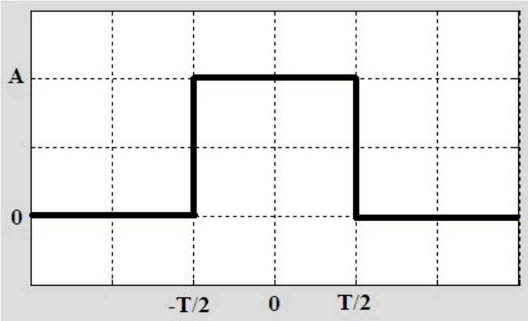
# Aplicações de sinais

Prof. Raul T. Rato

DEEC - 2021

# Considerações sobre Janelas … 3




$g(t) = A\,\text{rect}_T(t)$

$$\mathscr{F}\{g(t)\} = G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-2\pi i f t}\,dt$$

$$= \int_{-T/2}^{T/2} Ae^{-2\pi i f t}\,dt = \frac{A}{-2\pi i f}\left[e^{-2\pi i f t}\Big|_{-T/2}^{T/2}\right]$$

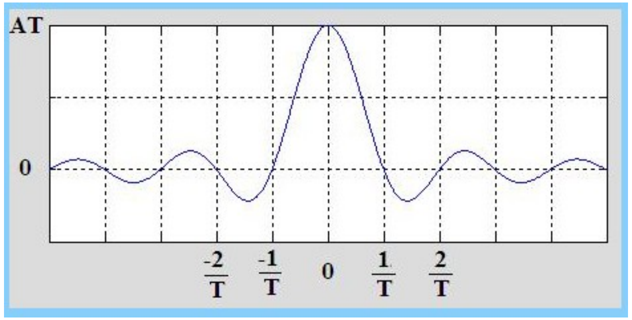
$$= \frac{A}{-2\pi i f}\left[e^{-\pi i f T} - e^{\pi i f T}\right] = \frac{AT}{\pi f T}\left[\frac{e^{\pi i f T} - e^{-\pi i f T}}{2i}\right]$$

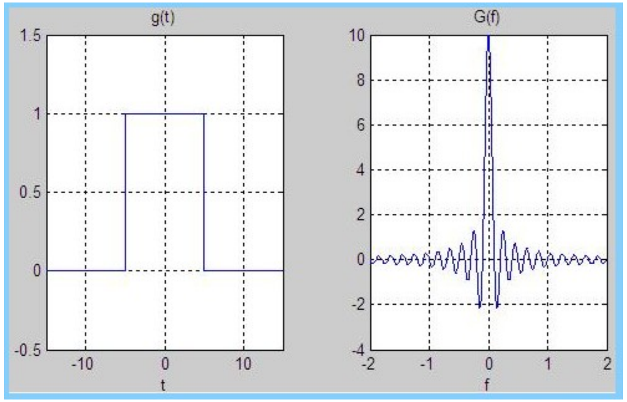
$$= \frac{AT}{\pi f T}\sin(\pi f T) = AT\left[\text{sinc}(fT)\right]$$

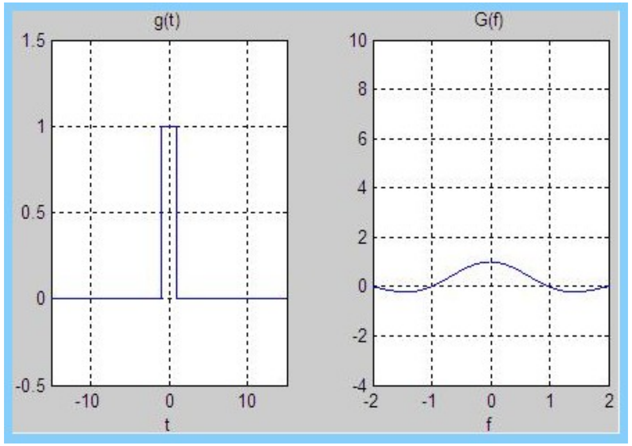
Este resultado é muito conhecido:

