



Trabalho 2: Controlo de Seguimento e Estimação de Estado

Professor responsável: Paulo Gil

João Carvalho nº 49341
Nikita Dyskin nº 49541

Índice:

1.Introdução	3
2.Modelação	4
2.1.Modelação em espaço de estados	4
2.2.Estudo da controlabilidade e observabilidade	6
2.3.Diagrama de simulação do sistema	8
3..Projecto de controlador	10
3.1.Dimensionamento do controlador	10
3.2.Simulação em <i>Simulink</i>	14
4.Projecto de observador de ordem total	16
4.1.Dimensionamento de observador de ordem total	16
4.2.Simulação em <i>Simulink</i>	17
5.Projecto de observador de ordem total	21
5.1.Dimensionamento de observador de ordem mínima	21
5.2.Simulação em <i>Simulink</i>	23
6.Resultados	28
7.Conclusão	30
8. Anexo	31

A. Introdução

No âmbito da disciplina de *Sistemas de Controlo* desenvolveu-se o estudo e o projecto de um controlador de retroacção de variáveis de estado com efeito integral e um estimador de estados para um sistema de vasos comunicantes (Fig. 1), descrito no modelo de espaço de estados. O sistema é composto por 3 reservatórios, 2 electrobombas, 3 válvulas de regulação de caudal e 3 sensores de nível, tendo os tanques 1 e 2 um diâmetro interno de 40 cm e o tanque 3 de 50 cm.

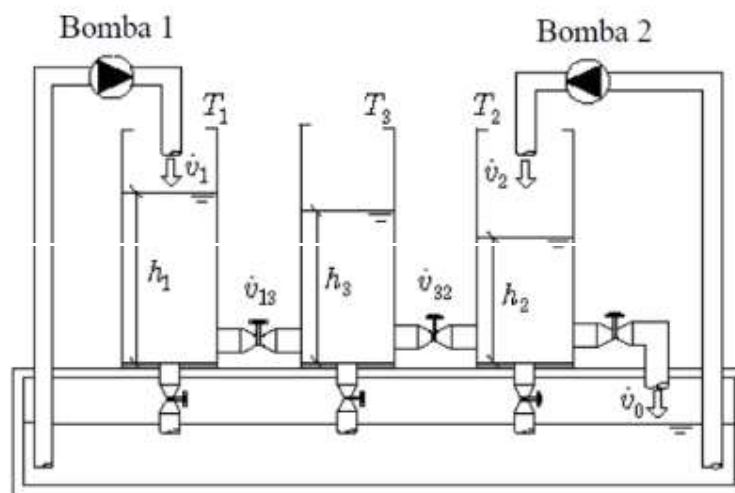


Figura 1-Sistema de vasos comunicantes

As electrobombas em funcionamento nominal, desprezando o efeito transitório, apresentam uma relação entre os caudais volumétricos v'_1 e v'_2 e as tensões aplicadas aos terminais das respectivas electrobombas, u_1 e u_2 , descrita por:

$$v'_1(t) = 20 * 10^{-4} u_1(t), [m^3/s]$$

$$v'_2(t) = 20 * 10^{-4} u_2(t), [m^3/s]$$

Os caudais volúmicos entre tanques adjacentes e os respectivos caudais volúmicos de descarga são genericamente descritos por

$$v'_{i,j}(t) = \eta_{i,j}(h_i(t) - h_j(t)), [m^3/s] \quad (1)$$

onde,

$$\eta_{1,3} = 4,0 * 10^{-3}; \eta_{3,2} = 4,0 * 10^{-3}; \eta_0 = 5,0 * 10^{-3}; \eta_{3,0} = 3,0 * 10^{-4}; [m^3/m.s](descarga directa)$$

2. Modelação

2.1. Obtenção do modelo em espaço de estados

O modelo em espaços de estados foi obtido através da aplicação da equação do princípio da conservação da massa, dado por:

$$m'_e - m'_s = \frac{dM}{dt} \quad (2)$$

Sendo:

$$m' = \rho v' \quad (3)$$

Considerando como variáveis de estado os níveis de líquido nos 3 tanques (h_1, h_2, h_3), como entradas (u_1 e u_2) a tensão eléctrica, em Volt, aplicada a cada electrobomba e como saídas os níveis nos tanques T_1 e T_2 , determinou-se então a dinâmica dos tanques na forma de equações diferenciais e posteriormente a obtenção dos respectivos modelos descritos em espaço de estados.

Recorrendo às equações 1,2 e 3, temos:

Dinâmica do tanque 1:

$$mb'_1 - m'_{13} - m'_{10} = \frac{dM}{dt}$$

Substituindo:

$$m' = \rho v'$$

$$v'_{ij} = \eta'_{ij}(h_i - h_j)$$

Vem que:

$$\rho v'_1 - \rho v'_{13} - \rho v'_{10} = \frac{d}{dt}(\rho A_1 h_1) \Leftrightarrow v'_1 - \eta_{13}(h_1 - h_3) - \eta_{10} h_1 = A_1 h'_1 \Leftrightarrow$$

$$h'_1 = \frac{\eta_{13}}{A_1} h_1 + \frac{\eta_{13}}{A_1} h_3 - \frac{\eta_{10}}{A_1} h_1 + \frac{\eta_{10}}{A_1} h_1 + \frac{v'_1}{A_1} \Leftrightarrow$$

$$h'_1 = -\frac{1}{A_1}(\eta_{13} - \eta_{10})h_1 + \frac{\eta_{13}}{A_1} h_3 + \frac{1}{A_1} v'_1$$

Dinâmica do tanque 2:

$$mb'_2 - m'_{32} - m'_{20} = \frac{dM}{dt} \Leftrightarrow$$

Seguindo o mesmo método de substituições para o tanque 2, obtém-se:

$$h'_2 = -\frac{1}{A_2}(\eta_{32} + \eta_0)h_2 + \frac{\eta_{32}}{A_2} h_3 + \frac{1}{A_2} v'_2$$

Dinâmica do tanque 3:

Repetindo o método, vem por fim:

$$m'_{13} - m'_{30} - m'_{32} = \frac{dM}{dt} \Leftrightarrow$$

$$h'_3 = -\frac{1}{A_3}(\eta_{13} - \eta_{30} + \eta_{32})h_3 + \frac{\eta_{13}}{A_3} h_1 + \frac{\eta_{32}}{A_3} h_2$$

Sendo as saídas do sistema, os níveis de líquido do tanque 1, do tanque 2 e o caudal volúmico de saída, temos:

$$\begin{aligned} y_1(t) &= h_1(t) \\ y_2(t) &= h_2(t) \\ y_3(t) &= v'_0(t) = \eta_0 h_3(t) \end{aligned}$$

A dinâmica do sistema dada pelo conjunto de equações diferenciais pode ser escrita sob a forma de vectores e matrizes, resultando no modelo de estado que se segue. Que pode ser descrito de forma abreviada:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) - Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) - Du(t)\end{aligned}\tag{4}$$

As equações anteriores, determinam o modelo de estado do sistema. Onde o vector x e as matrizes A, B e C são dadas por:

$$\begin{bmatrix} h_1' \\ h_2' \\ h_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.029 & 0 & 0.0318 \\ 0 & -0.0716 & 0.0318 \\ 0.0204 & 0.0204 & -0.0423 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0159 & 0 \\ 0 & 0.0159 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1' \\ v_2' \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}$$

Sendo correspondentemente:

$$A = \begin{bmatrix} -0.029 & 0 & 0.0318 \\ 0 & -0.0716 & 0.0318 \\ 0.0204 & 0.0204 & -0.0423 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0159 & 0 \\ 0 & 0.0159 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2 Estudo da controlabilidade e observabilidade

Para tornar possível o projecto de um controlador por retroacção de variáveis de estado

com efeito integral e um estimador de estado, é necessário que o sistema goze as propriedades de controlabilidade e observabilidade. Para tal, procedesse ao estudo da característica das matrizes de controlabilidade e observabilidade.

Um par (A,B) é completamente controlável, se a característica da matriz de controlabilidade for igual à dimensão do sistema. A matriz S é obtida a partir da composição das matrizes A e B da seguinte forma:

$$S = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (5)$$

Substituindo pelas matrizes do sistema, obtém-se:

$$S = \begin{bmatrix} 0.159 & 0 & -0.054 & 0 & 0.019 & 0.103 \\ 0 & 0.159 & 0 & -0.011 & 0.103 & 0.918 \\ 0 & 0 & 0.003 & 0.003 & -0.001 & -0.369 \end{bmatrix}$$

Como $\text{car}(S) = 3$, conclui-se que o sistema é completamente controlável.

