

12 iyul 2006-ci il

Məsələ 1. I nöqtəsi ABC üçbucağının daxilinə çəkililmiş çevrənin mərkəzidir. P nöqtəsi bu üçbucağın daxilində yerləşir və

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

münasibəti ödənilir. Isbat edin ki, $AP \geq AI$ və göstərin ki, bu bərabərsizlikdə bərabərlik hali yalnız və yalnız $P = I$ olduqda mümkündür.

Məsələ 2. Düzgün 2006-bucaqlının diaqonalının uc nöqtələri bu çoxbucaqlının sərhədini hər biri tək sayıda tərəfdən ibarət iki hissəyə ayırsa, belə diaqonal *tək* adlanır. Çoxbucaqlının hər bir tərəfi də *tək* hesab edilir.

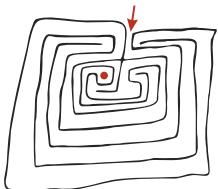
Tutaq ki, bu düzgün 2006-bucaqlı, çoxbucaqlının daxilində kəsişməyən 2003 sayda diaqonallar vasitəsi ilə üçbucaqlara bölünmüştür. Bu bölgüdə alınmış və iki tərəfi *tək* olan bərabəryanlı üçbucaqların mümkün maksimal sayını tapın.

Məsələ 3. Elə ən kiçik M ədədini tapın ki, istənilən həqiqi a, b, c ədədləri üçün

$$| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) | \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

bərabərsizliyi doğru olsun .

Ayrılmış vaxt: 4,5 saat
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir



13 iyul 2006-ci il

Məsələ 4. Aşağıdakı tənliyi ödəyən bütün tam (x,y) cütlərini tapın:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Məsələ 5. $P(x)$ dərəcəsi $n > 1$ olan tam əmsallı çoxhədli və k istənilən müsbət tam ədəddir. $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$ çoxhədlisinə baxaq, burada P k dəfə təkrarlanır. Isbat edin ki, $Q(t) = t$ bərabərliyini ödəyən ən çoxu n sayda tam t ədədi var.

Məsələ 6. Verilmiş qabariq çoxbucaqlının hər bir c tərəfinə bu çoxbucaqlının daxilində yerləşən və tərəflərindən biri c ilə üst-üstə düşən ən böyük sahəli üçbucağın sahəsi qarşı qoyulur. Isbat edin ki, bütün tərəflərə uyğun sahələrin cəmi çoxbucaqlının sahəsinin iki mislindən kiçik deyil.

Ayrılmış vaxt: 4,5 saat
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir