



ថ្ងៃទី ៧ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០

លំហាត់ ១, ចូរកំណត់គ្រប់អនុគមន៍ $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ដែលសមភាព $f(\lfloor x \rfloor y) = f(x) \lfloor f(y) \rfloor$
ដើម្បីងារតាត់គ្រប់ពំលេល $x, y \in \mathbb{R}$ ។
($\lfloor z \rfloor$ ជាអនុគមន៍មានពំលេលជាចំនួនគត់ បុង្ញកកត់ ដំបំផុតដែលត្រួចជាងប្រឡើចំនួនពិត z)

លំហាត់ ២, គោរោយ I ជាជួននៃរដ្ឋឱ្យការក្នុងត្រីការន ABC ហើយ Γ
ជានេងចារីកក្រោនត្រីការននេះ ៦ បន្ទាត់ AI កាត់រដ្ឋង់ Γ មួនឡើតត្រង់ D ។ E ជាចំនួនមួយនៅលើផ្លូវ BDC ហើយ F ជាចំនួនមួយនៅលើផ្លូវ BC ដែល $\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC$ ។ ហើយ
 G ជាចំនួនកណ្តាលនៃអង្គត់ IF ។ បង្ហាញថា បន្ទាត់ DG និងបន្ទាត់ EI ប្រសព្តធនាលើលើរដ្ឋង់ Γ ។

លំហាត់ ៣, គោរោយ N ជាសំនុះនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានដែលស្មុំ ។ ចូរកំណត់គ្រប់អនុគមន៍ $g : N \rightarrow N$
ដែលធ្វើឡាយ $(g(m)+n)(m+g(n))$ ជាការប្រាកដ ចំពោះគ្រប់ $m, n \in N$ ។



ថ្ងៃព្រហស្បតី ទី៨ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១០

លំហាត់ ៤, គោរព P ជាចំនួចមួយក្នុងព្រឹកការណ៍ ABC ។ បន្ទាត់ AP, BP និង CP កាត់រួចចំង់
ក្នុងព្រឹកការណ៍ ABC មួយឡើងត្រង់ K, L និង M រៀងត្រង់ បន្ទាត់ប៊ែវរួចចំង់ Γ ត្រង់ C
កាត់បន្ទាត់ AB ត្រង់ S ។ ឧបមាថា $SC = SP$ ។ បង្ហាញថា $MK = ML$ ។

លំហាត់ ៥, ដីបូងមានកាក់មួយក្នុងប្រអប់និមួយទាំងប្រអប់ទាំងប្រាំមួយ $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ ។
គេអនុញ្ញាតរូបរាងប្រើប្រាស់ប្រព័ន្ធឌីរប្រភេទផ្ទុចខាងក្រោម៖

ប្រភេទទី ១: និសយកប្រអប់មិនទទួល B_j មួយ ដែល $1 \leq j \leq 5$ ។ យកកាក់មួយចេញពី B_j
ហើយដាក់កាក់ពីរចូល B_{j+1} ។

ប្រភេទទី ២: និសយកប្រអប់មិនទទួល B_k មួយ ដែល $1 \leq k \leq 4$ ។ យកកាក់មួយចេញពី B_k
ហើយផ្តល់វិញ្ញានរវាងកាក់ទាំងអស់ដែលមានក្នុងប្រអប់ B_{k+1} និង B_{k+2}
(មេរីប្រអប់ទាំងពីរនេះត្រូវកាក់កែងដោយ) ។

ឱ្យរអ្នកសិក្សា ថាគារពិនិត្យការបន្ទាប់ត្រាដែលត្រូវធ្វើរបុណ្ណោះប្រអប់ B_1, B_2, B_3, B_4, B_5
ទៅជានេះទៅទាំងអស់ ហើយប្រអប់ B_6 មានកាក់ចំនួន $2010^{2010^{2010}}$ ។ (កត់សំគាល់ថា $a^{b^c} = a^{(b^c)}$) ។

លំហាត់ ៦, គោរព a_1, a_2, a_3, \dots ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។ ឧបមាថាចំពោះចំនួនកត់វិជ្ជមាន
 s ណាមួយ, គេបាន $a_n = \max\{a_k + a_{n-k} / 1 \leq k \leq n-1\}$ ចំពោះត្រូវបាន $n > s$ ។ បង្ហាញថា
មានចំនួយកត់វិជ្ជមាន l និង N ដែល $l \leq s$ នោះ $a_n = a_l + a_{n-l}$ ត្រូវបាន $n \geq N$ ។