



Language: Mongolian

Day: 1

Баасан, 2015 оны 7 сарын 10

Бодлого 1. Хавтгайн төгсгөлөг тооны цэгүүдээс тогтох S олонлогийн ялгаатай дурын A ба B цэгүүдийн хувьд $AC = BC$ байх $C \in S$ цэг олдож байвал S -ийг тэнцвэрт олонлог гэж нэрлэе. S олонлогийн ялгаатай дурын A , B ба C цэгүүдийн хувьд $PA = PB = PC$ байх $P \in S$ цэг олдохгүй бол S -ийг төвгүй олонлог гэе.

- (a) Бүхэл тоо $n \geq 3$ бүрийн хувьд n ширхэг цэгтэй тэнцвэрт олонлог олдохыг үзүүл.
- (b) n ширхэг цэгтэй тэнцвэрт, төвгүй олонлог оршин байх бүх бүхэл $n \geq 3$ -ийг ол.

Бодлого 2. $ab - c, bc - a$ ба $ca - b$ тоонууд тус бүрдээ 2-ын зэрэгт байх бүх эерэг бүхэл тоон (a, b, c) турвалыг ол.

(Ямар нэг сөрөг биши n -ийн хувьд 2^n хэлбэрт бичигдэх тоог 2-ын зэрэгт гэнэ.)

Бодлого 3. $AB > AC$ байх хурц өнцөгт ABC гурвалжин өгөв. Γ нь түүнийг багтаасан тойрог, H нь ортотөв, F нь A оройгоос татсан өндрийн суурь болог. BC талын дундаж цэгийг M гэе. Q нь Γ дээрх $\angle HQA = 90^\circ$ байх цэг, K нь Γ дээрх $\angle HKQ = 90^\circ$ байх цэг байг. Энд A, B, C, K ба Q цэгүүд давхардахгүй бөгөөд Γ тойрог дээр энэ дарааллын дагуу байрласан гэж үзнэ.

KQH ба FKM гурвалжнуудыг багтаасан тойргууд шүргэлцэнэ гэж батал.



Language: Mongolian

Day: 2

Бямба, 2015 оны 7 сарын 11

Бодлого 4. ABC гурвалжин нь O төвтэй Ω тойрот багтдаг. A цэгт төвтэй Γ тойрог BC хэрчмийг D ба E цэгүүдээр огтолдог бөгөөд B, D, E ба C цэгүүд BC шулуун дээр энэ дарааллын дагуу бүгд ялгаатай байрладаг. Γ ба Ω тойргууд F ба G цэгүүдээр огтолцдог бөгөөд Ω тойрог дээр A, F, B, C ба G гэсэн дарааллын дагуу байрладаг. BDF гурвалжныг багтаасан тойрог AB хэрчимтэй огтолцох 2 дахь цэгийг K гэе. CGE гурвалжныг багтаасан тойрог CA хэрчимтэй огтолцох 2 дахь цэгийг L гэе.

FK ба GL шулуунууд ялгаатай бөгөөд X цэгт огтолцдог байг. AO шулуун X цэгийг дайрна гэж батал.

Бодлого 5. Дурын бодит x, y тоонуудын хувьд

$$f(x + f(x + y)) + f(xy) = x + f(x + y) + yf(x)$$

байх бүх $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ функцийг ол. Энд \mathbb{R} -ээр бодит тоон олонлогийг тэмдэглэв.

Бодлого 6. Бүхэл тоон a_1, a_2, \dots дараалал дараах нөхцлүүдийг биелүүлдэг. Үүнд:

- (i) Бүхэл тоо $j \geq 1$ бүрийн хувьд $1 \leq a_j \leq 2015$;
- (ii) Бүхэл тоонууд $1 \leq k < \ell$ бүрийн хувьд $k + a_k \neq \ell + a_\ell$.

$n > m \geq N$ байх дурын бүхэл m, n тоонуудын хувьд

$$\left| \sum_{j=m+1}^n (a_j - b) \right| \leq 1007^2$$

биелэх эерэг бүхэл b ба N тоонууд олдохыг батал.