O mesmo se aplica à matriz de observabilidade para que o par (A,C) seja completamente observável, que é obtida a partir de:

$$V = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Substituindo pelas matrizes correspondentes, ficamos com:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.342 & 0 & 0.032 \\ 0 & -0.071 & 0.032 \\ 0.117 & 0.648 & -0.012 \\ 0.648 & 0.006 & -0.003 \end{bmatrix}$$

À semelhança do caso anterior, a $\text{car}(V) = 3$, pelo que o sistema é completamente observável.

Dado estes resultados, podemos prosseguir ao projecto do controlador por retroacção de estados e de estimadores de estados.

2.3 Diagrama de simulação do sistema

O diagrama de simulação feito em *Simulink* está representado na Fig. 2, da seguinte forma:

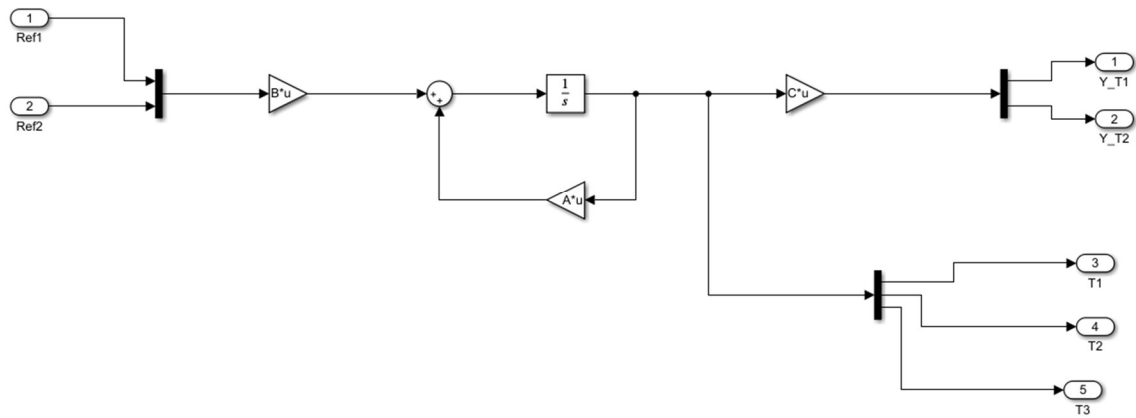


Figura 2-Diagrama de simulação do sistema em Simulink

Cuja sua resposta ao degrau unitário é:

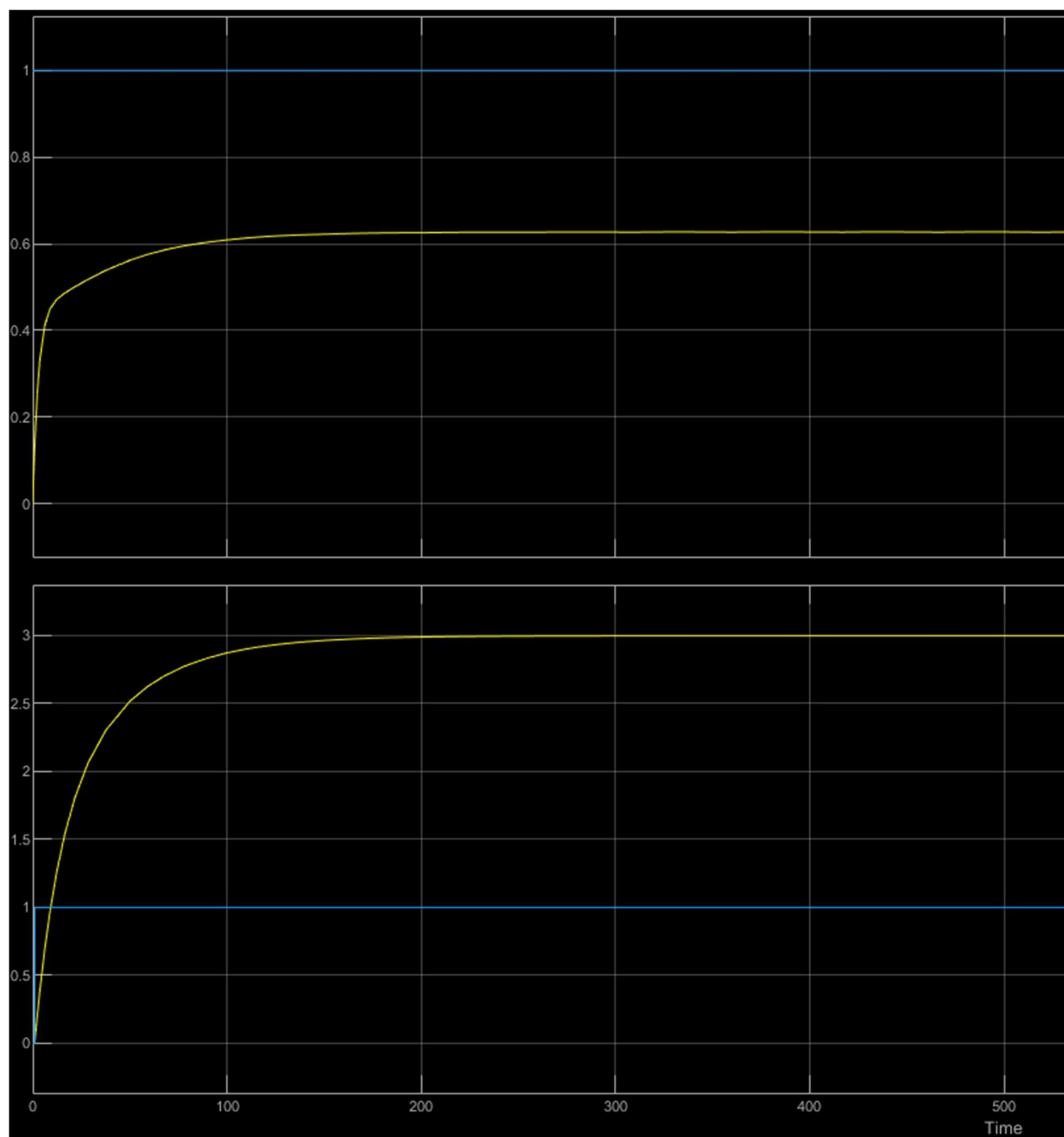


Figura 3- Resposta ao degrau unitário do sistema

Representado na parte superior a amarelo está a saída $T1$ e a azul, a referência. Da mesma forma aparece a saída $T2$ juntamente com a referência na parte inferior.

3. Projecto de controlador

3.1 Dimensionamento do controlador

Neste capítulo, pretende-se projectar um controlador por retroacção de variáveis de estado, de modo a que o sistema apresente em anel fechado as seguintes condições de dimensionamento:

- a) Variáveis controladas correspondentes ao nível nos tanques 1 e 2;
- b) Erro estático nulo;
- c) Tempo de estabelecimento a 1% igual a 220 s;
- d) Sobreelevação igual a 1%.

Para que se consiga projectar um controlador por retroacção de estados, é necessário que todos os estados estejam acessíveis. Como nesta etapa são-nos dados todos os estados acessíveis, é possível aplicar a lei de controlo $u(t) = -\bar{K}\tilde{x}(t)$ em que $\bar{K} = (K_{(0,\dots,n-1)}|K_n)$.

De maneira a que o sistema respeite as dinâmicas de dimensionamento, foi necessário condicionar o posicionamento dos polos dominantes. O tempo de estabelecimento determina a parte real dos polos complexos e pode ser calculado fazendo (para o caso do tempo de estabelecimento de 1%):

$$D\omega_n = \frac{4.6}{t_s(1\%)} \quad (7)$$

Substituindo $t_s(1\%) = 220$, ficamos com $D\omega_w = -0.0209$.

Para que a sobrelevação desejada em anel fechado seja cumprida é necessário determinar a parte imaginária dos polos complexos. Resolvendo a equação em ordem a D :

$$s[\%] = 100e^{\frac{-D\pi}{\sqrt{1-D^2}}} \quad (8)$$

E substituindo $s[\%] = 0.01$, obtém-se $D = 0.826$.

