الاثنين 9 جويلية 2018

مسألة 1.

لتكن Γ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC الحاد الزوايا. D و E نقطتان من القطعتين المستقيمتين $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب بحيث $AD = AE$. محورا القطعتين المستقيمتين $[BD]$ و $[CE]$ يقطعان القوسين الصغيرتين AB و AC من الدائرة Γ في النقطتين F و G على الترتيب. أثبت أن المستقيمين (DE) و (FG) متوازيان.

مسألة 2.

عين كل الأعداد الطبيعية $n \geq 3$ التي من أجلها توجد أعداد حقيقية $a_1, a_2, \ldots, a_{n+2}$ تحقق $a_{n+1} = a_1$ و $a_{n+2} = a_2$ و $a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$ من أجل كل $i = 1, 2, \ldots, n$.

مسألة 3.

مثلث باسكال العكسي هو صفوف أعداد على شكل مثلث متساوي الأضلاع بحيث كل عدد هو القيمة المطلقة للفرق بين العددين اللذين يقعان تحته مباشرة ماعدا أعداد الصف الأخير. على سبيل المثال الشكل أدناه هو مثلث باسكال عكسي مشكل من أربعة صفوف ويحوي كل الأعداد الطبيعية من 1 إلى 10

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 4 & & & \\ & & 2 & & 6 & & \\ & 5 & & 7 & & 1 & \\ 8 & & 3 & & 10 & & 9 \end{array}$$

هل يوجد مثلث باسكال عكسي مشكل من 2018 صفا ويحوي كل الأعداد الطبيعية من 1 إلى $1+2+\ldots+2018$؟

Language : Arabic (Algerian)

المدة: 4 ساعات و 30 دقيقة

7 درجات لكلّ مسألة

الثلاثاء 10 جويلية 2018

المسألة 4.

نعرف الموقع بأنه نقطة (x,y) في المستوي حيث x و y عددان طبيعيّان و $1 \leq x \leq 20$ و $1 \leq y \leq 20$.

في البداية جميع المواقع والتي عددها 400 كانت فارغة. رنيم وابراهيم يتبادلان الأدوار في اللعب حيث البداية لرنيم التي تضع حجرا أحمرا في موقع غير مشغول بحيث تكون المسافة بين أي موقعين مشغولين بحجرين أحمرين مختلفة عن العدد $\sqrt{5}$ وفي دوره يضع ابراهيم حجراً أزرقا جديداً في أي موقع غير مشغول.(لا توجد قيود على المسافة بين موقع الحجر الأزرق الجديد و أي مواقع أخرى فيها أحجار مهما كان اللون).

تنتهي اللعبة عندما لا يستطيع أي من اللاعبين أن يضع حجرا جديدا.

أوجد أكبر قيمة للعدد K، بحيث تضمن رنيم أنها تستطيع وضع على الأقلّ K من الأحجار الحمراء بغض النظر عن كيفية وضع ابراهيم لأحجاره الزرقاء.

المسألة 5.

لتكن $a_1, a_2, \ldots$ متتالية غير منتهية من الأعداد الطبيعية غير المعدومة. نفرض وجود عدد طبيعي $N > 1$ بحيث، لكل عدد طبيعي $n \geq N$ ، العدد $\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$ عدداً طبيعياً.

أثبت وجود عدد طبيعي M بحيث $a_m = a_{m+1}$ من اجل أي عدد طبيعي $m \geq M$.

المسألة 6.

ليكن $ABCD$ رباعياً محدباً يُحقّق $AB \cdot CD = BC \cdot DA$. النقطة X داخل الرباعي $ABCD$ بحيث $\angle XAB = \angle XCD$ و $\angle XBC = \angle XDA$. أثبت أنّ $\angle AXB + \angle CXD = 180^\circ$.

Language Arabic (Algerian)

الزمن: 4 ساعات و 30 دقيقة

7 درجات لكلّ مسألة