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

Considerações sobre Janelas … 3



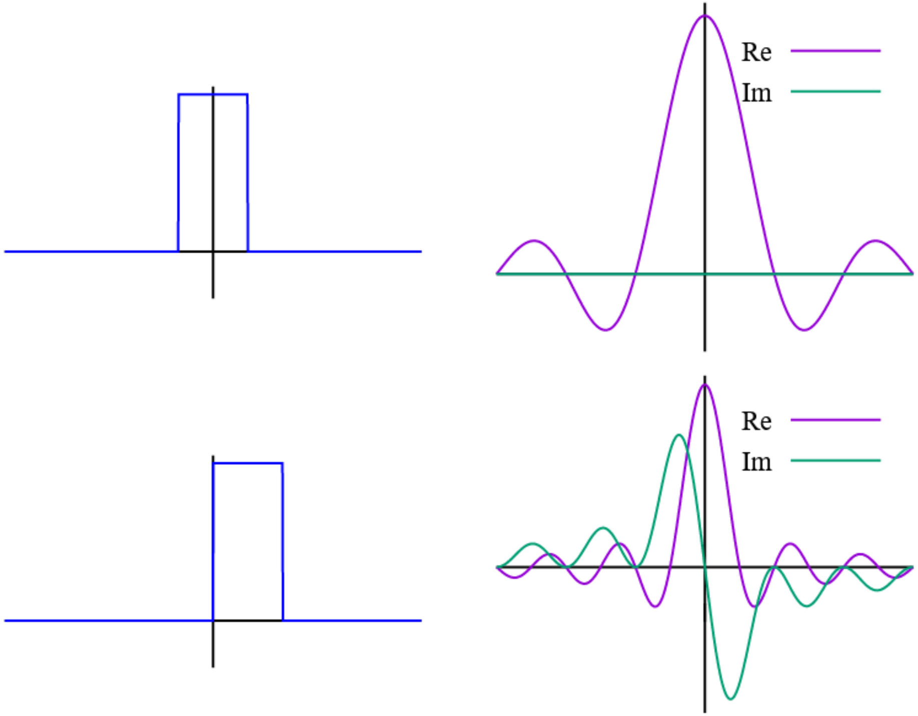




Notar que:
Mais “largo” num domínio
Mais “estreito” no outro

Um Dirac num domínio
origina um nível no outro

Considerações sobre Janelas … 3




Sinal simétrico no tempo
== TF só com parte real
== Sinal de fase nula

Propriedades de simetria da FT: (Notar o uso da aditividade)

$$
\begin{array}{lccccccccc}
\text{Domínio do tempo} & s & = & s_{\mathrm{RE}} & + & s_{\mathrm{RO}} & + & i s_{\mathrm{IE}} & + & i\, s_{\mathrm{IO}} \\
 & \Big\Updownarrow \mathcal{F} & = & \Big\Updownarrow \mathcal{F} & + & \Big\Updownarrow \mathcal{F} & + & \Big\Updownarrow \mathcal{F} & + & \Big\Updownarrow \mathcal{F} \\
\text{Domínio da frequência} & S & = & S_{\mathrm{RE}} & + & i\, S_{\mathrm{IO}} & + & i S_{\mathrm{IE}} & + & S_{\mathrm{RO}}
\end{array}
$$

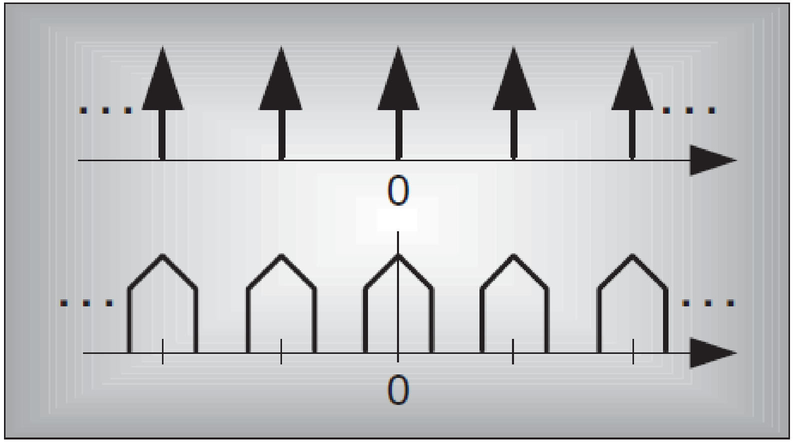
E : Even (Par)
O : Odd (Ímpar)