Pretende-se agora determinar o argumento do número complexo para que possamos então saber a sua parte imaginária.

$$\theta = \arccos(D) = 0.598$$

$$\rho = \frac{D\omega_n}{\cos(\theta)} = 0.025$$

$$Im = \rho \sin(\theta) = 0.014$$

Obtendo-se finalmente:

$$\lambda_1 = -0.0209 + 0.014j$$

$$\lambda_2 = -0.0209 - 0.014j$$

Para incorporar acção integral no sistema de controlo por retroacção de variáveis de estado, deve inserir-se duas variáveis de estado adicionais, compondo então o sistema estendido:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ -D \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} r(t)$$

$$y(t) = (C \quad 0) \begin{pmatrix} x(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} + Du(t)$$

O sistema de controlo em anel fechado toma a seguinte forma:

$$\dot{\bar{x}}(t) = (\bar{A} - \bar{B}\bar{K})\bar{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} r(t)$$

Fazendo os cálculos das matrizes do sistema estendido no *Matlab* obtém-se:

$\bar{A} =$

```
-342.0000e-003    0.0000e+000    31.8000e-003    0.0000e+000    0.0000e+000
  0.0000e+000   -71.6000e-003    31.8000e-003    0.0000e+000    0.0000e+000
 20.4000e-003    20.4000e-003   -42.3000e-003    0.0000e+000    0.0000e+000
 -1.0000e+000    0.0000e+000    0.0000e+000    0.0000e+000    0.0000e+000
 0.0000e+000   -1.0000e+000    0.0000e+000    0.0000e+000    0.0000e+000
```

$\bar{B} =$

```
159.0000e-003    0.0000e+000
 0.0000e+000    159.0000e-003
 0.0000e+000    0.0000e+000
 0.0000e+000    0.0000e+000
 0.0000e+000    0.0000e+000
```

Calculados os $\lambda_{1,2}$, definem-se os restantes valores próprios como sendo:

```
lambda_3 = 2*real(lambda_1);
lambda_4 = 2.5*real(lambda_1);
lambda_5 = 4*real(lambda_1);
```

Feitos os cálculos no *Matlab*, ficamos então com a matriz de valores próprios desejados:

```
lambda_spec =
Columns 1 through 3
 -20.9000e-003 + 14.3000e-003i   -20.9000e-003 - 14.3000e-003i   -41.8000e-003 + 0.0000e+000i
Columns 4 through 5
 -52.2500e-003 + 0.0000e+000i   -83.6000e-003 + 0.0000e+000i
```

Os ganhos de controlo foram obtidos através da função *place()* de *Matlab*, entrado como argumentos as matrizes A e B do sistema estendido e os polos desejados para o sistema.

```
K_ =
-1.5971e+000    211.1309e-003    198.6177e-003    -5.9915e-003    -9.7327e-003
-7.4926e-003    110.0427e-003    198.5492e-003     4.3138e-003    -11.2676e-003
```

Como ganhos de retroacção de estado do sistema original, foram utilizadas as 3 primeiras colunas da matriz acima, e para o ganho do efeito integral as duas últimas colunas.

3.2 Simulação em *Simulink*

Na Fig.4 apresenta-se o diagrama de simulação do sistema dimensionado em 3.1.

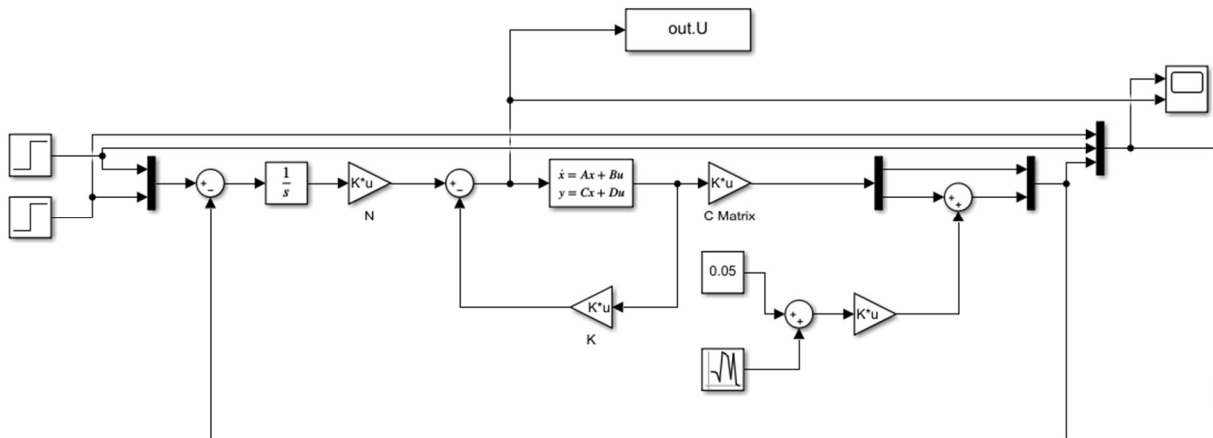


Figura 4- Diagrama de simulação do sistema de controlo por RVE com efeito integral, em Simulink

Observa-se a actuação da lei de controlo, $u_1(t)$ e $u_2(t)$ — saída do controlador — sobre o sistema, considerando os valores das referências $r_1(t)$ e $r_2(t)$ que entram no controlador, juntamente com os estados acessíveis $T_1(t)$, $T_2(t)$ e $T_3(t)$ provenientes do Sistema.

Para a simulação, foram consideradas condições iniciais nulas e usadas como referências para os níveis dos tanques 1 e 2, $r_1(t) = 0.7\varepsilon(t)$ e $r_2(t) = 0.4\varepsilon(t)$.

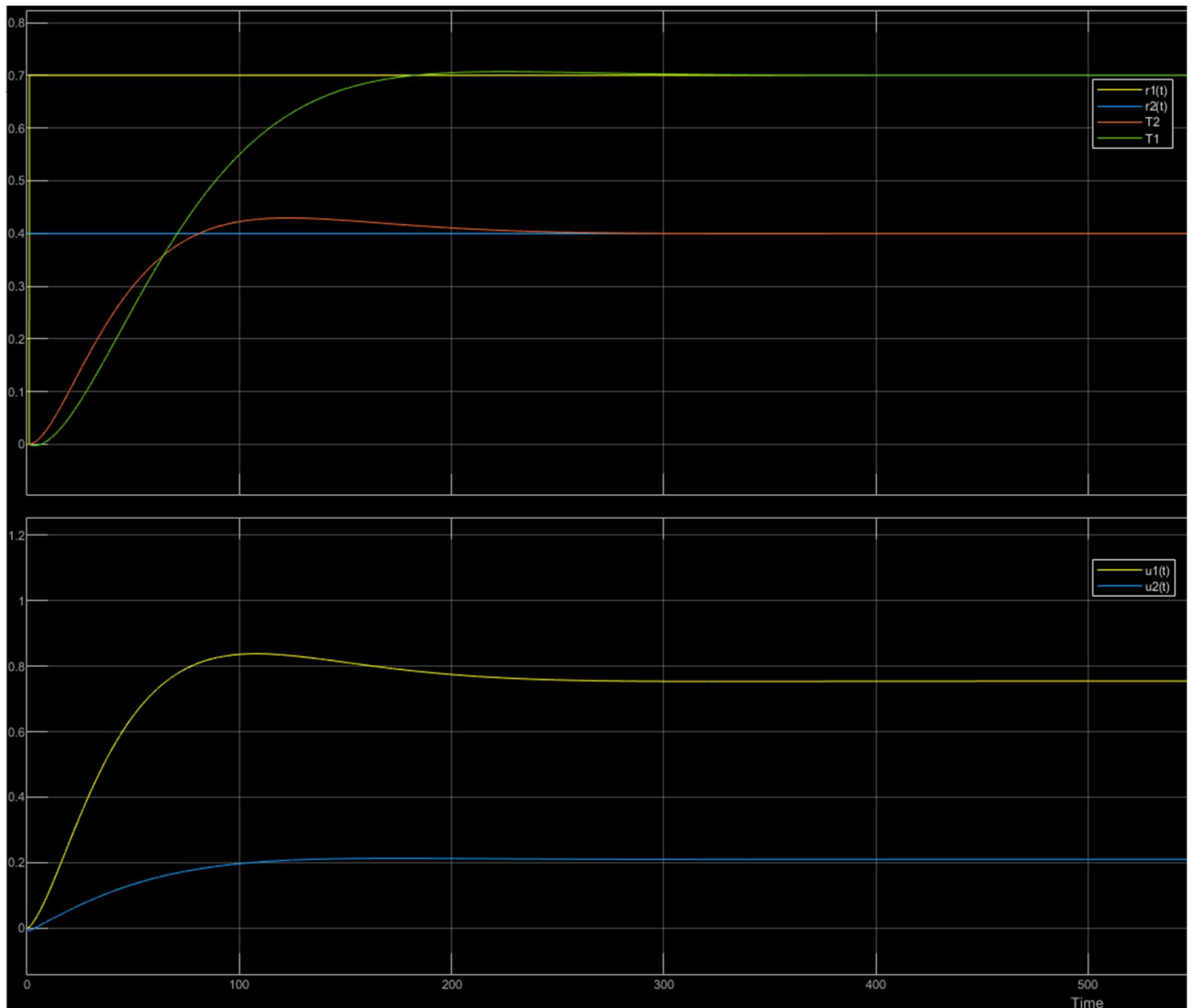


Figura 5- Representação gráfica da resposta do sistema com retroação de variáveis de estado com efeito integral às referências $r1(t)$ e $r2(t)$

Na parte superior está representado a amarelo $r1(t)$, a azul $r2(t)$, a verde $T1(t)$, a vermelho $T2(t)$, e na parte inferior a amarelo $u1(t)$ e a azul $u2(t)$.

No sistema simulado obtiveram-se as seguintes especificações:

T1:

Overshoot: 0.97%

Settling Time: 160 s

Static Error: -0.021

T2:

Overshoot: 7.34%

Settling Time: 210.8 s

Static Error: -0.046

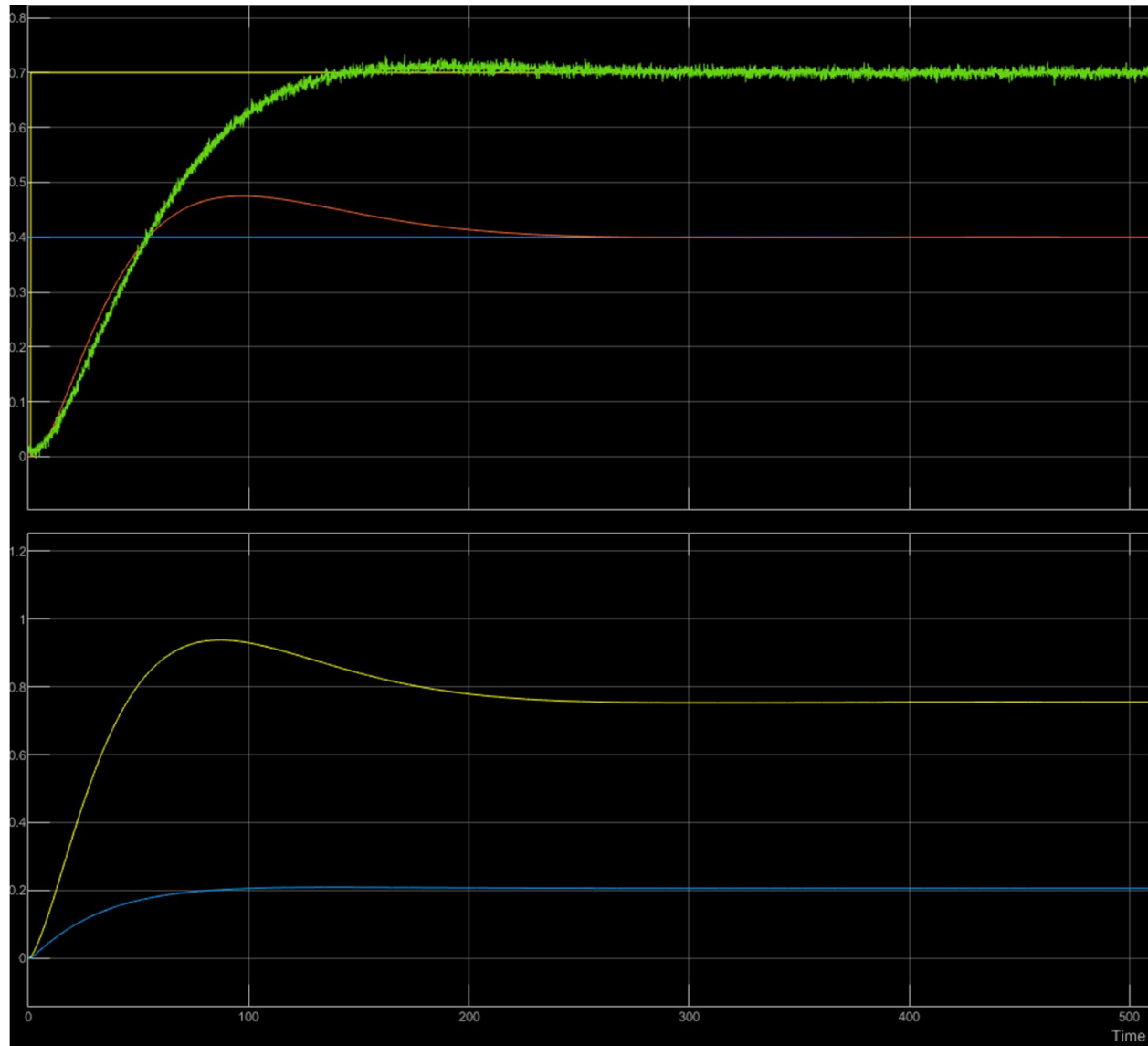


Figura 6- Representação gráfica da resposta do sistema com retroação de variáveis de estado com efeito integral às referências $r_1(t)$ e $r_2(t)$ com ruído Gaussiano de média nula e variância 0.05.

4. Projecto de observador de ordem total

4.1 Dimensionamento do observador de ordem total

O projecto de controladores por retroacção de variáveis de estado, como foi dito anteriormente, requer que todos os estados estejam acessíveis para medição. Muitas vezes, tal não é possível, o que leva à necessidade de um projecto de estimador de estados, cuja estimação, neste projecto, servirá como entrada para os ganhos aplicados no anel de controlo.

Uma das formas de se obter os estados estimados de um sistema é através da implementação de um observador de ordem total, cuja dinâmica será caracterizada pelo erro de estimação, $\tilde{x} = x - \hat{x}$, tal que, se o erro convergir para zero o sistema será estável.

É possível condicionar a evolução de \tilde{x} através da retroacção da diferença entre a saída do processo e o respectivo valor obtido através do modelo, a partir da equação:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[Cx(t) - C\hat{x}(t)] \quad (9)$$

Sendo a matriz $L = (l_0 \ l_1 \ \dots \ l_{n-1})^T$ os valores dos ganhos de observação, que deverão ser calculados de modo a que os valores próprios de $(A - LC)$ tomem valores adequados para que a dinâmica do sistema seja suficiente rápida.

Para que o projecto do observador de ordem total seja possível, é necessário que o par (A,C) seja completamente observável, o que já concluímos que era verdade.

Para que o sistema seja suficientemente rápido, considerou-se um tempo de estabelecimento 1% de 50s, o que resultou num valor próprio dominante de valor $\lambda_1 = -0.92$, $\lambda_2 = 10\lambda_1$ e $\lambda_3 = 15\lambda_1$

À semelhança do controlador por retroacção de variáveis de estado, calcularam-se os ganhos utilizando a função de *Matlab* `place()`, com argumentos A^T , C^T e o vector de valores próprios escolhidos, obtendo-se:

```
L =  
-212.9846e-003    31.0183e-003  
 27.8886e-003    60.6846e-003  
 70.5945e-003    76.6519e-003
```


4.2 Simulação em *Simulink*

Na Fig.6 apresenta-se o diagrama de blocos do observador de ordem total, no *Simulink*.

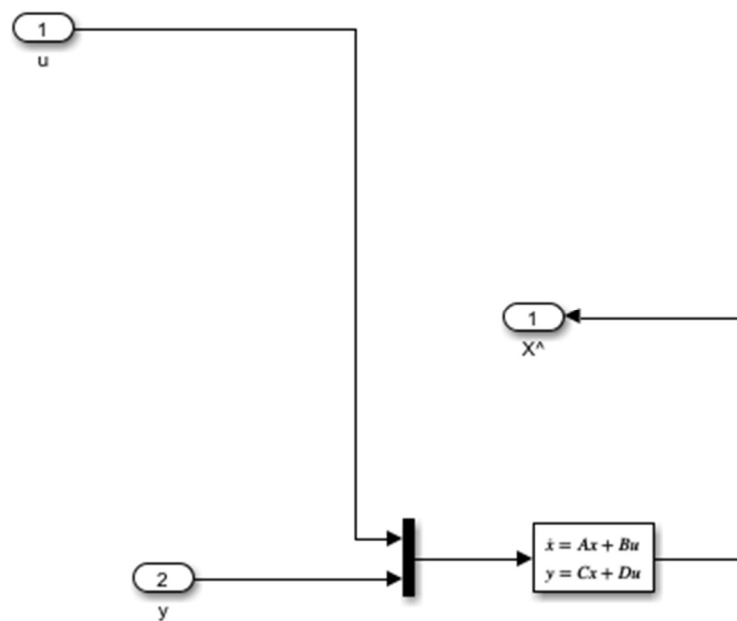


Figura 7- Observador de ordem total implementado em Simulink

No bloco de sistema, a matriz A toma o valor $(A - LC)$, a matriz B , $[B \ L]$ e como condições iniciais os valores $[0.05 \ 0.02 \ 0.01]$.

Para incorporar o observador de ordem total no anel de controle, ligaram-se os estados estimados à matriz de ganhos do controlador, representado na Fig. 5.

