

ថ្ងៃអង្គារ ទី១៦ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០២៤

ចំណេញ 1. កំណត់គ្រប់ចំនួនពិត α ដែលចំពោះចំនួនគត់វិជ្ជមានជាច់ខាត n ចំនួនគត់

$$\lfloor \alpha \rfloor + \lfloor 2\alpha \rfloor + \cdots + \lfloor n\alpha \rfloor$$

ជាពហុគុណនៃ n ។ (សូមរារើកថា $|z|$ តាមចំនួនគត់ដំប៊ុក ដែលត្រូចជាង បូស្ថីនឹង z ។ ឧបាទរណ៍ $\lfloor \pi \rfloor = -4$, $\lfloor 2 \rfloor = 2$ និង $\lfloor 2.9 \rfloor = 2$ ។)

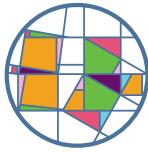
ចំណេញ 2. កំណត់គ្រប់គូ (a, b) នៃចំនួនគត់វិជ្ជមានជាច់ខាត ដែលចំពោះចំនួនទាំងនេះ មានចំនួនគត់វិជ្ជមានជាច់ខាត g និង N ដែលសមភាព

$$\gcd(a^n + b, b^n + a) = g$$

ផ្តល់ជាផ្លាស់ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq N$ ។ (សូមរារើកថា $\gcd(x, y)$ តាមក្បារមធ្យោប៊ុកនៃចំនួនគត់ x និង y)

ចំណេញ 3. a_1, a_2, a_3, \dots ជាស្តីពួយនៃចំនួនគត់វិជ្ជមានជាច់ខាត និង N ជាបំនួនគត់វិជ្ជមានជាច់ខាត។ ឧបមាតា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n > N$, a_n ស្មើនឹងចំនួនដឹង (ប្រកង់) a_{n-1} ដែលកែត្រឡប់នៅក្នុងតារាង a_1, a_2, \dots, a_{n-1} ។ បង្ហាញថាគ្នុងចំណេមស្តីពួយ a_1, a_3, a_5, \dots និង a_2, a_4, a_6, \dots យើងពិចស្តីពួយជាស្តីពួយចាប់ពីក្នុងរាយ។ (សូមរារើកថា ស្តីពួយ b_1, b_2, b_3, \dots ជាស្តីពួយចាប់ពីក្នុងរាយ បើមានចំនួនគត់វិជ្ជមានជាច់ខាត p និង M ដែល $b_{m+p} = b_m$ ចំពោះគ្រប់ $m \geq M$)

:



ថ្វីពុធ ទី១៧ ខែកក្កដា ឆ្នាំ២០២៤

ចំណោទ 4. ABC ជាញ្លូនកោណមួយដែលផ្លូវត្រាត់ $AB < AC < BC$ ។ គេយក ω ជានៃង់ចារិកក្នុងព្រឹកកោណ ABC និង I ជីតនៃរដ្ឋង់ ω ។ យក X ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ (BC) ផ្សេងពីចំណុច C ដែលបន្ទាត់ស្របឡើនីង (AC) កាត់តាមចំណុច X ហើយនឹងរដ្ឋង់ ω ។ ដូចត្រូវដោយកែតាំណាក់យក Y ជាចំណុចនៃបន្ទាត់ (BC) ផ្សេងពីចំណុច B ដែលបន្ទាត់ស្របឡើនីងបន្ទាត់ (AB) កាត់តាម Y ហើយនឹងរដ្ឋង់ ω ។ បន្ទាត់ (AI) កាត់រដ្ឋង់ចារិកក្រោព្រឹកកោណ ABC ត្រង់ចំណុច P មួយឡើតផ្សេងពី A ។ យក K និង L ជីងត្រា ជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្គត់ $[AC]$ និង $[AB]$ ។ បង្ហាញថា $\widehat{KIL} + \widehat{YPX} = 180^\circ$ ។

ចំណោទ 6. \mathbb{Q} ជាសំណុំនៃចំនួនសនិទាន។ អនុគមន៍ $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ ហេរថា *aquaesulian* បើលក្ខណៈ
ខាងក្រោមផ្តល់ដូចតាំ ចំពោះគ្រប់ $x, y \in \mathbb{Q}$,

$$f(x + f(y)) = f(x) + y \quad \text{and} \quad f(f(x) + y) = x + f(y)$$

បង្ហាញមានចំណួនគត់ c ដែលចំពោះគ្រប់អនុគមន៍ $aquaesulian f$, ចំណួនសិទាន $f(r) + f(-r)$ មាន c គត់ម្រៃដូចមានក្នុងប្រព័ន្ធ ចំពោះ $r \in \mathbb{Q}$ និងករកម្រៃគួរចំណួន c ។

1

រយៈពេល ៩ ម៉ោង ៣០នាទី
ចំណោទនិមួយាចទ្ធលបាន ពីនេះ