

## Résumé

// passage a réécrire (car copier coller)

## Table des matières

Nous tenons tout d'abord à remercier Mr CASTAGNOS Guillaume d'avoir été le professeur principale de cette matière et, en ayant bien expliqué le fonctionnement pour partir sur de bonne base. Nous remercions par la suite Mm ZEMOR Gilles pour nous avoir suivit, aider et tutoré durant ce semestre.

nous remercions également nos familles et nos proches, pour leurs aide et leur soutiens.

# 1 théorème des restes

## 1.1 théorème des restes chinois et son histoire

Le théorème des restes chinois viens à la base d'un livre mathématique chinois de Qin JUSHIO publié en 1247. Cependant, on avait déjà découvert ce théorème au part avant dans un livre de Sun ZI au 3° siècle. Le théorème consiste en : On pose  $n_1, \dots, n_k$  des entiers premiers 2 à 2. Pour tout  $a_1, \dots, a_k$ , il existe un entier  $x$  tel que :

$$x \equiv a_1 \pmod{n_1}$$

$$x \equiv a_2 \pmod{n_2}$$

$$x \equiv a_k \pmod{n_k}$$

Nous pouvons démontrer ce théorème de la façon suivante :

Pour illustrer ce théorème, nous allons donner un exemple, mais pas n'importe quelle exemple, celui dont Sun ZI a proposé une solution :

soient des objets, prenons des bonbons, si on les repartis pour 3 enfants, il en reste 2, si on les répartit pour les 3 enfants et leurs parents, il en reste (soit 5 personnes), il en reste 3. enfin si on partage ces bonbons avec également les 2 cousins, (soit 7 personnes) il en reste 2. On a donc :

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 3 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

La question que l'on se pose à présent est combien y a t'il de bonbons ?  
grace au théorème des restes chinois, on peut trouver la réponse.

## 1.2 notre algorithme

Pour faire l'algorithme du théorème des restes chinois, il nous a fallu faire d'autres algorithmes. Mais dans un premier temps, voici notre algorithme

```

1  $b \leftarrow 0$  ;
2  $c \leftarrow 1$  ;
3  $AI \leftarrow []$  ;
4  $NI \leftarrow []$  ;
5 for  $i$  in  $\text{range}(\text{len}(N))$  do
6   if  $A[i] = 0$  then
7      $c = c \times N[i]$  else
8        $AI = AI + [AI[i]]$ 
9        $NI = NI + [NI[i]]$ 
10    end
11  end
12  for  $i$  in  $\text{range}(\text{len}(AI))$  do
13     $a \leftarrow 1$  ;
14     $ni \leftarrow NI[i]$  ;
15    for  $j$  in  $\text{range}(\text{len}(NI))$  do
16      if  $j \neq i$  then
17         $a = a * NI[j]$ 
18      end
19       $k \leftarrow \text{xeuclid}(a, ni)$  ;
20       $b \leftarrow b + k \times a \times AI[i]$  ;
21    end
22  end
return  $b \div (a \times ni)$ 

```

```

1  $xs0 \leftarrow 1$  ;
2  $xs1 \leftarrow 0$  ;
3  $ys0 \leftarrow 0$  ;
4  $ys1 \leftarrow 1$  ;
5  $s \leftarrow 1$  ;
6  $d \leftarrow b$  ;
7 while  $b \neq 0$  do
8    $(q, r) \leftarrow \text{divmod}(a, b)$  ;
9    $(a, b) \leftarrow (b, r)$  ;
10   $(x, y) \leftarrow (xs1, ys1)$  ;
11   $(rs1, ys1) \leftarrow (q \times s1 + xs0, q \times ys1 + ys0)$  ;
12   $(xs0, ys0) \leftarrow (x, y)$  ;
13   $s \leftarrow -s$  ;
14 end
15 return  $s \times xs0 + ((1 - s) \div 2) \times d$ 

```

2 grand 2

3 grand 3