



Գործառնություն, 7 հուլիս 2010 թ.

Դասարան 1. Գրելով բոլոր պնդումներ  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ֆունկցիաներ, որ  
ֆունկցիան  $x, y \in \mathbb{R}$  թվերի համար ճիշտ լինի

$$f([x] \cdot y) = f(x) \cdot [f(y)]$$

համապատասխան (  $[x]$ -ով նշանակված է  $x$ -ը շրջան-  
գծանոց ամբողջ մասը ):

Դասարան 2:  $\triangle ABC$  եռանկյանը ներգծված շրջանագծի  
կենտրոնն է, իսկ  $\Gamma$ -ն պր եռանկյանը արտագծված  
շրջանագծի է:  $\triangle A\Gamma$  ուղիղ  $\Gamma$  շրջանագծի կենտրոնն է  
 $A$  և  $D$  կետերում:  $\triangle BDC$  անկյունի վրա ընկած է  $E$   
կետը, իսկ  $BC$  կողմի վրա՝  $F$  կետն այնպես, որ  
 $\angle BAF = \angle CAE < \frac{1}{2} \angle BAC$ :

$G$ -ն  $\triangle F$  կարգվածի ծրագծերն է: Նկարագրել, որ  
 $DG$  և  $E\Gamma$  ուղիղների հատման կետը գտնվում է  
 $\Gamma$  շրջանագծի վրա:

Դասարան 3. Գրելով բոլոր  $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  ֆունկցիա-  
ները, որոնցից յուրաքանչյուրի համար

$$(g(m) + n)(m + g(n))$$

արտահայտությունը  $m, n \in \mathbb{N}$  թվերի  
կախված լինի զրոյից: ( $\mathbb{N}$ -ը բնական  
թվերի բազմությունն է):

Նշանակում է համարումն լավագույնը՝ 4 և 30 րոպե  
Յուրաքանչյուր խնդիրը լուծվում է 7 միավոր



Դիմացրի, Յուլիս 2010 թ.

Դիմացրի 4. Դիցուք,  $P$ -ն  $ABC$  եռանկյան ներքին րևի է կեր է:  $AP$ ,  $BP$  և  $CP$  ուղիղներն  $ABC$  եռանկյանն արտաքին  $\Gamma$  շրջանագծի կայրն են, համապատասխանաբար, երկրորդ՝  $K$ ,  $Z$  և  $M$  կերերում:  $C$  կերից  $\Gamma$  շրջանագծին ցանցած շոշափուղը  $AB$  ուղիղը կայրն է  $S$  կերում: Դիցուք է, որ  $SC = SP$ : Ապացուցե՛ք, որ  $MK = MZ$ :

Դիմացրի 5.  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$  ցուցիչից յուրաքանչյուր մեջ անցնող գրգռում է Ֆիշի մեկ ծախսարարում: Բացառվում է կայրացել հերթաց երկու ցուցիչ գործողություններ:

1) Ընդհանրացնող ցուցիչի  $B_j$  ( $1 \leq j \leq 5$ ) ցուցի, այնպիսի վերջին մեկ ծախսարարում և  $B_{j+1}$  ցուցի մեջ անցնող երկու ծախսարարում:

2) Ընդհանրացնող ցուցիչի  $B_k$  ( $1 \leq k \leq 4$ ) ցուցի, այնպիսի վերջին մեկ ծախսարարում և  $B_{k+1}$  և  $B_{k+2}$  ցուցից անցնող ցուցիչները (համապատասխանաբար է, որ նրանցից գոնե մեկը լինի ցուցիչ):

Դիմացրի է որոշ ֆունկցիոնալ ցուցիչի գործողությունների կայրացումը և անցնող ցուցիչի անցնող ցուցիչի ցուցիչները, որ  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$  ցուցից լինի ցուցիչ, իսկ  $B_6$ -ն լինի Ֆիշի

$2010^{2010^{2010}}$  ծախսարարում: (Ըստ սահմանումների՝  $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ ):

Դիմացրի 6. Արժեքն է դասական իրական թվերից կայրացում

$a_1, a_2, a_3, \dots$  հարաբերականություն: Դիցուք է, որ  $\exists$  որոշ սահման թվեր  $S$  թվի համար ցուցիչ  $n > S$  դիմացում ցուցիչի հերթաց անցնող ցուցիչները՝

$$a_n = \max\{a_k + a_{n-k} \mid 1 \leq k \leq n-1\}.$$

Ապացուցե՛ք, որ գոյություն ունի այնպիսի թվեր  $\ell$  և  $N$  թվեր, որ  $\ell \leq S$  և  $a_n = a_\ell + a_{n-\ell} \mid \forall n \geq N$ :

Աշխատանքի կայրացումը ժամկետ՝ 4 և 30 րոպե  
Հարաբերականություն թվերի գոյությունը է 7 րոպե