

12 July 2006

السؤال الأول :

ليكن ABC مثلثاً، و النقطه I مركز الدائري الداخليه (نقاطع منصفات الزوايا) في المثلث. اذا كانت P نقطه داخل المثلث بحيث تحقق المساواة

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$$

برهن أن $AP = AI$ ، و المساواة $AP \geq AI$ تتحقق اذا و اذا فقط $P = I$.

السؤال الثاني :

ليكن P مضلع منتظم ذو 2006 ضلع. يسمى قطر المضلع P جيد اذا جزأت نقطتا نهايتيه المضلع P الى جزئين يحتوي كل جزء عدد فردي من اضلاع P . اعتبر اضلاع المضلع P جيدة.

نفرض أن المضلع P قسم الى مثلاط بواسطة 2003 قطراء، لا يتقاطع أي قطرتين منها داخل المضلع P . أوجد اكبر عدد ممكн من المثلثات المتطابقة الضلعين التي تملك ضلعين جيدة من اضلاع المضلع الناتجه بواسطة هذا النظام.

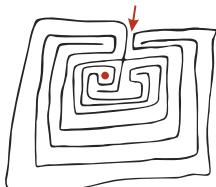
السؤال الثالث :

أوجد اصغر عدد حقيقي M يحقق المتباينه

$$| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) | \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

لكل الاعداد الحقيقية a, b و c .

الوقت المتاح للأجابة : أربع ساعات و نصف الساعة
لكل مسأله 7 درجات فقط.



13 July 2006

السؤال الرابع :

حدد جميع الأزواج المرتبه (x,y) حيث x, y أعداد صحيحه , تحقق
المعادله

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

السؤال الخامس :

لتكن $P(x)$ كثيرة حدود من الدرجة n حيث $n > 1$ ومعاملاتها أعداد
صحيحه , وليكن k عدد صحيح موجب . اعتبر كثيرة الحدود

$. Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$ حيث P تكررت k مره .

برهن أنه يوجد على الأكثر n من الأعداد الصحيحه t التي تثبتها كثيرة الحدود
 $. Q(t) = t$ ، اي أن $Q(x)$

السؤال السادس :

عين لكل ضلع b في المضلع المحدب P المساحة القصوى لمثلث في
المضلع P يكون الضلع b احد اضلاعه .

برهن أن مجموع المساحات المعينه لجميع اضلاع المضلع تساوي على الأقل
(لا تقل عن) ضعف مساحة المضلع P .

الوقت المتاح للأجابة : أربع ساعات و نصف الساعة .
لكل مسئله 7 درجات فقط .