R : Real
I : Imaginário

Assim, num sinal real:
a parte ímpar no tempo dá origem à parte ímpar imaginária na frequência

Considerações sobre Janelas … 3

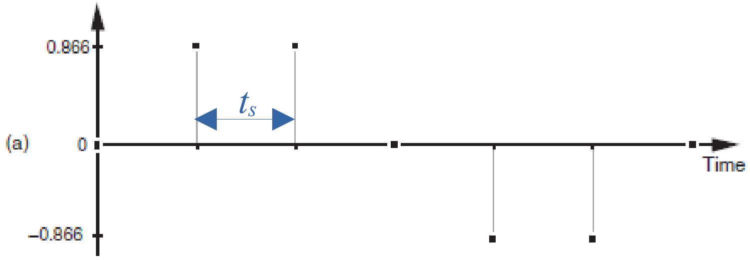
## Amostragem:




$$x(t) = \sin(2\pi f_o t).$$

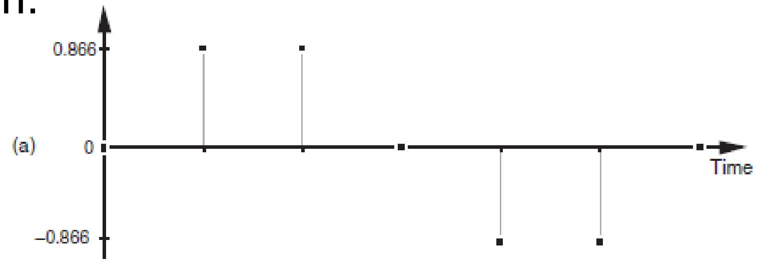
$$x(n) = \sin(2\pi f_o n t_s)$$

$$x(0) = 0$$
$$x(1) = 0.866$$
$$x(2) = 0.866$$
$$x(3) = 0$$
$$x(4) = -0.866$$
$$x(5) = -0.866$$
$$x(6) = 0,$$



## Amostragem:

$x(0) = 0$
$x(1) = 0.866$
$x(2) = 0.866$
$x(3) = 0$
$x(4) = -0.866$
$x(5) = -0.866$
$x(6) = 0,$



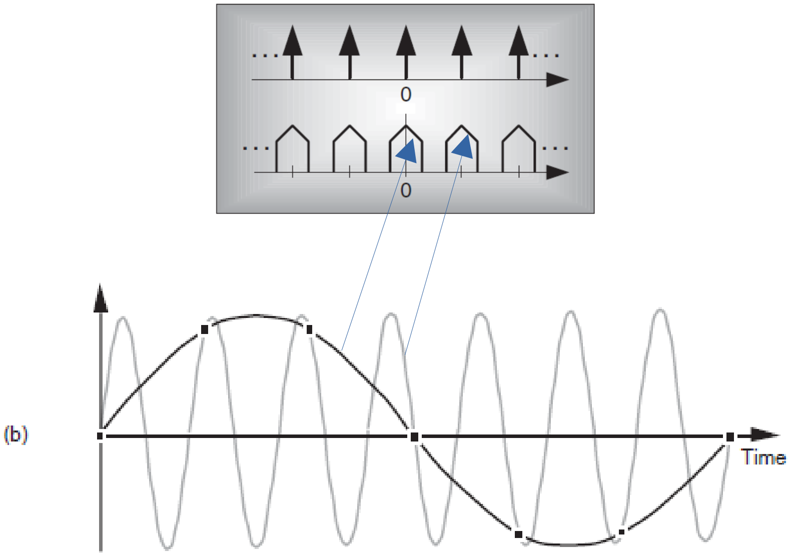

$$x(t) = \sin(2\pi f_o t).$$

$$x(n) = \sin(2\pi f_o n t_s) = \sin(2\pi f_o n t_s + 2\pi m) = \sin(2\pi(f_o + \frac{m}{n t_s}) n t_s).$$

