

*Dúisenbi, 9 shilde, 2018 j.*

**Esep 1.**  $ABC$  súir buryshty úshburyshynyń syrttaı syzylǵan sheńberi  $\Gamma$  bolsyn.  $AD = AE$  bolatyn  $AB$  men  $AC$  kesindilerinde sákesinshe  $D$  jáne  $E$  núkteleri belgilengen.  $BD$  men  $CE$ -niń ortaq perpendikularlary  $\Gamma$  sheńberiniń  $AB$  men  $AC$  kishi doǵalardy sákesinshe  $F$  jáne  $G$  núktelerinde qıylsady.  $DE$  men  $FG$  parallel (nemese birdei bolatyn) ekenin dáleldenińiz.

**Esep 2.** Kelesi shartty qanaǵattandyratyn barlyq bútin  $n \geq 3$  sandaryn tabyńyz:

$$a_{n+1} = a_1, a_{n+2} = a_2, \text{ jáne } i = 1, 2, \dots, n \text{ úshin}$$

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

bolatyn  $a_1, a_2, \dots, a_{n+2}$  naqty sandar tabylady.

**Esep 3.** *Anti-Pascal úshburyshy* ol kelesi ereje boıynsha sandardan qýralǵan teńbúirli úshburyshty ornalastyruy: tómengi qatardyń sandarynan basqa, árbir san dereu tómen turǵan eki sannyń ayırmasyń modýline teń. Mysaly, tórt qatardan turatyn jáne 1-den 10-ǵa deın barlyq bútin sandar kezdesetin osyndaı anti-Pascal úshburyshy keltirilgen:

$$\begin{array}{cccc} & & & 4 \\ & & 2 & 6 \\ & 5 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 10 & 9 \end{array}$$

2018 qatardan turatyn jáne 1-den  $1 + 2 + \dots + 2018$  sanǵa deın barlyq bútin sandar kezdesetindeı anti-Pascal úshburyshy bar ma?

*Seisenbi, 10 shilde, 2018*

**Esep 4.** Eger  $x$  jáne  $y$  ekeyi naqty oń jane 20-dan kishi nemese teń bolsa, onda zhazyqtyǵynyń  $(x, y)$  núktesi *oryn* dep bolsyn.

Bastapqyda, 400 ornynan árqaisysy bos. Aruzhan men Berik osy oryndarǵa kezek-kezekpen tastar qoiady, jáne Aruzhan birinshi bastady. Aruzhan óziniń ár kezekte zhańa bir qyzyl tasty bos oryńǵa saladı biraq qyzyl tastardyń kez kelgen eki ornynyń ara qashyqtyǵy  $\sqrt{5}$  teń emes bolu qajet. Berik oziniń ár kezekte zhańa bir kók tasty bos oryńǵa saladı. (Kók tasy bar orny basqa oryndardan ara qashyqtyǵy kez kelgen bolýy ruqsat.) Eger bir oıynshynyń tasty qoiýǵa mumkindigi zhoq bolsa, oıyn toqtady.

Berik kók tastardy qalaı qoısa da, Aruzhan  $K$  qyzyl tas saluǵa kepili bar bolatyndaı, eń úlken  $K$  sanyn tabyńyz.

**Esep 5.**  $a_1, a_2, \dots$  naqty oń sandardan turatyn sheksiz tizbegi bolsyn. Barlyq  $n \geq N$  úshin

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

sany bútin bolatyndaı, bútin  $N > 1$  sany bar. Barlyq  $m \geq M$  úshin  $a_m = a_{m+1}$  bolatyn  $M$  bar ekeni dáleldeniz.

**Esep 6.**  $AB \cdot CD = BC \cdot DA$  oryndalatyn  $ABCD$  dóńes tórtburysly berilgen.

$$\angle XAB = \angle XCD \quad \text{jáne} \quad \angle XBC = \angle XDA$$

bolatyn  $ABCD$  ishinde  $X$  núktesi zhatyr.  $\angle BXA + \angle DXC = 180^\circ$  ekenin dáleldeniz.