

วันพุธที่ ๑๕ กรกฎาคม ๒๕๕๒

โจทย์ข้อที่ ๑ ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก และให้ a_1, \dots, a_k ($k \geq 2$) เป็นจำนวนเต็มที่แตกต่างกันทั้งหมดในเซต $\{1, \dots, n\}$ ซึ่ง n หาร $a_i(a_{i+1} - 1)$ ลงตัว สำหรับทุก $i = 1, \dots, k-1$
จงพิสูจน์ว่า n หาร $a_k(a_1 - 1)$ ไม่ลงตัว

โจทย์ข้อที่ ๒ ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมล้อมรอบ
จุด P และจุด Q เป็นจุดภายในที่อยู่บนด้าน CA และด้าน AB ตามลำดับ
ให้จุด K, L และ M เป็นจุดกึ่งกลางของส่วนของเส้นตรง BP, CQ และ PQ ตามลำดับ
และให้ Γ เป็นวงกลมที่ผ่านจุด K, L และ M
สมมติว่าเส้นตรง PQ สัมผัสวงกลม Γ จงพิสูจน์ว่า $OP = OQ$

โจทย์ข้อที่ ๓ สมมติว่า s_1, s_2, s_3, \dots เป็นลำดับเพิ่มโดยแท้ของจำนวนเต็มบวก ซึ่งลำดับย่อย

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \dots \quad \text{และ} \quad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$$

ทั้งสองลำดับเป็นลำดับเลขคณิต

จงพิสูจน์ว่าลำดับ s_1, s_2, s_3, \dots ต้องเป็นลำดับเลขคณิต

วันพฤหัสบดีที่ ๑๖ กรกฎาคม ๒๕๕๒

โจทย์ข้อที่ ๔ ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้าน $AB = AC$

เส้นแบ่งครึ่งมุม $\hat{C}AB$ และเส้นแบ่งครึ่งมุม $\hat{A}BC$ ตัดด้าน BC และด้าน CA ที่จุด D และจุด E ตามลำดับ ให้จุด K เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบในของรูปสามเหลี่ยม ADC

สมมติว่า $\hat{BEK} = 45^\circ$ จงหาขนาดที่เป็นไปได้ทั้งหมดของมุม $\hat{C}AB$

โจทย์ข้อที่ ๕ จงหาฟังก์ชัน f ทั้งหมดจากเซตของจำนวนเต็มบวกไปยังเซตของจำนวนเต็มบวก ซึ่งสำหรับจำนวนเต็มบวก a และ b ใด ๆ จะมีรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ลดรูปซึ่งมีความยาวของด้านเป็น

$$a, f(b) \text{ และ } f(b + f(a) - 1)$$

(รูปสามเหลี่ยมที่ไม่ลดรูป เป็นรูปสามเหลี่ยมที่จุดยอดทั้งสามจุดไม่อยู่ร่วมเส้นตรงเดียวกัน)

โจทย์ข้อที่ ๖ ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกันทั้งหมด

ให้ M เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $n-1$ จำนวนใด ๆ ซึ่งไม่รวม $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

ตึกแถวหนึ่งจะกระโดดตามเส้นจำนวนจริง โดยเริ่มต้นที่จุด 0 แล้วกระโดดไปทางขวา n ครั้ง

ด้วยระยะทางที่เป็นการจัดอันดับบางแบบของ a_1, a_2, \dots, a_n

จงพิสูจน์ว่า สามารถจัดอันดับของระยะทางให้ตึกแถวไม่ตกบนตำแหน่งของจุดใด ๆ ในเซต M เลย