Language: **Arabic (Syrian)**

Day: **1**

***المسألة* 1 :**

أوجد جميع التوابع $f\ : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ بحيث تكون المساواة

$$f([x]y) = f(x)[f(y)]$$

محققة من أجل جميع $x, y \in \mathbb{R}$ . حيث $[z]$ يدل على القسم الصحيح للعدد $z$ ( أكبر عدد صحيح الذي هو أصغر أو يساوي العدد $z$ ).

***المسألة* 2 :**

ليكن $I$ مركز الدائرة الماسة داخلاً لأضلاع مثلث $ABC$ ولتكن $\Gamma$ الدائرة المارة من رؤوسه . ليكن المستقيم $AI$ يقطع الدائرة $\Gamma$ بنقطة أخرى $D$ . لتكن $E$ نقطة من القوس $BDC$ و $F$ نقطة من الضلع $BC$ بحيث يكون :

$$\angle BAF = \angle CAE < \tfrac{1}{2}\angle BAC$$

أخيراً ، لتكن $G$ منتصف القطعة المستقيمة $IF$ . برهن أن المستقيمين $DG$ و $EI$ يتقاطعان على الدائرة $\Gamma$ .

***المسألة* 3 :**

لتكن $\mathbb{N}^*$ مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة . أوجد جميع التوابع $g : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^*$ بحيث يكون العدد $(g(m)+n)(m+g(n))$ مربعاً كاملاً من أجل جميع $n, m \in \mathbb{N}^*$ .

*مدة الامتحان 4 ساعات و 30 دقيقة*

*لكل مسألة 7 درجات .*

Language: **Arabic (Syrian)**

Day: **2**

***المسأله*** :4

لتكن $P$ نقطة داخل مثلث $ABC$ و $\Gamma$ الدائرة المارة من رؤوسه. المستقيمات $AP, BP, CP$ تقطع الدائرة $\Gamma$ في النقط $K, L, M$ على الترتيب . مماس الدائرة $\Gamma$ في $C$ يقطع المستقيم $AB$ في $S$ . بفرض أن $SC = SP$ فبرهن أن $MK = ML$ .

***المسألة*** :5

لدينا ستة صناديق $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ ، في البداية يوجد في كل صندوق قطعة نقدية واحدة . هناك صنفين من العمليات المسموح بها :

الصنف الأول : نختار صندوقاً غير فارغ $B_j$ حيث $1 \le j \le 5$ ونسحب قطعة نقدية واحدة من $B_j$ ونضيف قطعتين نقديتين إلى الصندوق $B_{j+1}$ .

الصنف الثاني : نختار صندوقاً غير فارغ $B_k$ حيث $1 \le k \le 4$ ونسحب قطعة نقدية واحدة من $B_k$ ونبادل بين محتوى الصندوقين ( ممكن أن يكونا فارغين ) $B_{k+1}$ و $B_{k+2}$ .

بيّن فيما إذا كان بعد سلسلة منتهية من هذه العمليات أن نحصل على النتيجة التالية :

الصناديق $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5$ فارغة والصندوق $B_6$ يحتوي بالضبط على $2010^{2010^{2010}}$ قطعة نقدية. ( لاحظ أن $a^{b^c} = a^{(b^c)}$ )

***المسألة*** : 6

لتكن $a_1, a_2, a_3, \ldots$ متتالية من الأعداد الحقيقية الموجبة . بفرض أنه من أجل عدد صحيح موجب $s$ ، لدينا

$$a_n = \max \{ a_k + a_{n-k} \quad : \quad 1 \le k \le n-1 \}$$

وذلك من أجل جميع $n > s$ . برهن على أنه يوجد عددان صحيحان موجبان $N$ و $\ell$ حيث $\ell \le s$ بحيث يكون $a_n = a_\ell + a_{n-\ell}$ من أجل جميع $n \ge N$ .

*مدة الامتحان 4 ساعات و 30 دقيقة*

*لكل مسألة 7 درجات .*