

12 Julai 2006

Masalah 1. Misalkan ABC suatu segitiga dengan pusat-dalam I . Suatu titik P di pedalaman segitiga memenuhi

$$\angle PBA + \angle PCA = \angle PBC + \angle PCB.$$

Tunjukkan bahawa $AP \geq AI$, dan kesamaan berlaku jika dan hanya jika $P = I$.

Masalah 2. Misalkan P suatu 2006-gon sekata. Suatu pepenjuru bagi P dinamakan *baik* jika titik-hujungnya membahagi sempadan bagi P kepada dua bahagian, yang masing-masingnya mempunyai bilangan ganjil sisi bagi P . Sisi bagi P adalah juga dinamakan *baik*.

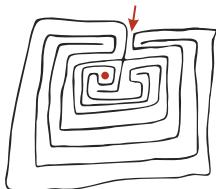
Misalkan P telah dibelah ke dalam segitiga oleh 2003 pepenjuru, yang tiada pasangan pepenjuru mempunyai titik sepunya di dalam pedalaman bagi P . Cari bilangan maksimum segitiga sama sisi dengan dua sisi *baik* yang boleh terjadi di dalam konfigurasi tersebut.

Masalah 3. Tentukan nombor nyata terkecil M sedemikian hingga ketaksamaan

$$|ab(a^2 - b^2) + bc(b^2 - c^2) + ca(c^2 - a^2)| \leq M(a^2 + b^2 + c^2)^2$$

berlaku untuk semua nombor nyata a , b dan c .

*Masa dibenarkan: 4 jam 30 minit
Setiap masalah bernilai 7 markah*



13 Julai 2006

Masalah 4. Tentukan semua pasangan integer (x, y) sedemikian hingga

$$1 + 2^x + 2^{2x+1} = y^2.$$

Masalah 5. Misalkan $P(x)$ suatu polinomial berdarjah $n > 1$ dengan pekali integer dan misalkan k suatu integer positif. Pertimbangkan polinomial $Q(x) = P(P(\dots P(P(x))\dots))$, yang P berulang k kali. Buktikan bahawa terdapat paling banyak n integer t sedemikian hingga $Q(t) = t$.

Masalah 6. Berikan kepada setiap sisi b bagi suatu poligon konveks P suatu nilai luas maksimum segitiga dengan b sebagai satu sisinya dan terkandung di dalam P . Tunjukkan bahawa hasil tambah luas yang diberikan pada semua sisi P adalah sekurang-kurangnya dua kali luas P .

*Masa dibenarkan: 4 jam 30 minit
Setiap masalah bernilai 7 markah*