Berechnung von Wehren

in Kalypso 1d

Dipl.-Ing. Monika Donner

TECHNISCHE UNIVERSITÄT
HAMBURG-HARBURG
Institut für Wasserbau
Denickestraße 22

21073 Hamburg

Hamburg, 11. März 2008

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Anforderungen

Mit Kalypso1d können ein- und mehrfeldrige, senkrecht zur Gewässerachse liegende Wehre berechnet werden. Dabei muss mindestens ein Profil im Unterwasser des Wehres vorgegeben werden. Die Eingabe eines Profils im Oberwasser ist nicht zwingend notwendig. Neben der Kronenart und Breite des Wehres ist auch die Geometrie der Wehroberkante zu definieren.

1.1 Allgemeines

Bei der Berechnung mit Kalypso1d wird angenommen, dass im Wehr (Profil w) selbst und im unmittelbaren Oberwasser des Wehres (Profil ow,w) keine Querströmung zwischen Vorland und Flussschlauch stattfindet. Der Abflussanteil über das Wehr wird dem Anteil des Abflusses im Flussschlauch des Oberwasserprofils gleichgesetzt. Damit ist bei hohen Abflussleistungen über das Wehr und einer entsprechenden Benetzung des Vorlandes im unmittelbaren Oberwasser des Wehrs nur die Kontinuität zwischen Unterwasser und unmittelbarem Oberwasser eingehalten. Als weitere Vereinfachung werden die Fliessverluste infolge Sohl- und Böschungsreibung im Wehr vernachlässigt.

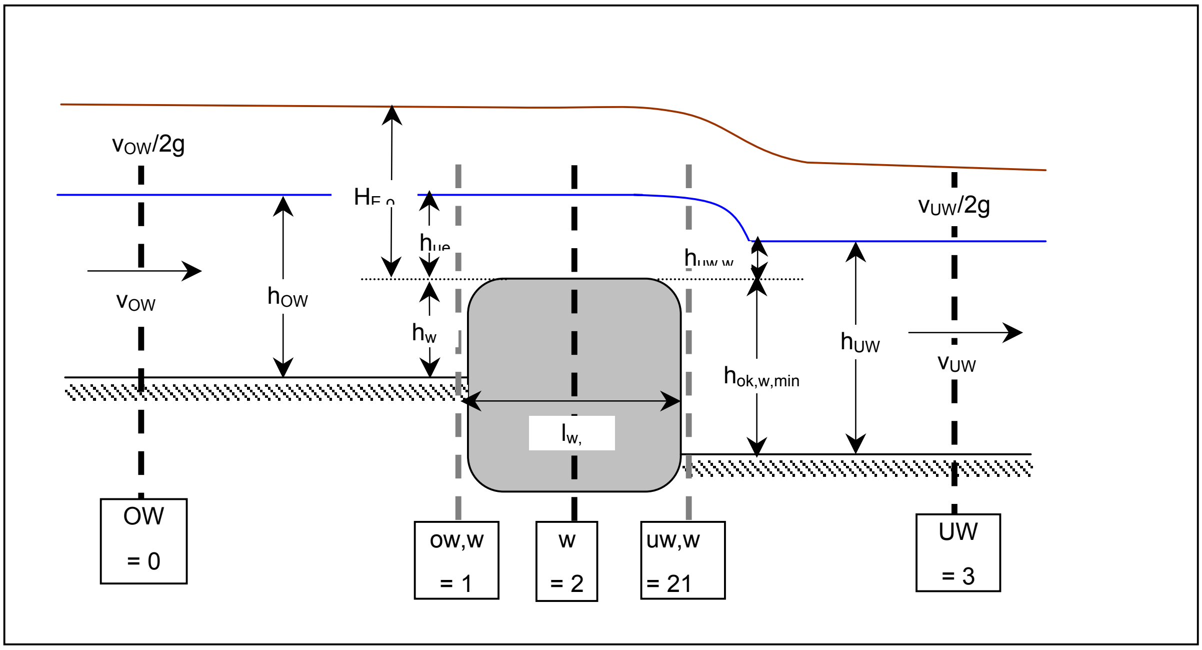


Abbildung 1: Definitionsskizze der Benennungen und der Bilanzachsen

1.2 Theorie der Wehrberechnung

Bei der Abflussberechnung über das Wehr werden drei verschiedene Abflusszustände unterschieden: Vollkommener Überfall, unvollkommener Überfall, Überströmen

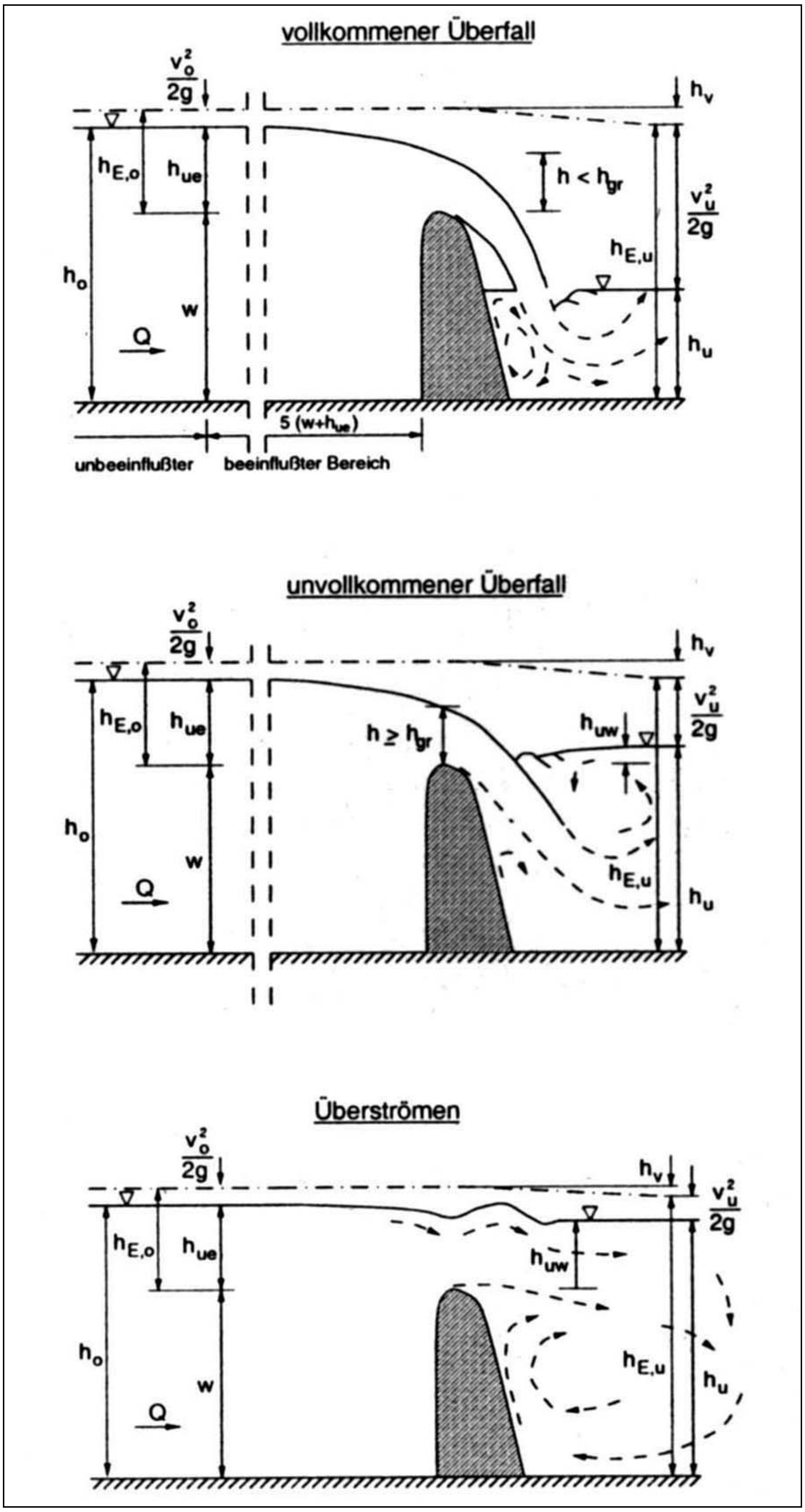


Abbildung 2: Überfallarten

1.2.1 Vollkommener Überfall

Der vollkommene Überfall liegt vor, wenn die Überfallhöhe nicht vom Unterwasser beeinflusst wird. Das Abfuhrvermögen des vollkommenen Überfalls wird also allein durch die Lage des Oberwasserspiegels und durch die Wehrform bestimmt. Die Fliessverhältnisse im Ober- und Unterwasser sind hydraulisch voneinander entkoppelt.

