

الأربعاء 12 يوليوز 2006

Language : Moroccan Arabic

التمرين 1 :

ليكن ABC مثلثا وليكن I مركز الدائرة المحاطة به .
 P نقطة داخل المثلث حيث : $\hat{PBA} + \hat{PCA} = \hat{PBC} + \hat{PCB}$.
بين أن $AP \geq AI$ و أن هناك التساوي إذا ، و فقط إذا ، كان $P = I$.

التمرين 2 :

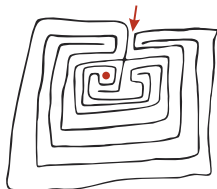
نعتبر مضلعا منتظما P له 2006 ضلعا . نقول أن قطرا في هذا المضلع حسن إذا كان طرفاه يقسمان حدود المضلع P (أي محيطه) إلى جزئين ، كل واحد منهما يحتوي على عدد فردي من الأضلاع .
أضلاع المضلع P تعتبر كذلك حسنة .
نفترض أن المضلع P مجزء إلى مثلثات بواسطة 2003 قطرا من أقطار غير متقاطعة متتى متتى داخل المضلع .
بالنسبة لهذه التجزئة ، أوجد أكبر عدد ممكن للمثلثات المتساوية الساقين و التي تحتوي على ضلعين حسنين .

التمرين 3 :

أوجد أصغر عدد حقيقي M بحيث تكون المتفاوتة :
$$| ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2) | \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

صحيحة لكل a و b و c من مجموعة الأعداد الحقيقية .

مدة الإنجاز : 4 ساعات و نصف
تمنح 7 نقط عن كل تمرين



الخميس 13 يوليوز 2006

Language : Moroccan Arabic

التمرين 4 :

حدد جميع الأزواج (x, y) من الأعداد الصحيحة النسبية بحيث :

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2$$

التمرين 5 :

$P(x)$ حدودية درجتها n ($n > 1$) و معاملات أعداد صحيحة نسبية و k عدد صحيح طبيعي غير منعدم .

نعتبر الحدودية $Q(x) = P(P(\dots P(P(x)) \dots))$ التي يظهر فيها P ، k مرة .

بين أنه يوجد على الأكثر n عددا صحيحا نسبيا t بحيث $Q(t) = t$.

التمرين 6 :

نعتبر مضلعا محدبا P و نربط كل ضلع b من هذا المضلع بالمساحة القصوى لمتثلث موجود داخل P و أحد أضلاعه هو b . بين أن مجموع المساحات المرتبطة بجميع أضلاع المضلع P أكبر أو يساوي ضعف (double) مساحة المضلع P .