

Rabu, 15 Julai 2009

Soalan 1. Katakan n suatu integer positif dan katakan a_1, \dots, a_k ($k \geq 2$) integer positif berlainan dalam set $\{1, \dots, n\}$ sehingga n membahagi $a_i(a_{i+1} - 1)$ untuk $i = 1, \dots, k-1$. Buktikan bahawa n tidak membahagi $a_k(a_1 - 1)$.

Soalan 2. Katakan ABC suatu segitiga dengan pusat bulatan lilit O . Titik P dan Q adalah masing-masing titik pedalaman sisi CA dan AB . Katakan K , L dan M masing-masing titik tengah segmen BP , CQ dan PQ , dan katakan Γ bulatan yang melalui K , L dan M . Andaikan garisan PQ tangen kepada bulatan Γ . Buktikan bahawa $OP = OQ$.

Soalan 3. Andaikan bahawa s_1, s_2, s_3, \dots suatu jujukan integer positif yang meningkat tegas sehingga kedua-dua subjujukan

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \dots \quad \text{dan} \quad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$$

adalah janjang aritmetik. Buktikan bahawa jujukan s_1, s_2, s_3, \dots adalah suatu janjang aritmetik.

Khamis, 16 Julai 2009

Soalan 4. Katakan ABC suatu segitiga dengan $AB = AC$. Pembahagi dua sama sudut bagi $\angle CAB$ dan $\angle ABC$ masing-masing bersilang dengan sisi BC dan CA pada titik D dan E . Katakan K pusat dalam bagi segitiga ADC . Andaikan bahawa $\angle BEK = 45^\circ$. Cari semua nilai yang mungkin bagi $\angle CAB$.

Soalan 5. Tentukan semua fungsi f daripada set integer positif kepada set integer positif sehingga untuk semua integer positif a dan b , wujud suatu segitiga dengan panjang sisi

$$a, f(b) \text{ dan } f(b + f(a) - 1).$$

Soalan 6. Katakan a_1, a_2, \dots, a_n integer positif berlainan dan katakan M suatu set $n - 1$ integer positif yang tidak mengandungi $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Seekor belalang akan melompat sepanjang paksi nyata, bermula dari titik 0 dan membuat n lompatan ke kanan dengan jarak a_1, a_2, \dots, a_n menuju susunan sembarang. Buktikan bahawa susunan tersebut boleh dipilih sehingga belalang tersebut tidak akan mendarat di sebarang titik dalam M .