12 iyul 2006-ci il

Məsələ 1. I nöqtəsi ABC üçbucağının daxilinə çəkililmiş çevrənin mərkəzidir. P nöqtəsi bu üçbucağın daxilində yerləşir və

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB\,.$$

münasibəti ödənilir. Isbat edin ki, $AP \geq AI$ və göstərin ki , bu bərabərsizlikdə bərabərlik hali yalnız və yalnız $P = I$ olduqda mümkündür.

Məsələ 2. Düzgün 2006-bucaqlının diaqonalının uc nöqtələri bu çoxbucaqlının sərhədini hər biri tək sayda tərəfdən ibarət iki hissəyə ayırırsa, belə diaqonal *tək* adlanır. Çoxbucaqlının hər bir tərəfi də *tək* hesab edilir.

Tutaq ki, bu düzgün 2006-bucaqlı, çoxbucaqlının daxilində kəsişməyən 2003 sayda diaqonallar vasitəsi ilə üçbucaqlara bölünmüşdür. Bu bölgüdə alınmış və iki tərəfi *tək* olan bərabəryanlı üçbucaqların mümkün maksimal sayını tapın.

Məsələ 3. Elə ən kiçik M ədədini tapın ki, istənilən həqiqi a, b, c ədədləri üçün

$$\left| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) \right| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

bərabərsizliyi doğru olsun .

Ayrılmış vaxt: 4,5 saat
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir

13 iyul 2006-ci il

Məsələ 4. Aşağıdakı tənliyi ödəyən bütün tam *(x,y)* cütlərini tapın:

$$1+2^{x}+2^{2x+1}=y^{2}.$$

Məsələ 5. *P(x)* dərəcəsi *n>1* olan tam əmsallı çoxhədli və *k* istənilən müsbət tam ədəddir. *Q(x)=P(P(...P(P(x))...))* çoxhədlisinə baxaq, burada *P* *k* dəfə təkrarlanir . Isbat edin ki, *Q(t) = t* bərabərliyini ödəyən ən çoxu *n* sayda tam *t* ədədi var.

Məsələ 6. Verilmiş qabariq çoxbucaqlının hər bir *c* tərəfinə bu çoxbucaqlının daxilində yerləşən və tərəflərindən biri *c* ilə üst-üstə duşən ən böyük sahəli üçbucağın sahəsi qarşı qoyulur. Isbat edin ki, bütün tərəflərə uyğun sahələrin cəmi çoxbucaqlının sahəsinin iki mislindən kiçik deyil.

Ayrılmış vaxt: 4,5 saat
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir