

12 iyul 2006-ci il

**Məsələ 1.**  $I$  nöqtəsi  $ABC$  üçbucağının daxilinə çəkilmiş çevrənin mərkəzidir.  $P$  nöqtəsi bu üçbucağın daxilində yerləşir və

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

münasibəti ödənilir. İsbat edin ki,  $AP \geq AI$  və göstərin ki, bu bərabərsizlikdə bərabərlik hali yalnız və yalnız  $P = I$  olduqda mümkündür.

**Məsələ 2.** Düzgün 2006-bucaqlının diaqonalının uc nöqtələri bu çoxbucaqlının sərhədini hər biri  $tək$  sayda tərəfdən ibarət iki hissəyə ayırırsa, belə diaqonal  $tək$  adlanır. Çoxbucaqlının hər bir tərəfi də  $tək$  hesab edilir.

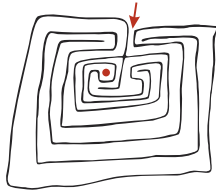
Tutaq ki, bu düzgün 2006-bucaqlı, çoxbucaqlının daxilində kəsişməyən 2003 sayda diaqonallar vasitəsi ilə üçbucaqlara bölünmüşdür. Bu bölgədə alınmış və iki tərəfi  $tək$  olan bərabəryanlı üçbucaqların mümkün maksimal sayını tapın.

**Məsələ 3.** Elə ən kiçik  $M$  ədədini tapın ki, istənilən həqiqi  $a, b, c$  ədədləri üçün

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

bərabərsizliyi doğru olsun.

*Ayrılmış vaxt: 4,5 saat  
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir*



13 iyul 2006-ci il

**Məsələ 4.** Aşağıdakı tənliyi ödəyən bütün tam  $(x,y)$  cütlərini tapın:

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

**Məsələ 5.**  $P(x)$  dərəcəsi  $n > 1$  olan tam əmsallı çoxhədli və  $k$  istənilən müsbət tam ədəddir.  $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$  çoxhədlisinə baxaq, burada  $P$   $k$  dəfə təkrarlanır. İsbat edin ki,  $Q(t) = t$  bərabərliyini ödəyən ən çoxu  $n$  sayda tam  $t$  ədədi var.

**Məsələ 6.** Verilmiş qabarıq çoxbucaqlının hər bir  $c$  tərəfinə bu çoxbucaqlının daxilində yerləşən və tərəflərindən biri  $c$  ilə üst-üstə düşən ən böyük sahəli üçbucağın sahəsi qarşı qoyulur. İsbat edin ki, bütün tərəflərə uyğun sahələrin cəmi çoxbucaqlının sahəsinin iki mislindən kiçik deyil.

*Ayrılmış vaxt: 4,5 saat  
Hər məsələ 7 balla qiymətləndirilir*