

2006 оны 7 сарын 12

Бодлого 1. ABC гурвалжинг багтсан тойргийн /
тов I байх. И гурвалжны дотор P цэгээс

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

байхаар авав. $AP \geq AI$ болохыг баталж,
тэгвэл биедх займгүй бөгөөд хүртээгдэхи
конзол нь P цэгт тэнгэвхээх явдал гэж батал.

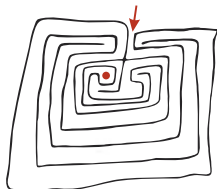
Бодлого 2. Зөв 2006 ондот P-ийн диагональ-
ийн төсгөлийн цэгүүд нь P-ийн хилийг
тус бүр нь сонгогд тооно тал агуулах
хээр хэсэгт хувааж байвал түүнийг сайн
гье. P-ийн талуудыг мөн сайн гье.
Анх хээр нь P-ийн дотор ерөөхий цэгүүд
байх 2003 диагональаараа P гурвалжингуудад
хуваагдсак байх. Тийн хуваалтад хээр
сайн талтай адил хажуут гурвалжин хилий-
ийн олондоо хэд байх болох вэ?

Бодлого 3. Аливаа a, b, c бодит тоокуудын
хувьд

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

тэнцэтгэлийн биедх хамгийн бага бодит тоо M-г ол.

Бодох хугацаа: 4цаг 30минут
Бодлого бүр 7 оноо



2006 оны 7 сарын 13

Бодлого 4. $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$

байх бүхэл тооны бүх хос (x, y) -г ол.

Бодлого 5. $P(x)$ бүхэл коэффициенттой $n > 1$ зэргийн олон гишүүнт ба k дургүй натурал тоо байх.

$$Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$$

олон гишүүнтийг авч (энд P к удаа орсох). $Q(t) = t$ байх бүхэл тоо t n -ээс ихгүй оршиж байхыг батал.

Бодлого 6. Гүдгэр олон оройт P -ийн b тал бүрт, n тал нь b -ийг давцгаах P -д агуулагдах гурвалжныудын талбайн хамгийн ихийг харгалзуулъя. P -ийн бүх талуудад харгалзах талбайнуудын нийлбэр, P -ийн талбайн хоёр дахин айнаас багагүй гэдгээ батал.

Бодогч хугацаа: 4 цаг 30 минут
Бодлого бүр 7 оноо