

ÁLGEBRA

1. Calcule la variación de
- x
- en

$$5 \leq \frac{3x+2}{x-3} \leq 8$$

Dé como respuesta la suma de sus valores enteros.

- A) 34 B) 28
C) 29 D) 21

Resolución:

Resolviendo por partes

$$\text{Rest } 3 \Rightarrow 2 \leq \frac{11}{x-3} \leq 5$$

$$\text{Inv} \Rightarrow \frac{1}{5} \leq \frac{x-3}{11} \leq \frac{1}{2}$$

$$\times 11 \Rightarrow \frac{11}{5} \leq x-3 \leq \frac{11}{2}$$

$$+3 \Rightarrow \frac{26}{5} \leq x \leq \frac{17}{2} \Rightarrow 5,2 \leq x \leq 8,5$$

Suma de enteros: $6+7+8=21$.

Rpta: 21

2. Sabiendo que $(3x-2) \in [1; 6]$. Calcule la suma de los enteros del intervalo al que pertenece la expresión $\frac{2x+3}{5}$.

- A) 6 B) 5
C) 9 D) 1

Resolución:

Si

$$1 \leq 3x-2 \leq 6$$

$$\text{aumenta } 2: \quad 3 \leq 3x \leq 8$$

$$\div 3 \Rightarrow \quad 1 \leq x \leq \frac{8}{3}$$

$$\text{Mult. por } 2 \quad 2 \leq 2x \leq \frac{16}{3}$$

$$\text{Aument. } 3 \quad 5 \leq 2x+3 \leq \frac{25}{3}$$

$$\text{div. } \div 5 \Rightarrow 1 \leq \frac{2x+3}{5} \leq \frac{5}{3}$$

$$\text{Int. es } \left[1; \frac{5}{3} \right] \Rightarrow \text{suma de enteros: } 1$$

Rpta: 1

3. Halle los valores de m de tal manera que la inecuación: $x^2 - mx + 4 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$

- A) $\langle -2; 2 \rangle$ B) $\langle -\infty; -4 \rangle$
C) $\langle 4; \infty \rangle$ D) $\langle -4; 4 \rangle$

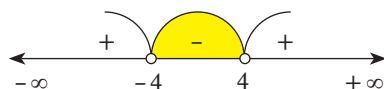
Resolución:

$$\text{Se cumple: } \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

$$(-m)^2 - 4(1)(4) < 0$$

$$m^2 - 16 < 0$$

$$(m-4)(m+4) < 0$$



$$m \in \langle -4; 4 \rangle$$

Rpta: $\langle -4; 4 \rangle$

4. Un club deportivo cobra a sus socios 120 soles mensuales, el cual permite disfrutar de sus instalaciones y de su piscinas a un sol la hora, una persona que no es socio tiene que pagar 13 soles por la hora de piscina. ¿Cuál es el mínimo de horas que un socio debe usar la piscina de tal modo que sea conveniente ser socio del club?

Considerar las horas como valores enteros.

- A) 9 B) 11
C) 13 D) 15

Resolución:

Sea x : horas de piscina

luego los costos deben ser

$$120 + 1x < 13x$$

$$120 < 12x$$

$$10 < x \Rightarrow x = \{11; 12; 13 \dots\}$$

x mínimo = 11

Rpta: 11

5. Miguel tiene un terreno rectangular de que no excede los 180 m^2 , si el largo mide 3 metros más que el ancho ¿Cuántos metros tendrá el perímetro del terreno si es lo máximo posible?

- A) 54 B) 50
C) 48 D) 45

Resolución:

Sea x : el ancho del terreno ($x > 0$) ... (I)

$x+3$: el largo

$$\text{Área del terreno} \leq 180$$

$$x(x+3) \leq 180$$

$$x^2 + 3x - 180 \leq 0$$

$$(x+15)(x-12) \leq 0$$

$$x \in [-15; 12] \dots \text{(II)}$$

De (I) y (II) $x \in \langle 0; 12 \rangle$

x máximo = 12

$$\text{Perímetro} = 2(x+x+3)$$

$$\text{Perímetro} = 2(27) = 54 \text{ metros}$$

Rpta: 54

6. Resolver la inecuación

$$\frac{(x+3)^{13}(x+1)^{20}}{(x-1)^5(x-2)^{12}} \leq 0$$

$$\text{su CS} = [a; b).$$

Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda

I. $ab = -3$ ()

II. $5 \in [a; b)$ ()

III. $[a; b) \cap [-1; 3] = [-1; 1)$ ()

A) VFF B) VVF

C) VVV D) FFV

Resolución:

