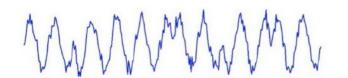
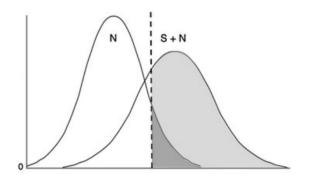
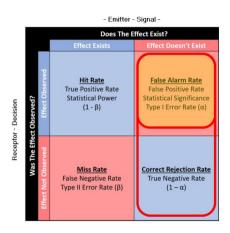


## Aplicações de sinais

Tópicos sobre Detecção e Estimação ... 3







Prof. Raul T. Rato

**DEEC - 2021** 

## Começando:

Apresentação para esta aula: (4 Mai )

Miguel Rebelo Vieira - 46159

Procure e apresente um artigo de investigação em que se lide com a ressonância estocástica.

Avançado: Se for num contexto de probabilidades variáveis no tempo, ainda melhor.



# Convolução e correlação

Normalmente pensamos na operação de CONVOLUÇÃO como entre:

um sinal 
$$x[n] = [a, b, c, d]$$
  
e um filtro  $h[n] = [u, v, w, r]$ 

Em que o sinal está a chegar
e os coeficientes do filtro estão pré-preparados,
na memória do computador.

## Por exemplo, para

$$x = [a, b, c, d] \qquad \qquad h = [u, v, w, r]$$

virá

			$aZ^0$	$bZ^{-1}$	$cZ^{-2}$	$dZ^{-3}$
					$wZ^{-2}$	
		aw bv cu	ar	br	cr	dr
		aw	bw	cw	dw	
	av	bv	cv	dv		
au	bu	си	du			
		$y_2Z^{-2}$				



$$x = [a, b, c, d]$$

$$h = [u, v, w, r]$$

$$aZ^{0} bZ^{-1} cZ^{-2} dZ^{-3}$$

$$uZ^{0} vZ^{-1} wZ^{-2} rZ^{-3}$$

$$ar br cr dr$$

$$bw cw dw$$

$$cv dv$$

$$au bu cu du$$

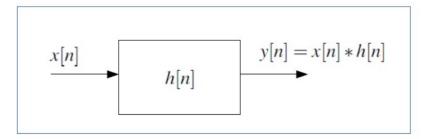
$$y_{0}Z^{0} y_{1}Z^{-1} y_{2}Z^{-2} y_{3}Z^{-3} y_{4}Z^{-4} y_{5}Z^{-5} y_{6}Z^{-6}$$

A coluna central desta convolução corresponde ao produto interno do vector  $x \operatorname{com} \overleftarrow{h}$ , que é a versão invertida no tempo do vector h.



## Convolução e correlação são duas perspectivas da mesma operação.

Falamos de CONVOLUÇÃO quando estamos a encarar a operação entre um sinal e um filtro.

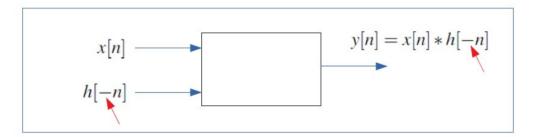


O sistema que efectua a operação é entendido como tendo uma única entrada e coeficientes memorizados.



## Convolução e correlação são duas perspectivas da mesma operação.

Falamos de CORRELAÇÃO quando estamos a encarar a operação como entre um sinal e um outro sinal.



O sistema que efectua a operação é entendido como tendo duas entradas e nenhum coeficiente armazenado.



## Convolução e correlação são duas perspectivas da mesma operação.

A diferença pode estar apenas na nossa mente.

Mas influencia a maneira

como as duas operações são utilizadas.

$$y[n] = x[n] * h[-n]$$

Atenção ao sinal menos!



## Recapitulativo:

Produto interno:  $y = \langle x[n]|h[n]\rangle$ 

Convolução: y[n] = x[n] \* h[n]

Correlação: y[n] = x[n] \* h[-n]

Nota: Sendo os sinais periódicos,

é possível considerar a convolução/correlação circular/periódica (... DFT)

## Aspectos práticos:

Sejam: 
$$kx1=[3;-2;-1;0];$$
  
 $kx2=[0;-1;3;-2];$ 

Calcule: a) A convolução entre kx1 e kx2

- b) A convolução circular entre kx1 e kx2
- c) A correlação entre kx1 e kx2
- d) A correlação circular entre kx1 e kx2

Sejam: 
$$kx1=[3;-2;-1;0];$$

$$kx2=[0;-1;3;-2];$$

a) A convolução entre kx1 e kx2

b) A convolução circular entre kx1 e kx2

$$N=4$$

c) A correlação entre kx1 e kx2

d) A correlação circular entre kx1 e kx2

$$[-5;13;-7;-1]$$

$$N=4$$



Detalhe sobre o cálculo da convolução periódica.

