

Day 1: Monday, July 11, 2016

### លំហាត់ទី១

គេមានត្រីកោណ  $BCF$  ដែលមានមុំកែង  $B$  ។  $A$  គឺជាចំនុចមួយនៅលើបន្ទាត់  $CF$  ដែល  $FA = FB$  ហើយ  $F$  ស្ថិតនៅចន្លោះ  $A$  និង  $C$  ។ គេបានជ្រើសរើសចំនុច  $D$  មួយដែល  $DA = DC$  និង  $AC$  គឺជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ  $\angle DAB$  ។ គេកំណត់យកចំនុច  $E$  មួយដែល  $EA = ED$  ហើយ  $AD$  ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ  $\angle EAC$  ។ យក  $M$  ជាចំនុចកណ្តាលនៃ  $CF$  ។  $X$  ជាចំនុចមួយដែល  $AMXE$  ជាប៉ារ៉ាឡេឡូក្រាម (ដែល  $AM \parallel EX$  និង  $AE \parallel MX$ ) ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់  $BD$ ,  $FX$  និង  $ME$  ប្រសព្វគ្នាត្រង់ចំនុចតែមួយ ។

### លំហាត់ទី២

រកគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន  $n$  ដើម្បីបង្កើតតារាងវិមាត្រ  $n \times n$  ក្នុងនោះថតនីមួយៗអាចបំពេញតួអក្សរតែមួយ ឬមួយ  $I$  ឬមួយ  $M$  ឬមួយ  $O$  ដែលបំពេញលក្ខណៈដូចខាងក្រោម៖

- នៅលើជួរដេក និង ជួរឈរនីមួយៗ មួយភាគបីជាចំនួនតួអក្សរ  $I$ , មួយភាគបីជាចំនួនតួអក្សរ  $M$  និងមួយភាគបីជាចំនួនតួអក្សរ  $O$  និង
- នៅលើអង្កត់ទ្រូងណាក៏ដោយដែលចំនួនតួអក្សរដែលត្រូវបានបញ្ចូលជាពហុគុណនៃ៣ នោះមួយភាគបីជាចំនួនតួអក្សរ  $I$  មួយភាគបីជាចំនួនតួអក្សរ  $M$  និងមួយភាគបីជាចំនួនតួអក្សរ  $O$  ។

**ចំណាំ:** ជួរដេក និងជួរឈរទាំងអស់នៃតារាងវិមាត្រ  $n \times n$  ត្រូវបានរៀបតាមលំដាប់ចំនួនគត់ពីមួយដល់  $n$  ។ ដូច្នេះ ថតនីមួយៗនៃតារាងនេះមានទីតាំងកំណត់ទៅតាមគូ នៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន  $(i, j)$  ដែល  $1 \leq i, j \leq n$  ។ កាលណា  $n > 1$  តារាងនេះមានអង្កត់ទ្រូងចំនួន  $4n - 2$  ដែលមានពីរប្រភេទ។ អង្កត់ទ្រូងប្រភេទទីមួយមានទីតាំងថត  $(i, j)$  ទាំងឡាយណាដែល  $i + j$  ជាចំនួនថេរ ហើយអង្កត់ទ្រូងប្រភេទទីពីរមានទីតាំងថត  $(i, j)$  ទាំងឡាយណាដែល  $i - j$  ជាចំនួនថេរ ។

### លំហាត់ទី៣

គេមានពហុកោណប៉ោង  $P = A_1 A_2 \dots A_k$  នៅក្នុងប្លង់មួយ។ នៅលើគ្រប់កំពូលពហុកោណ  $A_1, A_2, \dots, A_k$  មានកូអរដោនេជាចំនួនគត់ដែលរត់នៅលើខ្សែកោងមួយ។  $s$  ជាក្រលាផ្ទៃនៃពហុកោណ  $P$  ។ គេអោយចំនួនសេសវិជ្ជមាន  $n$  ដែលការបែងចែកពហុកោណ  $P$  នីមួយៗជាចំនួនគត់ចែកដាច់នឹង  $n$  ។ បង្ហាញថា  $2s$  គឺជាចំនួនគត់ដែលចែកដាច់នឹង  $n$  ។

