

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**2ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

ΑΣΚΗΣΗ 1: (α) Να λυθεί το ακόλουθο γραμμικό σύστημα με τη μέθοδο L-U :

$$4x - y + z = 8, \quad (1)$$

$$2x + 5y + 2z = 3, \quad (2)$$

$$1x + 2 + 4z = 11. \quad (3)$$

(η συγγραφή προγράμματος είναι προαιρετική).

(β) Να λυθεί το ακόλουθο γραμμικό σύστημα με τη μέθοδο μέθοδο L-U, εφαρμόζοντας, όπου απαιτείται, εναλλαγή γραμμών (pivoting):

$$x - y + 3z = 2, \quad (4)$$

$$3x - 3y + z = -1, \quad (5)$$

$$x + y = 3. \quad (6)$$

(η συγγραφή προγράμματος είναι προαιρετική).

ΑΣΚΗΣΗ 2: (α) Να λυθεί το ακόλουθο γραμμικό σύστημα με τη μέθοδο Gauss-Seidel, ξεκινώντας με αρχικές τιμές $(1, 1, 1)$, κάνοντας μόνο 3 επαναλήψεις:

$$4x + 3y = 24, \quad (7)$$

$$3x + 4y - z = 30, \quad (8)$$

$$-y + 4z = -24. \quad (9)$$

(β) Να γραφεί υπολογιστικό πρόγραμμα για την επίλυση του προβλήματος 2α) και να βρεθεί ο αριθμός των επαναλήψεων που απαιτούνται για την επίτευξη ακρίβειας 3, 9 και 12 δεκαδικών.

ΑΣΚΗΣΗ 3: α) Να βρεθεί το συμπτωτικό πολυώνυμο Lagrange που περνά από τα σημεία

x	0	1	2
y	-1	0.765789	-10.263813

που ικανοποιούν τη σχέση $y(x) = 3xe^x - e^{2x}$.

β) Να βρεθεί το εφαπτόμενο πολυώνυμο Hermite που περνά από τα δύο τελευταία σημεία μόνο του παραπάνω πίνακα.

γ) Σχεδιάστε σε ένα σχήμα την αναλυτική συνάρτηση $y(x)$, και τις προσεγγίσεις Lagrange και Hermite που υπολογίσατε (στο διάστημα $1 < x < 2$). Συγκρίνετε το σχετικό σφάλμα των δύο προσεγγίσεων στο $x = 1.2$, σε σχέση με την πραγματική τιμή.