

ថ្ងៃអង្គារ, 15. កក្កដា 2025

ចំណេញ 1. បន្ទាត់មួយនៅក្នុងបន្ទាត់ ហេតុបន្ទាត់ coastal (coastal line) បើវាឌីនប្រហែលនឹងអក្សរាប់សិស
មិនប្រហែលនឹងអក្សរាបោនេ និងមិនប្រហែលនឹងបន្ទាត់សមីការ $x + y = 0$ ។ យក $n \geq 3$ ជាចំនួនគត់ដែលច្បាប់
កំណត់ចំនួនគត់ $k \geq 0$ ទាំងអស់ ដែលមាន n បន្ទាត់ធ្វើនៅក្នុងបន្ទាត់ ដើម្បីរាយក្នុងបន្ទាត់លក្ខណៈទាំងពីរខាងក្រោម៖

- ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $a \geq 1$ និង $b \geq 1$ ជាមួយនឹង $a+b \leq n+1$ ចំណុច (a, b) យើងហេចណាល់នៅលើបន្ទាត់
មួយនៃ n បន្ទាត់ទាំងនេះ និង
- មានវត្ថុ $k \geq 0$ បន្ទាត់ប៉ុណ្ណោះនៃ n បន្ទាត់ជាបន្ទាត់ coastal ។

ចំណេញ 2. យក Γ និង Γ' ធ្វើនៅក្នុងមានធ្វើត M និង N ដែលប្រើដែងការនៃរដ្ឋង់ Ω ក្នុងជាន់ជាតិខាតប្រើដែងការ
នៃរដ្ឋង់ Γ ។ ឧបមាត្ររដ្ឋង់ Ω និង Γ កាត់ត្រាគ្រែងពីចំណុច A និង B ធ្វើនៅក្នុង MN កាត់រដ្ឋង់ Ω ក្រែង C
និងកាត់រដ្ឋង់ Γ ក្រែង D ដែលចំណុច C, M, N និង D ស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តាមលំដាប់។ យក P ជាភូករដ្ឋង់ទារិកក្រោរ
ត្រីកាល ACD ។ បន្ទាត់ AP កាត់រដ្ឋង់ Ω មួងឡើតក្រែងចំណុច $E \neq A$ និង កាត់រដ្ឋង់ Γ សាធារណ៍ដែរ ក្រែងចំណុច
 $F \neq A$ ។ យក H ជាមរក្តួសដែលត្រីកាល PMN ។

បង្ហាញថាបន្ទាត់កាត់តាមចំណុច H ប្រហែលនឹងបន្ទាត់ AP ជាបន្ទាត់បែងទៅនឹងរដ្ឋង់ទារិកក្រោរត្រីកាល BEF ។
(អរគុណដែលត្រីកាលមួយជាបំណុចប្រសួលនៃកំពស់ទាំងបី។)

ចំណេញ 3. តាង \mathbb{N} ជាសំណុំនៃចំនួនគត់វិជ្ជមាន ($\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$) ។ អនុគមន៍ $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ មួយហេតុអនុគមន៍
bonza (bonza function) បើ

$$f(a) \text{ ត្រូវកែ } b^a - f(b)^{f(a)}$$

ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $a \geq 1$ និង $b \geq 1$ ។
កំណត់ចំនួនពិតតូចបំផុត c ដែល

$$f(n) \leq cn$$

ចំពោះគ្រប់អនុគមន៍ bonza f និងចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ $n \geq 1$ ។

:

រយៈពេល ៤ ម៉ោង ៣០នាទី
ចំណេញនៃមួយចន្ទុលបាន ពីនេះ

ថ្ងៃទី 16, កក្កដា 2025

ចំណេញ 4. ស្តីពី មានតួមិនកំណត់ a_1, a_2, \dots នៃចំនួនគត់វិធីមាន ដែលតួនិមួយៗ មានតម្លៃចំកត្តាល់ (proper divisor) បីយ៉ាងតិច។ ចំពោះ $n \geq 1$ ជាន់ចំនួនគត់ a_{n+1} ជាបុរណកតម្លៃចំកត្តាល់បីចំជាន់តែនៅ a_n ។
កំណត់តម្លៃទាំងអស់ដែលអាចកែតាមវិធីនេះ a_1 ។

(តម្លៃចំកត្តាល់មួយនៃចំនួនគត់វិធីមាន N មួយ ជាពួរតម្លៃចំកត្តាល់មួយនៃ N ធ្វើឡើង)

ចំណេញ 5. Alice និង Bazza លេងលោកស្រីកណិតវិឡាប្រទេសអូស្ថាលី (inekoalaty game)។
គោលការណ៍នៃការប្រកួតរបស់អ្នកទាំងពីរស្រីយនឹងចំនួនគត់វិធីមាន λ ដែលអ្នកទាំងពីរស្ថាល់។ ចំពោះ $n \geq 1$ នៅពេលទី n នៃលោកស្រីកនេះ គឺកំណត់

- បើ n ជាធិន្ទនគត់សេស នៅ៖ Alice ផ្តើសវិសចំនួនពិត $x_n \geq 0$ មួយ ដែល

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n \leq \lambda n$$

- បើ n ជាធិន្ទនគត់គួរ នៅ៖ Bazza ផ្តើសវិសចំនួនពិត $x_n \geq 0$ មួយ ដែល

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \leq n$$

បើកាតីណាមួយមិនផ្តើសវិសចំនួនពិត x_n សមសុប នៅ៖ និងត្រូវបញ្ជាប់។ ភាគីនោះនឹងចាត់ និងភាគីផ្សេងៗទៀតនឹងឈ្មោះ។ បើលោកស្រីកនេះបន្ទាន់រហូត មិនមាន នណាម្នាក់ឈ្មោះទេ។ ចំនួនដែលផ្តើសវិសទាំងអស់ ត្រូវបានស្ថាល់ចំពោះអ្នកលេងទាំងពីរ។ កំណត់តម្លៃ λ ទាំងអស់ ដែល Alice មានយុទ្ធសាស្ត្រឈ្មោះ និងតម្លៃ λ ទាំងអស់ដែល Bazza មានយុទ្ធសាស្ត្រឈ្មោះ។

ចំណេញ 6. គោលការណ៍ក្រឡាចក្រឡាចមួយនៃការអេកតាមាន ចំណេញ 2025 \times 2025។ Matilda ចង់រៀបចំចតុការណា កែងដែលអាចមានទំហំខ្ពស់ឡានៅលើក្រឡាចត្រួតពិនិត្យនេះ ដែលបានបង្ហាញនៅលើខ្សោយ នៃក្រឡាចត្រួតពិនិត្យ និងការអេកតាមានក្រឡាចត្រួតពិនិត្យនេះ ចតុការណាកែងមួយយ៉ាងច្រើន។
កំណត់ចំនួនអប្បបរិមានៃបន្ទាន់ចតុការណាកែង ដែល Matilda ត្រូវរៀបដើម្បីទ្រួរដោកនិមួយៗ និងជួរយនិមួយៗ នៃក្រឡាចត្រួតពិនិត្យ មានតែការអេកតាមួយគត់ដែលមិនគ្របច្ចេះចតុការណាកែងណាមួយ។

: