

SISTEMAS DE CONTROLO

Análise e Controlo de Sistemas Dinâmicos no Espaço de Estado

Objectivos:

- Modelação de sistemas no espaço de estado;
- Análise do comportamento dinâmico de sistemas;
- Controlo por retroacção de variáveis de estado.

Descrição do Sistema:

Considere o sistema de vasos comunicantes (Fig. 1) constituído por três reservatórios, electrobomba, válvulas de regulação de caudal e sensores de nível. Os reservatórios apresentam uma forma cilíndrica com 40 cm de diâmetro interno, no caso dos tanques 1 e 2 e 50 cm no caso do tanque 3. As electrobombas em funcionamento nominal, desprezando o efeito transitório, apresentam uma relação entre os caudais volúmicos \dot{v}_1 e \dot{v}_2 e as tensões aplicadas aos terminais das respectivas electrobombas, u_1 e u_2 , descrita por:

$$\dot{v}_1(t) = 20 \times 10^{-4} u_1(t), [\text{m}^3/\text{s}]$$

$$\dot{v}_2(t) = 20 \times 10^{-4} u_2(t), [\text{m}^3/\text{s}]$$

Os caudais volúmicos entre tanques adjacentes e os respectivos caudais volúmicos de descarga são genericamente descritos por $\dot{v}_{i,j}(t) = \eta_{i,j} (h_i(t) - h_j(t))$, $[\text{m}^3/\text{s}]$.

onde,

$$\eta_{1,3} = 4,0 \times 10^{-3}; \eta_{3,2} = 4,0 \times 10^{-3}; \eta_{0} = 5,0 \times 10^{-3}; \eta_{1,0} = \eta_{3,0} = 3,0 \times 10^{-4} [\text{m}^3/\text{m.s}] \text{ (descarga directa).}$$

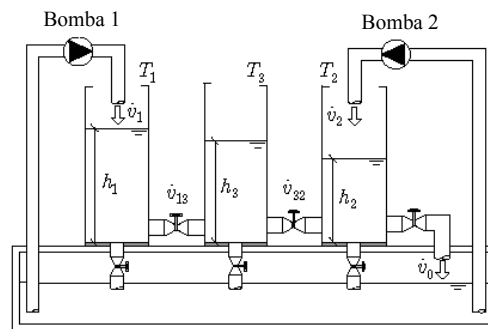


Figura 1 – Representação esquemática do sistema de três-tanques.

I. Modelação Analítica

- Obtenha a descrição da dinâmica do sistema no espaço de estado, assumindo como variáveis de estado os níveis de líquido nos 3 tanques (h_1, h_2, h_3), como entradas (u_1 e u_2) a tensão eléctrica, em Volt, aplicada a cada electrobomba e como saídas os níveis de líquido nos tanques T_1 e T_2 e o caudal volúmico de saída \dot{v}_0 .
- Determine analiticamente os valores próprios e os vectores próprios do sistema. Confirme os valores obtidos com base na função Matlab eig().
- Analise a estabilidade do sistema em anel aberto a partir dos valores próprios e confirme através da resposta impulsional do sistema.
- Calcule a matriz de transformação de semelhança que converte o sistema na forma canónica diagonal.
- Obtenha a descrição do sistema na forma canónica diagonal.

II. Análise através da Resposta Temporal

- Com base na representação do sistema na forma canónica diagonal determine a matriz de transição de estado $\phi(t)$. Confirme o resultado recorrendo ao método baseado na transformada de Laplace.
- A partir da representação na forma canónica diagonal, escreva a expressão geral da solução da equação de estado do sistema não forçado. Calcule analiticamente a expressão geral da resposta do sistema para uma excitação nula, considerando, no instante inicial, o sistema em (h_{10}, h_{20}, h_{30}) m.
- Assumindo condições iniciais nulas e recorrendo às funções Matlab `impz()` e `step()`, obtenha a resposta do sistema a um impulso unitário e a um degrau unitário, respectivamente.
- Assuma o estado inicial em (0,5; 0,5; 0,5) m, as electrobombas em repouso e um horizonte temporal de simulação adequado, de forma que o vector de estado convirja para a origem. Utilizando a função Matlab `lsim()` obtenha a evolução do vector de estado e represente-a nos 3 planos de fase. Interprete os gráficos obtidos com base nos vectores próprios do sistema.

III. Projecto de um Controlador por Retroacção de Estado

Pretende-se projectar um controlador tal que o sistema em anel fechado verifique as seguintes condições base de dimensionamento, encontrando-se a electrobomba 2 desactivada:

- Variável controlada correspondente ao nível no tanque 2;
- erro estático nulo na resposta ao degrau;
- tempo de estabelecimento a 5% inferior a 60% do tempo de estabelecimento dominante do sistema em anel aberto;
- sobreelevação nula.
- Implemente em Simulink o diagrama de simulação do sistema. Para o efeito, execute na linha de comando do Matlab o comando `simulink`. Forneça ao espaço de trabalho as variáveis tempo (t), entrada (u) e saída (y).
- Implemente um controlador por retroacção de variáveis de estado com ganho adicional (N) que assegure o cumprimento das especificações de projecto. Incorpore o controlador no modelo em Simulink e simule a resposta do sistema em anel fechado, considerando como referência um degrau de amplitude 0,8 m. Comente a resposta obtida.
- Projecte, em alternativa, um controlador por retroacção de variáveis de estado com efeito integral que cumpra igualmente as especificações de projecto. Proceda à simulação do sistema em anel fechado adoptando como referência o mesmo sinal. Compare os resultados obtidos com ambos os controladores. Use como métricas o integral do erro quadrático de controlo (IEQ) e o integral do quadrado da acção de controlo (IUQ), dadas por:

$$IEQ = \int_0^T (e(t))^2 dt$$

$$IUQ = \int_0^T (u(t))^2 dt$$

- Na presença de perturbações sobre o sistema, qual das arquitecturas apresentaria melhor desempenho? Justifique e mostre por simulação os benefícios da escolha efectuada, assumindo uma perturbação sobre a entrada, caracterizada por uma constante multiplicativa 0,8 sobre a matriz de entrada. Fundamente a sua resposta com base na métrica IEQ.