Language: **Arabic (Moroccan)**

Day: **1**

الإثنين 11 يوليوز 2016

المسألة 1. المثلث BCF قائم الزاوية في B . لتكن A النقطة من المستقيم (CF) حيث $FA = FB$ و F توجد بين A و C . نختار النقطة D حيث $DA = DC$ و المستقيم (AC) منصف الزاوية $\widehat{DAB}$. نختار النقطة E حيث $EA = ED$ و المستقيم (AD) منصف الزاوية $\widehat{EAC}$. لتكن M منتصف القطعة $[CF]$، و X النقطة حيث يكون الرباعي $AMXE$ متوازي الأضلاع (أي $(AM) \parallel (EX)$ و $(EA) \parallel (MX)$).

بيّن أنّ المستقيمات (BD) و (FX) و (ME) متلاقية.

المسألة 2. أوجد كلّ الأعداد الصحيحة الموجبة قطعا n التى من أجلها يمكن ملء كلّ خانة من خانات جدول من قياس $n \times n$ بأحد من الرموز I أو M أو O بحيث يتحقق الشرطان التاليان:

- في كلِّ سطر وكلّ عمود، من أسطر وأعمدة الجدول، يكون ثلث الخانات مملوءا بالرمز I، وثلث مملوء بالرمز M، وثلث مملوء بالرمز O ؛
- في كلِّ قُطر عدد خاناته يقبل القسمة على ثلاثة، يكون ثلث الخانات مملوءا بالرمز I، وثلث مملوء بالرمز M، وثلث مملوء بالرمز O .

ملحـوظة : أسطر وأعمدة الجدول من قياس $n \times n$ مرقمة من 1 إلى n . تصبح بذلك كلّ خانة مرتبطة بزوج (i, j) من عددين صحيحين موجبين قطعا $(1 \le i, j \le n)$. لكلّ $n > 1$ ، يتوفر الجدول على $4n - 2$ قطرا وهي من صنفين. كلّ قطر من الصنف الأول يتكون من الخانات (i, j) التي من أجلها يكون المجموع $i + j$ ثابتا، بينما يتكون كلّ قطر من الصنف الثاني من الخانات (i, j) التي من أجلها يكون الفرق $i - j$ ثابتا.

المسألة 3. ليكن $P = A_1A_2 \ldots A_k$ مضلعا محدّبا في المستوى رؤوسه $A_1, A_2, \ldots, A_k$ تنتمي إلى دائرة وتكون إحداثياتها أعدادا صحيحة. لتكن S مساحة المضلع P . نعتبر عددا صحيحا طبيعيا فرديا n حيث يكون مربع طول كلّ ضلع من أضلاع P عددا قابلا للقسمة على n .

بيّن أنّ $2S$ عدد صحيح قابل للقسمة على n .

مدّة الإنجاز: أربع ساعات ونصف

تمنح سبع نقاط لكلّ مسألة

Language: **Arabic (Moroccan)**

Day: **2**

الثلاثاء 12 يوليوز 2016

المسألة 4. يقال عن مجموعة أعداد صحيحة موجبة قطعا إنّها عطرة إذا كانت تحتوي على عنصرين أو أكثر وكان كلّ عنصر من عناصرها يقبل عاملا أوليا مشتركا مع عنصر آخر على الأقل. ليكن $P(n) = n^2 + n + 1$. ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد الصحيح الموجب قطعا b التي من أجلها يوجد عدد صحيح موجب a يجعل المجموعة

$$\{P(a+1), P(a+2), \ldots, P(a+b)\}$$

عطرة؟

المسألة 5.
تمّ كتابة المعادلة

$$(x-1)(x-2)\cdots(x-2016) = (x-1)(x-2)\cdots(x-2016)$$

على السبورة، والتي تحوي في كلّ طرف من طرفيها على 2016 عامل خطّيّ. ما هي أصغر قيمة ممكنة للعدد الصحيح الطبيعي k التي من أجلها يمكننا محو k من هذه العوامل الخطيّة التي عددها 4032 بحيث يبقى على الأقل عامل في كلّ من الطرفين ولا تقبل المعادلة الجديدة حلولا حقيقيّة؟

المسألة 6. نعتبر $n \geqslant 2$ قطعة في المستوي بحيث تتقاطع كلّ قطعتين في نقطة مختلفة عن طرفي كل من إحداهما ولا تكون أي ثلاثة من هذه القطع متلاقية. يريد جعفر أن يختار من كلّ قطعة طرفا يضع فيه ضفدعة تنظر في اتّجاه الطّرف الآخر. ثمّ يصفّق جعفر $n-1$ مرّة متتالية. عند كلّ تصفيقة تقفز كلّ ضفدعة إلى نقطة التّقاطع الموالية على قطعتها، علما أنّ الضّفادع لا تغيّر أبدا وجهتها. يرغب جعفر في أن يضع الضّفادع بحيث لا تلتقي منها ضفدعتان أبدا في نقطة تقاطع في نفس الوقت.

ا. أثبت أنّه يمكن دائما لجعفر أن يحقّق رغبته إذا كان n عددا فرديا.

ب. أثبت أنّه لا يمكن أبدا لجعفر أن يحقّق رغبته إذا كان n عددا زوجيا.

مدّة الإنجاز: أربع ساعات ونصف
تمنح سبع نقاط لكلّ مسألة