Bazar ertəsi, 21 sentyabr 2020

Məsələ 1. $ABCD$ qabarıq dörbucaqlısının daxilində P nöqtəsi elə götürülmüşdür ki,

$$\angle PAD : \angle PBA : \angle DPA = 1 : 2 : 3 = \angle CBP : \angle BAP : \angle BPC.$$

Göstərin ki, $\angle ADP$ bucağının tənböləni, $\angle PCB$ bucağının tənböləni və AB parçasının orta perpendikulyarı bir nöqtədə kəsişirlər.

Məsələ 2. a, b, c, d həqiqi ədədləri $a \geq b \geq c \geq d > 0$ və $a + b + c + d = 1$ şərtlərini ödəyir. İsbat edin ki,

$$(a + 2b + 3c + 4d)\, a^a\, b^b\, c^c\, d^d < 1.$$

Məsələ 3. Çəkiləri $1, 2, 3, \ldots, 4n$ olan $4n$ ədəd daş var. Hər daş verilmiş n rəngdən biri ilə elə rənglənmişdir ki, hər bir rəngdə 4 daş var. İsbat edin ki, daşları elə iki hissəyə ayırmaq mümkündür ki, eyni zamanda aşağıdakı şərtlərin hər ikisi ödənsin:

- Hər iki hissədəki daşların çəkilərinin cəmi bərabər olsun.
- Hər iki hissədə hər rəngdə tam olaraq iki daş olsun.

Language: Azerbaijani

Vaxt: 4 saat, 30 dəqiqə.
Hər bir sual 7 bal ilə qiymətləndirilir.

çərşənbə axşamı, 22. sentyabr 2020

Məsələ 4. $n > 1$ tam ədəddir. Bir dağın yamacında n^2 ədəd stansiya var, və hər stansiya fərqli yüksəklikdə yerləşir. A və B şirkətlərinin hər biri k ədəd funikulyor (qatar) idarə edir, belə ki, hər funikulyor bir stansiyadan daha yüksəkdə yerləşən başqa bir stansiyaya birbaşa gedişi təmin edir (arada heç yerdə dayanmadan). A şirkətinin funikulyorları k fərqli stansiyadan hərəkətə başlayır, və k fərqli stansiyada hərəkəti sonlandırırlar, və daha yüksəkdən hərəkətə başlayan funikulyor daha yüksəkdə hərəkəti sonlandırır. Eyni şərtlər B üçün də ödənir. İki stansiya o vaxt *şirkət vasitəsilə keçidli* adlanar ki, ikisi arasında nisbətən alçaqda olan stansiyadan nisbətən yüksəkdə olan stansiyaya həmin şirkətin bir vəya bir neçə dənə funikulyorundan istifadə edərək getmək mümkün olsun (stansiyalar arasında başqa hərəkət vasitəsi qadağandır). Elə ən kiçik k müsbət tam ədədini tapın ki, aşağıdakı şərt ödənsin: elə iki stansiya var ki hər iki şirkət vasitəsilə keçidlidir.

Məsələ 5. $n > 1$ sayda kart verilmişdir. Bu kartların hər birinin üzərində bir müsbət tam ədəd yazılmışdır. Verilmiş kartların belə bir xüsusiyyəti var: istənilən iki kartın üzərində yazılmış ədədlərin ədədi ortası hansısa bir və ya bir neçə kartın üzərində yazılmış ədədlərin həndəsi ortasına bərabərdir.

Hansı n üçün kartların üzərində yazılmış ədədlərin hamısı bərabər olmaq məcburiyyətindədir?

Məsələ 6. İsbat edin ki, elə bir müsbət sabit c ədədi var ki, aşağıdakı ifadə doğrudur:

$n > 1$ tam ədəd olsun. Müstəvidə n nöqtədən ibarət elə $\mathcal{S}$ çoxluğu götürülmüşdür ki, istənilən iki fərqli nöqtə arasındakı məsafə ən azı 1-dir. Onda ℓ düz xətti var ki, müstəvidəki $\mathcal{S}$ nöqtələr çoxluğunu elə ayırır ki, $\mathcal{S}$ çoxluğunun istənilən nöqtəsindən ℓ düz xəttinə qədər olan məsafə ən azı $cn^{-1/3}$-dir.

(ℓ düz xətti $\mathcal{S}$ nöqtələr çoxluğunu ayırır o deməkdir ki, $\mathcal{S}$ çoxluğunda olan nöqtələri birləşdirən hansısa parça ℓ-i kəsir)

Qeyd: $cn^{-1/3}$-ü $cn^{-\alpha}$ ilə əvəz edərək əldə edilmiş daha zəif nəticələr $\alpha > 1/3$ sabitinin qiymətindən asılı olaraq ballandırıla bilər.

Language: Azerbaijani

Vaxt: 4 saat, 30 dəqiqə.
Hər bir sual 7 bal ilə qiymətləndirilir.