

ថ្ងៃចន្ទ ទី៩ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១៨

ចំណេញ ១. Γ ជារង្វង់ចារិកក្រៅនៃត្រីកោណ ABC មួយដែលមុំទាំងអស់របស់វាជាមុំស្រួច (acute-angled triangle) ។ ចំណុច D និង E ស្ថិតនៅរៀងគ្នាលើអង្កត់ AB និង AC ដែល $AD = AE$ ។ បន្ទាត់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ BD និង CE ជួបគ្នាត្រង់ចំណុច F និង G រៀងគ្នា។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ DE និង FG ស្របគ្នា។

ចំណេញ ២. កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមាន $n \geq 3$ ទាំងអស់ ដែលមានចំនួនពិត a_1, a_2, \dots, a_{n+2} ផ្ទៀងផ្ទាត់

$$a_{n+1} = a_1 \text{ និង } a_{n+2} = a_2 \text{ និង}$$

$$a_i a_{i+1} + 1 = a_{i+2}$$

ចំពោះ $i = 1, 2, \dots, n$ ។

ចំណេញ ៣. ពីរ៉ាមីតអង់ទីប៉ាស្កាល់ (anti-Pascal pyramid) មួយជាតារាងមួយរាងត្រីកោណសម័ង្ស (equilateral triangular array) ដែលក្នុងតារាងនោះ ចំនួន (ចំនួនគត់វិជ្ជមាន) ត្រូវបានរៀបចំឡើងដោយចំនួននិមួយៗ ស្មើនឹងតម្លៃជាចំនួននៃផលដករវាងពីរចំនួននៅខាងក្រោមជាប់វា លើកលែងចំពោះចំនួននៅជួរដេកក្រោមគេ (bottom row) ។ ជាឧទាហរណ៍ តារាងខាងក្រោមនេះ ជាពីរ៉ាមីតអង់ទីប៉ាស្កាល់មួយមានបួនជួរដេក ដែលផ្ទុកចំនួនគត់និមួយៗពី 1 ដល់ 10 ។

$$\begin{array}{cccc} & & 4 & \\ & 2 & & 6 \\ & 5 & 7 & 1 \\ 8 & 3 & 10 & 9 \end{array}$$

តើមានពីរ៉ាមីតអង់ទីប៉ាស្កាល់មួយមាន 2018 ជួរដេក ដែលផ្ទុកចំនួនគត់ទាំងអស់ពី 1 ដល់ $1 + 2 + \dots + 2018$ ឬទេ?

ថ្ងៃអង្គារ ទី១០ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០១៨

ចំណោទ ៤. ស៊ីត (site) មួយជាចំណុច (x, y) មួយក្នុងប្លង់ដែល x និង y ទាំងពីរជាចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត តូចជាង ឬស្មើនឹង 20 ។ នៅពេលដំបូង ស៊ីតនីមួយៗនៃស៊ីតទាំង 400 នៅទំនេរ។ អំពរ និង បូរាដាក់ម្តងម្នាក់ដុំថ្មនៅ លើស៊ីតទំនេរ (ស៊ីតមិនទាន់ដាក់ដុំថ្ម) ដោយអំពរដាក់ដុំថ្មមុនគេ។ នៅវេនរបស់នាង អំពរដាក់ដុំថ្មមួយពំណក្រហម នៅលើស៊ីតទំនេរ ដើម្បីអោយចម្ងាយរវាងស៊ីតពីរដាក់ដោយដុំថ្មពំណក្រហមមិនស្មើនឹង $\sqrt{5}$ ។ នៅវេនរបស់គាត់ បូរាដាក់ដុំថ្មមួយពំណខៀវនៅលើស៊ីតទំនេរ។ (ស៊ីតមួយដាក់ដោយដុំថ្មពំណខៀវមួយត្រូវអនុញ្ញាតអោយដាក់នៅ ចំងាយណាមួយក៏បានពីស៊ីតរវល់មួយ។) គាត់ទាំងពីរឈប់លេងល្បែង (ឈប់ដាក់ដុំថ្ម) នៅពេលដែលអក្ខរលេងល្បែង មួយមិនអាចដាក់ដុំថ្មបានទៀត។

កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមានធំបំផុត K ដើម្បីអោយអំពរធានាថាដាក់យ៉ាងតិច K ដុំថ្មដុំថ្មពំណក្រហមមិនថាបូរាដាក់ដុំថ្មពំណ ខៀវរបស់គាត់យ៉ាងណាក៏ដោយ (កំណត់ចំនួនគត់វិជ្ជមានធំបំផុត K ដើម្បីអោយបូរាមិនអាចរំខានអំពរដាក់ K ដុំថ្មដុំថ្ម ពំណក្រហម ឬក៏លើសពីចំនួននេះ)។

ចំណោទ ៥. a_1, a_2, \dots ជាស៊ីតមានតួមិនកំណត់មួយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត។ ឧបមាថាមានចំនួនគត់វិជ្ជមាន $N > 1$ មួយ ដែលចំពោះគ្រប់ $n \geq N$ ចំនួន

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_2}{a_3} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_n} + \frac{a_n}{a_1}$$

ជាចំនួនគត់មួយ។

បង្ហាញថាមានចំនួនគត់វិជ្ជមានដាច់ខាត M មួយ ដែល $a_m = a_{m+1}$ ចំពោះគ្រប់ $m \geq M$ ។

ចំណោទ ៦. ពហុកោណប៉ោង $ABCD$ មួយផ្ទៀងផ្ទាត់ $AB \cdot CD = BC \cdot DA$ ។ ចំណុច X មួយស្ថិតនៅខាងក្នុងនៃ $ABCD$ ដែល

$$\angle XAB = \angle XCD \quad \text{និង} \quad \angle XBC = \angle XDA$$

បង្ហាញថា $\angle BXA + \angle DXC = 180^\circ$ ។