$$m = kn,$$

$$x(n) = \sin(2\pi(f_o + \frac{k}{t_s}) n t_s).$$

$$x(n) = \sin(2\pi f_o n t_s) = \sin(2\pi(f_o + k f_s) n t_s).$$

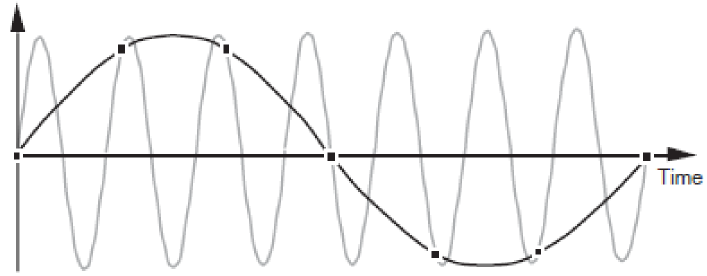



Justificação do aliasing

$$x(n) = \sin(2\pi f_o n t_s) = \sin(2\pi (f_o + k f_s) n t_s).$$

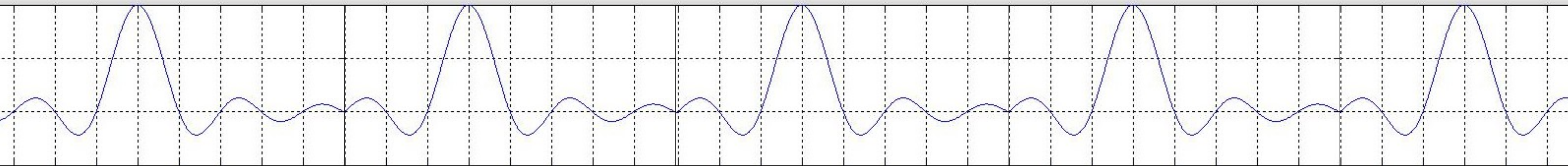
Quando amostramos a um ritmo de $f_s$ amostras por segundo, então para qualquer inteiro $k$, (positivo ou negativo), não é possível discernir entre uma sinusóide a $f_0$ Hz e uma outra a $(f_0 + k f_s)$Hz .

(b)