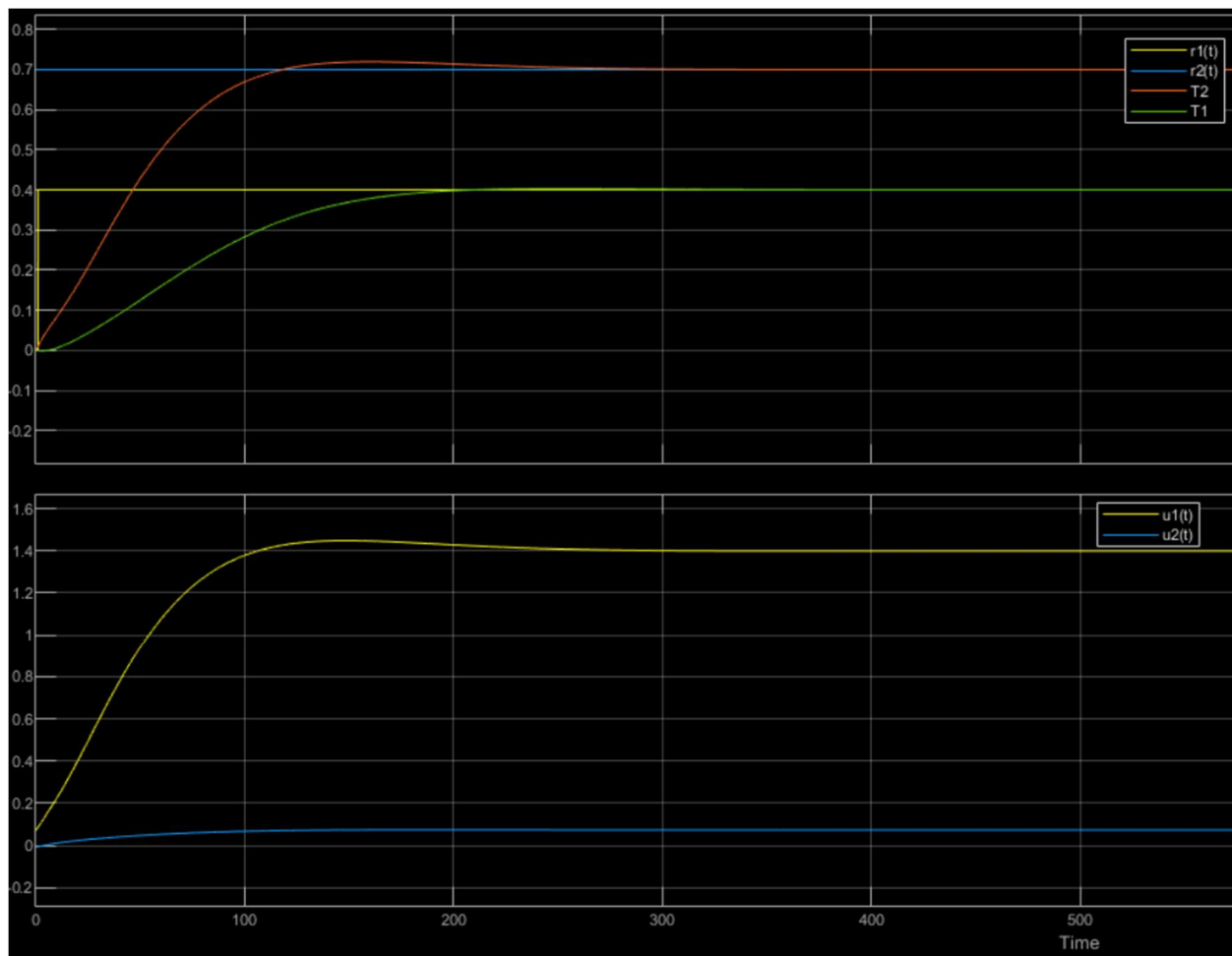


Figura 9- Representação gráfica da resposta do sistema incorporação do observador de ordem total no anel de controlo às referências $r1(t)$ e $r2(t)$

Na parte superior está representado a amarelo $r1(t)$, a azul $r2(t)$, a verde $T1(t)$, a vermelho $T2(t)$, e na parte inferior a amarelo $u1(t)$ e a azul $u2(t)$.

No sistema simulado obtiveram-se as seguintes especificações:

T1:

Overshoot: 0.69%

Settling Time: 181 s

Static Error: -0.021

T2:

Overshoot: 2.77%

Settling Time: 198 s

Static Error: -0.027

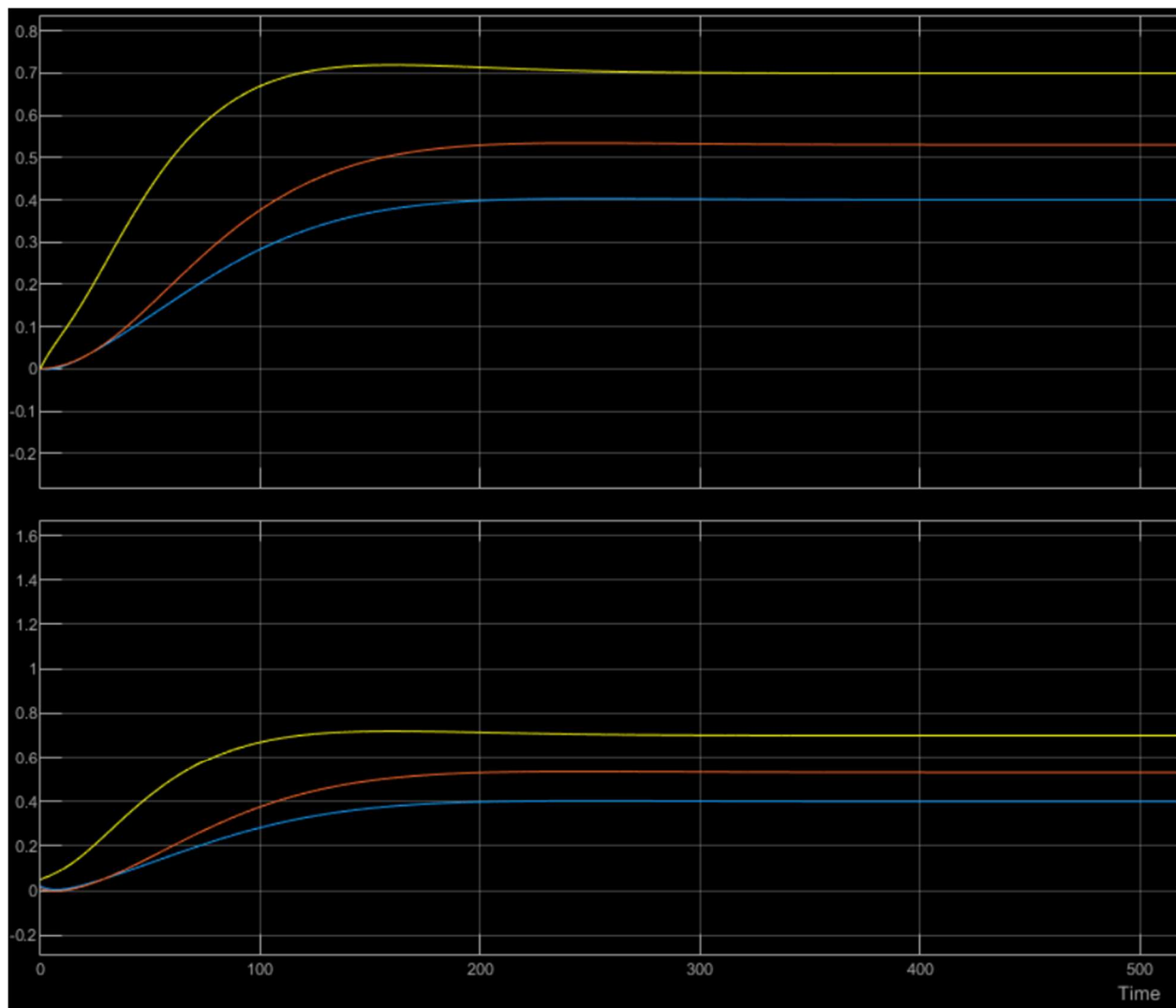


Figura 10- Representação gráfica dos estados do sistema e dos estados da saída do observador

Na parte superior do gráfico, encontram-se representados os estados do sistema. A vermelho o estado T1, a azul o estado T2 e a vermelho o estado T3. O mesmo esquema de cores representa os estados estimados pelo observador, na parte inferior.

