

Ασκήση 2

9) $J_0 = \int_0^3 \frac{1}{5x^2+1} dx = 0,636302$

i) narrow transition (3 sub-intervals)

$x_0 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, h_1 = 1, f(x) = \frac{1}{5x^2+1}$

$J_1 = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$

$f(0) = 1 \quad \left| \quad J = h_1 \frac{f(0) + f(1)}{2} + h_1 \frac{f(1) + f(2)}{2} + h_1 \frac{f(2) + f(3)}{2} \right.$

$f(1) = \frac{1}{6}$

$f(2) = \frac{1}{21}$

$f(3) = \frac{1}{46}$

$= 0,725155$

(note: the text "το σφάλμα είναι" is written in the margin)

$G_1 = 0,636302 - 0,725155 = 0,088853$

ii) narrow transition (5 sub-intervals)

$x_0 = 0, x_1 = 0,5, x_2 = 1, \dots, x_6 = 3, h_2 = 0,5$

$J = h_2 \frac{f(0) + f(0,5)}{2} + h_2 \frac{f(0,5) + f(1)}{2} + h_2 \frac{f(1) + f(1,5)}{2} +$
 $+ h_2 \frac{f(1,5) + f(2)}{2} + h_2 \frac{f(2) + f(2,5)}{2} + h_2 \frac{f(2,5) + f(3)}{2}$

$$I = 0,641120$$

Με σφαιρική $\epsilon_2 = 0,6363020 - 0,641120 = 0,004818$

iii) Βελτιωμένη Romberg

$$A = \frac{k^2 I_1 - I_2}{k^2 - 1}, \text{ όπου } k = \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2}$$

Αρα $A = \frac{4}{3} I_2 - \frac{I_1}{3} = 0,613108$

$$\epsilon_3 = 0,636320 - 0,613108 = 0,023211$$

iv) Μεθοδός Simpson

$$h_u = 0,5$$

$$I = \frac{h}{3} (f(0) + 4f(0,5) + 2f(1) + 4f(1,5) + 2f(2) + 4f(2,5) + f(3))$$

$$= 0,613108$$

now onwards περιγράφει είναι το
 ίδιο με την βελτιωμένη Romberg
 για την σφαιρική με $h = 1/2$

8)

σ η τ ς ρ α	Από το δεξί α
3	0,596550941700
5	0,613108326130
7	0,626025273261
31	0,636301999167
61	0,636652782573
121	0,636480341533