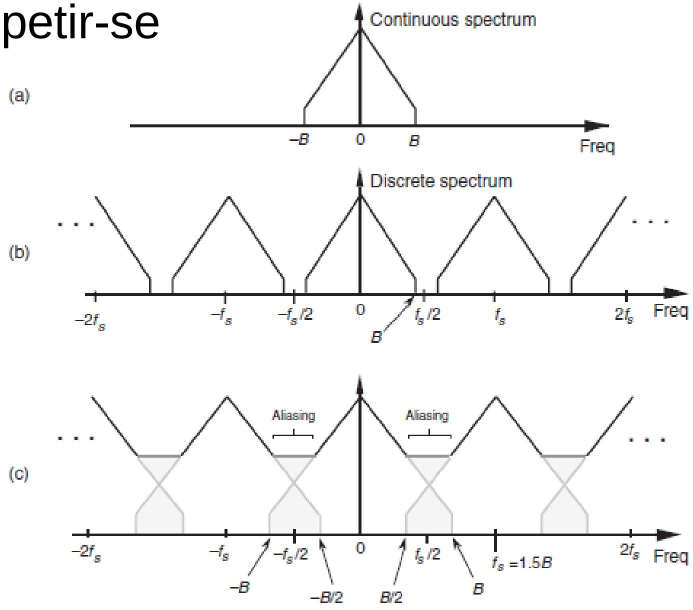


# Considerações sobre Janelas … 3

## Que acontece quando amostramos uma janela rectangular?



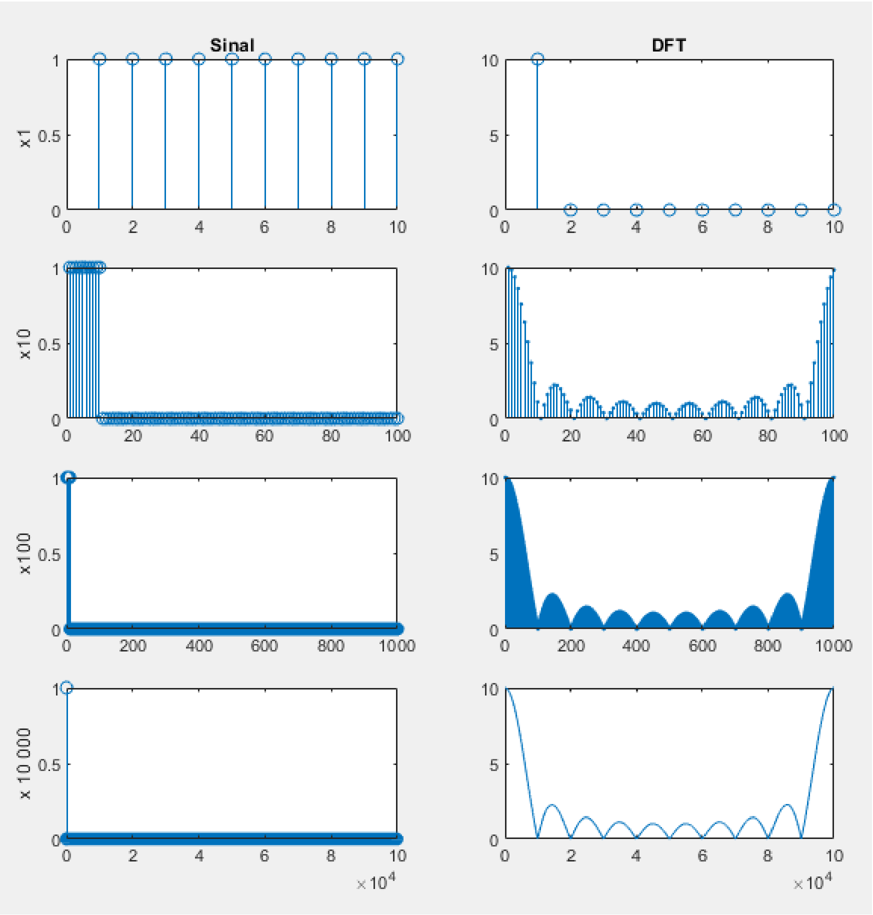
A extensão do sinc(w) é ilimitada… E vai repetir-se, repetir-se