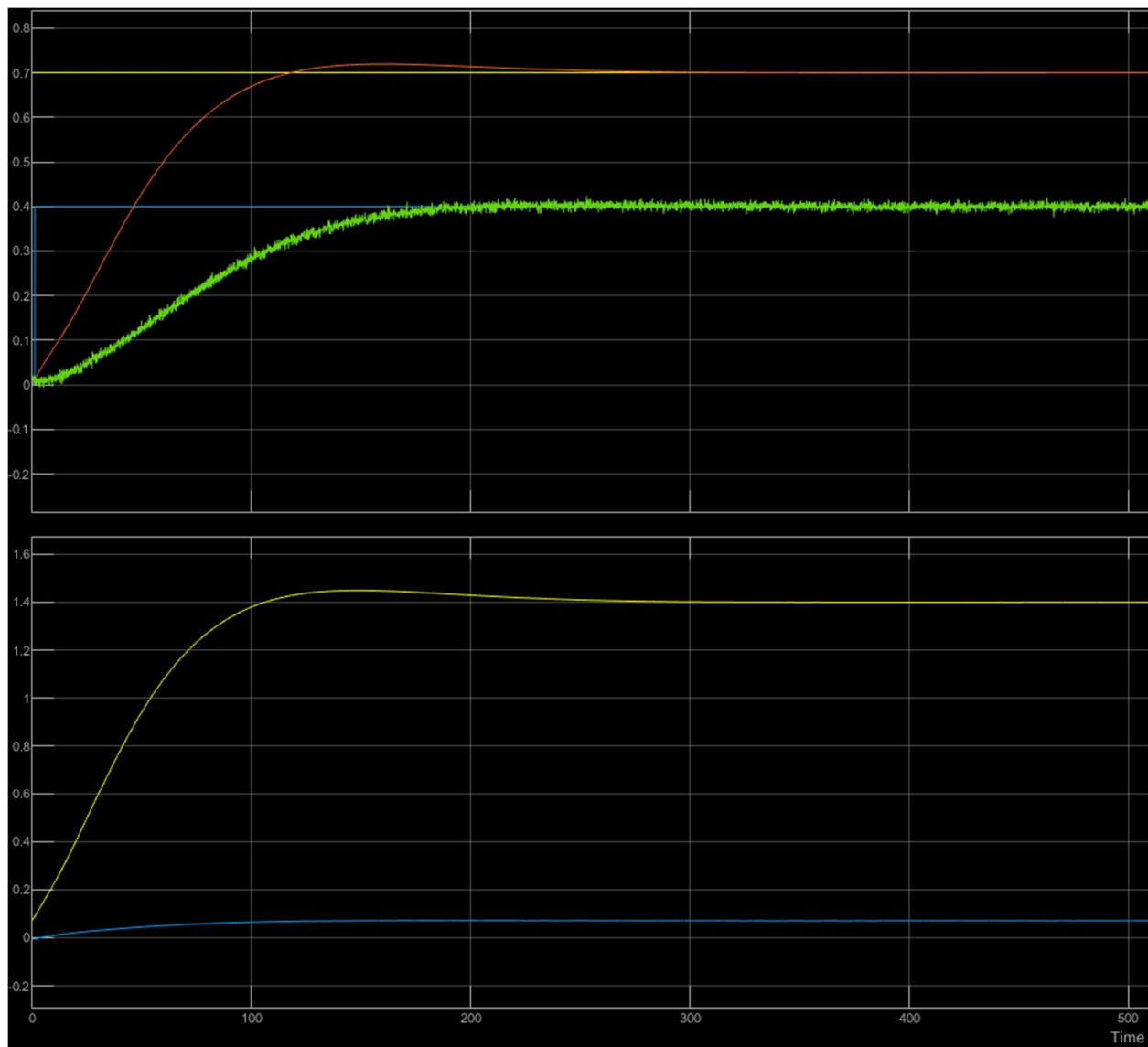


Figura 11- Representação gráfica da resposta do sistema incorporação do observador de ordem total no anel de controlo às referências $r_1(t)$ e $r_2(t)$ com ruído Gaussiano de média nula e variância 0.05.

5. Observador de ordem mínima

5.1 Dimensionamento do observador de ordem mínima

No capítulo 4 foi descrito o projecto de um observador de ordem total, que reconstrói o vector de

estado na sua totalidade, estimando todas as variáveis de estado do sistema. No entanto, na prática existe sempre um conjunto de variáveis que podem ser medidas, as quais são designadas por saídas e que podem reduzir a complexidade de um estimador de estado. Neste contexto, é preferível projectar um observador apenas para as variáveis que não são mensuráveis, designado por observador de ordem mínima.

O vector de estado pode ser decomposto em duas partes: uma referente aos estados mensuráveis $x_m \in \mathbb{R}^p$ (sendo p o número de variáveis mensuráveis) e outra correspondente aos estados não mensuráveis $x_0 \in \mathbb{R}^{n-p}$ (sendo n a ordem do sistema).

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_m(t) \\ \dot{x}_0(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1m} & A_{10} \\ A_{2m} & A_{20} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_m(t) \\ x_0(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_m \\ B_0 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} I_p & 0_{p \times (n-p)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_m(t) \\ x_0(t) \end{pmatrix}$$

Para que seja possível o projecto de controlador de ordem mínima, é necessário que o par (A_{20}, A_{10}) tem de ser observável, mas como o par (A, C) é completamente observável, (A_{20}, A_{10}) também o é.

Para implementar o observador de ordem mínima considere-se a equação:

$$\dot{\hat{x}}_0(t) = (A_{20} - L_0 A_{10}) \hat{x}_0(t) + A_{2m} y(t) + B_0 u(t) + L_0 [\dot{y}(t) - A_{1m} y(t) - B_m u(t)] \quad (10)$$

De maneira a retirar o \dot{y} da equação, recorre-se à mudança de variável $\hat{x}_0(t) = \omega(t) + L_0 y(t)$, resultando a equação:

$$\dot{\omega}(t) = (A_{20} - L_0 A_{10}) \omega(t) + [(A_{20} - L_0 A_{10}) L_0 + A_{2m} - L_0 A_{1m}] y(t) + (B_0 - L_0 B_m) u(t) \quad (11)$$

À semelhança do observador de ordem total, também se pretende que o erro da estimação de estado convirja rapidamente para zero, mas desta vez, o condicionamento da dinâmica é feita através do valor próprio associado ao estado não mensurável. Foi escolhido o valor próprio $\lambda_1 = -0.92$.

As matrizes do sistema dividido, calculadas em *Matlab*, são então:

```

A1m =
    -342.0000e-003    0.0000e+000
     0.0000e+000   -71.6000e-003
A10 =
     31.8000e-003
     31.8000e-003
A2m =
     20.4000e-003     20.4000e-003
A20 =
    -42.3000e-003
Bm =
     159.0000e-003    0.0000e+000
     0.0000e+000    159.0000e-003
B0 =
     0.0000e+000    0.0000e+000
Cm =
     1.0000e+000    0.0000e+000
     0.0000e+000    1.0000e+000
C0 =
     0.0000e+000
     0.0000e+000

```

A matriz de ganho de observação é calculada, à semelhança da do observador de ordem total, através da função de *Matlab place()*, tendo como argumento a matriz A_{20} , A_{10} e o valor próprio λ_1 , obtendo-se:

```

L_min =
    781.4465e-003    781.4465e-003

```

Substituindo todos os valores obtidos na equação (11) obtém-se: $\dot{\omega}(t) = 0.092\omega(t) + [0.215 \ 0.004]y(t) + [-0.124 \ -0.124]u(t)$

5.2 Simulação em Simulink

Na Fig.8 apresenta-se o diagrama de blocos do observador de ordem mínima, no Simulink.

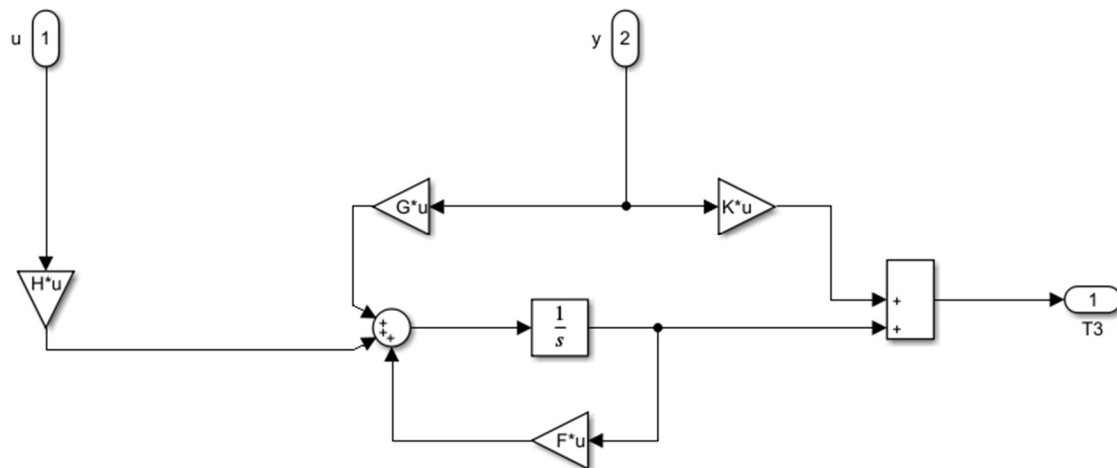


Figura 11- Diagrama de blocos do observador de ordem mínima

Sendo as matrizes F,G,H:

```

F =
    -92.0000e-003
G =
    215.7616e-003    4.4585e-003
H =
   -124.2500e-003   -124.2500e-003

```

Para incorporar o observador de ordem mínima no anel de controlo, ligou-se o estado T3 a um *multiplexer* juntamente com os estados T1 e T2 e posteriormente aplicou-se o ganho de retroacção.