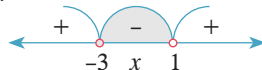
Decartando las potencias pares

$$\frac{(x+3)^{13}(x+1)^{20}}{(x-1)^5(x-2)^{12}} \leq 0$$

$\neq 0 \quad \neq 0$

$$x \neq 1; x \neq 2$$

Luego:



$$\text{CS} = [-3; 1) = [a; b)$$

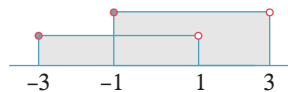
$$\rightarrow a = -3; b = 1$$

Luego:

I. $ab = (-3)(1) = -3$ (V)

II. Se observa $5 \notin [-3; 1)$ (F)

III. $[-3; 1) \cap [-1; 3] = [-1; 1)$ (V)



Rpta: VFV

7. Resolver:

$$(x-1)^{10}(x-5)^7(x+3)^{13} < 0$$

A) $\langle -3; 5)$

B) $\langle -\infty; -3) \cup \langle 1; 5)$

C) $\langle -3; 1) \cup \langle 5; \infty)$

D) $\langle -\infty; -3) \cup \langle 5; \infty)$

Resolución:

Descartamos la potencia par y la llevamos a su forma equivalente:

$$(x-5)(x+3) < 0$$

Hallamos los puntos críticos:

$$x-5=0 \rightarrow x=5$$

$$x+3=0 \rightarrow x=-3$$



$$\therefore \text{CS} = \langle -3; 5 \rangle$$

Rpta: $\langle -3; 5 \rangle$

8. Resolver:

$$x < \frac{25}{x}$$

A) $\langle -5; 5 \rangle$

B) $\langle -5; 0 \rangle \cup \langle 5; \infty \rangle$

C) $\langle -\infty; -5 \rangle \cup \langle 0; 5 \rangle$

D) $\langle -5; 5 \rangle - \{0\}$

Resolución:

Transponiendo

$$x - \frac{25}{x} < 0$$

$$\frac{x^2 - 25}{x} < 0$$

$$\frac{(x+5)(x-5)}{x} < 0$$

Puntos críticos: $x = -5$; $x = 0$; $x = 5$



$$\therefore \text{CS} = \langle -\infty; -5 \rangle \cup \langle 0; 5 \rangle$$

Rpta: $\langle -\infty; -5 \rangle \cup \langle 0; 5 \rangle$

9. Andrea acaba de postular UNI, para felicidad de ella logro ingresar a la universidad ocupando el lugar k en el examen de admisión. Si k es el mayor entero del conjunto solución de la inecuación

$$x(4-x^2) > (2-x)^3$$

¿Qué puesto ocupa Andrea?

A) Primero

B) Tercero

C) Quinto

D) Décimo

Resolución:

$$4x - x^3 > 8 - 12x + 6x^2 - x^3$$

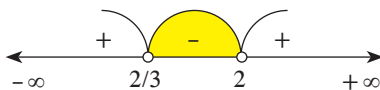
$$0 > 6x^2 - 16x + 8$$

$$0 > 3x^2 - 8x + 4$$

$$0 > (3x-2)(x-2)$$

Hallamos puntos críticos:

$$x = 2/3; x = 2$$



$$\therefore \text{CS} = \langle 2/3; 2 \rangle \quad x \rightarrow (\text{entero}) = 1$$

Entonces $k = 1$

Rpta: Primero

10. La propina en soles que recibe Carlos por parte de su abuelo esta dado por el mayor valor entero en el conjunto solución al resolver la inecuación:

$$\frac{x^2 - 8x - 9}{x^2 - 8x + 15} \leq 0$$

¿Cuál es la propina de Carlos?

A) S/5

B) S/9

C) S/1

D) S/2

Resolución:

Factorizando los polinomios:

$$\frac{(x-9)(x+1)}{(x-5)(x-3)} \leq 0; \quad \begin{matrix} x \neq 5 \\ x \neq 3 \end{matrix}$$

Resolviendo por los puntos críticos:



$$CS = [-1; 3] \cup [5; 9]$$

Mayor solución entero = 9

Luego la propina de Carlos es S/9

Rpta: S/9

11. Resuelva la ecuación

$$||x - 3| - 5| = 7$$

Dar como respuesta la mayor solución.

