

# PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS - LABORATÓRIO 1

**Nome:** João Victor de Mesquita Cândido dos Santos **RA:** 102028

## Explicação do método.

A resolução do problema foi feita através de uma soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão aritmética (PA) para que o algoritmo pudesse encontrar a solução exata da posição da cobra no tempo correto (0,5s).

A soma dos  $n$  primeiros termos de uma PA é dado pela equação a seguir:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) * n}{2} \quad (1)$$

No caso do exercício,  $S_n$  significa o nosso valor de  $L$  e  $a_1$  e  $a_n$  representa a primeira e a segunda volta na matriz, assim substituindo em (1) temos:

$$L = \frac{4(N-1) + 4(N-2n+1) * n}{2} \quad (2)$$

Fazendo as manipulações temos que:

$$2L = (4N - 4 + 4N - 8n + 4) * n \quad (3)$$

$$2L = 8Nn - 8n^2 \quad (4)$$

$$L = 4Nn - 4n^2 \quad (5)$$

$$L - 4Nn + 4n^2 = 0 \quad (6)$$

Assim foi possível perceber que a equação 6 resultou em uma equação de segundo grau, do qual obteremos raízes para  $n$ , utilizando apenas uma das raízes através da resolução da equação teremos:

$$n = \frac{N - \sqrt{N^2 - L}}{2} \quad (7)$$

A equação (7) nos diz então quantas voltas completas a cobra fez, e substituindo esse valor de  $n$  encontrado em (7) na equação (2) se obtém a quantidade de quadrados que a cobra já andou na matriz.

```
raiz= sqrt((N*N)-L);  
n_aux= (N-raiz)/2;  
laux= (4*N*n_aux)-(4*n_aux*n_aux);
```

As três linhas de código acima representam os cálculos descritos anteriormente.

A partir do momento que a cobra percorreu uma volta completa na matriz, obteremos uma submatriz da qual essa irá conter o restante que falta para a cobra andar na matriz original, ou seja, se temos uma matriz 8x8 e a cobra precisa andar 53 quadrados nessa matriz, ela vai completar duas voltas completas, com duas voltas completas a cobra percorreu um total de 48 quadrados, sobrando 5 quadrados para percorrer, como a cobra já deu duas voltas completas temos então

uma submatriz 4X4 e é através dessa nova matriz com 5 quadrados restando para percorrer iremos analisar qual a posição final da cobra.

```
L=L-laux;  
N=N-2*n_aux; //nova dimensão  
x=n_aux;  
y=n_aux+1;
```

Na primeira linha do código encontramos o quanto falta para a cobra percorrer, a segunda linha nos diz qual é a dimensão da nova submatriz e x e y significam respectivamente a coluna e a linha de onde está a cobra em relação a matriz principal.

Iniciando a lógica, temos que na parte superior da matriz a cobra pode percorrer um espaço total L de tamanho N, na parte direita a cobra pode correr um espaço L de N-1, na parte de baixo também um espaço N-1 e na parte esquerda N-2.

Assim, a primeira condição é fazer as verificações através da nova matriz e o restante que a cobra necessita percorrer.

Caso o valor que a cobra necessita percorrer (L) for maior que o máximo que ela pode percorrer na parte superior da matriz isso significa que a cobra pode estar na região direita,baixo ou esquerda, para isso precisamos continuar verificando assim subtraímos N do valor que a cobra precisa correr (L) e ir pra próxima verificação, caso esse restante ( $L=L-N$ ) for maior do que N-1 quer dizer que a cobra ou está na parte de baixo ou na parte esquerda, para isso subtraímos do novo L ( $L=L-N$ ) o valor que já foi percorrido (N-1), assim ( $L=(L-N)-(N-1)$ ) e continuamos verificando, caso esse novo valor de L for maior que N-1 novamente isso significa que a nossa cobra para na região esquerda da matriz e subtraímos novamente N-1 que foi o que a cobra percorreu assim ( $L=(L-N)-(N-1)-(N-1)$ ).

```
if(L>N){  
  
    L=L-N;  
    if(L>N-1){  
        L=L-(N-1);  
        if(L>N-1){  
            L=L-(N-1);  
        }  
    }  
}
```

Como a cobra está na região esquerda, atualizamos os valores de linha e coluna.

Aqui temos duas condições, a primeira é caso o valor final que resta da cobra for igual a N-2, ou seja, quando a cobra chega no final da coluna esquerda.

```
if(L-(N-2)==0){  
    y=N;  
    x=x+1;  
    printf("%lld ",y);  
    printf("%lld",x);  
}
```

E a segunda condição é para quando a cobra estiver em qualquer posição da região esquerda.

```
else{  
  
    y=(N-L)+n_aux;  
    x=x+1;  
    printf("%lld ",y);  
    printf("%lld",x);  
}
```

Caso o final da cobra não esteja na região esquerda, isso significa que ela está na região de baixo da nova matriz, que apresenta a seguinte condição:

```
else{  
    y=y+(N-1);  
    x=N-(L-x);  
    printf("%lld ",y);  
    printf("%lld",x);  
}
```

Caso o final da cobra não esteja na região de baixo isso significa que ela está na parte direita da nova matriz, que apresenta a seguinte condição:

```
else{  
    y=y+L;  
    x=x+N;  
    printf("%lld ",y);  
    printf("%lld",x);  
}
```

E caso o final da cobra não esteja do lado direito, isso significa que ela para na região de cima da matriz que apresenta a seguinte condição:

```
else{  
    printf("%lld ",y);  
    x=x+L;  
    printf("%lld",x);  
}
```

### Análise de Complexidade:

```
int main()  
{  
    unsigned long long int N,L,n_aux,x=0,y=0,laux;  
    double raiz;  
    scanf("%lld",&N);
```

```

scanf("%lld",&L);
raiz= sqrt((N*N)-L); // O custo dessa linha é O(4) ou 4O(1)
n_aux= (N-raiz)/2; // O custo dessa linha é O(3) ou 3O(1)
laux= (4*N*n_aux)-(4*n_aux*n_aux); // O custo dessa linha é O(6) ou 6O(1)
L=L-laux; // O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
N=N-2*n_aux; //O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
x=n_aux; //como se trata de uma atribuição temos o custo de O(1)
y=n_aux+1; // O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)

if(L>N){ // O custo dessa linha é de O(1)
    L=L-N; //O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
    if(L>N-1){ // O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
        L=L-(N-1); //O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
        if(L>N-1){ // O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
            L=L-(N-1); //O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
            if(L-(N-2)==0){ //O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
                y=N; //O custo dessa linha é de O(1)
                x=x+1; //O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
                printf("%lld ",y);
                printf("%lld",x);
            }
        }
        else{
            y=(N-L)+n_aux; // O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
            x=x+1; //O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
            printf("%lld ",y);
            printf("%lld",x);
        }
    }
    else{
        y=y+(N-1); //O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
        x=N-(L-x); //O custo dessa linha é de O(3) ou 3O(1)
        printf("%lld ",y);
        printf("%lld",x);
    }
}
else{
    y=y+L; //O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
    x=x+N; //O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
    printf("%lld ",y);
    printf("%lld",x);
}
}
else{
    printf("%lld ",y);
    x=x+L; //O custo dessa linha é de O(2) ou 2O(1)
    printf("%lld",x);
}
}
return 0;

```

}

Analisando o código podemos fazer a somatória do custo de todas as linhas assim foi obtido um valor total de  $O(57)$  ou melhor dizendo,  $57 \cdot O(1)$ , assim a complexidade total do código será uma constante vezes  $O(1)$ , resultando então uma **complexidade constante**.