Die Berechnung der Überfallmenge Q erfolgt in *w_ber* mit der abgeleiteten **Überfallformel von Du Buat**.

$$Q_{vollkommen} = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot h_{E,o}{}^{3}}$$

mit:
- Q Abfluss über das Wehr [m³/s]
- μ Überfallbeiwert [-]
- b Breite des Wehres senkrecht zur Fliessrichtung [m]
- $h_{E,o}$ Energiehöhe im unmittelbaren Oberwasser ($h_{E,o} = h_{ue} + v_{OW}{}^{2} / 2g$)
- v_{OW} Geschwindigkeit im Oberwasser im nicht durch die Absenkung beeinflussten Querschnitt [m]

Im Rechenkern wird die Überfallhöhe h_{ue} aus der Wehrgeometrie in *g_wehr* bestimmt mit h_{ue} = (Wasserspiegelhöhe im OW) – (Höhe der Wehrkrone = h_w), siehe Abbildung 1.

<u>Noch mehr Theorie</u>

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung des Wehrüberfalls liefert die **Überfallformel nach Poleni.**

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \mu_P \cdot b \cdot \sqrt{2g \cdot h_{ue}{}^{3}}$$

Die Überfallhöhe h_{ue} berechnet sich nach folgender Formel:

$$h_{ue} = \left(\frac{3}{2} \frac{Q}{\mu \cdot b} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2g}} - \frac{v_{OW}{}^{2}}{2g}$$

Nach KNAPP [1], S 300 ergibt sich für den vollkommenen Überfall am Wehr der Abfluss:

$$Q_{vollkommen} = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(h_{Ue} + \frac{v_{OW}{}^{2}}{2g} - h_{uw,w} \right)^{3/2} - \left(\frac{v_{OW}{}^{2}}{2g} \right)^{3/2}$$

mit:
- Q Abfluss über das Wehr [m³/s]
- μ Überfallbeiwert [-]

b Breite des Wehres senkrecht zur Fliessrichtung [m]

h_{ue} Überfallhöhe = Wasserspiegelhöhe im OW – Höhe der Wehrkrone

v_{OW} Fließgeschwindigkeit im Oberwasser im nicht beeinflussten Querschnitt

$h_{uw,w}$ Unterwasserstand – Wehroberkante am Unterwasserrand

Dieser im deutschsprachigen Raum häufig verwendete Berechnungsansatz nach Poleni ist physikalisch jedoch nicht so genau wie die Überfallformel von Du Buat. Exakte Werte werden lediglich für Zulaufgeschwindigkeiten im Oberwasser nahe Null erreicht. Es besteht jedoch eine Abhängigkeit zwischen dem Überfallbeiwert μ_P und der Zulaufgeschwindigkeit.

Aufgrund der exakteren Ergebnisse und der in ausreichendem Umfang vorliegenden Veröffentlichungen für den Überfallbeiwert auf Basis der Du Buat - Formel, wird mit der Überfallformel nach Du Buat gerechnet.

1.2.1.1 Impulssatz am breitkronigem Wehr unter vollkommenen Wehrüberfall

Neben dem Ansatz über die Energieerhaltung kann insbesondere für breitkronige Wehre auch die Berechnung über den Impulssatz erfolgen. Dabei ist zu beachten, dass der vollkommene Überfall keinen Einfluss aus dem Unterwasser erhält und somit die Impulsbilanz zwischen Oberwasserrand am Wehr und Wehrkrone über einen Bezugshorizont zu bilden ist. So gilt nach Knapp [1]. S 242, das Gleichgewicht zwischen Oberwasserrand des Wehrs und Wehrkrone unter folgende Annahmen:

- Der Querschnitt zwischen Oberwasserrand und Wehrkrone verändert sich weder in der mittleren Breite noch in seiner geometrischen Form: $b_2 = b_1 \mathrel{\hat{=}} b$
- Es gilt die Kontinuität zwischen Oberwasserrand und Wehrkrone: $Q_2 = Q_1 = v_2 \cdot h_2 \cdot b_2 = v_1 \cdot h_1 \cdot b_1$
- Die Bilanz muss anhand der niedrigsten Bezugsebene erfolgen.

1.2.2 Unvollkommener Überfall

Steigt der Unterwasserspiegel, so geht der vollkommene Überfall in den unvollkommenen Überfall über. Der Abfluss wird nun durch Rückstaueffekte aus dem Unterwasser beeinträchtigt. Die Abnahme des Abflusses wird durch Multiplikation mit dem Abminderungsfaktor c_m, der in *beiwerte* berechnet wird, berücksichtigt.

$$Q_{unvollkommen} = c_m \cdot \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(h_{ue} + \frac{v_{OW}^{\;2}}{2g} - h_{UW} \right)^{3/2}$$

Der Abminderungsbeiwert c_m wird nach Press/ Schröder ermittelt. Die Größe des Abminderungsbeiwerts hängt von der Ausbildung der Wehrkrone und dem Verhältnis des Unterwasserstandes zum Oberwasserstand ab.

Programmintern wird der Abminderungsbeiwert in der Subroutine BEIWERT nach folgenden Gleichungen ermittelt.

Wehrart	Verhältnis der Wasserstände	Abminderungsbeiwert c_m
scharfkantig	$h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}50$	$c_m = 1{,}0 - 0{,}44 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
	$0{,}50 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}80$	$c_m = 1{,}115 - 0{,}67 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
	$0{,}80 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}95$	$c_m = 1{,}54 - 1{,}20 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
	$0{,}95 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 1$	$c_m = 4{,}2 - 4{,}0 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
rundkronig und sonstige	$h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}25$	$c_m = 1{,}0$
	$0{,}25 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}78$	$c_m = 1{,}05 - 0{,}19 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
	$0{,}78 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}9$	$c_m = 2{,}2 - 1{,}67 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
	$0{,}9 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 0{,}95$	$c_m = 4{,}3 - 4{,}0 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$
	$0{,}95 < h_{uw,w} / h_{ue} \leq 1{,}0$	$c_m = 5{,}2 - 5{,}0 \cdot (h_{uw,w} / h_{ue})$

Tabelle 1: Abminderungsbeiwert c_m

Da die obigen Funktionen nicht lückenlos aneinander schließen bzw. sich zum Teil überlappen, wurden insbesondere für rundkronige Wehre die Funktionen korrigiert. Dabei wurden folgende Schnittpunkte festgelegt:

$$cm_1 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = cm_2 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 1{,}0 \qquad für\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}25$$
$$cm_2 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = cm_3 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}9 \qquad für\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}78$$
$$cm_3 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = cm_4 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}7 \qquad für\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}90$$
$$cm_4 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = cm_5 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}5 \qquad für\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}95$$
$$cm_5 \left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 0{,}2 \qquad für\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) = 1{,}00$$

Auf Basis dieser Annahmen ergeben sich folgende korrigierte Geradenverläufe:

$$cm_1 = 1{,}0$$
$$cm_2 = -\frac{0{,}1}{0{,}53}\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) + \left(1 + \frac{0{,}1}{2{,}12}\right) \qquad cm_3 = -\frac{0{,}2}{0{,}12}\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) + 2{,}2$$
$$cm_4 = -4\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) + 4{,}3 \qquad cm_5 = -6\left(h_{uw,w} / h_{ue}\right) + 6{,}2$$