Day2: Tuesday, July 12, 2016

លំហាត់ទី៤

សំនុំចំនួនគត់វិជ្ជមានមួយ អោយឈ្មោះថា Fragrant បើសិនណាវាផ្ទុកយ៉ាងតិចពីរធាតុ ហើយធាតុនីមួយៗរបស់វាជាកត្តាបឋមរួមគ្នាជាមួយធាតុមួយយ៉ាងតិចផ្សេងទៀតនៃសំនុំនេះ។ គេមាន :

$$P(n) = n^2 + n + 1$$

កំណត់តំលៃតូចជាងគេនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន  $b$  ដែលក្នុងនោះមានចំនួនគត់មិនអវិជ្ជមាន  $a$  មួយដែលធ្វើអោយសំនុំ  $\{ P(a+1), P(a+2), \dots, P(a+b) \}$  ជាសំនុំ Fragrant ?

លំហាត់ទី៥

គេបានសរសេរសមីការ

$$(x-1)(x-2)\dots(x-2016) = (x-1)(x-2)\dots(x-2016)$$

សរសេរនៅលើក្តារខៀន ដែលមាន 2016 ផលគុណកត្តាលីនេអ៊ែរ នៅអង្គសង្ខេបនៃសមីការនេះ។ កំណត់រកតំលៃតូចជាងគេ  $k$  ដែលអាចមាន សំរាប់ប្រើក្នុងការលុប  $k$  ផលគុណកត្តាលីនេអ៊ែរពីអង្គសង្ខេបនៃ សមីការដែលមាន 4032 ផលគុណកត្តាលីនេអ៊ែរ ធ្វើយ៉ាងណាក៏ដោយអោយអង្គសង្ខេបនៅសល់យ៉ាងហោចណាស់មួយផលគុណកត្តាដែរ ហើយដែលលទ្ធផលនៃសមីការចុងក្រោយនេះគ្មានរឹសដែលជាចំនួនពិត?

លំហាត់ទី៦

គេមាន  $n$  អង្គតំនៅលើប្លង់ដែល  $n \geq 2$  ហើយអង្គតំទាំងនេះ ពីរៗប្រសព្វគ្នា ហើយគ្មានចំនុចប្រសព្វត្រង់ចំនុចតែមួយ រវាង ៣ អង្គតំនៅលើប្លង់នេះទេ។ Geoff បានដាក់កង្កែបមួយៗនៅចុងសង្ខេបនៃអង្គតំទាំងនោះដោយបែរមុខទៅរកចុងអង្គតំម្ខាងទៀត ហើយគាត់បានទះដៃចំនួន  $n-1$  ដង ។ នៅរាល់ពេលដែលគាត់ទះដៃម្តងៗ កង្កែបទាំងអស់បានលោតបំលាស់ទីតាមគន្លងអង្គតំរៀងៗខ្លួន ហើយឈប់នៅចំនុចប្រសព្វនៃអង្គតំខាងមុខវា។ កង្កែបមិនប្តូរទិសដៅនៃការលោតរបស់វាទេ។ Geoff មានបំណងដាក់កង្កែបទាំងនោះដោយមធ្យោបាយណាមួយធ្វើយ៉ាងណាមិនអោយមានកង្កែបគូណាមួយលោតបំលាស់ទីដល់ចំនុចប្រសព្វដូចគ្នានៃអង្គតំ ក្នុងខណៈពេលដូចគ្នានោះទេ។

- (a) បង្ហាញថា Geoff អាចបំពេញបំណងគាត់បាន បើ  $n$  ជាចំនួនសេស។  
(b) បង្ហាញថា Geoff មិនអាចបំពេញបំណងគាត់បានទេ បើ  $n$  ជាចំនួនគូ។