الأربعاء 12 يوليوز 2006

Language : Moroccan Arabic

التمرين 1 :

ليكن ABC مثلثا و ليكن I مركز الدائرة المحاطة به .
P نقطة داخل المثلث حيث : $P\hat{B}A + P\hat{C}A = P\hat{B}C + P\hat{C}B$.
بين أن $AP \geq AI$ و أن هناك التساوي إذا ، و فقط إذا ، كان $P = I$.

التمرين 2 :

نعتبر مضلعا منتظما P له 2006 ضلعا . نقول أن قطرا في هذا المضلع *حسن* إذا كان طرفاه يقسمان حدود المضلع P (أي محيطه) إلى جزئين ، كل واحد منهما يحتوي على عدد فردي من الأضلاع .
أضلاع المضلع P تعتبر كذلك *حسنة* .
نفترض أن المضلع P مجزء إلى مثلثات بواسطة 2003 قطرا من أقطار غير متقاطعة مثنى مثنى داخل المضلع .
بالنسبة لهذه التجزئة ، أوجد أكبر عدد ممكن للمثلثات المتساوية الساقين و التي تحتوي على ضلعين *حسنين* .

التمرين 3 :

أوجد أصغر عدد حقيقي M بحيث تكون المتفاوتة :

$$\left| ab(a^2-b^2)+bc(b^2-c^2)+ca(c^2-a^2) \right| \leq M\left(a^2+b^2+c^2\right)^2$$

صحيحة لكل a و b و c من مجموعة الأعداد الحقيقية .

مدة الإنجاز : 4 ساعات و نصف
تمنح 7 نقط عن كل تمرين

الخميس 13 يوليوز 2006

Language : Moroccan Arabic

التمرين 4 :

حدد جميع الأزواج (x , y) من الأعداد الصحيحة النسبية بحيث :

$$1+2^{x}+2^{2x+1}=y^{2} \quad .$$

التمرين 5 :

$P(x)$ حدودية درجتها n $(n>1)$ و معاملاتها أعداد صحيحة نسبية و k عدد صحيح طبيعي غير منعدم .
نعتبر الحدودية $Q(x)=P(P(.....P(P(x)).....))$ التي يظهر فيها P ، k مرة .
بين أنه يوجد على الأكثر n عددا صحيحا نسبيا t بحيث $Q(t)=t$.

التمرين 6 :

نعتبر مضلعا محدبا P و نربط كل ضلع b من هذا المضلع بالمساحة القصوية لمثلث موجود داخل P و أحد أضلاعه هو b . بين أن مجموع المساحات المرتبطة بجميع أضلاع المضلع P أكبر أو يساوي ضعف (double) مساحة المضلع P .

مدة الإنجاز : 4 ساعات و نصف
تمنح 7 نقط عن كل تمرين