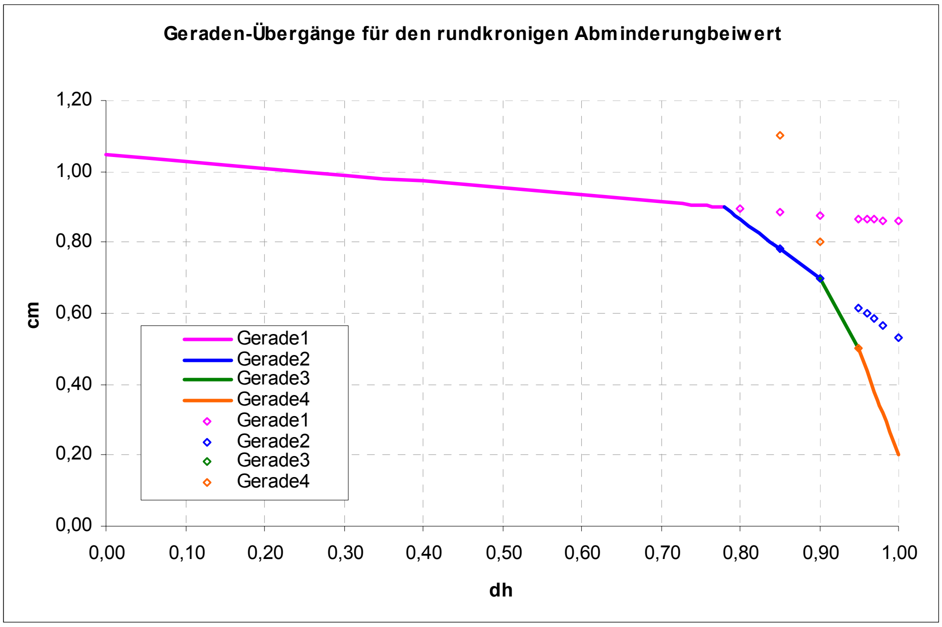


Abbildung 3: Korrigierte Abminderungsgeraden für das rundkronige Wehr

<u>Noch mehr Theorie</u>

Eine weitere Möglichkeit der Berechnung des unvollkommenen Wehrüberfalls nach KNAPP [1] ist die Gleichung **nach Poleni-Weisbach.**

$$Q_{unvollkommen} = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(h_{ue} + \frac{v_{OW}{}^{2}}{2g} - h_{uw,w} \right)^{3/2} - \left(\frac{v_{OW}{}^{2}}{2g} \right)^{3/2}$$

mit: Q Abfluss über das Wehr

μ Überfallbeiwert

b Breite des Wehres senkrecht zur Fliessrichtung

h_{ue} Überfallhöhe = Wasserspiegelhöhe im OW – Höhe der Wehrkrone

$h_{uw,w}$ Wasserspiegelhöhe im UW – Höhe der Wehrkrone

v_{OW} Fließgeschwindigkeit im Oberwasser im nicht beeinflussten Querschnitt.

Laut KNAPP [1] überschätzt der Ansatz nach Poleni-Weisbach jedoch den Wehrabfluss um bis zu 33%.

1.2.3 Überströmen

Steigt das Unterwasser erheblich über die Wehrkrone, so stellt sich der hydraulische Zustand des Überströmens ein. Dieser Abflusszustand ist dadurch gekennzeichnet, dass der Überfallstrahl seine Krümmung verliert und die Stromfäden über der Wehrkrone nahezu parallel zueinander verlaufen. Es stellt sich eine hydrostatische Druckverteilung ein. Deshalb kann der Abfluss mittels der Energiegleichung berechnet werden. Nach Knapp [1] S 304 gilt:

$$H_{E,o} = H_{E,uw,w}$$

$$h_{ue} + \frac{v_{OW}{}^2}{2g} = h_{uw,w} + \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{Q}{B \cdot h_{uw,w}} \right)^2$$

Durch Umformen ergibt sich:

$$Q_{Überströmen} = \left(B \cdot h_{uw,w}\right) \cdot \sqrt{2g \cdot (H_{E,o} - h_{uw,w})}$$

mit: A_{ue} = B x h_{ue} = Überfallfläche im Wehrscheitel

Dabei kann die Wassertiefe $h_{uw,w}$ (siehe Abbildung 4 = y_k) im Wehr nach Knapp [1] vereinfachend angenommen werden zu Unterwassertiefe – Wehrhöhe im Unterwasser:

$$Q_{Überströmen} = \left(B \cdot h_{ue}\right) \cdot \sqrt{2g \cdot \left[H_{E,o} - \underbrace{\left(h_{UW} - h_{okw\min}\right)}_{h_{uw,w}} \right]}$$

1.2.3.1 Überströmen mit IMPULSSATZ

Dieser Ansatz über die Energiehöhe scheitert, wenn die Energiehöhe im Unterwasser nahezu identisch wird zur Energiehöhe im Oberwasser und der zuvor ermittelte Zufluss aus dem Oberwasser kleiner ist als der Abfluss über das Wehr. Daher wird eine Lösung mittels Impulssatz angestrebt:

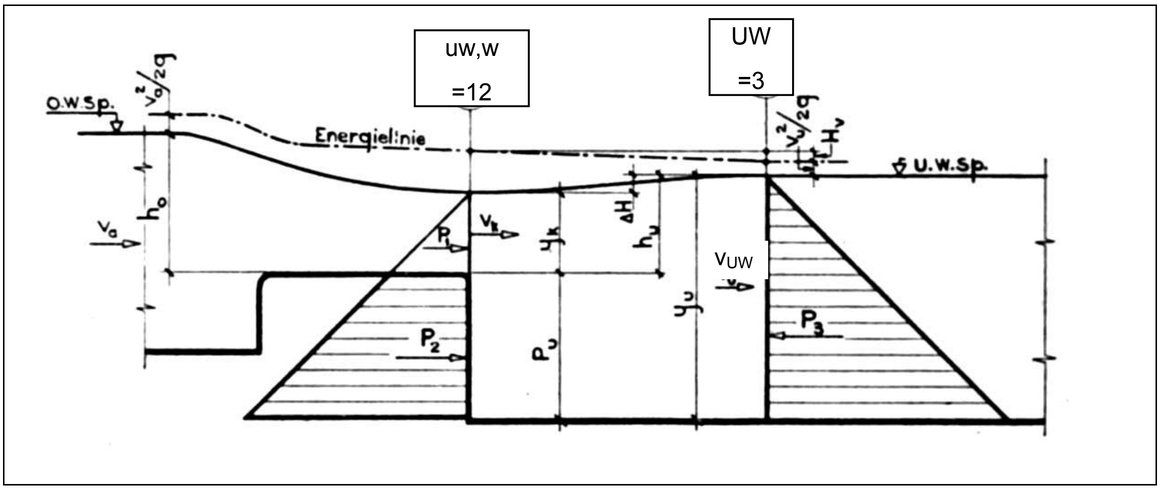


Abbildung 4: Grenzzustand beim breitkronigen Wehr nach Knapp [1]

Unbekannt sind die Größen in der Wehrkrone: $y_k = h_{12} \quad und \quad v_{12}$

Die Impulsbilanz wird an der Bezugsebene der Sohle im Unterwasser in der Gegenüberstellung der Kräfte im Unterwasser mit den Kräften im Wehrscheitel aufgestellt. Dabei gelten folgende Annahmen:

- Der Querschnitt zwischen Oberwasserrand und Wehrkrone verändert sich weder in der mittleren Breite noch in seiner geometrischen Form: $b_{12} = b_3 = b$
- Es gilt die Kontinuität zwischen Oberwasserrand und Wehrkrone: $Q_{12} = Q_3 = v_{12} \cdot h_{12} \cdot b_{12} = v_3 \cdot h_3 \cdot b_3$

Die Bilanz muss anhand der niedrigsten Bezugsebene erfolgen.

Impuls im Unterwasser (3 = UW)und in unteren Rand des Wehrscheitels (12 = w); siehe Abbildung 1:

$$I = \rho \cdot Q \cdot v = \rho \cdot A \cdot v^2$$
$$\Rightarrow I_{12} = \rho \cdot h_{12} \cdot b \cdot v_{12}^2 \quad und \quad I_3 = \rho \cdot \left(P_u + h_u\right) \cdot b \cdot v_{UW}^2$$

Hydrostatische Stützkraft im Unterwasser (3 = UW) und im Wehrscheitel (2 = w):

$$in\ 12: \ P_1 + P_2 = \frac{\rho \cdot g}{2} \cdot \left(h_{12} + P_u\right)^2 \cdot b$$
$$in\ 3: \ P_3 = \frac{\rho \cdot g}{2} \cdot \left(h_u + P_u\right)^2 \cdot b$$

Impulsbilanz:

$$I_{12} + P_1 + P_2 - I_3 - P_3 = 0$$
$$\Rightarrow \rho \cdot h_{12} \cdot b \cdot v_{12}^2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(h_{12} + P_u\right)^2 \cdot b - \rho \cdot \left(P_u + h_u\right) \cdot b \cdot v_{UW}^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(h_u + P_u\right)^2 \cdot b = 0$$
$$\Leftrightarrow h_{12} \cdot v_{12}^2 + \frac{g}{2} \cdot \left(h_{12} + P_u\right)^2 - \left(P_u + h_u\right) \cdot v_{UW}^2 - \frac{g}{2} \cdot \left(h_u + P_u\right)^2 = 0$$

Mit weiteren Annahmen wie z. B. der Grenztiefe in der Wehrkrone oder vernachlässigbarer Zulaufgeschwindigkeit v_1 bzw. iterativ kann die obige Gleichung gelöst werden.

