UEPB – Universidade Estadual da Paraíba
Disciplina: Álgebra Linear I
Professor: Onildo Freire

2ª Lista de Exercícios – Unid. I – Transformações Lineares

1. Verifique se a aplicação $T: \Re^2 \to \Re^2$ é linear , onde

$$T(x\,,\,y) = (x^2 + y^2,\, x)$$

2. Seja a transformação linear $T: \Re^2 \to \Re^3$ tal que $T(-2\,,3) = (-1,\,0\,,1)$ e $T(1\,,-2) = (0\,,-1\,,0)$.

a) A transformação T é sobrejetora? Justifique sua resposta.

b) Determine, caso existam, um base para o núcleo e outra base para a imagem de T ?

3. Seja $T: M(2\,x\,2) \to \Re^2$ uma transformação linear, tal que

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (\,c - 2a\,,\,b + 3d\,)$$

a) A transformação T é sobrejetora? Justifique sua resposta.

b) Determine, caso existam, uma base para o núcleo e outra base para a imagem de T ?

4. Verifique se a aplicação $f: \Re^2 \to \Re^2$ é linear , onde

$$f(x\,,\,y) = (\,x \cdot \cos\theta - y \cdot sen\,\theta,\; x \cdot sen\theta + y \cdot \cos\theta\,)$$

5. Seja $T: \Re^3 \to \Re^3$ o operador linear definido por $T(x\,,y,z) = (\,x\,,\,x - z\,,\,x - y - z\,)$. Determine, caso exista, a transformação $T^{-1}(x\,,y\,,z)$.

6. Seja a transformação linear $T: P_1 \to \Re^3$ tal que

$$T(\,xt + y\,) = (\,x\,,2x\,,x - y\,)$$

a) A transformação T é sobrejetora? Justifique sua resposta.

b) Determine, caso exista, um base para a imagem de T ?

7. Seja a transformação linear $T: \Re^3 \to \Re^4$ tal que

$$T(x\,,y,z\,) = (\,x - y - z\,,\,x + y + z\,,\,2x - y + z\,,\,-y\,)$$

Determine, caso existam, uma base para o núcleo e outra base para a imagem de T ?

8. Seja $T: \Re^2 \to \Re^2$ o operador linear definido por $T(x\,,y) = (\,7x - 4y\,,\,-4x + y\,)$. Determine, caso exista, a transformação $T^{-1}(x\,,y)$. Agora, seja $T: V \to W$ uma transformação linear, podemos afirmar que se $V = W$, então sempre existirá a inversa de T? Justifique sua resposta.

9. Considere $T: \Re^3 \to \Re^3$ uma transformação linear tal que

$$T(x\,,\,y,\,z) = (x + 2y - z\,,\,2x + z\,,\,x - 2y + 2z\,)$$

a) Determine, caso existam, uma base para o núcleo e uma base para a imagem da transformação T .

b) Existe $T^{-1}(x\,,\,y\,,\,z)$? Justifique sua resposta.

10. Seja $T:\Re^3 \to \Re^3$ o operador linear definido por $T(x,y,z) = (x+y-z,\ x+2y,\ z)$. Determine, caso exista, a transformação $T^{-1}(x,y,z)$.

11. Se $T:\Re^2 \to \Re^2$ é um operador linear, definido por $T(x,y) = (ax+by,\ cx+dy)$ com $ad-bc \neq 0$, mostre que T é injetora.

12. Se $T:\Re^2 \to \Re^2$ é um operador linear, definido por $T(x,y) = (4x-3y,\ -2x-2y)$, determine $T^{-1}(x,y)$.

13. Considere $T:\Re^3 \to \Re^3$ uma transformação linear tal que

$$T(x,y,z) = (z,\ x-y,\ -z)$$

a) Determine uma base para o Núcleo da transformação T, caso exista.

b) Determine uma base para a Imagem da transformação T, caso exista.

c) T é injetora ? T é sobrejetora ? Justifique sua resposta.

14. Mostre que $T:\Re^3 \to \Re^3$ é uma transformação linear, onde

$$T(x,y,z) = (z,\ x-y,\ -z)$$