

12 Temmuz 2006

Problem 1. İçteğet çemberinin merkezi I olan bir ABC üçgeninin içinde,

$$\hat{m(PBA)} + \hat{m(PCA)} = \hat{m(PBC)} + \hat{m(PCB)}$$

olacak şekilde bir P noktası seçiliyor. $|AP| \geq |AI|$ olduğunu ve eşitliğin ancak ve ancak $P = I$ olması halinde sağlanacağını gösteriniz.

Problem 2. Bir P düzgün 2006-geni veriliyor. P nin bir köşegenine, uçları P nin çevresini, her birisi P nin tek sayıda kenarından oluşan iki parçaya ayırması halinde, *güzel* adı veriliyor. P nin her kenarı da *güzel* kabul ediliyor.

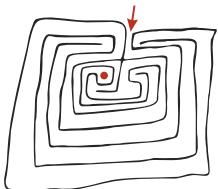
P , herhangi ikisi çokgen içinde kesişmeyen 2003 köşegeni tarafından üçgensel bölgelere ayrıldığında, iki kenarı *güzel* olan en fazla kaç ikizkenar üçgen oluşturabileceğini bulunuz.

Problem 3. Tüm a, b, c reel sayıları için

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

eşitsizliğini geçerli kıلان en küçük M reel sayısını bulunuz.

Süre 4,5 saatir.
Her problem 7 puandır.



13 Temmuz 2006

Problem 4. $1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$ eşitliğini sağlayan tüm (x, y) tam sayı ikililerini belirleyiniz.

Problem 5. Katsayıları tam sayı ve derecesi $n > 1$ olan bir $P(x)$ polinomu ile bir $k > 0$ tam sayısı veriliyor. $Q(x) = P(P(\cdots P(P(x))\cdots))$, P nin k kez kullanılmasıyla tanımlanan polinom olmak üzere, $Q(t) = t$ eşitliğini sağlayan t tam sayılarının sayısının en fazla n olacağını ispatlayınız.

Problem 6. Dışbükey bir P çokgeninin her b kenarına, çokgenin dışına taşmayan ve kenarlarından birisi b olan üçgenlerin sahip olabileceği en büyük alan değeri karşı tutuluyor. P nin tüm kenarlarına karşı tutulan değerler toplamının, P nin alanının iki katından küçük olamayacağını gösteriniz.

*Süre 4,5 saatir.
Her problem 7 puandır.*