Die hier vorgestellte Impulsbilanz zwischen Unterwasser und Wehrkrone wird im Rechenkern Kalypso1d nicht angesetzt, da zwischen Unterwasser und Wehrabfluss KEINE Kontinuität gilt. Lediglich zwischen den Profilen 0 und 3 sowie 1 und 2 (siehe Abbildung 1) gilt die Kontinuität.

1.2.3.2 Überströmen mit Einlaufverlust

Über eine Energiebilanz zwischen unmittelbarem Oberwasser (ow,w) und unmittelbarem Unterwasser (uw,w) des Wehres unter Berücksichtigung der Verluste infolge Anströmung des Wehrkörpers kann folgender Ansatz gewählt werden:

$$H_{E,o} = \underbrace{\left(h_{uw,w} + \frac{v_{UW}}{2g} \right)}_{H_{E,uw,w}} + \kappa_{Verlust} \cdot \frac{v_{UW}}{2g}$$

Der Verlustbeiwert ergibt sich aus der Anströmung der Wehrkante vom Oberwasser her. Dabei wird die Wehrschwelle als Störstein der Fläche A_s betrachtet. Diese Fläche entspricht der lichten Höhe und Breite des Wehrkörpers vom Oberwasser her: $A_s = b_w \times h_w$. Der Anströmverlust lautet nach DVWK 232, S. 58, Glch. 4.5 ff:

$$\kappa_{Verlust} = \frac{\lambda_{Wehr} \cdot \ell_u}{4 r_{hy}} \quad mit \quad \lambda_{Wehr} = 4 \cdot c_w \frac{b_w \cdot h_w}{A_{ges}} \quad mit\ r_{hy} = \frac{A_{ges}}{\ell_u}$$

Mittels Umformen ergibt sich für den Verlustbeiwert:

$$\kappa_{Verlust} = \underbrace{c_w}_{\approx 1{,}5} \cdot b_w \cdot h_w \frac{\ell_u^2}{A_{ges}^2}$$

So ergibt sich für das Überströmen eines Wehres an der Bezugsebene der Wehrkrone mit folgender Gleichung:

$$Q_{Über} = h_{ue} \cdot b_w \cdot 2g \cdot \sqrt{\left[\underbrace{\left(h_{ue} + \frac{v^2}{2g} \right)}_{H_{E,o}} - \left(h_{UW} - h_{ok,w,\min} \right) \right] / \left(1 + \kappa_{Verlust} \right)}$$

Die obige Gleichung zur Bestimmung der Überströmens wurde in den Rechenkern implementiert. Dabei ergeben sich die Anströmverluste über die Ergebnisse am Oberwasserrand des Wehres aus *wspow*.

1.2.4 Dimensionslose Energiehöhen

Auf Basis der Grenztiefe bzw. der minimalen Energiehöhe werden nach KNAPP [1] dimensionslose Energiehöhen eingeführt.

$$h_{Grenz} = \sqrt[3]{\frac{1}{g} \cdot \left(\frac{Q}{B} \right)^2} = \frac{2}{3} H_{\min}$$

Mit der Unterwasserhöhe im Wehrbereich $h_{uw,w}$ = Wasserspiegelhöhe im UW – Höhe der Wehrkrone und der Überfallhöhe im Wehrbereich h_{ue} = Wasserspiegelhöhe im OW – Höhe der Wehrkrone ergibt sich so:

$$\tau_u = \frac{h_{uw,w}}{h_{grenz}} = \frac{h_{UW} - h_{ok,w,\min}}{\sqrt[3]{\frac{1}{g} \cdot \left(\frac{Q}{B} \right)^2}} \qquad \tau_o = \frac{H_{E,o}}{h_{grenz}} = \frac{h_{ue} + v_{OW}^{\ 2} / 2g}{\sqrt[3]{\frac{1}{g} \cdot \left(\frac{Q}{B} \right)^2}}$$

1.2.5 Unterscheidung der Abflussarten

Die Entscheidung, welche Abflussart vorliegt, wird mit Hilfe der dimensionslosen Energiehöhe im Oberwasser $\tau_o = H_{E,o} / h_{grenz}$ und dem dimensionslosen Unterwasserstand $\tau_u = h_{uw,w} / h_{grenz}$ getroffen. Nach Knapp [1] gibt es für die Unterscheidung der drei Strömungszustände drei Grenzgleichungen die definiert werden über zwei die Schnittpunkte von zwei Geradegleichungen mit einer Übergangsparabel zwischen Überströmen und unvollkommenen Überfall über $\tau_o = \tau_u + \frac{0{,}5}{\tau_u^2}$ ausgedrückt werden.

$$
\begin{aligned}
&g_{vollk}(\tau_u) = 1{,}725 - 0{,}525 \cdot \tau_u = \tau_o && \textit{für } 0 \le \tau_u \le \tau_{u,Grenz} \\
&p_{unvollk}(\tau_u) = 0{,}38679 \cdot \tau_u^{\,2} - 0{,}54716 \cdot \tau_u + 1{,}54716 && \textit{für } \tau_{u,Grenz} \le \tau_u \le 2{,}0 \\
&g_{überstr}(\tau_u) = \tau_u = \tau_o && \textit{für } \tau_u \ge 2{,}0
\end{aligned}
$$

Die Übergangsparabel $p_{unvollk}(x)$ für den Bereich des unvollkommenen Überfalls durch folgende Bedingungen fixiert:

$$
\begin{aligned}
&p_{unvollk}(\tau_u = 2{,}0) = \mathrm{a} \cdot \tau_u^{\,2} - b \cdot \tau_u + c = 2{,}0 \\
&p_{unvollk}'(\tau_u = 2{,}0) = 2\mathrm{a} \cdot \tau_u - b = 1{,}0 \\
&p_{unvollk}'(\tau_u = \tau_{u,Grenz}) = 2\mathrm{a} \cdot \tau_u - b = 0{,}0 \\
&mit: \tau_{u,Grenz} \;\; bei \;\; g_{vollk}(\tau_{u,Grenz}) = p_{unvollk}(\tau_{u,Grenz})
\end{aligned}
$$

Daraus ergibt sich für das Beispiel in Abbildung 5 die Grenze zwischen vollkommenen und unvollkommenen Überfall bei:

$$\tau_{u,Grenz} = 2 - (0{,}5 / 0{,}38679) \cong 0{,}7073$$

Als allgemeine Grenze zwischen vollkommenem Überfall und Überströmen gilt der Schnittpunkt der beiden Grenzgeraden:

$$\tau_{u,1} = 1{,}725 - 0{,}525 \cdot \tau_{u,1} \quad \to \tau_{u,1} = \frac{1{,}725}{1{,}525} \approx 1{,}131 \quad bei \quad \to \tau_{o,1} = \frac{1{,}725}{1{,}525} \approx 1{,}131$$

Diese Grenze zwischen vollkommenem Überfall und Überströmen liegt in der Praxis jedoch zwischen 1 und 2,0.

