Aplicações de sinais

Prof. Raul T. Rato

DEEC - 2021

Antes de mais:

Apresentação para a próxima aula (2 ou 3 slides):

- Seja $x[n]$ o sinal em tempo discreto com 3600 amostras resultante da amostragem de $x(t) = \cos(2\pi 50t + \pi)$ à frequência de 530 amostras por segundo.
  A amostragem inicia-se em $t = 0$.

a) Apresente um plot do valor absoluto da DFT de $x[n]$, com a escala das abcissas devidamente calibrada em Hz.

b) Apresente um plot do valor absoluto da DFT das primeiras 2120 amostras de $x[n]$, com a escala das abcissas devidamente calibrada em Hz.

Apresente a listagem do código

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 0, 0, 0]$

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 0, 0, 0]$

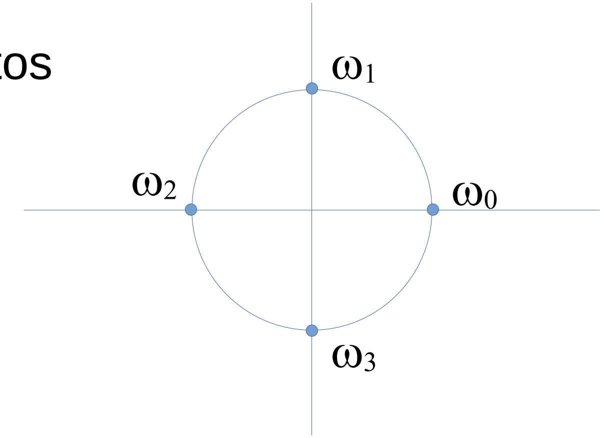
É um Dirac, na origem

N= 4

Vai dar quatro UMs: X(k)= [1, 1, 1, 1];

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 0, 0, 0]$

Forma expedita:
Calcula-se a FT
nestes quatro pontos



$\omega_0 = 0 \qquad = 0\ 2\pi/4$
$\omega_1 = \pi/2 \qquad = 1\ 2\pi/4$
$\omega_2 = \pi \qquad = 2\ 2\pi/4$
$\omega_3 = 3\pi/2 \qquad = 3\ 2\pi/4$

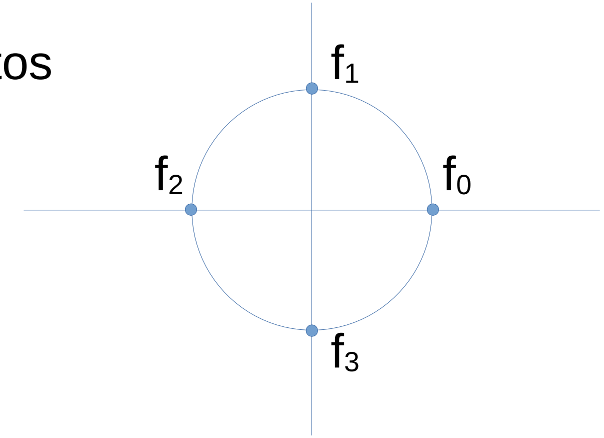
Representação em termos de frequências normalizadas $[0\ ..\ 2\pi]$

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal

$x[n] = [1, 0, 0, 0]$

Forma expedita:
Calcula-se a FT
nestes quatro pontos



$f_0 = 0$

$f_1 = 1\ F_s/4$

$f_2 = 2\ F_s/4$

$f_3 = 3\ F_s/4$

Representação em termos de frequências reais $[0\ ..\ F_s]$

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 0, 0, 0]$

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{[-j(\frac{2\pi}{N}k)n]} \qquad k=0..N-1$$

Para k=0 , resulta em 1

Para k=1 , resulta em 1

Para k=2 , resulta em 1

Para k=3 , resulta em 1

Batota (uso do computador):

```
>> fft([1 0 0 0])

ans =

     1     1     1     1
```

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 1, 1, 1]$

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 1, 1, 1]$

É um sinal DC de valor UM

N= 4

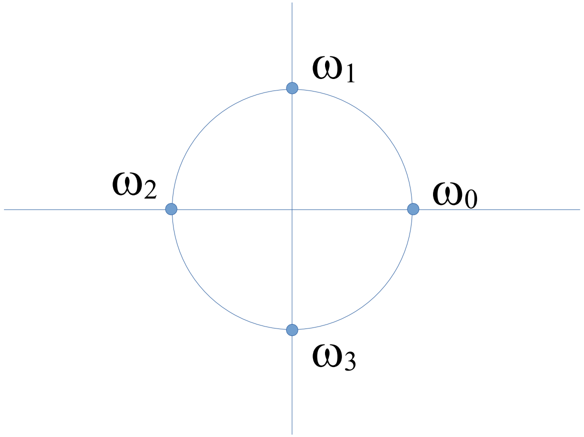
Vai dar um QUATRO na origem: X(k)= [4, 0, 0, 0];

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal

$x[n] = [1, 1, 1, 1]$

Forma expedita:
Calcula-se a FT
nestes quatro pontos



$$FT = 1 + e^{-j\omega} + e^{-j2\omega} + e^{-j3\omega}$$

$\omega = \omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$

Pormenores da DFT….

