

ថ្ងៃអង្គារ, 15. កក្កដា 2025

**ចំណាទ 1.** បន្ទាត់មួយនៅក្នុងប្លង់ ហៅថាបន្ទាត់ coastal (coastal line) បើវាមិនស្របទៅនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស មិនស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ និងមិនស្របនឹងបន្ទាត់សមីការ  $x + y = 0$  ។ យក  $n \geq 3$  ជាចំនួនគត់ដែលឲ្យ។ កំណត់ចំនួនគត់  $k \geq 0$  ទាំងអស់ ដែលមាន  $n$  បន្ទាត់ផ្សេងគ្នាពីរៗក្នុងប្លង់ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខណៈទាំងពីរខាងក្រោម៖

- ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់  $a \geq 1$  និង  $b \geq 1$  ជាមួយនឹង  $a+b \leq n+1$  ចំណុច  $(a, b)$  យ៉ាងហោចណាស់នៅលើបន្ទាត់មួយនៃ  $n$  បន្ទាត់ទាំងនេះ និង
- មានតែ  $k \geq 0$  បន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះនៃ  $n$  បន្ទាត់ជាបន្ទាត់ coastal ។

**ចំណាទ 2.** យក  $\Omega$  និង  $\Gamma$  រៀងគ្នា ជារង្វង់មានផ្ចិត  $M$  និង  $N$  ដែលប្រវែងកាំនៃរង្វង់  $\Omega$  តូចជាងដាច់ខាតប្រវែងកាំនៃរង្វង់  $\Gamma$  ។ ឧបមាថារង្វង់  $\Omega$  និង  $\Gamma$  កាត់គ្នាត្រង់ពីរចំណុច  $A$  និង  $B$  ផ្សេងគ្នា។ បន្ទាត់  $MN$  កាត់រង្វង់  $\Omega$  ត្រង់  $C$  និងកាត់រង្វង់  $\Gamma$  ត្រង់  $D$  ដែលចំណុច  $C, M, N$  និង  $D$  ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តាមលំដាប់។ យក  $P$  ជាផ្ចិតរង្វង់ចារិកក្រៅត្រីកោណ  $ACD$  ។ បន្ទាត់  $AP$  កាត់រង្វង់  $\Omega$  ម្តងទៀតត្រង់ចំណុច  $E \neq A$  និង កាត់រង្វង់  $\Gamma$  សាជាថ្មីដែរ ត្រង់ចំណុច  $F \neq A$  ។ យក  $H$  ជាអត្ថសន្លឹកនៃត្រីកោណ  $PMN$  ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច  $H$  ស្របទៅនឹងបន្ទាត់  $AP$  ជាបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងរង្វង់ចារិកក្រៅត្រីកោណ  $BEF$  ។ (អត្ថសន្លឹកនៃត្រីកោណមួយជាចំណុចប្រសព្វនៃកំពស់ទាំងបី។)

**ចំណាទ 3.** តាង  $\mathbb{N}$  ជាសំណុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន ( $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ ) ។ អនុគមន៍  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  មួយហៅថាអនុគមន៍ bonza (bonza function) បើ

$$f(a) \text{ ចែក } b^a - f(b)^{f(a)}$$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់  $a \geq 1$  និង  $b \geq 1$  ។  
កំណត់ចំនួនពិតតូចបំផុត  $c$  ដែល

$$f(n) \leq cn$$

ចំពោះគ្រប់អនុគមន៍ bonza  $f$  និងចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់  $n \geq 1$  ។

:

រយៈពេល ៖ ៤ ម៉ោង ៣០ នាទី  
ចំណាទនីមួយៗទទួលបាន ៧ ពិន្ទុ

ថ្ងៃពុធ, 16. កក្កដា 2025

**ចំណាទ 4.** ស្វ៊ីត មានតួមិនកំណត់  $a_1, a_2, \dots$  នៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន ដែលតួនីមួយៗ មានតួចែកផ្ទាល់ (proper divisor) បីយ៉ាងតិច។ ចំពោះ  $n \geq 1$  តាងចំនួនគត់  $a_{n+1}$  ជាផលបូកតួចែកផ្ទាល់បីធំជាងគេនៃ  $a_n$  ។ កំណត់តម្លៃទាំងអស់ដែលអាចកើតឡើងនៃ  $a_1$  ។

( តួចែកផ្ទាល់មួយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន  $N$  មួយ ជាតួចែកវិជ្ជមានមួយនៃ  $N$  ផ្សេងពី  $N$  ខ្លួនវា។)

**ចំណាទ 5.** Alice និង Bazza លេងល្បែងគណិតវិទ្យាប្រទេសអូស្ត្រាលី (inekoalaty game) ។ គោលការណ៍នៃការប្រកួតរបស់អ្នកទាំងពីរស្របនឹងចំនួនពិតវិជ្ជមាន  $\lambda$  ដែលអ្នកទាំងពីរស្គាល់។ ចំពោះ  $n \geq 1$  នៅវេនទី  $n$  នៃល្បែងនេះ គេកំណត់

- បើ  $n$  ជាចំនួនគត់សេស នោះ Alice ជ្រើសរើសចំនួនពិត  $x_n \geq 0$  មួយ ដែល

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \leq \lambda n$$

- បើ  $n$  ជាចំនួនគត់គូ នោះ Bazza ជ្រើសរើសចំនួនពិត  $x_n \geq 0$  មួយ ដែល

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq n$$

បើភាគីណាមួយមិនជ្រើសរើសចំនួនពិត  $x_n$  សមស្រប នោះល្បែងនេះ នឹងត្រូវបញ្ចប់។ ភាគីនោះនឹងចាញ់ និងភាគីផ្សេងទៀតនឹងឈ្នះ។ បើល្បែងនៅបន្តរហូត មិនមាន នណាម្នាក់ឈ្នះទេ។ ចំនួនដែលជ្រើសរើសទាំងអស់ត្រូវបានស្គាល់ចំពោះអ្នកលេងទាំងពីរ។ កំណត់តម្លៃ  $\lambda$  ទាំងអស់ ដែល Alice មានយុទ្ធសាស្ត្រឈ្នះ និងតម្លៃ  $\lambda$  ទាំងអស់ដែល Bazza មានយុទ្ធសាស្ត្រឈ្នះ។

**ចំណាទ 6.** គេឲ្យក្រឡាចក្រត្រង់មួយនៃការឯកតា មានទំហំ  $2025 \times 2025$  ។ Matilda ចង់រៀបបន្ទះចតុកោណកែងដែលអាចមានទំហំខុសៗគ្នានៅលើក្រឡាចក្រត្រង់នេះ ដែលជ្រុងនីមួយៗនៃបន្ទះចតុកោណកែងនៅលើខ្សែនៃក្រឡាចក្រត្រង់ និងការឯកតាត្រូវបានគ្របដោយបន្ទះចតុកោណកែងមួយយ៉ាងច្រើន។ កំណត់ចំនួនអប្បបរមានៃបន្ទះចតុកោណកែង ដែល Matilda ត្រូវរៀបដើម្បីឲ្យជួរដេកនីមួយៗ និងជួរឈរនីមួយៗនៃក្រឡាចក្រត្រង់ មានតែការឯកតាមួយគត់ដែលមិនគ្របបន្ទះចតុកោណកែងណាមួយ។

:

រយៈពេល ៖ ៤ ម៉ោង ៣០ នាទី  
ចំណាទនីមួយៗទទួលបាន ៧ ពិន្ទុ