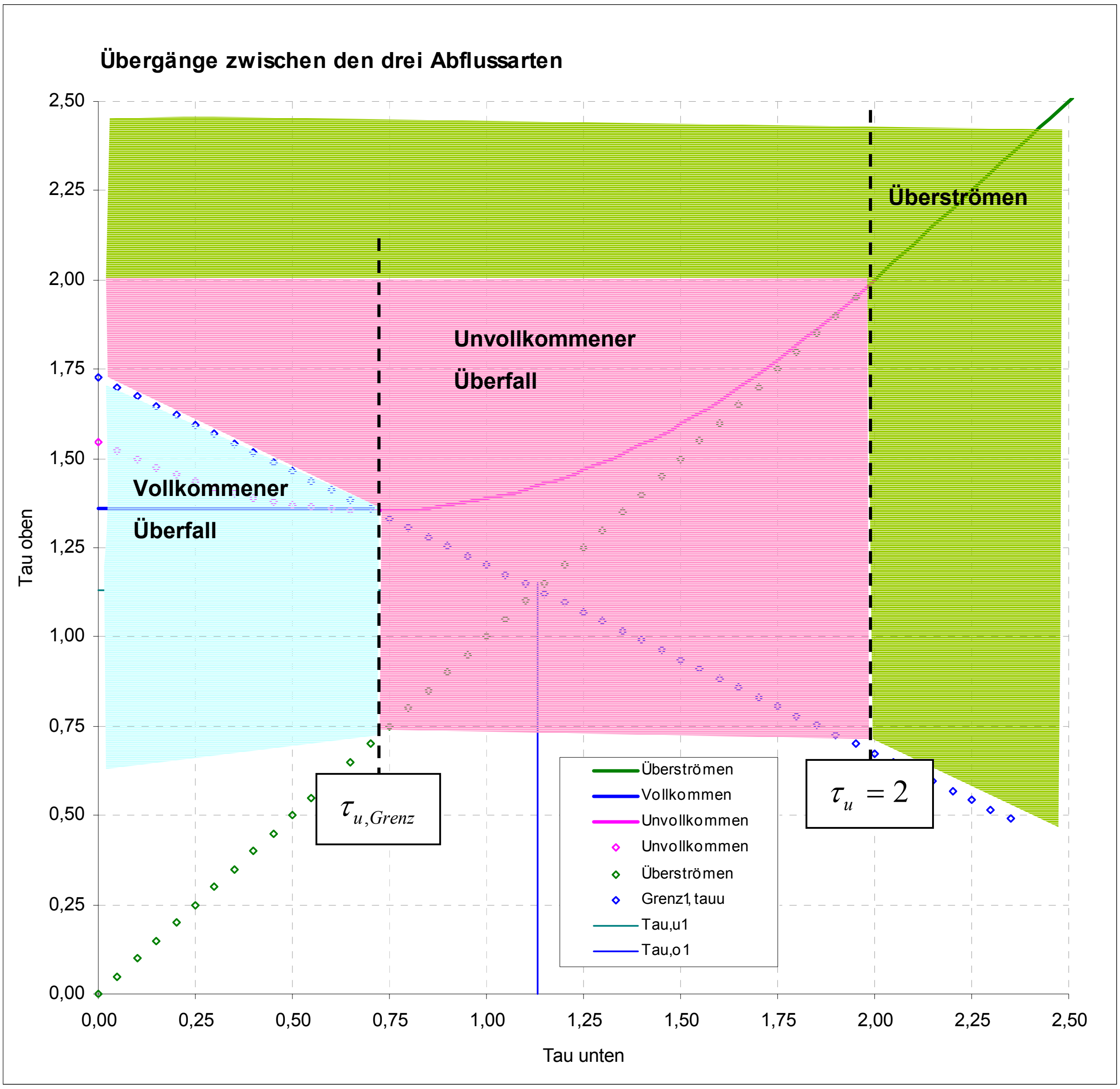


Abbildung 5: Übergange und Grenzen zwischen den drei Abflusszuständen

vollkommener Überfall

Die berechneten Werte muss kleiner sein als die obige Grenze mit:

$$\tau_{u,berechnet} \leq \tau_{u,Grenz} \approx 0,707 \text{ und } \tau_{o,berechnet} \leq \tau_{o,2} = 1,725 - 0,525 \cdot \tau_{u,berechnet}$$

Für Wasserstände unterhalb der Wehrkrone gilt immer der vollkommene Überfall:

$$\tau_{u,berechnet} \leq 0$$

unvollkommener Überfall

Der berechnete Wert $\tau_{u,berechnet}$ muss größer als die obige Grenze und kleiner als 2:

$$\tau_{o,berechnet} > \tau_{o,2} = 1,725 - 0,525 \cdot \tau_{u,berechnet}$$

$$\tau_{u,berechnet} \leq 2,0 \;\&\; \tau_{o,berechnet} \leq 2,0$$

Überströmen

Der berechnete Wert τ_u liegt auf einer Geraden $\tau_o = \tau_u$

$$\tau_{u,berechnet} \approx \tau_{0,berechnet}$$

$$\tau_{u,berechnet} > 2,0 \;\; oder \;\; \tau_{o,berechnet} \leq 2,0$$

Der Abflusszustand des vollkommenen Überfalls liegt für rundkronige und scharfkantige Wehre vor, falls die folgende Bedingung eingehalten ist: $\tau_u \leq 3,286 - 1,905\ \tau_o$

Überschreitet der dimensionslose Unterwasserstand τ_u den Wert τ_u = *2,0,* so liegt der Abflusszustand des Überströmens vor.

1.2.6 Herleitung des Grenzzustandes beim breitkronigen Wehr

Beim breitkronigen Wehr geht nach Knapp [1] der Abflusszustand direkt vom vollkommenen Überfall in Überströmen über. Der unvollkommene Überfall tritt nicht auf.

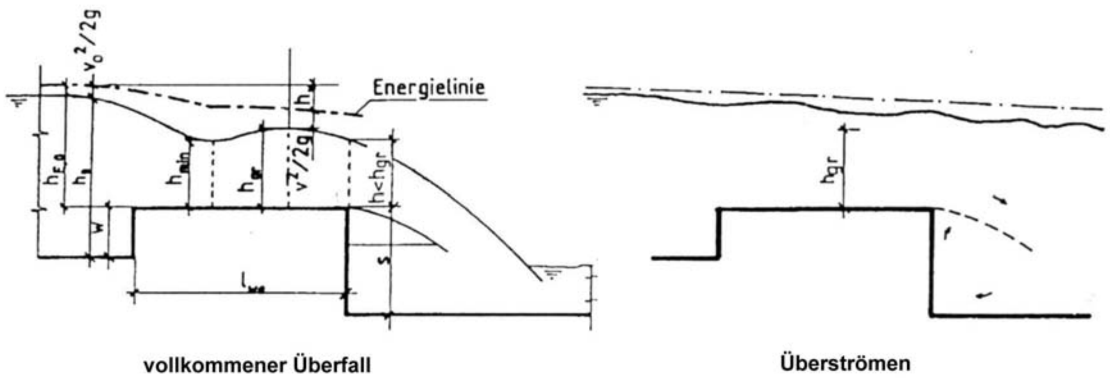


Abbildung 6: Überfallarten beim breitkronigen Wehr

Beim vollkommenen Überfall wird an einer bestimmten Stelle auf dem Wehrrücken die Grenztiefe erreicht. Bei steigendem Abfluss wandert die Stelle der Grenztiefe Richtung Unterwasser. Ist die Kante des Wehrrückens erreicht, so stellt dieser Zustand gerade den Grenzzustand zwischen vollkommenen Überfall und Überströmen dar. In Wissen diesen Sachverhalts kann die Impulsbilanz für jenen Grenzzustand aufgestellt werden. Somit erhält man einen Grenzwert für den Übergang des Abflusszustandes am breitkronigen Wehr.

Zur Herleitungen des Grenzzustandes werden die in Abbildung 1 und Abbildung 7 skizzierten Bezeichnungen verwendet.

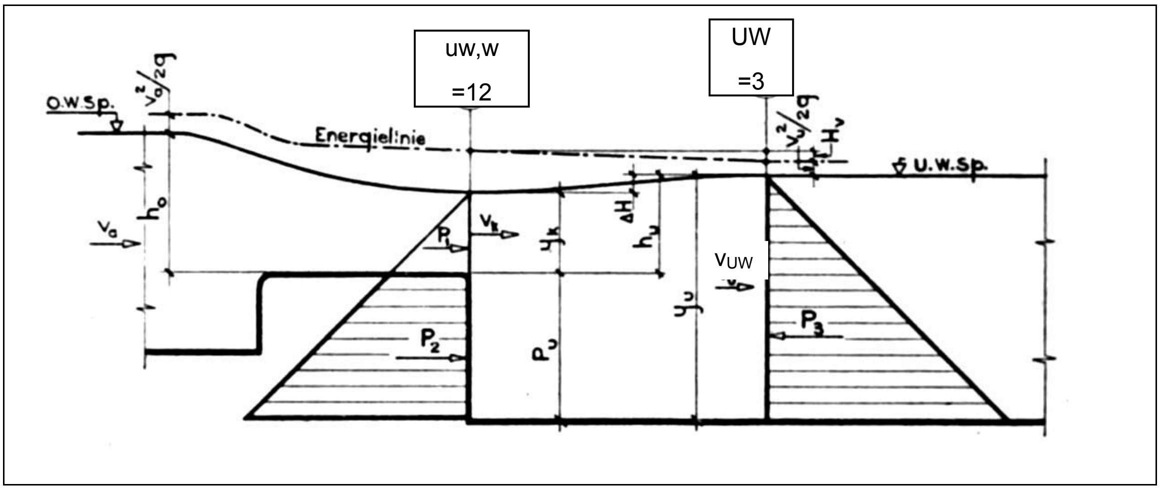


Abbildung 7: Grenzzustand bei breitkronigen Wehren

Grenzbedingung: $y_k = h_{gr}$

Impuls im Ober- bzw. Unterwasser:

$$I = \rho \cdot Q \cdot v = \rho \cdot A \cdot v^2$$
$$\Rightarrow I_{12} = \rho \cdot h_{gr} \cdot b \cdot v_{12}^2 \quad und \quad I_3 = \rho \cdot \left(P_u + h_u\right) \cdot b \cdot v_{UW}^2$$

