



Нэгдлээр, 2012.07.10

Бодлогол. ΔABC оорын харгалзах гадаад багтсанж тойрхийн төв нь J байц. Энэ тойрог нь BC хүртлийн M цэвэрт, харин AB ба AC шүрүүлжүүдээс K бэл цэгүүчүүдээ шүрүүгээ. LM ба BJ шүрүүлжүүдээ F цэвэрт, KM ба CJ шүрүүлжүүдээ G цэвэрт шүрүүлжүүдээс анхны нийт цэвэрт S , AG ойн талд, AF ба BC шүрүүлжүүдээс анхны нийт цэвэрт T , AG ба BC шүрүүлжүүдээдэх анхны нийт цэвэрт T байц. Мэдээ ST тэрхүү шийжүүлж байсандаа гэдэгтэй байдал.

(BC талын, мөн AB ба AC тааны дундаж үргэлжлэлийн шүрүүлжүүдээс төвтэйгээ А оорын харгалзах ΔABC -ийн гадаад багтсанж тойрог цэгээр).

Бодлогол. Бүхэл тоо $3 \leq n$ даа $a_2 a_3 \dots a_n = 1$ байх зэрэг бодит

тоо a_2, a_3, \dots, a_n өгүүлж

$$(1+a_2)^2 (1+a_3)^3 \cdots (1+a_n)^n > n^n$$

ээж байдал.

Бодлогол. А бэл В хоёр тогтолц "Таавар" тоглоом тоглож байна. Тэр хоёрт ирээдээж байна к ба н натураал тооныгудаас тоглоомын дүрээн хамарж. Тоглоом эхэхэд А нь $1 \leq x \leq N$ байх бүхэл тоо х ба N -ийн сокгоконо. А х тоог нүүцлэх ба N тоог В-д чийнээр нь хэмээ. Чийгийн дараа х тооги таалар ирээдээ олонхиц гүйцэж В дараахаа мэдгийн асуултуудыг А-д таванаа: В нээж асуулждаа натураал тооки 1мар нь S олонхийн заах энэ S олонхийг х орх уу гэж А-дас асууха. В хийгээж асуут тавьж болжсаныг заахад асуулждаа нээж Адас асуулждаа нээж олон удаа тавьж болжсан. В-ийн асуут бүрд А тийм эсвэл чүүж гэх шүүд харинчах ёстой ба хийгээнд удаа худал хийхийн зөв шөөрөх болонд ямарг дараалсаныг ктг харинчдайж эзаж нээж хэвийн байх ёстой гэсэн тохиуудаа раглахт бийн. В ёфт хэрэгтэй ээж тансон тооки асуулждаа тавьжсаныг дараа n -ийн олонхиц натураал тооккоос тогтолч Х олонхийн заах ёстой, хэрэв х тоо X -д орвол В хожно, эсрэг тогтолч В хожиждог.

1. $\sum 2^k$ бол В хожжадагка
2. Ямарг хурдныгээхийн нийт k -ийн хувьд В хожиждагхийн байх $\sum k \geq 1,99k$ тоо олдожбайж байдал.

Language: Mongolian

Бодлогуудын 4 цэвэр 30 минут
Бодлого бүрт 7 оношиодо



53rd International Mathematical Olympiad
MAR DEL PLATA - ARGENTINA

Language: Mongolian

Day: 2

Нхарва, 2012.07.11

Бодлого4. $a+b+c=0$ байх үүдэлтэй бүхэл тоо a, b, c -ийн нүүцэл
 $f(a)^2 + f(b)^2 + f(c)^2 = 2f(a)f(b) + 2f(b)f(c) + 2f(c)f(a)$

бийнэх бүрх $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ функцийн ог, энд \mathbb{Z} бүхэл бүхэл
 тоога олох бол.

Бодлого5. $\triangle ABC$ -г $\angle BCA = 90^\circ$ ба C орчигос татсан
 ондрийн цурь D байн. CD хэрч мийн дотор X үзүүл
 авсан. Күнгэж AX хэрчинд дээр оршиж ба $BK = BC$ байн.
 Мөн агуулар L үзүүл BX хэрчинд дээр оршиж ба $AL = AC$
 байн. AL ба BK хэрчлийндаа олонуулж үзгийн M

нүүцэл $MK = ML$ гэж багас.

Бодлого6. $\frac{1}{2^{a_1}} + \frac{1}{2^{a_2}} + \dots + \frac{1}{2^{a_n}} = \frac{1}{3^{a_1}} + \frac{2}{3^{a_2}} + \dots + \frac{n}{3^{a_n}} = 1$

байх сорол бийн бүрэлдэх a_1, \dots, a_n тооктууд оршиж
 байсан бүрх наалуулж тоо n -ийн ог.

Language: Mongolian

Бодлог хувьцаа 4 чуаг
 30 мин
 Бодлого бүртгэлтэй!