Sejam: 
$$kx1=[3;-2;-1;0];$$
 $kx2=[0;-1;3;-2];$ 

$$3 -2 -1 0$$

$$0 -1 3 -2$$

$$4 2 0 -6 | 4 2 0$$

$$-3 0 9 -6 | -3 0$$

$$0 -3 2 1 | 0$$

$$0 0 0 0 |$$

$$1 -1 11 -11$$
ifft(fft(kx1).\*fft(kx2))



```
>> cconv(kx1, kx2)

ans =

-0.0000
-3.0000
11.0000
-11.0000
2.0000
-0.0000
```

Deviam ser só quatro componentes...

```
>> help cconv
cconv Modulo-N circular convolution.
   C = cconv(A, B, N) circularly convolves vectors A and B. The resulting
   vector is length N. If omitted, N defaults to LENGTH(A)+LENGTH(B)-1.
   When N = LENGTH(A)+LENGTH(B)-1, the circular convolution is equivalent
   to the linear convolution computed by CONV.
```

```
>> cconv(kx1, kx2, 4)

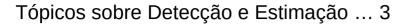
ans =

1
-1
11
-11
```

Usando a DFT:

```
>> ifft(fft(kx1).*fft(kx2))
ans =

1
-1
11
-11
```





## Vamos agora efectuar um exemplo de aplicação.

Vamos começar por definir uma constelação de sinais

e depois vamos olhar para um sinal recebido

à procura de um desses sinais conhecidos



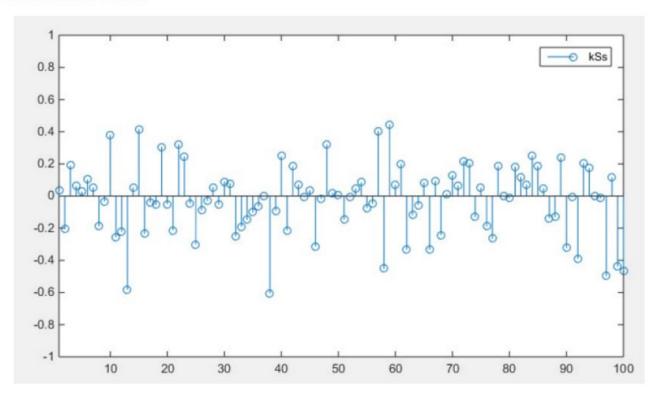
#### Exemplo de aplicação:

```
Notar que são seis amostras
tt=0:5;
bex= (1/sqrt(3))*sin(2*pi*tt/6);
bey= (1/sqrt(3))*cos(2*pi*tt/6);
%Confirme que são ortonormados com media nula
%definicao da constelacao para enviar 2 bits em cada seis amostras
b00= (1/sqrt(2))*( bex+bey);
b01= (1/sqrt(2))*( bex-bey);
b10= (1/sqrt(2))*(-bex+bey);
b11= (1/sqrt(2))*(-bex-bey);
%Confirme que a constelacao é ortonormada/antipodal com media nula
%Quanto dá bex*bey'?
                        Notar que são produtos
                        internos
%Quanto dá bex*bex'?
%Ouanto dá b00*b01'?
%Quanto dá b00*b00'?
%Ouanto dá b00*b11'?
```



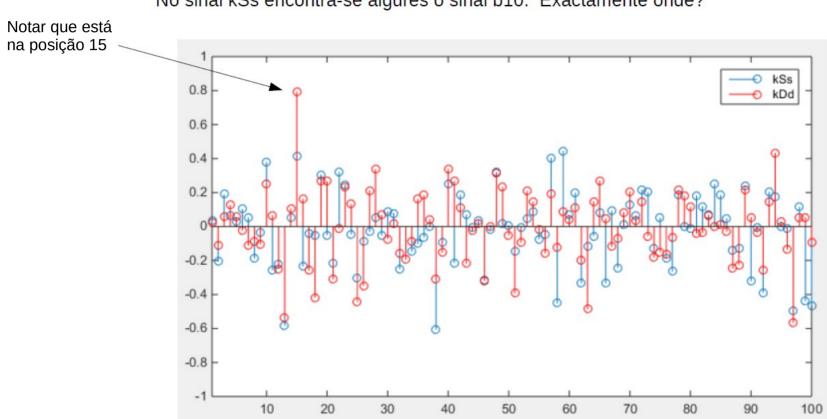
No sinal kSs encontra-se algures o sinal b10.

#### Exactamente onde?



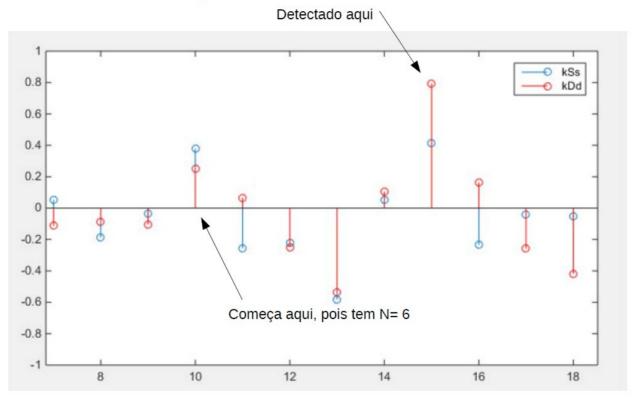


No sinal kSs encontra-se algures o sinal b10. Exactamente onde?





