

2006 m. liepos 12 d.

1 uždavinyς. Trikampio ABC išbrėžtinio apskritimo centras yra I. Trikampio viduje pačios tokos taikas P, kad $\angle PAB + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB$. Irodykite, kad $AP \geq AI$, jei lygylė teisinga tada ir tik tada, kai $P = I$.

2 uždavinyς. Tai syklingojo 2006-kampio P ištakės vadiname gera, jeigu jos galiniai taikai dalija daugikampio kontūrą į dvi dalis, kurios kiekvienos sudaro neįgyvinius kraštinius skaičius. Daugikampio P kraštines trijų poili vadiname geroniu. Tarkime, kad P suskaidytas į trikampius 2003 ištakėse, kurie jokios dvi neturi bendrų taškų P viduje. Raskite, kiek daugiausia tame skaidinyme gali būti lygiavertiniai trikampiai, turintys vieną gerą kraštines.

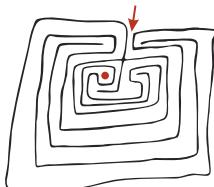
3 uždavinyς. Raskite mažiausią reikijo skaičius M taip, kad neįgyvile

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

būtų teisinga su visais realiaisiais skaičiais a, b, c.

Skirtas laikas 4 h 30 min

Kiekvienas uždavinyς vertinamas 7 taikais



2006 m. liepos 13 d.

4 uždavinyς. Raskite visas tokias sveikujų skaičių poras (x, y) , kad

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

5 uždavinyς. Sakykime, kad $P(x)$ yra laipsnio $n > 1$ daugiamasis su sveikintais koeficientais, o k - bet kuris natūralusis skaičius. Negrinkime daugiamarij $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, kur P parašyta k kartų. Irodykite, kad yra daugiausiai n tokų sveikujų skaičių t , jog $Q(t) = t$.

6 uždavinyς. Tikilojo daugiakampio P kiekvienai kraštinei b priskirkime didžiausią plotą iš trikampių, turinčių kraštinių b ir esančių daugiakampijoje P . Irodykite, kad visoms daugiakampio P kraštiniems priskirtų plotų suma ne mažesni už dvigubą P plotą.

Skirtas laikas 4 h 30 min

Kiekvienas uždavinyς vertinamas 7 taškais