Aplicações de sinais

Prof. Raul T. Rato

DEEC - 2021

Antes de mais:

Apresentação para a próxima aula (2 ou 3 slides):

Apresente como é que se calcula a FT a partir da TZ.

Exemplifique para o sinal:

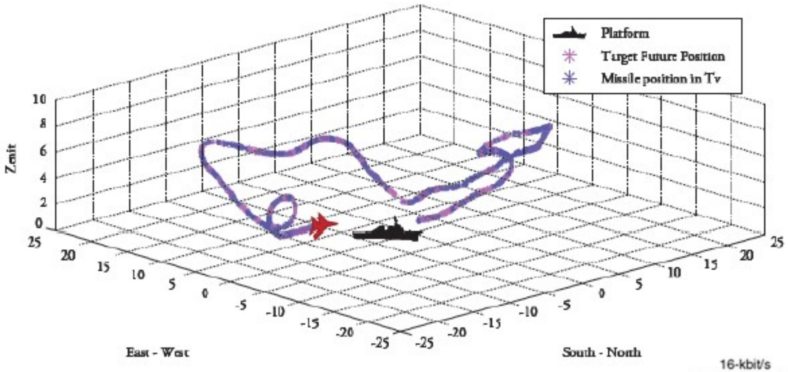
$$x[n]= b\delta[n+1] + a\delta[n] + b\delta[n-1]$$

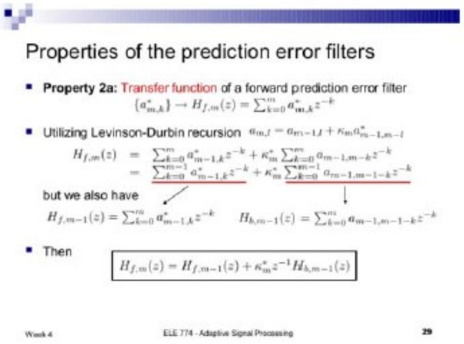
Calculando: O módulo, a fase, a parte real e a imaginária

Algumas considerações sobre sinais….

Porque é que a antecipação é tão estudada, exercida e utilizada em telecomunicações e sistemas de controle?

Fig. 10. Target's future position against missile's position at the end of its flight.





Properties of the prediction error filters

- **Property 2a:** Transfer function of a forward prediction error filter

$$\{a^*_{m,k}\} \rightarrow H_{f,m}(z) = \sum_{k=0}^{m} a^*_{m,k} z^{-k}$$

- Utilizing Levinson-Durbin recursion $a_{m,l} = a_{m-1,l} + \kappa_m a^*_{m-1,m-l}$

$$\begin{aligned} H_{f,m}(z) &= \sum_{k=0}^{m} a^*_{m-1,k} z^{-k} + \kappa^*_m \sum_{k=0}^{m} a_{m-1,m-k} z^{-k} \\ &= \underline{\sum_{k=0}^{m-1} a^*_{m-1,k} z^{-k}} + \kappa^*_m \underline{\sum_{k=0}^{m-1} a_{m-1,m-1-k} z^{-k}} \end{aligned}$$

but we also have

$$H_{f,m-1}(z) = \sum_{k=0}^{m} a^*_{m-1,k} z^{-k} \qquad H_{b,m-1}(z) = \sum_{k=0}^{m} a_{m-1,m-1-k} z^{-k}$$

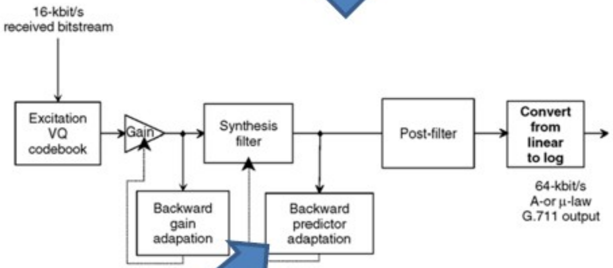
- Then

$$\boxed{H_{f,m}(z) = H_{f,m-1}(z) + \kappa^*_m z^{-1} H_{b,m-1}(z)}$$

Week 4 ELE 774 - Adaptive Signal Processing 29

Não há modelo explicativo!

Só a guerra é
mais importante que as aplicações económicas



Caso da voz

Técnicas base para sinais discretos no tempo:

Os sinais têm de ser regulares no tempo

Um sinal $x[n]$ é um somatório de funções $\delta[n]$: $x[n]=\sum_k x_k \delta[n-k]$

A transformada Z (TZ) de um sinal é dada por: $X[z]=\sum_n x[n] z^{-n}$

Para sinais finitos a TZ não tem problemas de convergência.