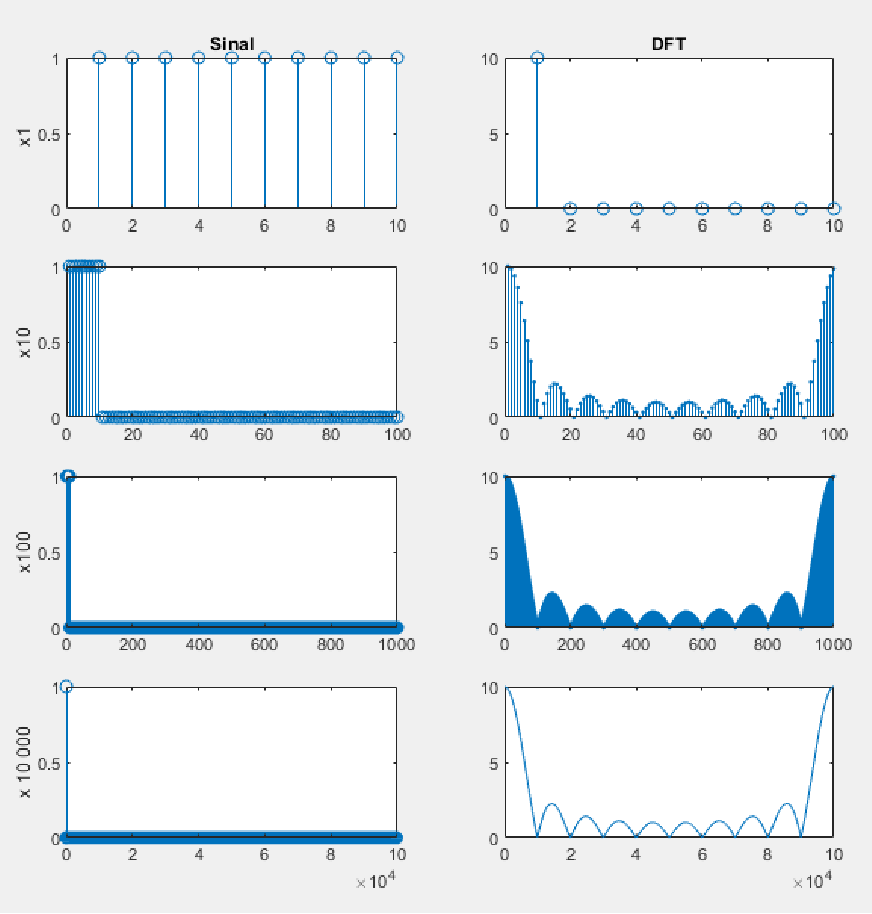

Vai haver aliasing

# Considerações sobre Janelas … 3

```
clear
close all
clc
%
kS10= ones(10,1);
kSf10= fft(kS10);

kSf100= fft(kS10,100);
kS100= ifft(kSf100);



kSf1000= fft(kS10,1000);
kS1000= ifft(kSf1000);

kSf100000= fft(kS10,100000);
kS100000= ifft(kSf100000);


subplot(4,2,1);
stem(kS10); title('Sinal'); ylabel('x1 ');
subplot(4,2,2);
stem(abs(kSf10)); title('DFT');

subplot(4,2,3);
stem(kS100); ylabel('x10');
subplot(4,2,4);
stem(abs(kSf100),'.');

subplot(4,2,5);
stem(kS1000); ylabel('x100');
subplot(4,2,6);
stem(abs(kSf1000),'.');

subplot(4,2,7);
stem(kS100000); ylabel('x 10 000');
subplot(4,2,8);
plot(abs(kSf100000));
```



## Considerações sobre Janelas … 3

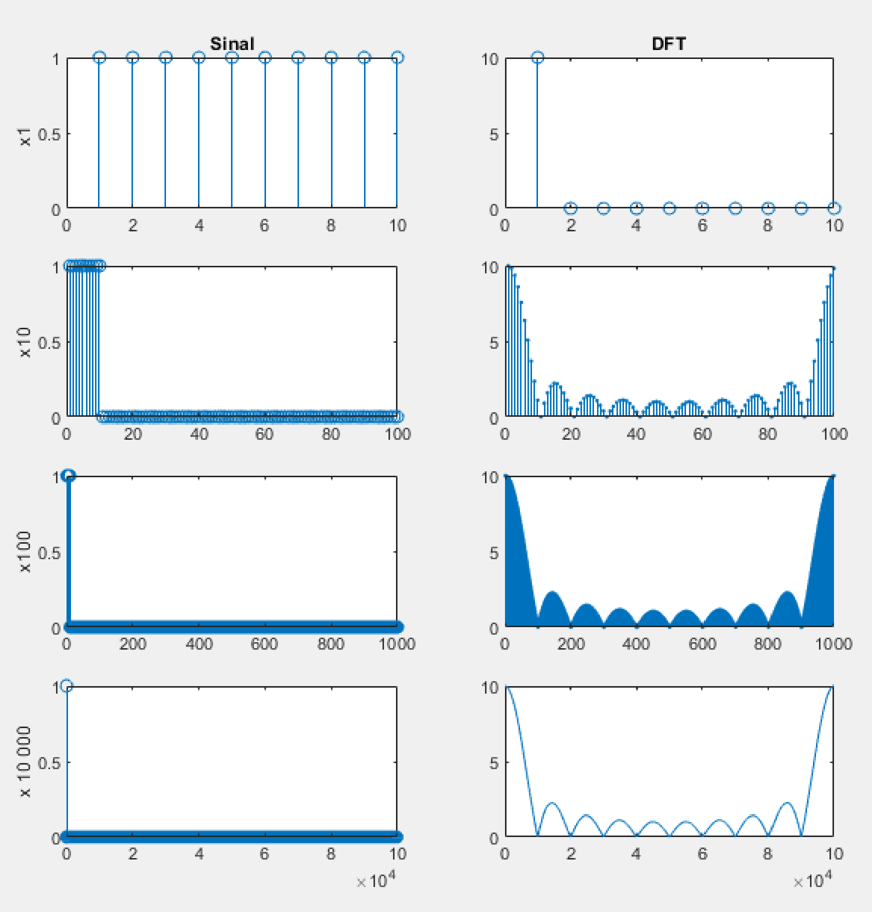



Nota:

Repete-se de N em N

em AMBOS os domínios!

