

дүйнөмбүлүк, 21. сентябрь 2020

Problem 1. $ABCD$ томпок төртбурчтуктун ичинде P чекити бар,

$$\angle PAD : \angle PBA : \angle DPA = 1 : 2 : 3 = \angle CBP : \angle BAP : \angle BPC.$$

Төмөнкү теңдештиктөр сакталат. Үч түз сыйыктар: $\angle ADP$ жана $\angle PCB$ бурчтардын ички биссектрисалар жана AB нин орто перпендикуляры (AB нин ортосунан өтөт) кесишкендегигин далилдегиле.

Problem 2. 2. Анык сандар a, b, c, d берилди, бул жерде $a \geq b \geq c \geq d > 0$ жана $a + b + c + d = 1$. Төмөнкү тенденции далилдегиле:

$$(a + 2b + 3c + 4d) a^a b^b c^c d^d < 1.$$

Problem 3. $4n$ таштар берилди $1, 2, 3, \dots, 4n$ өзүнүн салмактары менен. n түстөн ар бир таш бир түскө боелду, ар бир түстөн 4-төн таш бар. Төмөнкү шартты далилдегиле: Таштарды төң эки теңсалмактуу топко бөлсөк болот, ар бир топто бир түстү 2-ден таш болошу керек.

шешешембىр, 22. сентябрь 2020

Problem 4. Бүтүн сан берилди $n > 1$. Тоодо башка башка бийиктерде n^2 станция бар. A жана B компанияларда ар биринде k көтөргүч бар. Ар бир көтөргүч бир станциядан токтобой башка станцияга көтөрөт (трансфер), ал станция бийикрак орнолгон. A компаниясынын k трансфери k башка станцияда башталат жана k башка ар түрдүү станцияда бүтөт; бийикракта башталган трансфер бийикракта бүтөт. Ошол эле шарттар B компаниясы үчүн туура. Эгер бир компаниянын төмөнкүү станциядан бийикраак станцияга бир же көбүрөөк трансферлери болсо, анда эки станция ошол компания менен *кошулган* деп айтабыз (башка станциялар арасында өтүүгө тынуу салынат). Ар дайым A компаниясы менен жана B компаниясы менен *кошулган* эки станция табылатурган эң кичинекей k саныны тапкыла.

Problem 5. $n > 1$ карточка берилди, ар бир карточкада он бүтүн жазылган. Каалаган эки карточкада жазылган сандардын арифметикалык орточосу кээбир бир же көбүрөөк карточкаларда жазылган сандардын геометриялык орточосуна барабар. Кайсыл n үчүн карточкаларда жазылган баардык сандар барабар (тен)?

Problem 6. Төмөнкү айтылгандар туура боло турган он константа c саны бар экендигин далилдегиле:

\mathcal{S} — тегиздиктеги $n > 1$ чекиттөн турган көптүк, жана бул чекиттердин ар экөөсүнүн ортосундагы аралык эң аз 1ге барабар. Анда төмөнкүдөй 1 түз ℓ сызыгы бар: 1 түз сызыгы \mathcal{S} көптүктүү кесип өтөт жана \mathcal{S} көптүктүүн ар бир чекитинен 1 түз ℓ сызыгына чейин болгон аралык эң аз $cn^{-1/3}$ ге барабар.

(Эгерде 1 түз ℓ сызыгы кайсыл бир кесиндини кесип өтсө жана бул кесиндинин ақырдары *разделяет* \mathcal{S} көптүгүндө жатса, анда 1 түз сызыгы \mathcal{S} көптүгүн кесип өтөт деп айтабыз).

Эскертуу: Суроодогу $cn^{-1/3}$ тун ордуна башка $cn^{-\alpha}$ үчүн кандайдыр чыгарылыш тапсанар $\alpha > 1/3$ санына карата бааланышы мумкун.