

12 July 2006

السؤال الاول :

ليكن ABC مثلثا , و النقطة I مركز الدائره الداخليه (تقاطع منصفات الزوايا) في المثلث . اذا كانت P نقطه داخل المثلث بحيث تحقق المساواة

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

برهن أن $AP \geq AI$, و المساواة ($AP = AI$) تتحقق اذا و اذا فقط $P = I$.

السؤال الثاني :

ليكن P مضلع منتظم ذو 2006 ضلع . يسمى قطر المضلع P جيد اذا جزأت نقطتا نهايتيه المضلع P الى جزئين يحتوي كل جزء عدد فردي من اضلاع P . اعتبر اضلاع المضلع P جيده .
نفرض أن المضلع P قسم الى مثلثات بواسطة 2003 قطرا , لا يتقاطع أي قطرين منهما داخل المضلع P . أوجد اكبر عدد ممكن من المثلثات المتطابقة الضلعين التي تملك ضلعين جيده من اضلاع المضلع الناتجه بواسطة هذا النظام.

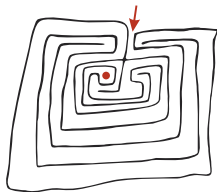
السؤال الثالث :

أوجد اصغر عدد حقيقي M يحقق المتباينه

$$| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) | \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

لكل الاعداد الحقيقية a, b, c .

الوقت المتاح للأجابة : أربع ساعات و نصف الساعة
لكل مسأله 7 درجات فقط.



13 July 2006

السؤال الرابع :

حدد جميع الأزواج المرتبة (x, y) حيث x, y أعداد صحيحة , تحقق المعادلة

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

السؤال الخامس :

لتكن $P(x)$ كثيرة حدود من الدرجة n حيث $n > 1$ ومعاملاتها أعداد صحيحة , وليكن k عدد صحيح موجب . أعتبر كثيرة الحدود

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$
 حيث P تكررت k مره .

برهن أنه يوجد على الاكثر n من الأعداد الصحيحة t التي تثبتها كثيرة الحدود $Q(x)$, اي أن $Q(t) = t$.

السؤال السادس :

عين لكل ضلع b في المضلع المحدب P المساحة القصوى لمثلث في المضلع P يكون الضلع b احد اضلاعه .
برهن أن مجموع المساحات المعينه لجميع اضلاع المضلع تساوي على الأقل (لا تقل عن) ضعف مساحة المضلع P .

الوقت المتاح للأجابة : أربع ساعات و نصف الساعة .
لكل مسأله 7 درجات فقط .