

ວັນພຸດທີ ๑ ດັລາມ ກຣກງານ ແກສະກິບ

ໂຈຍໍ້ຂ້ອທີ່ ១ ໃຫ້ n ເປັນຈຳນວນເຕີມບວກ ແລະ ໃຫ້ a_1, \dots, a_k ($k \geq 2$) ເປັນຈຳນວນເຕີມທີ່ ແຕກຕ່າງກັນທັງໝົດໃນເຊື່ອ $\{1, \dots, n\}$ ຜຶ່ງ n ຩາວ $a_i(a_{i+1} - 1)$ ລົງຕົວ ສໍາຮັບທຸກ $i = 1, \dots, k - 1$ ຈຶ່ງພິສູນ໌ວ່າ n ຩາວ $a_k(a_1 - 1)$ ໄນລົງຕົວ

ໂຈຍໍ້ຂ້ອທີ່ ២ ໃຫ້ ABC ເປັນຮູບສາມເහົ່າຍໍມທີ່ມີຈຸດ O ເປັນຈຸດຄູນຍົກລາງຂອງວັງກລມລ້ອມຮອບ ຈຸດ P ແລະ ຈຸດ Q ເປັນຈຸດກາຍໃນທີ່ອູ້ບຸນດ້ານ CA ແລະ ດ້ານ AB ຕາມລຳດັບ ໃຫ້ຈຸດ K, L ແລະ M ເປັນຈຸດກຶ່ງກາງຂອງສ່ວນຂອງເສັ້ນຕຽງ BP, CQ ແລະ PQ ຕາມລຳດັບ ແລະ ໃຫ້ Γ ເປັນວັງກລມທີ່ຜ່ານຈຸດ K, L ແລະ M

ສມມຕົວ່າເສັ້ນຕຽງ PQ ສັນພັກລົມ Γ ຈຶ່ງພິສູນ໌ວ່າ $OP = OQ$

ໂຈຍໍ້ຂ້ອທີ່ ៣ ສມມຕົວ່າ s_1, s_2, s_3, \dots ເປັນລຳດັບເພີ່ມໂດຍແທ້ຂອງຈຳນວນເຕີມບວກ ຜຶ່ງລຳດັບຍ່ອຍ ທັ້ງສອງລຳດັບເປັນລຳດັບເລີຂຄນິຕ ຈຶ່ງພິສູນ໌ວ່າລຳດັບ s_1, s_2, s_3, \dots ຕ້ອງເປັນລຳດັບເລີຂຄນິຕ

Language: Thai

ເວລາ: ៥ ຂ້າໂມງ ๓๐ ນາທີ
ໂຈຍໍ້ແຕ່ລະຂ້ອມີ ໗ ຄະແນນ

วันพุธที่สุดที่ ๑๖ กรกฎาคม ๒๕๕๒

โจทย์ข้อที่ ๔ ให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมซึ่งมีด้าน $AB = AC$

เส้นแบ่งครึ่งมุม $C\hat{A}B$ และเส้นแบ่งครึ่งมุม $A\hat{B}C$ ตัดด้าน BC และด้าน CA ที่จุด D และจุด E ตามลำดับ
ให้จุด K เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมแนบในของรูปสามเหลี่ยม ADC

สมมติว่า $B\hat{E}K = 45^\circ$ จงหาขนาดที่เป็นไปได้ทั้งหมดของมุม $C\hat{A}B$

โจทย์ข้อที่ ๕ จงหาฟังก์ชัน f ทั้งหมดจากเซตของจำนวนเต็มบวกไปยังเซตของจำนวนเต็มบวก
ซึ่งสำหรับจำนวนเต็มบวก a และ b ใด ๆ จะมีรูปสามเหลี่ยมที่ไม่ลดรูปซึ่งมีความยาวของด้านเป็น

$$a, f(b) \text{ และ } f(b + f(a) - 1)$$

(รูปสามเหลี่ยมที่ไม่ลดรูป เป็นรูปสามเหลี่ยมที่จุดยอดทั้งสามจุดไม่อยู่ร่วมเส้นตรงเดียวกัน)

โจทย์ข้อที่ ๖ ให้ a_1, a_2, \dots, a_n เป็นจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกันทั้งหมด

ให้ M เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $n - 1$ จำนวนใด ๆ ซึ่งไม่รวม $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

ตึกแต่นตัวหนึ่งจะระโดดตามเส้นจำนวนจริง โดยเริ่มต้นที่จุด 0 และกระโดดไปทางขวา n ครั้ง
ด้วยระยะทางที่เป็นการจัดอันดับบางแบบของ a_1, a_2, \dots, a_n

จงพิสูจน์ว่า สามารถจัดอันดับของระยะทางให้ตึกแต่นไม่ตกบนตำแหน่งของจุดใด ๆ ในเซต M เลย

Language: Thai

เวลา: ๔ ชั่วโมง ๓๐ นาที
โจทย์แต่ละข้อมี ๗/ คะแนน