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal

$x[n] = [1, 1, 1, 1]$

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{[-j(\frac{2\pi}{N}k)n]} \qquad k=0..N-1$$

Para k=0 , resulta em 4

Para k=1 , resulta em 0

Para k=2 , resulta em 0

Para k=3 , resulta em 0

Batota (uso do computador):

```
>> fft([1 1 1 1])

ans =

     4     0     0     0
```

Notar que é N vezes a média

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 0, 0, 0]$

Dá um nível DC

Calcule, sem recurso a computador, a DFT do sinal
$x[n] = [1, 1, 1, 1]$

Dá um Dirac na origem

Notar a dualidade

Pormenores da DFT….

The Dirac Comb function

The continuous-time comb function $C_T(t)$ is an important tool in signal processing and sampling theory and given by

$$C_T(t) = T\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT).$$

Em matemática, o **Pente de Dirac** é uma distribuição (ou **função generalizada**) obtida a partir do Delta de Dirac. Em engenharia elétrica, também recebe os nomes de **função sha** (ou ***shah***), **trem de impulsos** e **função de amostragem**. É definida da maneira seguinte, como um conjunto infinito de impulsos unitários, espaçados de uma unidade:

$$comb(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(x-k) \qquad (1)$$

onde $\delta(x)$ é o Delta de Dirac e k é um número inteiro.

Notar que não é t

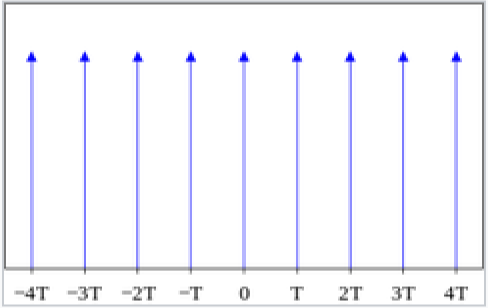
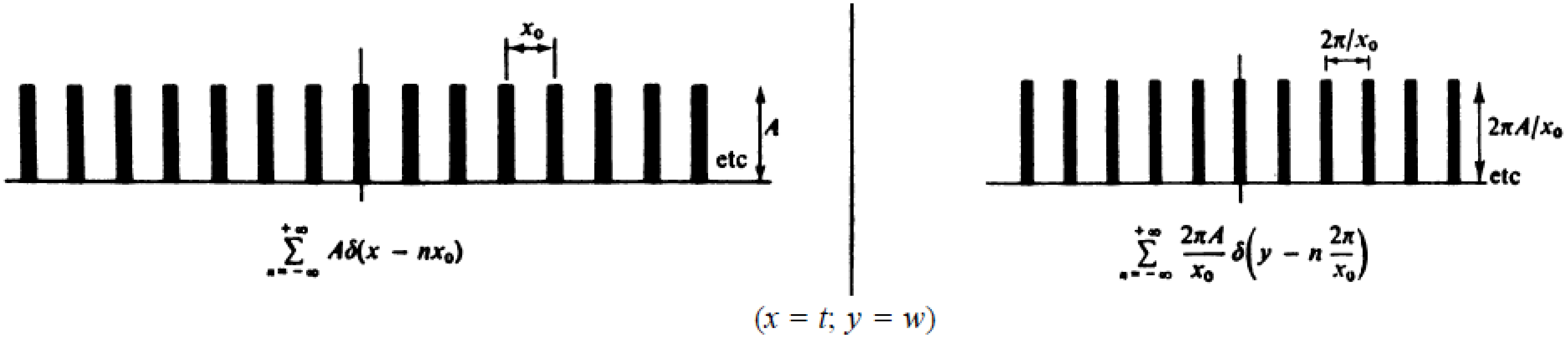


Gráfico de comb(x/τ). A função é par e tem período τ.

A transformada de um pente é um pente



Notar que quando no tempo x_0 aumenta, então na frequência $2\pi/x_0$ diminui

A transformada de um pente é um pente – ainda outra notação

$\mathbf{x(t)}$	$\mathbf{X(j\omega)}$
$x(t) = u_o(t)$	$X(j\omega) = 1, \quad \forall\omega$
$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u_o(t - nT)$	$X(j\omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u_o\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right)$

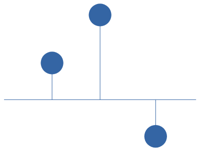
Notar que quando no tempo T aumenta, então na frequência $2\pi/T$ diminui

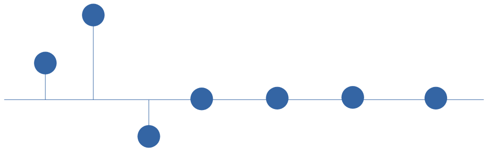
A transformada de um pente é um pente

Isto significa que amostrar um sinal cria um espectro repetitivo

Isto significa que, para a DFT,
o N de um vector finito de amostras é
um período de repetição

DFT: O que acontece quando se acrescentam zeros ao sinal?





A FT fica na mesma

A DFT tem mais pontos: Maior detalhe, mesma resolução

Antes de mais:

Apresentação para a próxima aula (2 ou 3 slides):

- Seja $x[n]$ o sinal em tempo discreto com 3600 amostras resultante da amostragem de $x(t) = \cos(2\pi 50t + \pi)$ à frequência de 530 amostras por segundo. A amostragem inicia-se em $t = 0$.

a) Apresente um plot do valor absoluto da DFT de $x[n]$, com a escala das abcissas devidamente calibrada em Hz.

b) Apresente um plot do valor absoluto da DFT das primeiras 2120 amostras de $x[n]$, com a escala das abcissas devidamente calibrada em Hz.

Apresente a listagem do código

Pormenores da DFT….

ω_1

ω_2 ω_0

ω_3