$  و  $y$  عددين صحيحين موجبين قطعاً أصغر من أو يساويان 20.

في البداية جميع المواقع، والتي عددها 400 فارغة. ألاء و باسم يتبدلان الأدوار في اللعب حيث البداية لأنّه عند حلول دور ألاء، فإنّها تضع حَبَّةً جديدة لونها أحمر في موقع فارغ بحيث تكون المسافة بين أيّي موقعين يحويان حبراً أحمراً، تخالف  $\sqrt{5}$ . عند حلول دور باسم، فإنه يضع حَبَّةً جديدة لونها أزرق في موقع فارغ. (يمكن لأيّي موقع يحتوي على حبّة لونها أزرق أن يتواجد على أيّي مسافة من أيّي موقع آخر يحتوي على حبّة). تنتهي اللعبة عندما لا يستطيع أحد اللاعبين أن يضع حبّة.

حدّد أكبر عدد  $K$  حيث تستطيع ألاء أن تضمن لنفسها وضع  $K$  حبّة حمراً على الأقل كيّفما كانت الطريقة التي يضع بها باسم حبراته الزرقاء.

#### المؤلة .5

لتكن  $\dots, a_1, a_2$  متالية غير متّهية من أعداد صحيحة موجبة قطعاً. لنفترض أنه يوجد عدد صحيح  $N > 1$  حيث، لكلّ  $n \geq N$  ، يكون العدد

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

صحيحاً. بين أنه يوجد عدد صحيح موجب قطعاً  $M$  حيث  $a_m = a_{m+1}$  لكلّ  $m \geq M$ .

#### المؤلة .6

رباعي محدب  $ABCD$  يتحقق  $AB \cdot CD = BC \cdot DA$ . نقطة  $X$  توجد بداخل  $ABCD$  بحيث

$$\widehat{XAB} = \widehat{XCD} \quad \text{و} \quad \widehat{XBC} = \widehat{XDA}$$

$$\widehat{BXA} + \widehat{DXC} = 180^\circ \quad \text{بّين أنّ}$$