

Dushanba, 9 iyul, 2018

Masala 1. Γ - o'tkir burchakli ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylana bo'lsin. D va E nuqtalar mos ravishda AB va AC kesmalarda yotib, bunda $AD = AE$ bo'lsin. BD va CE kesmalarning o'rta perpendikulyarlari Γ aylananing kichik AB va AC yoylarini mos ravishda F va G nuqtalarda kessin. DE va FG to'g'ri chiziqlar parallel bo'lishini (yoki ustma-ust tushganligini) isbotlang.

Masala 2. Shunday barcha natural $n \geq 3$ larni topingki, bunda shunday haqiqiy a_1, a_2, \dots, a_{n+2} sonlar mavjudki, bunda $a_{n+1} = a_1$ va $a_{n+2} = a_2$ tengliklar, hamda barcha $i = 1, 2, \dots, n$ uchun

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

tengliklar bajariladi.

Masala 3. *Anti-Paskal uchburchagi* deb sonlar bilan to'ldirilgan shunday muntazam uchburchak shaklidagi jadvalni ataymiz: eng pastki qatordagi sonlardan boshqa har qanday son bevosita uning pastida joylashgan ikkita sonning ayirmasining moduliga teng. Quyida 4 ta qatordan iborat bo'lgan va 1 dan 10 gacha barcha butun sonlar uchraydigan anti-Paskal uchburchagiga misol keltirilgan :

$$\begin{array}{cccc} & & 4 & \\ & 2 & & 6 \\ & 5 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 10 & 9 \end{array}$$

2018 ta qatordan iborat bo'lgan va 1 dan $1 + 2 + \dots + 2018$ gacha barcha butun sonlar uchraydigan anti-Paskal uchburchagi mavjudmi?

Seshanba, 10 iyul, 2018

Masala 4. Koordinata tekisligida (x, y) nuqtalar *belgilandi*, bunda x va y koordinatalar 20 dan katta bo'lmagan natural sonlar.

Dastlab, 400 ta belgilangan nuqtalar hammasi bo'sh. Anora va Botir navbatma-navbat shu nuqtalarga toshlarni qo'ymoqda. Birinchi bo'lib Anora yurishni boshladi. Anora har yurganida bo'sh bo'lgan nuqtaga yangi qizil toshni quymoqda, bunda qizil tosh quyilgan ixtiyoriy ikkita nuqtalar orasidagi masofa $\sqrt{5}$ ga teng emasligi shart. Botir har yurganida bo'sh bo'lgan nuqtaga ko'k toshni quymoqda. (Ko'k tosh qo'yilgan nuqta boshqa bo'sh bo'lmagan nuqtalardan ixtiyoriy masofada bo'lishi mumkin.) Agar o'yinchilardan qaysidir biri yura olmasa, o'yin to'xtaydi. Shunday eng katta K ni topingki, bunda Anora Botirning harakatlariga qaramasdan K tadan kam bo'lmagan qizil tosh quya oladi.

Masala 5. a_1, a_2, \dots - natural sonlarning cheksiz ketma-ketligi bo'lsin. Qandaydir butun $N > 1$ son uchun barcha $n \geq N$ larda

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

son butun son bo'ladi. Barcha $m \geq M$ larda $a_m = a_{m+1}$ bo'ladigan natural M bor ekanligini isbotlang.

Masala 6. Qavariq $ABCD$ to'rtburchak $AB \cdot CD = BC \cdot DA$ shartni qanoatlantiradi. $ABCD$ to'rtburchak ichida X nuqta yotib, u uchun

$$\angle XAB = \angle XCD \quad \text{va} \quad \angle XBC = \angle XDA$$

tengliklar bajariladi. $\angle BXA + \angle DXC = 180^\circ$ tenglikni isbotlang.