No sinal kSs encontra-se algures o sinal b10. Exactamente onde?





```
clc
       clear
       close all
5
7 -
       load Faz02
8 -
       load kNoise
9
10 -
       kSs= kNoise:
11
12
13
14 -
       kSs(10:15) = kSs(10:15) + b10';
15 -
       save kSs kSs
16
```

```
clc
       clear
       close all
5
       load bxx % b00, b01, b10, b11
8 -
       load kSs
9
10 -
       stem(kSs)
       axis([1 100 -1 1])
12 -
       legend('kSs');
13
14 -
                        % Matched filter
       bh= fliplr(b10);
15 -
       kh= bh';
16
17
       %Correlator:
18 -
       kDd= conv(kSs, kh); % Detection by matched filter
19 -
       hold on;
20 -
       stem(kDd, 'r');
21 -
       legend('kSs', 'kDd');
```







## Detection: A statistical problem

- The data consists of signal + noise
- Detection of a signal is always a decision based on probabilities
- One can never be 100% sure of a detection

#### Goal of detection theory:

- 1. Assess the probability of detection
- 2. Provide confidence limits Hard decisions must be done
- 3. Often one must search within a family of signals
- 4. One must decide on what is a signal before the analysis

Mind this: A nossa perspectiva não é estatística (embora use muita estatística, Fourier, plano complexo, espaços vectoriais, ...) mas sim de informação no sentido de Shannon

### Terminando:

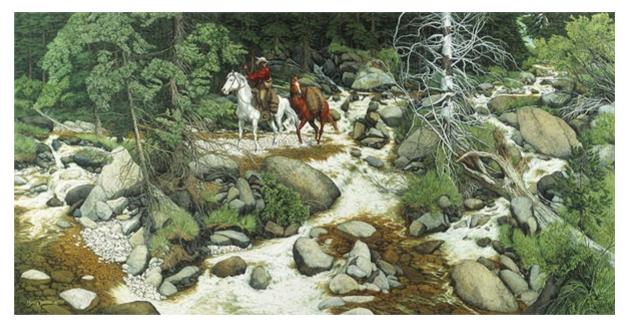
Apresentação para a próxima aula: (6 Mai )

Que ôndula (b00, b01, b10, b11) está escondida no sinal kSs1.

Descreva o que fez e o que encontrou.



### Information 8 Detection: A statistical problem • The data consists of signal + noise · Detection of a signal is always a decision based on probabilities - One can never be 100% sure of a detection Goal of detection theory: 1. Assess the probability of detection Provide confidence limits 3. Often one must search within a family of signals 4. One must decide on what is a signal before the analysis Tosse... cof cof



Quantas "caras" tem a floresta?

Contar todas as faces antes de avançar para o próximo slide. Senão perde a graça...



#### THE FOREST HAS EYES

"When the last Red Man shall have perished, and the memory of my tribe shall have become a myth among the white man, these shores will swarm with the invisible dead of my tribe, and when your children's children think themselves alone in the field, the store, the shop or in the silence of the pathless woods, they will not be alone . . . At night when the streets of your cities and villages are silent and you think them deserted, they will throng with the returning bosts that once filled them and still love this beautiful land. The White Man will never be alone."

SEATTLE, CHIEF OF THE DUWAMISH, FROM A SPEECH TO GOVERNOR ISAAC STEVENS OF THE WASHINGTON TERRITORY 1855.

But what of the mountain man, seen here deep in Indian country, hiding his tracks in the shallows of a rushing stream? Some say he and his kind were

nothing more than mishts and worse. Yet he negotiated no treaties, appropriated no sacred burial grounds, crushed no proud nations and coveted only what the Red Man, himself, deemed fair game—a packhorse piled with beaver pelts and the freedom to follow daring dreams. To follow them to the death. For danger lurks everywhere. In passes choked with early snow. In the howling of a wolf pack. In the path of hostile moccasins creeping upon him in the falling dark.

But the mountains shelter him, too. In many ways he is safer here than in cities. He has Indian friends, speaks a few words of the language of Blackfeet, Crow and Sioux.

He may carry a tomahawk, a handful of medicine stones in a beaded pouch. He may have a hunting shirt of dressed buckskin ornamented with fringes and porcupine quills made for him by the Indian woman who is his wife when he is in the country of her people. From the Indians, from the mountains, from the birds and beasts, he has learned many things, most important the ability to sense peril. He can scent it on the wind, feel it in his bones, see it in

nothing more than misfits and worse. Yet he negotiated no treaties, appropriated no sacred burial grounds, crushed no proud nations and coveted only unseen is there. The Forest Has Eyes!



The forest's eyes are revealed in this detailed study done by Bev Doolittle as a plan for the finished print.

**OBRIGADO**