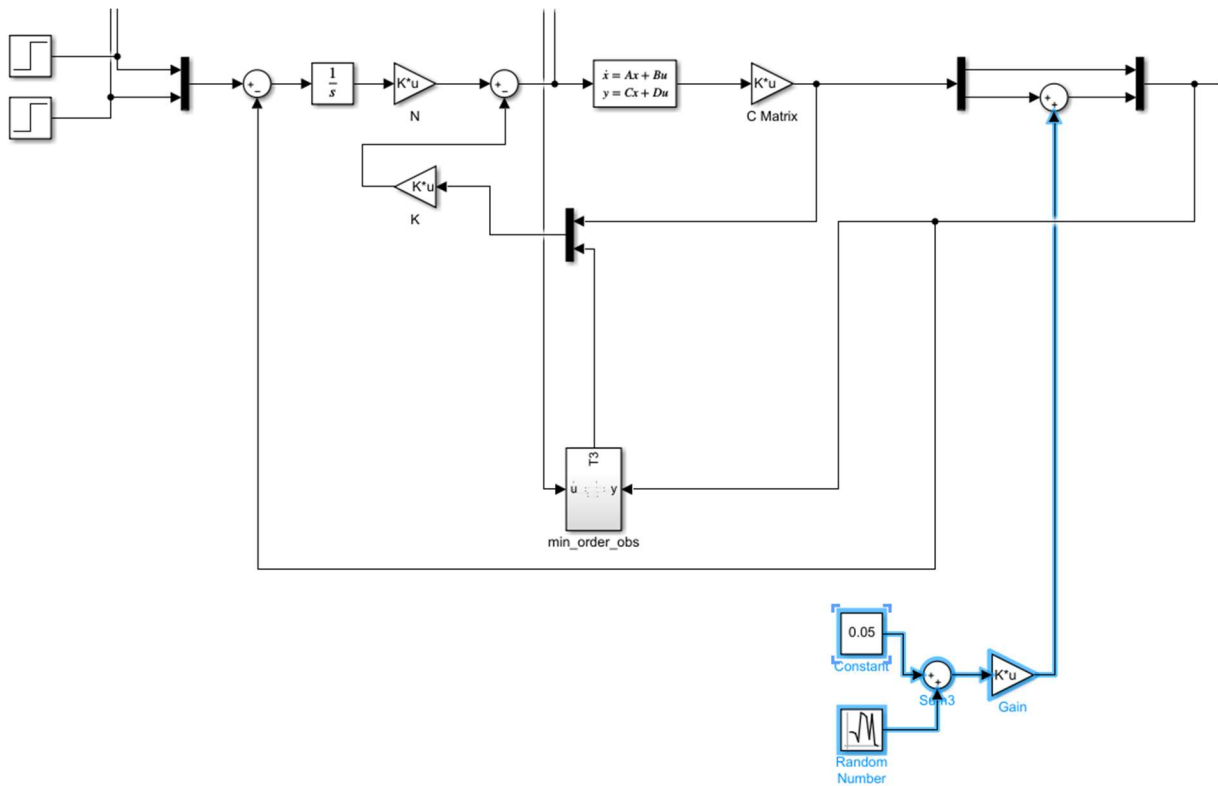


Figura 12- Diagrama de blocos do observador de ordem mínima incorporado no anel de controle

Para a simulação, foram consideradas condições iniciais nulas e usadas como referências para os níveis dos tanques 1 e 2, $r_1(t) = 0.7\varepsilon(t)$ e $r_2(t) = 0.4\varepsilon(t)$, tendo o estado T3 do observador de ordem mínima, a condição inicial 0.01.

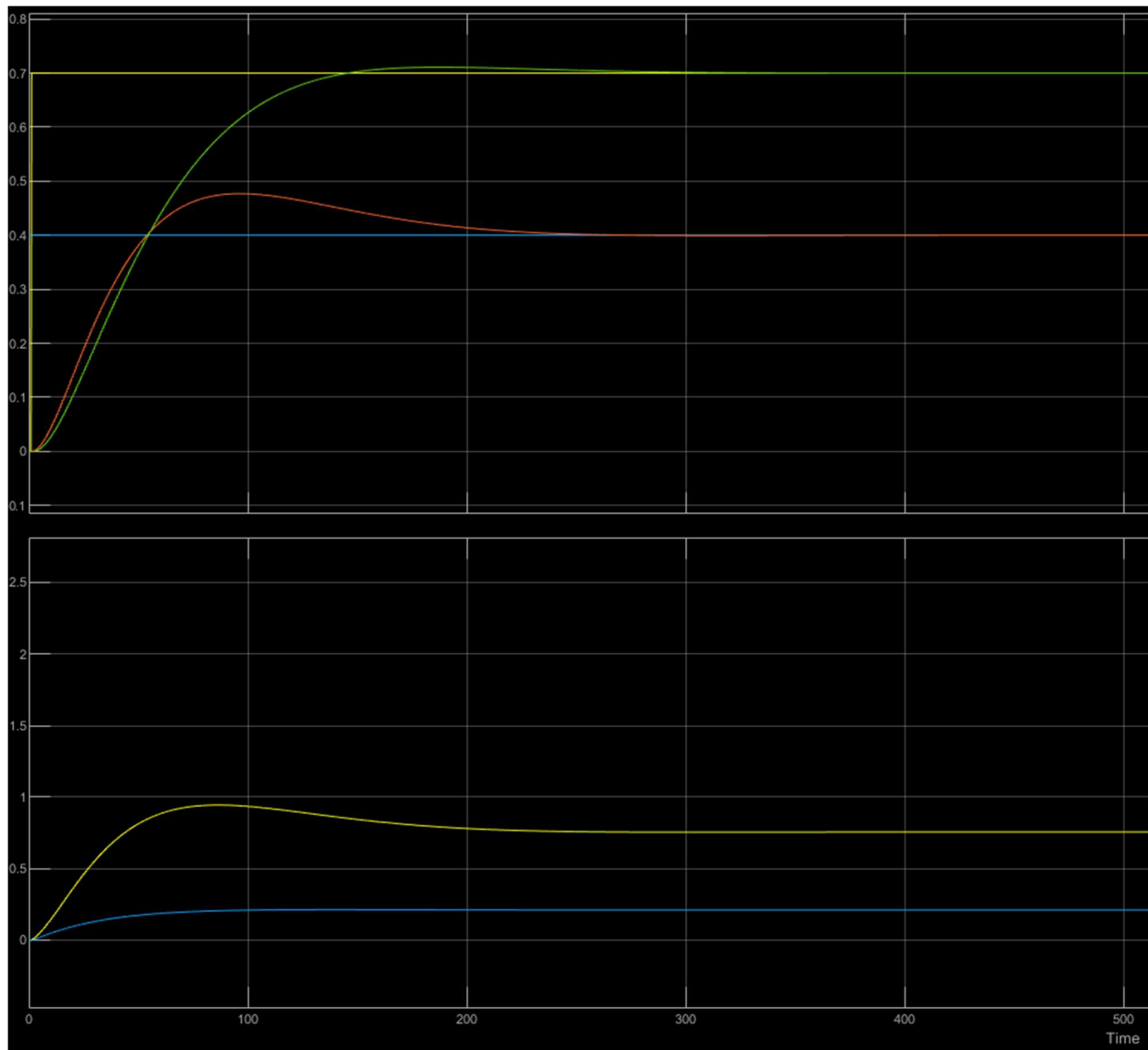


Figura 13- Representação gráfica da resposta do sistema incorporação do observador de ordem total no anel de controlo às referências $r_1(t)$ e $r_2(t)$

Na parte superior está representado a amarelo $r_1(t)$, a azul $r_2(t)$, a verde $T_1(t)$, a vermelho $T_2(t)$, e na parte inferior a amarelo $u_1(t)$ e a azul $u_2(t)$.

