

الاثنين 11 تموز 2016

المشارة 1: BCF مثلث قائم الزاوية في B . لتكن A نقطة من المستقيم CF بحيث يكون $FA = FB$ و F بين A و C . نأخذ نقطة D بحيث يكون $DA = DC$ و يكون AC منصفاً للزاوية $\angle DAB$. نأخذ نقطة E بحيث يكون $EA = ED$ و يكون AD منصفاً للزاوية $\angle EAC$. لتكن M منتصف القطعة المستقيمة CF . لتكن X نقطة بحيث يكون $AMXE$ متوازي الأضلاع (حيث $AM \parallel EX$ و $AE \parallel MX$). أثبت أن المستقيمات BD, FX, ME تتقاطع في نقطة واحدة.

المشارة 2: أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة تماماً n التي من أجلها يمكن ملء كل خلية لجدول مؤلف من $n \times n$ خلية بأحد الحروف O, M, I بحيث يتحقق:

- في كل سطر وفي كل عمود يكون ثلث المدخلات هي I وثلاثها M وثلاثها O .
- في كل قطر، إذا كان عدد خلايا القطر من مضاعفات العدد 3 فإن ثلث مدخلاته هي I وثلاثها M وثلاثها O .

تنويه: يتم ترقيم الأسطر والأعمدة في الجدول $n \times n$ من 1 إلى n بالترتيب المألوفة. كل خلية هي عبارة عن زوج من الأعداد الصحيحة الموجبة تماماً (j, i) حيث $1 \leq i, j \leq n$. من أجل $n > 1$ يحوي الجدول على $4n - 2$ قطراً من نوعين. القطر من النوع الأول يتكون من الخلايا (j, i) التي لأجلها يكون $j + i$ ثابتاً، والقطر من النوع الثاني يتكون من الخلايا (j, i) التي لأجلها يكون $j - i$ ثابتاً.

المشارة 3: ليكن $P = A_1 A_2 \dots A_k$ مضلعاً محدباً في مستوٍ منسوب إلى جملة إحداثيات. رؤوسه A_1, A_2, \dots, A_k تقع على دائرة واحدة وإحداثيات هذه الرؤوس أعداد صحيحة. لتكن S مساحة المضلع P . عدد صحيح موجب فردي بحيث يكون مربع طول كل ضلع من أضلاع المضلع P عدداً صحيحاً يقبل القسمة على n . اثبت أن $2S$ عدد صحيح يقبل القسمة على n .



Language: Arabic (Syrian)

Day: 2

الثلاثاء 12 تموز 2016

المأسأة 4 : نقول عن مجموعة من الأعداد الصحيحة الموجبة تماماً إنها عطرية إذا كانت تتتألف من عنصرين على الأقل ولكل عنصر من عناصرها عامل أولي مشترك مع عنصر آخر من عناصرها على الأقل . ليكن $P(n) = n^2 + n + 1$. أوجد أصغر قيمة ممكنة لعدد صحيح موجب تماماً b بحيث يوجد عدد صحيح غير سالب a لأجله تكون المجموعة :

$$\{P(a+1), P(a+2), \dots, P(a+b)\}$$

عطرية ؟ .

المأسأة 5 : المعادلة

$$(x-1)(x-2)\cdots(x-2016) = (x-1)(x-2)\cdots(x-2016)$$

مكتوبة على السبورة وهي ذات 2016 عاماً خطياً في كل طرف . ما هي أصغر قيمة ممكنة لعدد k لأجله يكون ممكناً مسح بالضبط k عاماً من 4032 معامل خطى الموجودين في الطرفين بحيث يبقى في كل طرف معامل واحد على الأقل وتكون المعادلة الناتجة لا تقبل حلولاً حقيقة .

المأسأة 6 : لدينا $n \geq 2$ قطعة مستقيمة في مستوى بحيث كل قطعتين مستقيمتين متقطعتين في غير طرفيهما ، وكل ثلات قطع مستقيمة لا تتقاطع في نقطة واحدة . تختر جنار أحد طرفي كل قطعة مستقيمة وتضع في كل منها ضفدعًا يمكنه القفز باتجاه الطرف الآخر ، وبعد ذلك تصفق جنار $1-n$ مرة بحيث في كل مرة تصفق فيها جنار يقفز الضفدع باتجاه الأمام إلى نقطة التقاطع التالية مباشرة على القطعة نفسها . مع العلم أن الضفادع لا تغير اتجاه حركتها أبداً . ترغب جنار في وضع الضفادع بطريقة بحيث لا يلتقي أي ضفدعين في أي نقطة تقاطع في الوقت نفسه .

(a) أثبت أن جنار تستطيع أن تحقق رغبتها دائمًا إذا كان العدد n فردياً .

(b) أثبت أن جنار لا تستطيع إطلاقاً أن تتحقق رغبتها إذا كان العدد n زوجياً .

Language : Arabic Syrian

الوقت : 4 ساعات و 30 دقيقة

لكل مأسأة 7 درجات