



Sişenbe, 16. iýul 2024

Mesele 1. Islendik n polajitel bitin san üçin

$$\lfloor \alpha \rfloor + \lfloor 2\alpha \rfloor + \dots + \lfloor n\alpha \rfloor$$

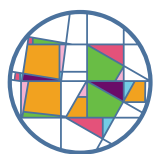
aňlatma n sana kratno bolar ýaly ähli α hakyky sanlary tapmaly. (Bu ýerde $\lfloor z \rfloor$ diýmek z sandan geçmeýän iň uly bitin san. Meselem: $\lfloor -\pi \rfloor = -4$ we $\lfloor 2 \rfloor = \lfloor 2,9 \rfloor = 2$.)

Mesele 2. Eger (a, b) bitin polajitel sanlaryň jübüti üçin g N bitin polajitel sanlar bar bolup, islendik $n \geq N$ üçin

$$\text{IUUB}(a^n + b, b^n + a) = g$$

ýerine ýetýän bolsa, onda (a, b) bitin polajitel sanlaryň jübütini tapmaly. (Bu ýerde $\text{IUUB}(x, y)$ diýmek x y sanlaryň iň uly umumy bölüjisi)

Mesele 3. a_1, a_2, a_3, \dots bitin polajitel sanlaryň tükeniksiz san yzygiderligi we bitin polajitel san N berlen. Her bir $n > N$ üçin a_n sanyň mukdary a_1, a_2, \dots, a_{n-1} sanlaryň arasynda duş gelýän a_{n-1} sanyň mukdaryna deňdigi mälimdir. Onda a_1, a_3, a_5, \dots we a_2, a_4, a_6, \dots san yzygiderlikleriň azyndan biriniň haysydyr bir wagtdan soň periodik boljakdygyny subut ediň. (b_1, b_2, b_3, \dots san yzygiderligi üçin şeýlebir p we M bitin polajitel sanlar tapylyp islendik $m \geq M$ üçin $b_{m+p} = b_m$ ýerine ýetýän bolsa, on bu yzygiderlige haysydyr bir wagtdan soň periodik diýilýär)



Çarşenbe, 17. iýul 2024

Mesele 4. Goý ABC üçburçluk üçin $AB < AC < BC$ bolsun. Goý ω bu ABC üçburçlugyn içinden çyzylan töwerek we I onuň merkezi bolsun. BC gönüde C nokatdan tapawutly bolan X nokat saýlaýar we X nokatdan geçýän AC parallel bolan göni çyzyk ω galtaşýar. Edil şuna meňzeşlikde BC , gönüde B nokatdan tapawutly bolan Y nokat saýlaýar we Y nokatdan geçýän AB parallel bolan göni çyzyk ω galtaşýar. Goý AI göni çyzyk ABC üçburçlugyň daşyndan çyzylan töweregi ikinji gezek $P \neq A$ nokatda kesýän bolsun. Goý K we L nokatlar degişlilikde AC we AB taraplaryň orta nokatlary bolsun. Onda $\angle KIL + \angle YPX = 180^\circ$ bolýandygyny subut ediň.

Mesele 5. Balykgulak (Ulitka) Turbo 2024 setirden we 2023 sütünden ybarat bolan öýjükli tagtada oýun oýnaýar. 2022 sany öýjükle monstrlar gizlenýär. Ilki başda Turbo haýsy öýjükle monstr bardygy bilmeyär, emma oňa birinji we soňky setirlerden başga her bir setirde takyk bir monstr bardygy we her bir sütünde birden köp bolmadyk monstr bardygy bellidir. Turbo birinji setriden soňky setire barmak üçin birnäçe gezek synanyşýar. Her synanyşykda başlangyç üçin Turbo birinji setriden islendik öýjügi saýlap, soňra umumy tarapy bar bolan goňşy öýjüklere göçüm edip bilýär. (Oňa öň baran öýjüklerni gaýdyp gelmäne rugsat berilýär). Ol monstrly öýjüge baran ýagdaýynda onuň synanyşygy tamamlanýar we ol täze synanyşyk etmegi üçin birinji setire geçirilýär. Monstrlar duran öýjüginde gozganmaýar, Turbo her bir baran öýjüklerni monstr bardygyny ýada ýokdygyny ýatda saklaýar. Ol soňky setiriň islendik öýjüginde ýeten ýagdaýynda onuň synanyşyklary tamamlanýar we oýun gutarýar. Monstrlaryň ýerleşiş tertibine bagly bolmazdan Turbonyň n we ondan az bolan synanyşykda soňky setire barmagyny kepillendirjek strategiýasy bar bolar ýaly n sanyň iň kiçi bahasyny tapyň.

Mesele 6. Goý \mathbb{Q} - rasional sanlaryň köplügi bolsun. Islendik $x, y \in \mathbb{Q}$ üçin aşakdaky şert ýerine ýetýän $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ funksiýa "ajaýyp" funksiýa diýip aýdylyň:

$$f(x + f(y)) = f(x) + y \quad \text{ýa-da} \quad f(f(x) + y) = x + f(y).$$

Islendik ajaýyp funksiýa üçin $f(r) + f(-r)$ (bu ýerde r käbir rasional san) görnüşdäki dürli rasional sanlar köpünden c deň bolýan şeýle c bitin sanyň bardygyny subut ediň we bu c sanyň iň kiçi bahasyny tapyň.