Stützkräfte im Ober- bzw. Unterwasser:

$$in\ 12: \ P_1 + P_2 = \frac{\rho \cdot g}{2} \cdot \left(h_{gr} + P_u\right)^2 \cdot b$$
$$in\ 3: \ P_3 = \frac{\rho \cdot g}{2} \cdot \left(h_u + P_u\right)^2 \cdot b$$

Impulsbilanz:

$$I_{12} + P_1 + P_2 - I_3 - P_3 = 0$$
$$\Rightarrow \rho \cdot h_{gr} \cdot b \cdot v_{12}^2 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(h_{gr} + P_u\right)^2 \cdot b - \rho \cdot \left(P_u + h_u\right) \cdot b \cdot v_{UW}^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot g \cdot \left(h_u + P_u\right)^2 \cdot b = 0$$
$$\Leftrightarrow h_{gr} \cdot v_{12}^2 + \frac{g}{2} \cdot \left(h_{gr} + P_u\right)^2 - \left(P_u + h_u\right) \cdot v_{UW}^2 - \frac{g}{2} \cdot \left(h_u + P_u\right)^2 = 0$$

$$mit:\ h_{gr} = \frac{2}{3} \cdot h_{E,\min}$$

$$h_{E,\min} = h_{gr} + \frac{v_{gr}^2}{2g} \quad \Rightarrow v_{gr} = \sqrt{g \cdot h_{gr}}$$

$$mit:\ v_{gr} = v_{12} \quad \Rightarrow v_{12}^2 = g \cdot h_{gr}$$

$$\Rightarrow g \cdot h_{gr}^2 - \left(P_u + h_u\right) \cdot v_{UW}^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left[\left(h_u + P_u\right)^2 - \left(h_{gr} + P_u\right)^2\right]$$

Nach mehreren Umformungen ergibt sich die folgende Grenzbedingung

$$\tau = \frac{h_{uw,w}}{h_{gr}} \leq \tau_{gr} = \sqrt{\left(1 + \frac{P_u}{h_{gr}}\right)^2 + 2 + \left(\frac{v_u^2}{g \cdot h_{gr}}\right)^2} - \frac{v_u^2}{g \cdot h_{gr}} - \frac{P_u}{h_{gr}}$$

Wird die Grenzbedingung eingehalten liegt ein vollkommener Überfall vor. Andernfalls handelt es sich um den überströmenden Überfall. Die Impulsbilanz bezieht sich immer auf die niedrigere Sohlhöhe, z. B. Sohlhöhe im Unterwasser.

1.3 Wehrarten

Es gibt zahlreiche verschiedene Wehrformen in der Realität. Man unterscheidet Wehre mit festem Wehrrücken verschiedener Formen sowie beweglich ausgeführte Wehre, z. B. Schützen-, Segment-, Walzen- oder Klappenwehre. Hydraulisch werden in WSPWIN nur drei Grundtypen und die direkte Eingabe unterschieden:

- breitkroniges Wehr
- rundkroniges Wehr
- scharfkantiges Wehr
- Wehr mit vorgegebenem Überfallbeiwert

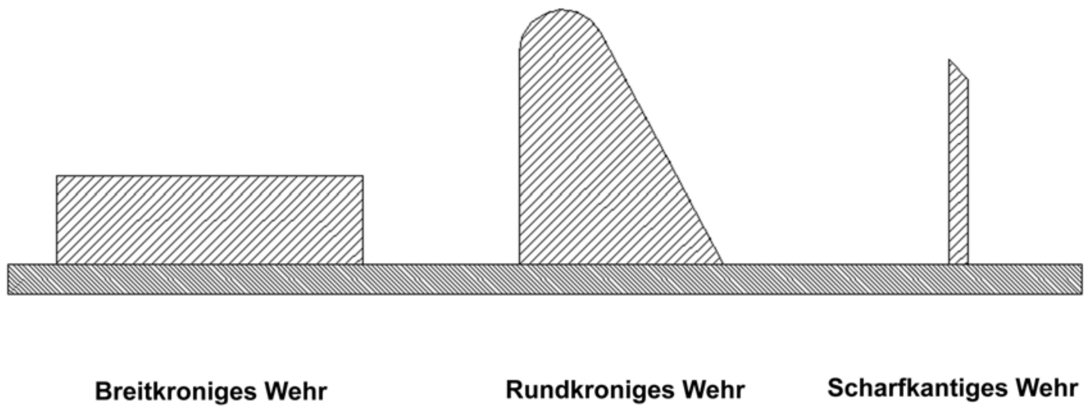


Abbildung 8: Wehrarten

In der Subroutine *BEIWERT* werden für die verschiedenen Wehrtypen Überfallbeiwerte μ ermittelt.

1.3.1 Rundkronige Wehre

Für rundkronige Wehre wird eine Ableitung nach Knapp [1] genutzt.

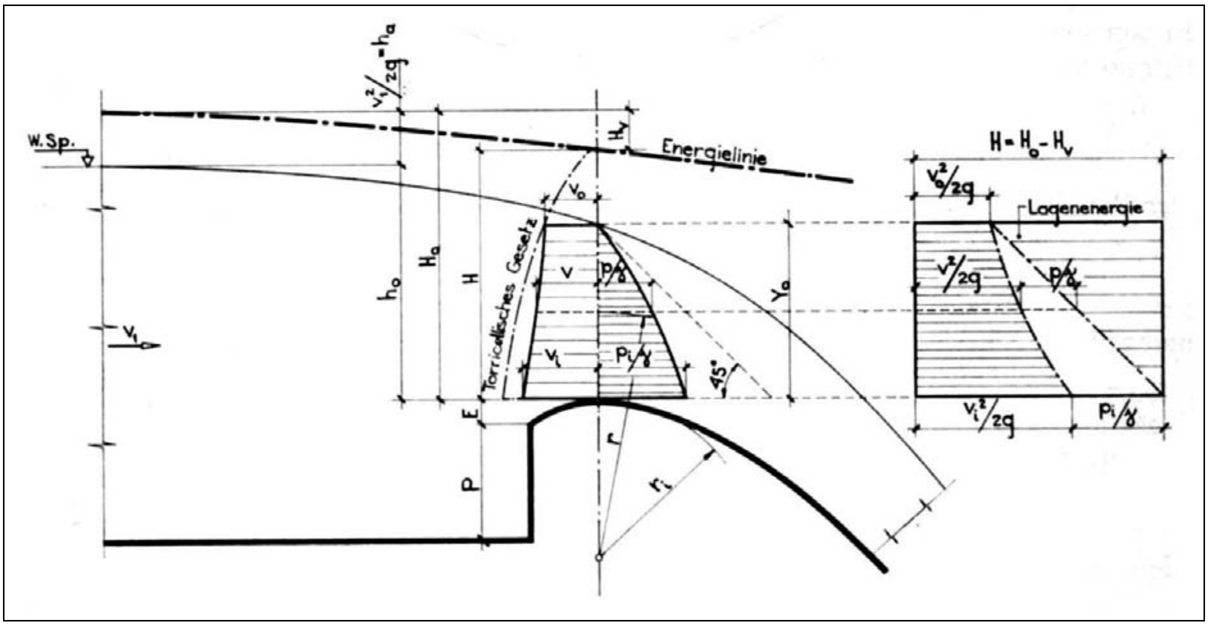


Abbildung 9: Druck- und Geschwindigkeitsverhältnis im Scheitel des rundkronigen Wehres

Des Weiteren wird das Verhältnis der Geschwindigkeiten an der oberen und der unteren Kante des Überfallstrahls im Wehrscheitel φ eingeführt.

$$\varphi = \frac{v_o}{v_i} = \frac{R}{R+Y_0} = \sqrt{\frac{h_{E,o} - h_{ue}}{h_{E,o} - \frac{p_i}{\gamma}}} \qquad \text{mit } Y_0 = \text{Überfallstrahlhöhe}$$

Für die erste Berechnung wird Y_0 mit 0,7 x h_{ue} angenommen und der Krümmungsradius des Stahles R gleich dem Wehrradius gesetzt. Danach wird das Verhältnis des Druckes an der Wehrkrone zur Überfallstrahlstärke im Wehrscheitel β definiert. Nach Knapp [1] S 234 berechnete:

$$\beta = \frac{p_i/\gamma}{h_{ue}} = \frac{1}{\varphi^2} \cdot \frac{(1+\varphi) - (1+2\cdot\varphi)\cdot\ln(1/\varphi)}{(1+\varphi) + (2\cdot\varphi)\cdot\ln(1/\varphi)}$$

