Sişenbe, 18-nji iýul, 2017 ý.

Sorag 1. Islendik $a_0 > 1$ bitin san üçin:

$$\text{islendik } n \geq 0 \text{ üçin } a_{n+1} = \begin{cases} \sqrt{a_n} & \text{eger } \sqrt{a_n} \text{ bitin san bolsa} \\ a_n + 3 & \text{bolmadyk ýagdaýynda} \end{cases}$$

görnüşde $a_0, a_1, a_2 \ldots$ yzygiderligini kesgitläň. a_0-yň haýsy bahalary üçin şeýle bir A san bardyr we şol A üçin n-iň tükeniksiz bahasynda a_n=A bolar?

Sorag 2. $\mathbb{R}$ hakyk sanlaryň köplügi bolsun. Islendik x we y hakyky sanlar üçin

$$f(f(x)f(y))+f(x+y)=f(xy)$$

bolan $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funksiýalaryň hemmesini tapyň.

Sorag 3. Awçy bilen göze görünmeýän towşan tekizlikde oýun oýnaýarlar. Oýuna başlamazdan ozal towşanyň duran A_0 nokady bilen awçynyň duran B_0 nokady gabat gelýär. n-1 tapgyrdan soň, towşan A_{n-1} nokatda bolar we awçy-B_{n-1} nokatda. Oýunyň n-nji tapgyrynda üç hereket yzygiderlikde amala aşýar:

(i) A_{n-1} bilen A_n-iň arasyndaky uzynlyk takyk bir bolar ýaly towşan göze görünmän A_n nokada barýar.

(ii) Ýerini çak edýän enjam awça bir sany P_n nokat aýdýar. Ýerini çak edýän enjam diňe P_n bilen A_n-iň arasyndaky uzynlygyň iň köp 1-e deňdigini güwä geçýär.

(iii) B_{n-1} bilen B_n-iň arasyndaky uzynlyk takyk bir bolar ýaly awçy göze görnüp B_n nokada barýar.

10^9 tapgyrdan soň, towşanyň nähili hereket etjegine garamazdan we ýerini çak edýän enjam tarapyndan haýsy nokadyň aýdyljagyna garamazdan, herekedini erkin saýlap seçýän awçy özi bilen towşanyň arasyndaky uzynlygyň iň köp 100 bolmaklygyny güwä geçip bilmekligi hemişe mümkinmi?

Language: Turkmen

Wagt: 4 sagat 30 minut
Her sorag 7 baldan ballandyrylar

Çarşenbe, 19-njy iýul, 2017 ý.

Sorag 4. RS diametr bolmaz ýaly Ω töweregiň üsünde dürli R we S nokatlar alynsyn. Ω töwerege R-de galtaşýan ℓ galtaşmasy berilsin. S nokat RT kesimiň ortasy bolar ýaly T nokat alynsyn. JST üçburçlygyň daşyndan çyzylan Γ töwerek ℓ-ni iki dürli nokatda keser ýaly Ω-nyň kiçi RS dugasynda J nokat alynsyn. Γ bilen ℓ-niň R nokada ýakyn bolan umumy nokady A bolsun. AJ göni çyzyk Ω-ny ikinji gezek K nokatda kesýär bolsun. KT göni çyzygyň Γ töwerege galtaşýandygyny subut ediň.

Sorag 5. $N \geq 2$ bolan bitin san berlen. Islendik ikisiniň boýlarynyň uzynlygy deň bolmadyk $N(N+1)$ futbolçy bir setirde dur. Tälimçi bu setirden $N(N-1)$ futbolçyny aýyryp galan $2N$ futbolçydan ybarat bolan täze setiriň aşakdaky N sany şerti kanagatlandyrmagyny isleýär:

(1) iň uzyn oýunçy bilen ikinji iň uzyn oýunçyň arasynda hiç kim bolmaz ýaly,
(2) iň uzyn üçünji oýunçy bilen iň uzyn dördünji oýunçyň arasynda hiç kim bolmaz ýaly,
.
.
.
(N) iň gysga ikinji oýunçy bilen iň gysga oýunçyň arasynda hiç kim bolmaz ýaly.

Tälimçiniň bu islegi hemişe mümkindigini subut ediň.

Sorag 6. Eger x bilen y bitin sanlar özara ýönekeý sanlar bolsa, bitin sanlaryň tertipleşdirilen (x,y) ikiligine *primitiw nokat* diýilýär. Tükenikli primitiw nokatlardan ybarat bolan S köplügi berilsin. Aşakdaky şerti kanagatlandyrýan položitel bitin n san we $a_0, a_1, \ldots, a_n$ bitin sanlaryň bardygyny subut ediň:

S-däki islendik (x,y) üçin $a_0x^n+a_1x^{n-1}y+a_2x^{n-2}y^2+\ldots+a_{n-1}xy^{n-1}+a_ny^n=1$ bolar.

Wagt: 4 sagat 30 minut
Her sorag 7 baldan ballandyrylar