

Երկուշաբթի, 11 հուլիսի 2022

Խնդիր 1. Մկրտչյան Բանկը թողարկում է երկու տիպի կոպեկներ՝ այումինե (A) և բրոնզե (B): Արեգն, իրար կողք, որևէ հերթականությամբ շարել է n հատ այումինե և n հատ բրոնզե կոպեկ: Իրար կողք շարված նույն տիպի կոպեկների ցանկացած հաջորդականություն կոչվում է շղթա: Տրված $k \leq 2n$ բնական թվի համար Արեգը հաջորդաբար կատարում է հետևյալ քայլը. ընտրում է ձախից հաշված k -րդ կոպեկը պարունակող ամենաերկար շղթան և այդ շղթայի բոլոր կոպեկները տեղափոխում շարքի ձախ ծայր: Ստորև պատկերված է $n = 4$ դեպքում $AABBBA$ շարվածքի համար սկզբի քայլերը $k = 4$ դեպքում.

$$AABBBABA \rightarrow BBBAAABA \rightarrow AAABBBBA \rightarrow BBBBAAAA \rightarrow BBBBAAAA \rightarrow \dots :$$

Գտնել բոլոր (n, k) , $1 \leq k \leq 2n$ թվազույգերը, որ անկախ կոպեկների սկզբնական դասավորվածությունից, քայլեր կատարելու ընթացքում ինչ որ պահի ձախ ծայրի բոլոր n կոպեկները կլինեն նույնը:

Խնդիր 2. Դիցուք \mathbb{R}^+ -ը դրական իրական թվերի բազմությունն է: Գտնել բոլոր $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ ֆունկցիաները, որ ցանկացած $x \in \mathbb{R}^+$ դրական թվի համար գոյություն ունի ճիշտ մեկ $y \in \mathbb{R}^+$ դրական թիվ, որի համար տեղի ունի

$$xf(y) + yf(x) \leq 2$$

հավասարությունը:

Խնդիր 3. Դիցուք k -ն բնական թիվ է, իսկ S -ը կենտ պարզ թվերի որևէ վերջավոր բազմություն է: S բազմության թվերը շրջանագծի երկայնքով փորձում են շարել այսպես, որ իրար կողք գրված երկու թվերի արտադրյալն ունենա $x^2 + x + k$ տեսքը, որտեղ x -ը բնական թիվ է: Կպացուցել, որ գոյություն ունի այդպիսի դասավորության առավելագույնը մեկ տարբերակ (պտտելով և դասավորության ուղղությունը շրջելով ստացված դասավորությունները համարել նույնը):

Երեքամբի, 12 հունիսի 2022

Խնդիր 4. Դիցուք $ABCDE$ -ն ուղղուցիկ հնգանկյուն է, ընդ որում $BC = DE$: Դիցուք $ABCDE$ -ի ներսում ըստրել են որևէ T կետ այնպես, որ $TB = TD$, $TC = TE$ և $\angle ABT = \angle TEA$: Դիցուք AB ուղիղը CD և CT ուղիղները հատում են համապատասխանաբար P և Q կետերում, ընդ որում P, B, A, Q կետերը ուղղի վրա շարված են նշված հերթականությամբ: Հանգունորեն AE ուղիղը CD և DT ուղիղները հատում են համապատասխանաբար R և S կետերում, իսկ R, E, A, S կետերը ուղղի վրա շարված են նշված հերթականությամբ: Ապացուցել, որ P, S, Q, R կետերը գտնվում են մեկ շրջանագծի վրա:

Խնդիր 5. Գտնել բնական թվերի բոլոր (a, b, p) եռյակները, որտեղ p -ն պարզ թիվ է և տեղի ունի

$$a^p = b! + p$$

հավասարությունը:

Խնդիր 6. Դիցուք n -ը որևէ բնական թիվ է: Կասենք, որ $n \times n$ չափանի աղյուսակը Մաթեմատիկայի լեռնաշխարհ է, եթե նրա վանդակներում գրված են 1-ից մինչև n^2 բոլոր բնական թվերը, ընդ որում յուրաքանչյուր վանդակ պարունակում է ճիշտ մեկ թիվ: Իրարից տարբեր երկու վանդակներ կոչվում են հարևան, եթե նրանք ունեն ընդհանուր կողմ: Կոյուսակի վանդակը կոչվում է հարթավայր, եթե իր մեջ գրված թիվը փոքր է իր հարևան վանդակներում գրված բոլոր թվերից: Վերելք է կոչվում մեկ կամ մի քանի վանդակների հաջորդականությունը, որի համար միաժամանակ տեղի ունեն հետևյալ պայմանները.

- (i) հաջորդականության առաջին վանդակը հարթավայր է,
- (ii) հաջորդականության ամեն հաջորդ վանդակ նախորդի հարևան է,
- (iii) հաջորդականության վանդակներում գրված թվերը դասավորված են աճման կարգով:

Տրված n -ի համար գտնել Մաթեմատիկայի լեռնաշխարհում առկա վերելքների հնարիավոր փոքրագույն քանակը: