Language: **Arabic (Moroccan)**

Day: **1**

التمرين 1 :

حدد جميع الدوال $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ بحيث :

$$f([x]y)=f(x)[f(y)] \quad \text{لكل } x \text{ و } y \text{ من } \mathbb{R}$$

$[z]$ هو الجزء الصحيح للعدد z (أكبر عدد صحيح أصغر أو يساوي z).

التمرين 2 :

لتكن I مركز الدائرة المحاطة بالمثلث ABC ولتكن Γ الدائرة المحيطة به (أي بالمثلث ABC) .

المستقيم (AI) يقطع ، مرة ثانية ، الدائرة Γ في نقطة D . لتكن E نقطة من القوس BDC و F نقطة من الضلع BC بحيث :

$$\angle BAF=\angle CAE<\tfrac{1}{2}\angle BAC \qquad (\text{نرمز ب } \angle XYZ \text{ للزاوية } XYZ)$$

أخيراً ، لتكن G منتصف القطعة $[IF]$.

بين أن المستقيمين (DG) و (EI) يتقاطعان في نقطة على الدائرة Γ .

التمرين 3 :

لتكن $\mathbb{N}^*$ مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة .

حدد جميع الدوال $g:\mathbb{N}^*\to\mathbb{N}^*$ بحيث يكون العدد $(g(m)+n)(m+g(n))$ مربعاً كاملاً

لكل m و n من $\mathbb{N}^*$.

الوقت المخصص : 4 ساعات و 30 دقيقة

لكل تمرين 7 نقط .

Arabic (Moroccan)

التمرين 4:

لتكن P نقطة داخل مثلث ABC . المستقيمات (AP) و (BP)و (CP) تقطع ، مرة ثانية ، الدائرة Γ المحيطة بالمثلث ABC في النقط K و L و M على التوالي .

المماس للدائرة Γ في النقطة C يقطع المستقيم (AB) في S . نفترض أن $SC = SP$.

بين أن $MK = ML$.

التمرين 5:

لدينا ستة صناديق $B_1 , B_2 , B_3 , B_4 , B_5 , B_6$ ، في البداية توجد في كل صندوق بيدقة واحدة . هناك صنفين من العمليات المسموح بها :

الصنف الأول : نختار صندوق غير فارغ B_j حيث $1 \le j \le 5$ ونسحب بيدقة واحدة من B_j ونضيف بيدقتين اثنتين إلى الصندوق B_{j+1} .

الصنف الثاني : نختار صندوق غير فارغ B_k حيث $1 \le k \le 4$ ونسحب بيدقة واحدة من B_k ونبادل بين محتوى الصندوقين (يمكن أن يكونا فارغين) B_{k+1} و B_{k+2} .

حدد ما إذا كان من الممكن بعد سلسلة منتهية من هذه العمليات أن نحصل على النتيجة التالية :

الصناديق $B_1 , B_2 , B_3 , B_4 , B_5$ فارغة والصندوق B_6 يحتوي بالضبط على $2010^{2010^{2010}}$.

(لاحظ أن $a^{b^c} = a^{\left(b^c\right)}$)

التمرين 6 :

لتكن $a_1 , a_2 , a_3 , ...$ متتالية من الأعداد الحقيقية الموجبة قطعاً . نفترض أنه من أجل عدد صحيح طبيعي غير منعدم s معلوم، لدينا :

$$a_n = \max \{ a_k + a_{n-k} \mid 1 \le k \le n-1 \} \quad \text{لكل } n > s \ .$$

بين أنه يوجد عددان صحيحان طبيعيان غير منعدمين N و ℓ حيث $\ell \le s$ بحيث $a_n = a_\ell + a_{n-\ell}$ لكل $n \ge N$.

الوقت المخصص: 4ساعات و 30 دقيقة

لكل تمرين 7 نقط .