- A) 7 B) 8
C) 9 D) 15

Resolución:

Si $|a| = b \ (b > 0) \Rightarrow a = b \vee a = -b$

De la ecuación

$$|x - 3| - 5 = 7 \vee |x - 3| - 5 = -7$$

$$|x - 3| = 12 \vee |x - 3| = -2 \text{ (Absurdo)}$$

$$x - 3 = 12 \vee x - 3 = -12$$

$$x = 15 \vee x = -9$$

La mayor solución es 15.

Rpta: 15

12. Resuelva:

$$|x + 5|^2 - |x + 5| \leq 30$$

- A) $[-11; 3]$ B) $\langle -2; 1 \rangle$
C) $\langle 1; 11 \rangle$ D) $[-11; 1]$

Resolución:

Formando el trinomio para factorizar (aspa simple)

$$|x + 5|^2 - |x + 5| - 30 \leq 0$$

$$\begin{array}{l} |x + 5| \begin{array}{l} \nearrow -6 \\ \searrow +5 \end{array} \end{array}$$

$$\underbrace{(|x + 5| - 6)}_{(-)} \underbrace{(|x + 5| + 5)}_{(+)} \leq 0$$

$$\therefore \text{ se tiene: } |x + 5| - 6 \leq 0$$

$$|x + 5| \leq 6 \rightarrow -6 \leq x + 5 \leq 6$$

$$-5: -11 \leq x \leq 1$$

$$x \in [-11; 1]$$

Rpta: $[-11; 1]$

13. Sea $[a; b]$ el conjunto solución de

$$|4x - 3| \leq |2x + 1|$$

Escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a. $3a + b = 10$ ()

b. $1 \in [a; b]$ ()

c. $[a; b] \cap [1; 5] = [1; 2]$ ()

- A) VFF B) FVV
C) VVV D) FFV

Resolución:

Elevando al cuadrado:

$$|4x - 3|^2 \leq |2x + 1|^2$$

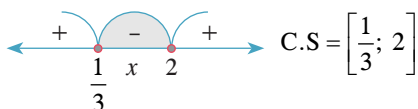
$$(4x - 3)^2 \leq (2x + 1)^2 \text{ (Por propiedad)}$$

$$(4x - 3)^2 - (2x + 1)^2 \leq 0$$

$$(4x - 3 + 2x + 1)(4x - 3 - 2x - 1) \leq 0$$

$$2(3x - 1)(2)(x - 2) \leq 0$$

$$\underbrace{4(3x - 1)(x - 2)}_{(-)} \leq 0$$



$$\rightarrow a = \frac{1}{3}$$

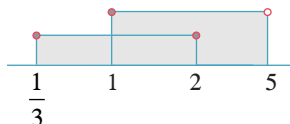
$$\rightarrow b = 2$$

Luego:

a. $3a + b = 3\left(\frac{1}{3}\right) + 2 = 3$ (F)

b. $1 \in \left[\frac{1}{3}; 2\right]$ (V)

c. $\left[\frac{1}{3}; 2\right] \cap [1; 5) = [1; 2]$ (V)



Rpta: FVV

14. El número de veces que Jaimito postuló a la Universidad mayor de San Marcos coincide con el menor valor entero positivo que pertenece al conjunto solución de la siguiente inequación:

$$|2x - 7| > 3$$

¿Cuántas veces postuló Jaimito?

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

Resolución:

$$|2x - 7| > 3$$

$$2x - 7 > 3 \vee 2x - 7 < -3$$

$$2x > 10 \quad 2x < 4$$

$$x > 5 \quad x < 2$$

$$\rightarrow CS = \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 5; \infty \rangle$$

Notamos que el menor valor entero positivo es 1.

\therefore Jaimito postuló una sola vez

Rpta: 1

15. Ricardo acaba de publicar un video en TIK TOK, el número de visualizaciones que ha obtenido a la semana de ser publicado es igual a $100M$, siendo M la suma de números del conjunto solución de la ecuación: $|x^2 - 9| = x + 3$
¿Cuántas visualizaciones obtuvo el video de Ricardo en la primera semana de ser publicado?

- A) 200 B) 300
C) 150 D) 600

Resolución:

Se tiene:

i) $x + 3 \geq 0$

$$x \geq -3$$

ii) $x^2 - 9 = x + 3 \vee x^2 - 9 = -x - 3$

$$x^2 - x - 12 = 0 \vee x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0 \vee (x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 4 \quad x = -3$$

$$x = -3 \quad x = 2$$

$$\therefore CS = \{-3; 2; 4\}$$

$$M = -3 + 2 + 4$$

$$M = 3$$

$$\text{Numero de visualizaciones } 100M = 300$$

Rpta: 300