Nach der ersten Berechnung der auf Basis der berechneten Werte β und φ ein neues Y_0 für die Überfallstrahlhöhe und eine neuer Krümmungsradius für den Überfallstrahl berechnet nach Knapp [1] S. 230:

$$Y_0 = h_{ue} \cdot \frac{(1-\varphi^2)}{(1-\varphi^2\cdot\beta)}$$

$$R = h_{ue} \cdot \frac{\varphi(1+\varphi)}{\left(1-\varphi^2 \cdot \beta\right)}$$

Mit Hilfe des Geschwindigkeitsverhältnisses φ und des Druckbeiwertes β wird der Überfallbeiwert bestimmt zu:

$$\mu = \sqrt{2g} \cdot \frac{\varphi \cdot (1+\varphi)(1-\beta)^{1/2}}{(1-\beta \cdot \varphi^2)^{3/2}} \cdot \ln \frac{1}{\varphi}$$

1.3.2 Scharfkantige Wehre

Bei scharfkantigen belüfteten Wehre hängt der Überfallbeiwert nur von der Überfallhöhe h_{ue} und der Wehrhöhe w ab. Der Überfallbeiwert für scharfkantige Wehre berechnet sich in Anlehnung an eine von Rehbock [2] empirisch entwickelte Formel. Für kleine relative Überströmungshöhen h_{ue} / w < 6:

$$\mu = 0{,}61 + 0{,}08 \cdot \frac{h_{ue}}{w} \rightarrow \mu_{GR} = 0{,}61 + 0{,}08 \cdot 6 = 1{,}09$$

Für kleine relative Wehrhöhen (scharfkantige Schwellen) w / h_{ue} < 0,06:

$$\mu = 1{,}061 \cdot \left(1 + \frac{w}{h_{ue}}\right)^{\frac{3}{2}} \rightarrow \mu_{GR} = 1{,}061 \cdot \left(1{,}06\right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}157$$

Programmintern wird im Intervall zwischen den Grenzwerten linear interpoliert.

f(0,1666) = 1,090 & f(0,06) = 1,157

$$\mu = 1{,}090 + \left(\frac{x - 1/6}{0{,}06 - 1/6} \cdot \left(1{,}157 - 1{,}090\right)\right)$$

1.3.3 Breitkronige Wehre

Man bezeichnet denjenigen Überfall als breitkroniges Wehr, bei dem die Fliessstrecke über der Wehrkrone so lang ist, dass sich keine Abflussminderung durch den Einfluss von gekrümmten Stromlinien einstellt. Nach Knapp [1] liegt dieser Zustand vor für:

$$l_{Wehr} > 3{,}0 \cdot h_{E,o}$$

Zur Ermittlung der Überfallbeiwerte für breitkronige Wehre wird mit einer von Knapp [1], S 239 rein empirisch abgeleiteten Formel gerechnet. Der Überfallbeiwert wird von der Energiehöhe im Oberwasser $h_{E,o}$ und der Wehrlänge in Fliessrichtung l_{Wehr} beeinflusst.

$$\mu = \frac{1{,}8}{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{2g}} \cdot \left(\frac{h_{E,o}}{l_{Wehr}} \right)^{0{,}0544} = 0{,}61 \cdot \left(\frac{h_{E,o}}{l_{Wehr}} \right)^{0{,}0544}$$

Anmerkung: Die Gleichung für den Überfallbeiwert muss um den Term 1/ (2/3*2g) korrigiert werden, da dieser Term (2/3*2g) in der Gleichung für vollkommenen Überfall (1.2.2) multipliziert wird. Für breite Wehre gilt jedoch:

$$Q = \mu \cdot \left(h_{ue} + \frac{v_1^2}{2g} \right)^{3/2}$$

1.3.4 Wehr mit vorgegebenem Überfallbeiwert

Zusätzlich zu den drei oben beschriebenen Wehrarten ermöglicht Kalypso1d dem Anwender die direkte Eingabe eines Wehres mit Überfallbeiwert μ.

2 Programmablauf der Wehrberechnung

2.1.1 Routinen der Wehrberechnung

Die Berechnung des Wehrüberfalls und des Oberwasserstandes aus dem Unterwasser und dem Abfluss erfolgt mit den Subroutinen W_BER, WSPOW, BEIWERT und G_WEHR. Die Übertragung der Eingabedaten aus der Programmoberfläche in die FORTRAN-Programmstruktur erfolgt mittels der Routine INTDAT.

Die eigentliche Hauptroutine der Wehrberechnung ist W_BER. Diese Routine berechnet den Wehrüberfall in einem Wehrprofil bei der Wasserspiegellinienberechnung. W_BER greift auf die Hilfsroutinen WSPOW, BEIWERT und G_WEHR zurück.

Die Wehrgeometrie wird in der Routine G_WEHR erfasst. Die Lage der Wehroberkante, die Wasserspiegellage und die Wehrbreite werden in G_WEHR verarbeitet. Aus diesen Größen wird die Überfallhöhe für die einzelnen Wehrfelder errechnet.

Der Überfallbeiwert wird in Abhängigkeit von der Wehrart in der Routine BEIWERT bestimmt und an W_BER übergeben.

Die Routine WSPOW berechnet iterativ aus der in W_BER berechneten Energiehöhe den Wasserspiegel im und den Zufluss im Oberwasser des Wehres und gibt diesen an W_BER zurück.

2.1.2 Berechnungsablauf

Aus dem Profil im Unterwasser des Wehres sind die Wasserspiegellage und die Energiehöhe bekannt. Die geometrischen Daten des Wehrs mit all seinen Feldern werden in der Subroutine G_WEHR ausgewertet.
Die eigentliche Berechnung des Überfalls beginnt mit einer Schätzung der Energiehöhe im Oberwasser. Mittels WSPOW wird der entsprechende Oberwasserstand bestimmt. Mit den gegebenen Wasserständen und Energiehöhen wird die Entscheidung getroffen, welche Abflussart (vollkommen/ unvollkommen/ Überströmen) vorliegt. Entsprechend der gewählten Wehrart wird mit BEIWERT der zugehörige Überfallbeiwert bestimmt. Mit den bisher ermittelten Daten kann nun die Überfallmenge mit Hilfe der Überfallformel nach Du Buat für den ersten Iterationsschritt errechnet werden.