# Considerações sobre Janelas … 3




Nota:

Repete-se de N em N

em AMBOS os domínios!

Não é um sinc().
É uma espécie de sinc(), que se repete...

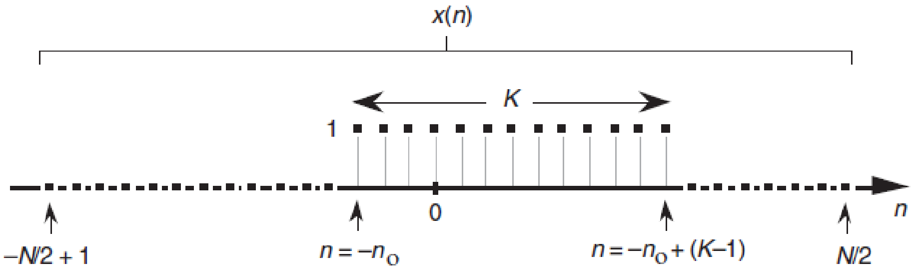
Considerações sobre Janelas … 3

Não é um sinc().
É uma espécie de sinc(), que se repete...

**DFT of a General Rectangular Function**

N-point DFT

$$X(m) = \sum_{n=-(N/2)+1}^{N/2} x(n) e^{-j2\pi nm/N}$$




$$X(m) = \sum_{n=-n_o}^{-n_o+(K-1)} 1 \cdot e^{-j2\pi nm/N}$$

$K < N.$

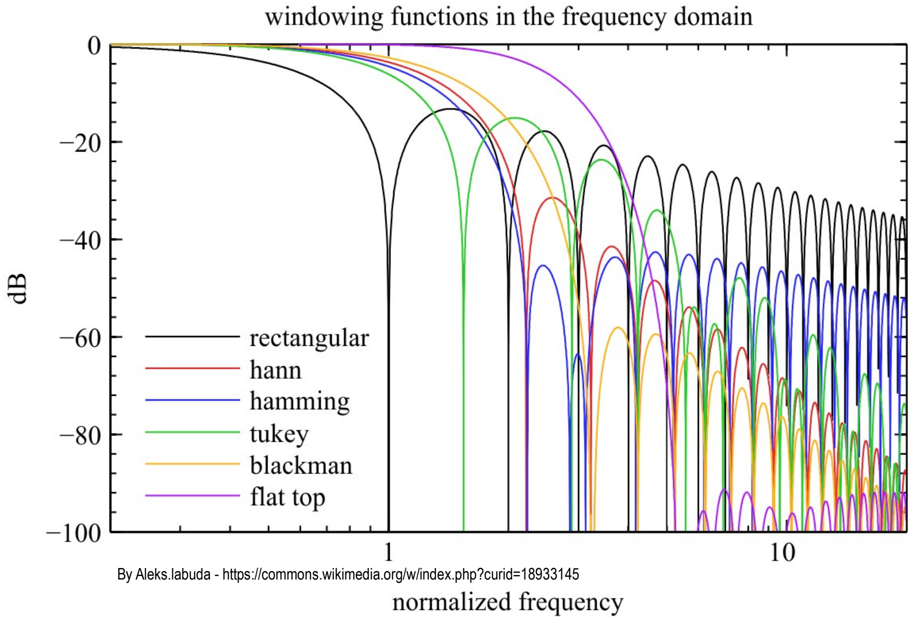
Finalmente:

Apresentação para a próxima aula: 6-Abr (slides):

Dedução do Kernel de Dirichlet

(DTFT do sinal K-N rectangular)

Considerações sobre Janelas … 3




Janelas há muitas….

OBRIGADO