

Wednesday, July 15, 2009

### التمرين الأول

$n$  عدد صحيح طبيعي غير منعدم و  $a_1, \dots, a_k$  ( $k \geq 2$ ) أعداد صحيحة طبيعية مختلفة من المجموعة  $\{1, \dots, n\}$  بحيث  $n$  يقسم  $a_i(a_{i+1} - 1)$  لكل  $i$  من  $\{1, \dots, k-1\}$ .  
 بين أن  $n$  لا يقسم  $a_k(a_1 - 1)$ .

### التمرين الثاني

ليكن  $ABC$  مثلثا و ليكن  $O$  مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث. نعتبر  $P$  نقطة من القطعة  $[AC]$  ( $P \neq A$  و  $P \neq C$ ) و  $Q$  نقطة من القطعة  $[AB]$  ( $Q \neq A$  و  $Q \neq B$ ).  
 $K$  و  $L$  و  $M$  هي منتصفات القطع  $[BP]$  و  $[CQ]$  و  $[PQ]$  على التوالي و  $\Gamma$  هي الدائرة المارة من  $K$  و  $L$  و  $M$ .  
 بين أنه إذا كان المستقيم  $(PQ)$  مماسا للدائرة  $\Gamma$  فإن  $OP = OQ$ .

### التمرين الثالث

$S_1, S_2, S_3, \dots$  متتالية تزايدية قطعاً جميع حدودها أعداد صحيحة موجبة قطعاً بحيث :  
 $S_1, S_2, S_3, \dots$  و  $S_{S_1+1}, S_{S_2+1}, S_{S_3+1}, \dots$  متتاليتان حسابيتان.  
 بين أن  $S_1, S_2, S_3, \dots$  متتالية حسابية كذلك.

Thursday, July 16, 2009

#### التمرين الرابع

$ABC$  مثلث متساوي الساقين رأسه  $A$ .  $(AB = AC)$   
المنصف الداخلي للزاوية  $\widehat{CAB}$  يقطع القطعة  $[BC]$  في النقطة  $D$  والمنصف الداخلي للزاوية  
 $\widehat{ABC}$  يقطع القطعة  $[AC]$  في النقطة  $E$ . ليكن  $K$  مركز الدائرة المحاطة بالمثلث  $ADC$   
(  $K$  هي نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث  $ADC$  )  
نفترض أن  $\widehat{BEK} = 45^\circ$ ، حدد القيم الممكنة لقياس الزاوية  $\widehat{CAB}$

#### التمرين الخامس

حدد جميع الدوال  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  التي تحقق الخاصية:  
لكل  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{N}^*$  يوجد مثلث رؤوسه غير مستقيمة و أطوال أضلاعه هي  
 $a$  و  $f(b)$  و  $f(b + f(a) - 1)$ .

#### التمرين السادس

ليكن  $a_1, a_2, \dots, a_n$  أعدادا صحيحة موجبة قطعاً و مختلفة و لتكن  $M$  مجموعة مكونة من  
 $n-1$  عدداً صحيحاً موجباً قطعاً و لا تحتوي على العدد  $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . جرادة  
( une sauterelle ) تقفز على محور الأعداد الحقيقية؛ تنطلق الجرادة من النقطة  $0$  ( أي النقطة  
ذات الأفصول  $0$  ) باتجاه اليمين أي باتجاه الأفاصيل الموجبة و تنفذ  $n$  قفزة ذات الأطوال  
 $a_1, a_2, \dots, a_n$  في ترتيب من اختيارها.  
بين أن هذه الجرادة تستطيع ترتيب قفزاتها بحيث لا تمر من أي نقطة من المجموعة  $M$ .