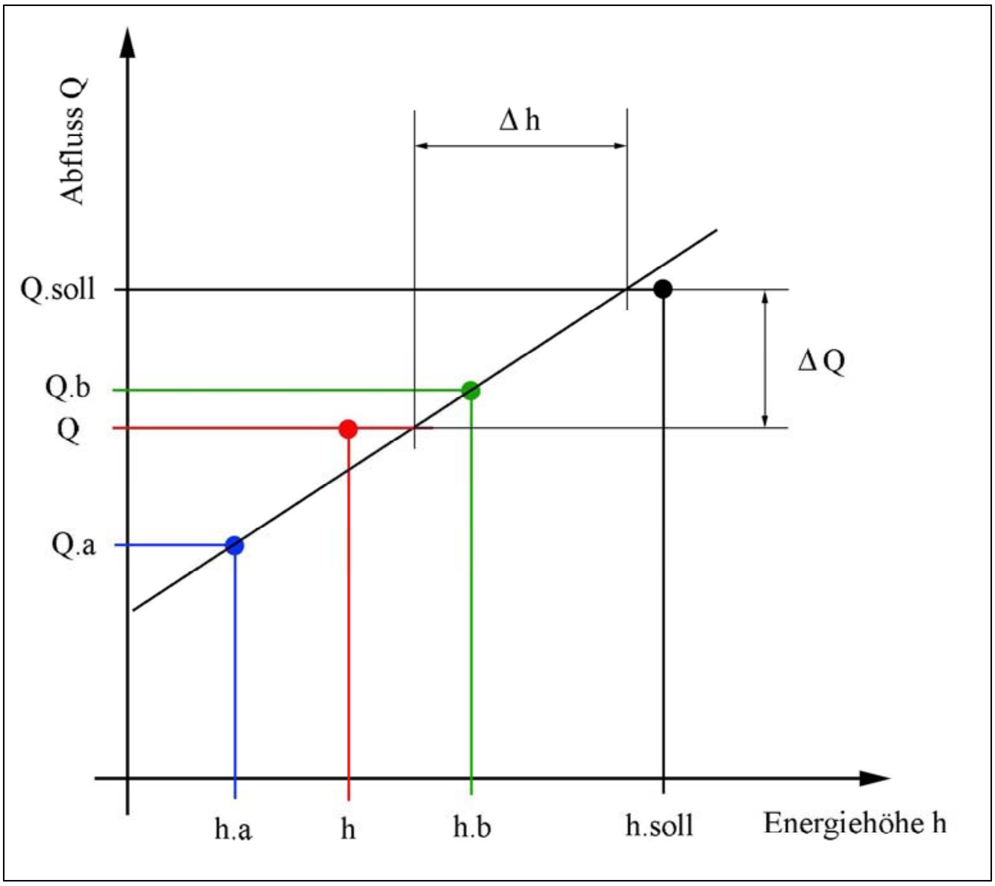


Abbildung 10: Iterationsalgorithmus

Stimmt die Überfallmenge mit dem geforderten Wert überein, so bricht die Iteration an dieser Stelle ab. Falls die Differenz noch nicht der Berechnungsgenauigkeit entspricht, wird die Iteration mit zwei neu geschätzten Energiehöhen fortgesetzt. Die geschätzten Größen liegen 10 cm ober- **oder** unterhalb des bisher angenommenen Wertes. Für diese Energiehöhen werden nun auf gleichem Weg die entsprechenden Überfallmengen errechnet. Aus den ermittelten Wehrabflüssen und den zugehörigen Energiehöhen wird eine neue Energiehöhe als Eingangswert für den zweiten Iterationsschritt bestimmt. Dieser Eingangswert für den zweiten Iterationsschritt berechnet sich nach folgender Formel:

Steigung der Geraden: $$m = \frac{Q - Q.a}{he - he.a}$$

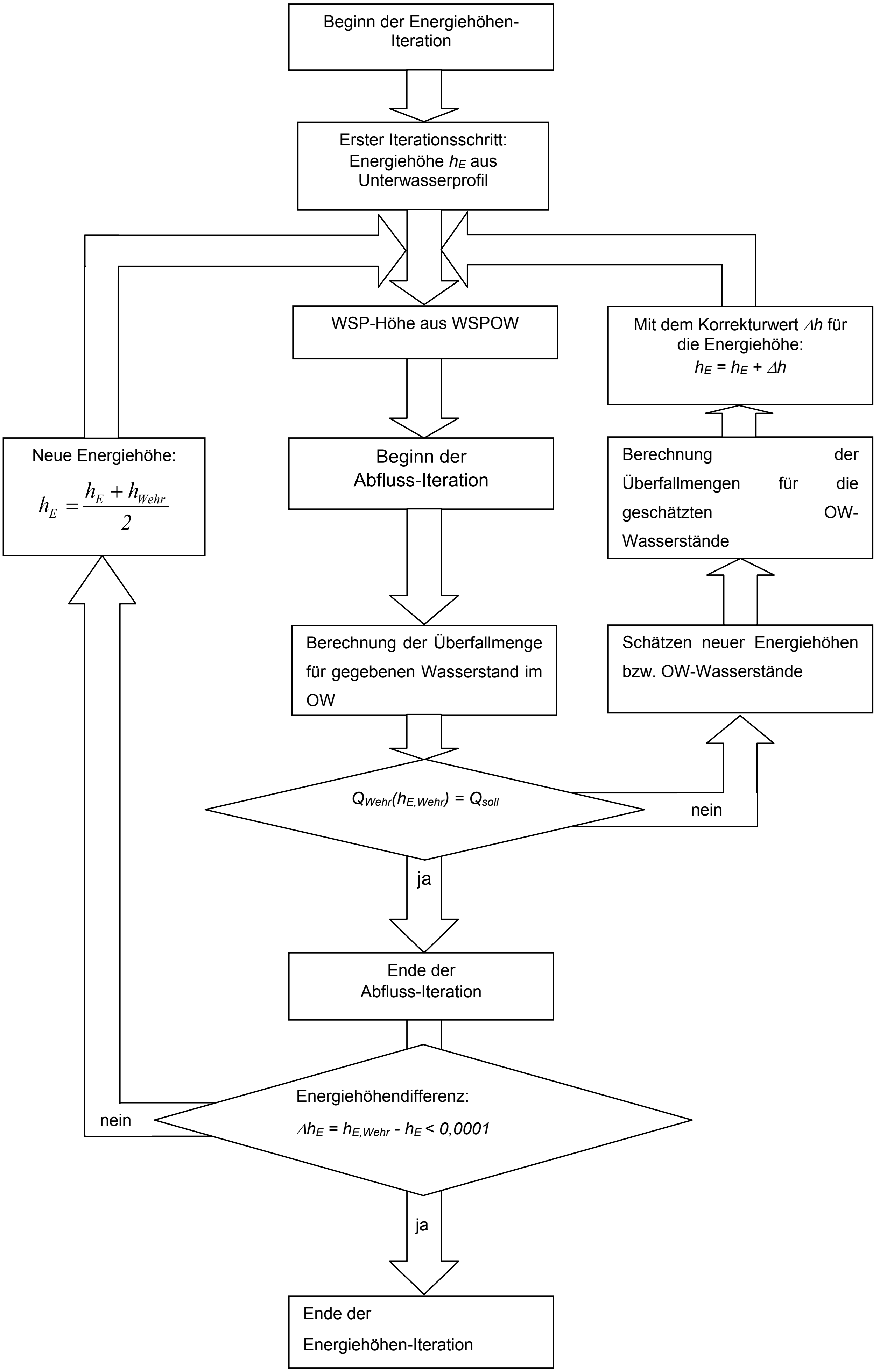
Unter der Annahme, das der tatsächliche Zufluss aus dem Oberwasser *Q.soll* auf dieser Q-he-Geraden liegt, kann nun eine neue Energiehöhe zu diesem Zufluss berechnet werden.

Abstand zur gesuchten Energiehöhe: $$\Delta h = \frac{Q.soll - Q}{m}$$

Die neue Energiehöhe für die Wehrberechnung lautet somit:

$$h_{i+1} = h_i + \Delta h$$

Die Abfluss-Iteration wird so lange fortgeführt, bis eine bestimmte Schranke für die Abflussdifferenz unterschritten wird. Zum iterierten Wehr-Abfluss gehört eine bestimmte Energiehöhe, welche im ersten Schritt der Energiehöhen-Iteration mit der Energiehöhe des Unterwasserprofils verglichen wird. Wird die Grenze der Berechnungsgenauigkeit unterschritten, so wird nun der Mittelwert aus der Energiehöhe der Abfluss-Iteration und der aus dem letzten Schritt der Energiehöhen-Iteration gebildet.


Beginn der Energiehöhen-Iteration
Erster Iterationsschritt: Energiehöhe h_E aus Unterwasserprofil
WSP-Höhe aus WSPOW
Mit dem Korrekturwert Δh für die Energiehöhe: $h_E = h_E + \Delta h$
Neue Energiehöhe: $h_E = \frac{h_E + h_{Wehr}}{2}$
Beginn der Abfluss-Iteration
Berechnung der Überfallmengen für die geschätzten OW-Wasserstände
Berechnung der Überfallmenge für gegebenen Wasserstand im OW
Schätzen neuer Energiehöhen bzw. OW-Wasserstände
$Q_{Wehr}(h_{E,Wehr}) = Q_{soll}$
nein
ja
Ende der Abfluss-Iteration
Energiehöhendifferenz: $\Delta h_E = h_{E,Wehr} - h_E < 0,0001$
nein
ja
Ende der Energiehöhen-Iteration

Die Wehrberechnung erfolgt mit Hilfe der folgenden Routinen:

- INTDAT: Einlesen der in der Eingabemaske eingetragenen Parameter und Punkte
- G_WEHR: Berechnung der Wehrgeometrie und der Überfallhöhe
- BEIWERT: Ermittlung des Überfallbeiwerts für die gewählte Wehrart
- W_BER: Hauptroutine zur Berechnung des Wehrüberfalls
- WSPOW: Berechnung des Wasserspiegels im Oberwasser aus der Energiehöhe

Literaturverzeichnis

[1] F. H. Knapp, Ausfluss Überfall und Durchfluss im Wasserbau, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1960

[2] E. Naudascher, Hydraulik der Gerinne und Gerinnebauwerke, 2. verb. Auflage, Springer Verlag, Wien 1992

[3] Chow T. V., Open Channel hydraulics, McGraw-Hill book company, 1973

[4]