No sistema simulado obtiveram-se as seguintes especificações:

T1:

Overshoot: 1.2%

Settling Time: 138s

Static Error: -0.028

T2:

Overshoot: 12.6%%

Settling Time: 214 s

Static Error: -0.033

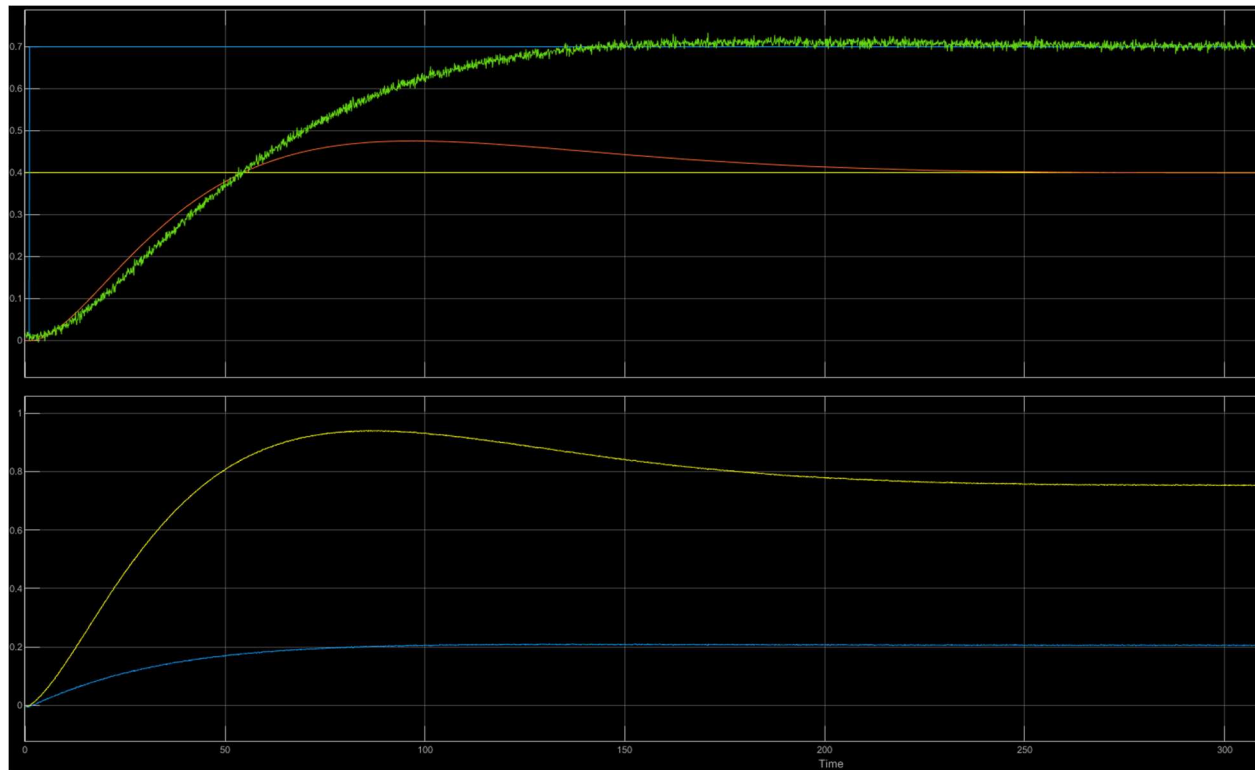


Figura 13- Representação gráfica da resposta do sistema incorporação do observador de ordem total no anel de controle às referências $r_1(t)$ e $r_2(t)$ com ruído Gaussiano de média nula e variância 0.05.

6.Resultados

Neste capítulo comparar-se-à, usando as métricas Erro Médio Quadrático e Esforço Médio de Controlo, os diferentes resultados de simulação com as 3 arquitecturas, primeiro com o sistema livre de ruído e por último, com o sistema com ruído Gaussiano com média nula e variância 0.05.

Sistema retroacção de variáveis de estado com efeito integral sem ruído:

- T1
Erro Quadrático Médio = 0.161;
Esforço médio de controlo = 0.755.
- T2
Erro Quadrático Médio = 0.03;
Esforço médio de controlo = 0.203.

Sistema retroacção de variáveis de estado com efeito integral com ruído:

- T1
Erro Quadrático Médio = 0.175;
Esforço médio de controlo = 0.755.
- T2
Erro Quadrático Médio = 0.03;
Esforço médio de controlo = 0.199.

Sistema com observador de ordem total sem ruído:

- T1
Erro Quadrático Médio = 0.014;
Esforço médio de controlo = 0.013.
- T2
Erro Quadrático Médio = 0.083;
Esforço médio de controlo = 0.710

Sistema com observador de ordem total com ruído:

- T1
Erro Quadrático Médio = 0.014;
Esforço médio de controlo = 0.014.
- T2
Erro Quadrático Médio = 0.084;
Esforço médio de controlo = 0.67

Sistema com observador de ordem mínima sem ruído:

- T1
Erro Quadrático Médio = 0.036;
Esforço médio de controlo = 0.755.
- T2
Erro Quadrático Médio = 0.017;
Esforço médio de controlo = 0.203

Sistema com observador de ordem mínima com ruído:

- T1
Erro Quadrático Médio = 0.092;
Esforço médio de controlo = 0.755.
- T2
Erro Quadrático Médio = 0.023;
Esforço médio de controlo = 0.199

7. Conclusão

O trabalho foi concluído com sucesso e o grupo considera que aprendeu a dimensionar um sistema de controlo com retroacção de variáveis de estado, a integrar no anel de controlo observadores de ordem total e mínima.

As especificações do projecto, no momento da simulação, não foram totalmente cumpridas, nomeadamente o overshoot e o Settling time, isso deve-se ao facto dos tanques interagirem entre si, o que leva a que as dinâmicas fiquem ligeiramente alteradas.

Relativamente às métricas utilizadas para comparar as 3 arquitecturas, o grupo considera que os resultados foram muito próximos uns dos outros, impossibilitando assim a tirada de conclusões acerca da melhor arquitectura a utilizar para este processo.

À semelhança do primeiro trabalho, achamos uma pena não podermos ter implementado no processo, mas devido às circunstâncias que estamos a atravessar, achamos completamente compreensível, no entanto, isso não prejudicou a aprendizagem numa forma significativa.

8.Anexo

```
close all
clear all
clc;
format shortEng
format compact
%%
%Variables
syms s t L0 lambda w u y;
A1 = 0.125; A2 = A1;
A3 = 0.196;
n13 = 4e-3;
n32 = 4e-3;
n0 = 5e-3;
n30 = 3e-4;
n10 = 3e-4;
v1 = 20e-4;
v2 = 20e-4;
%%
%State space representation System

A=[-0.342 0 0.0318; 0 -0.0716 0.0318; 0.0204 0.0204 -0.0423];
B=[0.159 0; 0 0.159; 0 0];
C = [1 0 0; 0 1 0];
D = zeros(2,2);
%%
%controlabilidade e observabilidade

[V,D2] = eig(A, 'nobalance', 'vector');
val_prop = diag(D2);
T = V;
Ad = (T^-1) * A * T;
Bd = T^-1 * B;
Cd = C * T;
% sys=ss(Ad,Bd,Cd,0);
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%CONTROLO%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A_=[A zeros(3,2); -C zeros(2,2)];
B_=[B;-D];
C_=[C zeros(2,2)];

Ts_design_set = 220;
Wn = 4.6/Ts_design_set;
%D=0.826;
%D=.5;
%D=abs(log(1/100)/(sqrt((pi^2)+log(1/100)^2)));
%lambda_1 = -D*Wn+1i*Wn*sqrt(1-D^2);
%2 2.5 4
lambda_1 = -0.0209 + j*0.0143;
lambda_2 = conj(lambda_1);
lambda_3 = 2*real(lambda_1);
lambda_4 = 2.5*real(lambda_1);
```

```

lambda_5= 4*real(lambda_1);
lambda_spec = [lambda_1 lambda_2 lambda_3 lambda_4 lambda_5]
%lambda_spec=[lambda_1 lambda_2 -.0419 -.0628 -.1047];
%lambda_spec=[lambda_1 lambda_2 -.0455 -.0690 -.1150];
K_ = place(A_,B_,lambda_spec);
K=K_(:,1:3);
N=K_(:,4:end);
CLS= A_-B_*K_;
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%OBSERVADOR%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Wn0 = 4.6/50;
lambda_spec_=[-Wn0 -1.1*Wn0 -1.2*Wn0];
%lambda_spec_=[-0.0003349 -0.000628 -0.000669];
%lambda_spec_=[8*lambda_5 15*lambda_5 16*lambda_5];
L=place(A',C',lambda_spec_);
L=L';
A_obs=A-(L*C);
B_obs=[B L];

%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%OBSERVADOR DE ORDEM MINIMA%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A1m=A(1:2,1:2)
A10=A(1:2,3)
A2m=A(3,1:2)
A20=A(3,3)
%A0=A20-L0*A10;
Bm=B(1:2,1:2)
B0=B(3,:)
Cm=C(1:2,1:2)
C0=C(:,3)
L_min=place(A20',A10',-Wn0)'
%L=2;
F=A20-L_min*A10
G=(A20-L_min*A10)*L_min + (A2m-L_min*A1m)
%G=inv(Cm) * (A2m - L*Cm*A1m + F*L*Cm)
H=B0-L_min*Bm

```