

Language: Arabic (Syrian)

Day: 1

الجمعة 10 تموز 2015

المشارة 1: تقول عن مجموعة منتهية S من النقاط في المستوى إنها متوازنة إذا كان من أجل أي نقطتين مختلفتين A و B في S توجد نقطة C في S بحيث يكون $AC = BC$. تقول عن S إنها بدون مركز إذا كان من أجل أي ثلاثة نقاط مختلفة A, B, C في S لا توجد نقطة P في S بحيث يكون $PA = PB = PC$.

(a) بين أنه من أجل جميع الأعداد الصحيحة $3 \leq n$ توجد مجموعة متوازنة مؤلفة من n نقطة.

(b) أوجد جميع الأعداد الصحيحة $3 \leq n$ التي من أجلها توجد مجموعة متوازنة بدون مركز مؤلفة من n نقطة.

المشارة 2: أوجد جميع التriples (a, b, c) من الأعداد الصحيحة الموجبة تماماً التي من أجلها يكون كل من الأعداد

$$ca - b, \quad bc - a, \quad ab - c$$

قوة للعدد 2 .

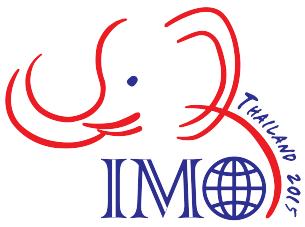
(قوة العدد 2 هي أي عدد صحيح من الشكل 2^n حيث n عدد صحيح أكبر أو يساوي الصفر.)

المشارة 3: ليكن ABC مثلثاً حاد الزوايا فيه $AB > AC$. تكن Γ الدائرة المارة برؤوسه ، H نقطة تلاقي ارتفاعاته ، F مرسم النقطة A على الضلع BC . تكن M منتصف الضلع BC . تكن Q نقطة من الدائرة Γ بحيث يكون $\angle HQA = 90^\circ$ وتكن K نقطة من الدائرة Γ بحيث يكون $\angle HKQ = 90^\circ$. نفترض أن النقاط A, B, C, K, Q مختلفة وأنها على الدائرة Γ بهذا الترتيب . أثبت أن الدائرة المارة من رؤوس المثلث KQH والدائرة المارة من رؤوس المثلث FKM متماستان .

Language : Arabic Syrian

المدة : 4 ساعات ونصف الساعة

لكل مشارة 7 درجات



Language: Arabic (Syrian)

Day: 2

السبت 11 تموز 2015

المأسأة 4: ليكن ABC مثلثاً ، Ω الدائرة المارة برؤوسه مركبها O . دائرة مركبها A تقطع الضلع BC في نقطتين D و E بحيث تكون النقاط B, D, E, C مختلفة وتقع على المستقيم BC بهذا الترتيب . لكن F و G نقطي تقاطع الدائريتين Γ و Ω بحيث تكون النقطة A, F, B, C, G واقعة على Ω بهذا الترتيب . تكن K النقطة الأخرى لتقاطع الدائرة المارة من رؤوس المثلث BDF مع الضلع AB . لكن X النقطة الأخرى لتقاطع الدائرة المارة من رؤوس المثلث CGE مع الضلع CA . بفرض أن المستقيمين FK, GL مختلفان ويتقاطعان في نقطة L فأثبتت النقطة X تقع على المستقيم AO .

المأسأة 5: تكن \mathbb{R} مجموعة الأعداد الحقيقة . أوجد جميع التوابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ التي تتحقق

$$f(x + f(x + y)) + f(xy) = x + f(x + y) + yf(x)$$

لأجل جميع الأعداد الحقيقة x, y .

المأسأة 6: متالية الأعداد الصحيحة a_1, a_2, \dots, b تحقق الشرطين التاليين :

$$j \geq 1 \text{ لأجل جميع } a_j \leq 2015 \quad (i)$$

$$1 \leq k < \ell \text{ لأجل جميع } k + a_k \neq \ell + a_\ell \quad (ii)$$

أثبت أنه يوجد عددان صحيحان موجبان تماماً b و N بحيث يتحقق :

$$\left| \sum_{j=m+1}^n (a_j - b) \right| \leq 1007^2$$

لأجل جميع الأعداد الصحيحة n, m التي تتحقق $n > m \geq N$.