

ថ្ងៃអង្គារ ទី១៦ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០២៤

ចំណោទ 1. កំណត់គ្រប់ចំនួនពិត α ដែលចំពោះចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត n ចំនួនគត់

$$\lfloor \alpha \rfloor + \lfloor 2\alpha \rfloor + \cdots + \lfloor n\alpha \rfloor$$

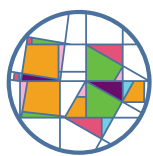
ជាពហុគុណនៃ n ។ (សូមរំលឹកថា $\lfloor z \rfloor$ តាងចំនួនគត់ធំបំផុត ដែលតូចជាង ឬស្មើនឹង z ។ ឧទាហរណ៍ $\lfloor \pi \rfloor = -4$, $\lfloor 2 \rfloor = 2$ និង $\lfloor 2.9 \rfloor = 2$ ។)

ចំណោទ 2. កំណត់គ្រប់គូ (a, b) នៃចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត ដែលចំពោះចំនួនទាំងនេះ មានចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត g និង N ដែលសមភាព

$$\gcd(a^n + b, b^n + a) = g$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq N$ ។ (សូមរំលឹកថា $\gcd(x, y)$ តាងកូដែករួមធំបំផុតនៃចំនួនគត់ x និង y)

ចំណោទ 3. a_1, a_2, a_3, \dots ជាស្វ៊ីតមួយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត និង N ជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត។ ឧបមាថាចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n > N$, a_n ស្មើនឹងចំនួនដង (ប្រេកង់) a_{n-1} ដែលកើតឡើងនៅក្នុងតារាង a_1, a_2, \dots, a_{n-1} ។ បង្ហាញថាក្នុងចំណោមស្វ៊ីត a_1, a_3, a_5, \dots និង a_2, a_4, a_6, \dots យ៉ាងតិចស្វ៊ីតមួយជាស្វ៊ីតខួបចាប់ពីតួណាមួយ។ (សូមរំលឹកថា ស្វ៊ីត b_1, b_2, b_3, \dots ជាស្វ៊ីតខួបចាប់ពីតួណាមួយ បើមានចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត p និង M ដែល $b_{m+p} = b_m$ ចំពោះគ្រប់ $m \geq M$)



ថ្ងៃពុធ ទី១៧ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០២៤

ចំណេញ 4. ABC ជាត្រីកោណមួយដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $AB < AC < BC$ ។ គេយក ω ជាបង្វង់ចារិកក្នុងត្រីកោណ ABC និង I ផ្ចិតនៃបង្វង់ ω ។ យក X ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ (BC) ផ្សេងពីចំណុច C ដែលបន្ទាត់ស្របទៅនឹង (AC) កាត់តាមចំណុច X ប៉ះទៅនឹងបង្វង់ ω ។ ដូចគ្នាដែរ គេកំណត់យក Y ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ (BC) ផ្សេងពីចំណុច B ដែលបន្ទាត់ស្របទៅនឹងបន្ទាត់ (AB) កាត់តាម Y ប៉ះទៅនឹងបង្វង់ ω ។ បន្ទាត់ (AI) កាត់បង្វង់ចារិកក្រៅត្រីកោណ ABC ត្រង់ចំណុច P មួយទៀតផ្សេងពី A ។ យក K និង L រៀងគ្នា ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ $[AC]$ និង $[AB]$ ។ បង្ហាញថា $\widehat{KIL} + \widehat{YPX} = 180^\circ$ ។

ចំណេញ 5. ខេមរាលេងល្បែងខ្យងទេពនៅលើក្តារក្រឡាចត្រង់ដែលមាន 2024 ជួរដេក និង 2023 ជួរឈរ។ នៅលើក្តារក្រឡាចត្រង់នេះ មានអាសូរកាយ (monsters) ចំនួន 2022 លាក់ខ្លួននៅក្រឡា (cell) ។ ដំបូង ខេមរាមិនដឹងកន្លែងនៃអាសូរកាយណាមួយនៅតែគាត់ដឹងច្បាស់ថាអាសូរកាយមួយនៅជួរដេកនីមួយៗលើកលែងតែជួរដេកទីមួយ និងជួរដេកចុងក្រោយ និងដឹងថាជួរឈរនីមួយៗ មានអាសូរកាយមួយយ៉ាងច្រើន។ ខេមរាកាន់ខ្យងទេពដើរបន្តបន្ទាប់ពីជួរដេកទីមួយរហូតដល់ឈរជួរដេកចុងក្រោយ។ នៅដំណើរ (attempt) នីមួយៗ ខេមរាជ្រើសរើសក្រឡាដែលជួរដេកទីមួយដែលនៅលើក្រឡានេះ គាត់ចាប់ផ្តើម និងដើរខ្យងទេព (បន្លាស់ទីខ្យងទេព) ពីក្រឡាមួយទៅក្រឡាមួយទៀត ដោយដើរចេញមួយដងៗពីក្រឡាមួយទៅក្រឡាមួយដែលចែកជ្រុងមួយជាមួយក្រឡាដែលគាត់ស្ថិតនៅ (ក្រឡាជាប់)។ គាត់មានសិទ្ធិត្រឡប់មកក្រឡាដែលគាត់បានឆ្លងកាត់រួច។ បើខេមរាចូលក្នុងក្រឡាដែលមានអាសូរកាយ ដំណើរបស់គាត់នឹងត្រូវបញ្ឈប់ និងខ្យងទេពត្រូវលើកដាក់ទៅជួរដេកទីមួយវិញដើម្បីចាប់ផ្តើមដំណើរសារជាថ្មី។ អាសូរកាយនៅនឹងមួយកន្លែង និងខេមរាដឹងថាក្រឡាណាដែលគាត់បានឆ្លងកាត់ថាមាន ឬមិនមានអាសូរកាយ។ បើគាត់ដើរខ្យងទេពដល់ក្រឡាណាមួយនៃជួរដេកចុងក្រោយ ដំណើរបស់គាត់នឹងចប់ និងល្បែងខ្យងទេពចប់ជាស្ថាពរ។ កំណត់តម្លៃអប្បបរមានៃ n ដើម្បីឲ្យខេមរាទទួលបានយុទ្ធសាស្ត្រមួយដែលធានាដើរខ្យងទេពដល់ជួរដេកចុងក្រោយនៅត្រង់ដំណើរទី n ឬមុន មិនអាស្រ័យនឹងទីកន្លែងរបស់អាសូរកាយ។

ចំណេញ 6. \mathbb{Q} ជាសំណុំនៃចំនួនសនិទាន។ អនុគមន៍ $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ ហៅថា aquaesulian បើលក្ខណៈខាងក្រោមផ្ទៀងផ្ទាត់៖ ចំពោះគ្រប់ $x, y \in \mathbb{Q}$,

$$f(x + f(y)) = f(x) + y \quad \text{ឬ} \quad f(f(x) + y) = x + f(y)$$

បង្ហាញថាមានចំនួនគត់ c ដែលចំពោះគ្រប់អនុគមន៍ aquaesulian f , ចំនួនសនិទាន $f(r) + f(-r)$ មាន c តម្លៃផ្សេងៗគ្នាយ៉ាងច្រើន ចំពោះ $r \in \mathbb{Q}$ និងរកតម្លៃតូចបំផុតនៃ c ។

:

រយៈពេល ៖ ៤ ម៉ោង ៣០ នាទី
ចំណេញនីមួយៗទទួលបាន ៧ ពិន្ទុ