

*Rabu, 15 Julai 2009*

**Soalan 1.** Katakan  $n$  suatu integer positif dan katakan  $a_1, \dots, a_k$  ( $k \geq 2$ ) integer positif berlainan dalam set  $\{1, \dots, n\}$  sehinggakan  $n$  membahagi  $a_i(a_{i+1} - 1)$  untuk  $i = 1, \dots, k-1$ . Buktikan bahawa  $n$  tidak membahagi  $a_k(a_1 - 1)$ .

**Soalan 2.** Katakan  $ABC$  suatu segitiga dengan pusat bulatan lilit  $O$ . Titik  $P$  dan  $Q$  adalah masing-masing titik pedalaman sisi  $CA$  dan  $AB$ . Katakan  $K$ ,  $L$  dan  $M$  masing-masing titik tengah segmen  $BP$ ,  $CQ$  dan  $PQ$ , dan katakan  $\Gamma$  bulatan yang melalui  $K$ ,  $L$  dan  $M$ . Andaikan garisan  $PQ$  tangen kepada bulatan  $\Gamma$ . Buktikan bahawa  $OP = OQ$ .

**Soalan 3.** Andaikan bahawa  $s_1, s_2, s_3, \dots$  suatu jujukan integer positif yang meningkat tegas sehinggakan kedua-dua subjujukan

$$s_{s_1}, s_{s_2}, s_{s_3}, \dots \quad \text{dan} \quad s_{s_1+1}, s_{s_2+1}, s_{s_3+1}, \dots$$

adalah jangjang aritmetik. Buktikan bahawa jujukan  $s_1, s_2, s_3, \dots$  adalah suatu jangjang aritmetik.

*Khamis, 16 Julai 2009*

**Soalan 4.** Katakan  $ABC$  suatu segitiga dengan  $AB = AC$ . Pembahagi dua sama sudut bagi  $\angle CAB$  dan  $\angle ABC$  masing-masing bersilang dengan sisi  $BC$  dan  $CA$  pada titik  $D$  dan  $E$ . Katakan  $K$  pusat dalam bagi segitiga  $ADC$ . Andaikan bahawa  $\angle BEK = 45^\circ$ . Cari semua nilai yang mungkin bagi  $\angle CAB$ .

**Soalan 5.** Tentukan semua fungsi  $f$  daripada set integer positif kepada set integer positif sehinggakan untuk semua integer positif  $a$  dan  $b$ , wujud suatu segitiga dengan panjang sisi

$$a, f(b) \text{ dan } f(b + f(a) - 1).$$

**Soalan 6.** Katakan  $a_1, a_2, \dots, a_n$  integer positif berlainan dan katakan  $M$  suatu set  $n - 1$  integer positif yang tidak mengandungi  $s = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . Seekor belalang akan melompat sepanjang paksi nyata, bermula dari titik 0 dan membuat  $n$  lompatan ke kanan dengan jarak  $a_1, a_2, \dots, a_n$  menurut susunan sembarangan. Buktikan bahawa susunan tersebut boleh dipilih sehinggakan belalang tersebut tidak akan mendarat di sebarang titik dalam  $M$ .