A TZ do sinal $3\delta[n]-4\delta[n-1]+2\delta[n-2]$ será o polinómio $3-4z^{-1}+2z^{-2}$

Técnicas base para sinais discretos no tempo:

Sinais regulares no tempo

$$x[n]=\sum_k x_k \delta[n-k] \qquad\qquad X[z]=\sum_n x[n] z^{-n}$$

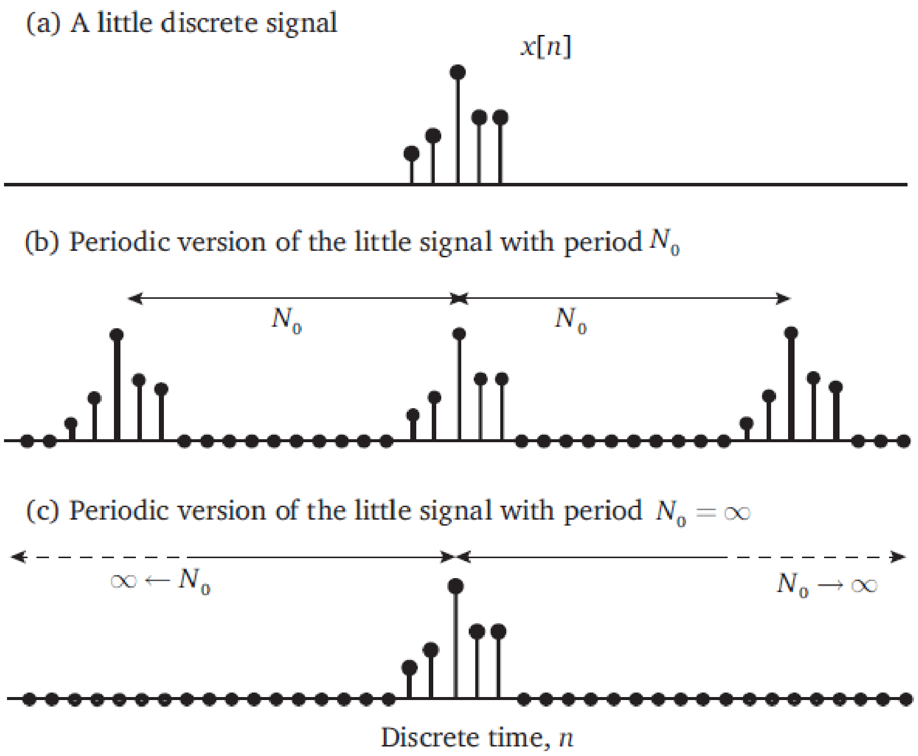
A transformada de Fourier (FT) obtém-se por meio da mudança de variável $Z \rightarrow e^{j\omega}$

$$3-4z^{-1}+2z^{-2} \quad \rightarrow \quad 3-4e^{-j\omega}+2e^{-j2\omega}$$

A FT é periódica em 2π
e corresponde ao valor da TZ na circunferência unitária

Algumas considerações sobre sinais….

Atenção aos detalhes...



An aperiodic discrete-time signal can be considered periodic if period is assumed to be infinitely long.

Atenção aos detalhes...

É aquilo a que chamámos FT

Discrete-time Fourier Transform (DTFT)

$$\boxed{\text{DTFT } X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n}}$$

Comparar com:

$$\boxed{\text{CTFT } X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}\,dt}$$

Atenção aos detalhes...

The inverse DTFT is similarly given by this expression.

$$\boxed{\text{iDTFT} \qquad x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n}\, d\Omega}$$

Facto interessante:

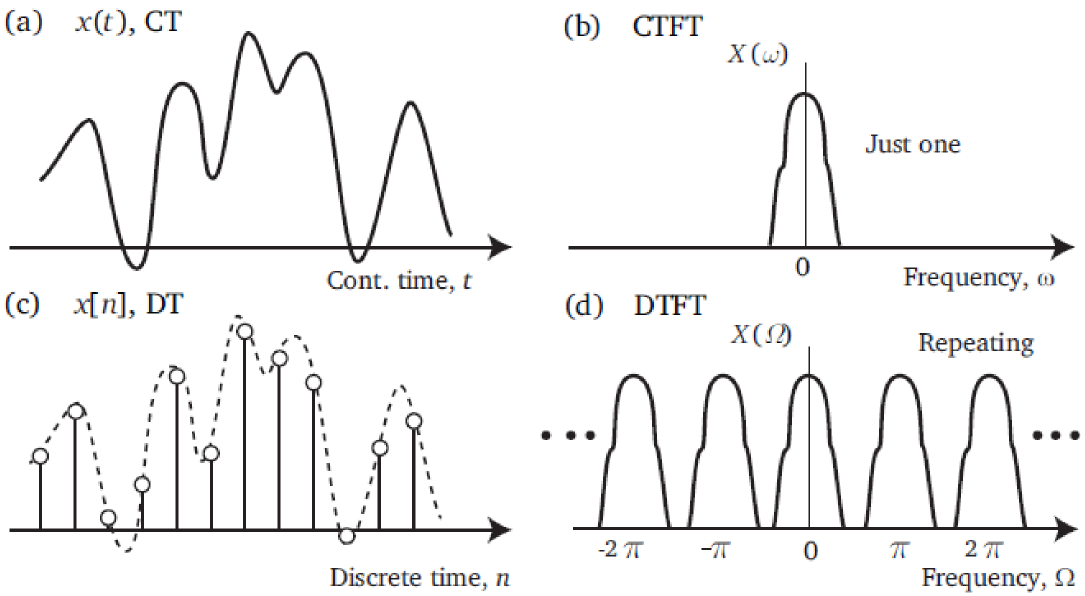
DTFT is continuous and periodic with period of 2π

Mas então o sinal não é discreto?
Porque é que a FT é contínua???

Algumas considerações
sobre sinais….

Atenção
aos detalhes...

Comparing DTFT with CTFT



Comparing DTFT with CTFT (a) aperiodic CT signal, (b) its CTFT is continuous, (c) a sampled discrete signal (d) is same as (b) but repeats with 2π.

Algumas considerações sobre sinais….

The four cases of Fourier transform

Case 1- CTFT of continuous-time, periodic signal

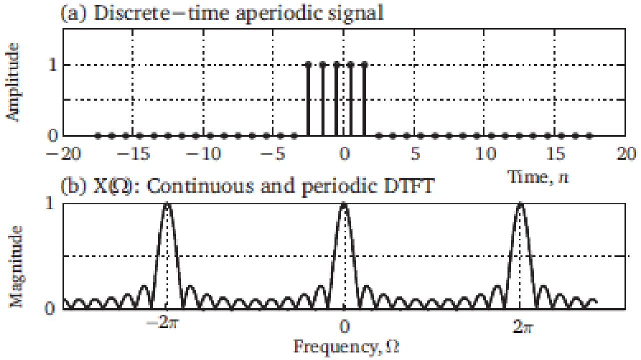
Aka Série de Fourier

Case 2 - CTFT of continuous-time, aperiodic signal

Case 3 - DTFT of discrete-time, periodic signal

Case 4 - DTFT of discrete-time, aperiodic signal

Of these cases, Case 4 input signal fits closest to our needs. In real life we often have just a part of a signal, i.e. a finite number of samples, hence a signal we consider aperiodic.



Case 4 - DTFT of discrete-time, aperiodic signal

But we do not want a continuous spectrum. The DTFT would require a lot of math and we don't want to do that. This is where the DFT comes in.

Atenção
aos detalhes...

The DTFT is a bridge topic to get us to the **Discrete Fourier transform** (DFT), a widely employed and a very useful algorithm. DFT is discrete in both time and frequency domain and can be calculated easily by software such as Matlab. The **Fast Fourier Transform** (FFT) was developed to make computation of the DFT quick and efficient. FFT is of course just an algorithm for computing the DFT efficiently and not a unique type of Fourier transform on its own.

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

Técnicas base para sinais discretos no tempo:

Sinais regulares no tempo

$$x[n] = \sum_k x_k \delta[n-k]$$

$$X[z] = \sum_n x[n] z^{-n}$$

$$Z \rightarrow e^{j\omega}$$

A DFT (Discrete Fourier Transform – Transformada Discreta de Fourier) de um sinal $x[n]$ com N amostras é dada por:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{\left[-j\left(\frac{2\pi}{N} n\right)k\right]} \qquad k = 0..N-1$$

Notar que começa em zero .

$$x[n] = x_0 \delta[n] + ... + x_{N-1} \delta[n-(N-1)]$$

Notar que divide o círculo unitário em N “fatias” iguais

A DFT obtém-se por amostragem regular da FT em N pontos, começando sempre em $\omega = 0$

Não esquecer:

Apresentação para a próxima aula (2 ou 3 slides):

Apresente como é que se calcula a FT a partir da TZ.

Exemplifique para o sinal:

$$x[n]= b\delta[n+1] + a\delta[n] + b\delta[n-1]$$

Calculando: O módulo, a fase, a parte real, e a imaginária

Algumas considerações sobre sinais….

Obrigado