

ÁLGEBRA

1. Sobre los productos notables, escriba verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$ ()
 ➤ $(x+5)^2 - (x-5)^2 = 20x$ ()
 ➤ $(x+3)^2 + (x-3)^2 = 2x^2 - 18$ ()

- A) FVF B) VVF
 C) FFF D) VFV

Resolución:

- $(x+4)^2 = x^2 + 2(x)(4) + 4^2$ (V)
 $= x^2 + 8x + 16$
 ➤ $(x+5)^2 - (x-5)^2 = 4(x)(5)$ (V)
 $= 20x$
 ➤ $(x+3)^2 + (x-3)^2 = 2(x^2 + 3^2)$ (F)
 $= 2x^2 + 18$

Rpta.: VVF

2. Efectuemos

$$Q = (3x+2)^2 + (2x-3)^2 - 13x^2$$

- A) 24x B) 18
 C) 12x D) 13

Resolución:

Efectuemos los binomios al cuadrado

$$(a \pm b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$$

$$Q = 9x^2 + 12x + 4 + 4x^2 - 12x + 9 - 13x^2$$

Simplificando

$$Q = 13x^2 + 13 - 13x^2$$

$$\therefore Q = 13$$

Rpta.: 13

3. Efectúe

$$P = \frac{(6\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (6\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}{2}$$

- A) 110 B) 56
 C) 95 D) 48

Resolución:

Por Identidad de Legendre

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 \equiv 2[a^2 + b^2]$$

En P:

$$P = \frac{2[(6\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2]}{2}$$

$$P = [36 \times 3 + 2]$$

$$\therefore P = 110$$

Rpta.: 110

4. Si

$$m+n = 7$$

$$m \cdot n = 2$$

$$\text{Calcule } T = \frac{\sqrt{m^2 + n^2 - 29}}{2}$$

- A) 2 B) 8
 C) 4 D) 5

El resultado nos indicará la cantidad de medallas de oro obtenidas en el año 2022 por Kimberly García. Indique el número de medallas de oro.

Resolución:

Elevando la primera condición

$$(m+n)^2 = (7)^2$$

$$m^2 + 2mn + n^2 = 49$$

$$m^2 + 2(2) + n^2 = 49$$

$$m^2 + n^2 = 49 - 4$$

$$m^2 + n^2 = 45$$

Reemplazando en T

$$T = \frac{\sqrt{45 - 29}}{2}$$

$$T = \frac{\sqrt{16}}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Rpta.: 2

5. Martha quiere saber cuántos cupcake debe preparar para el cumpleaños de Martín. Cuya cantidad está dado por el valor de R.

$$R = (x+3)(x-3) - (x+8)(x-8)$$

¿Cuántos cupcake preparará?

- A) 55 B) 45
C) 39 D) 63

Resolución:

Por diferencia de cuadrados

$$R = x^2 - 3^2 - (x^2 - 8^2)$$

$$R = x^2 - 9 - x^2 + 64$$

$$R = 55$$

∴ 55 cupcake

Rpta.: 55

6. Reduzca

$$M = (3m-2)^3 + 54m^2 - 36m + 8$$

- A) $12m^3$ B) $18m^3$
C) $9m^3$ D) $27m^3$

Resolución:

Desarrollando el binomio al cubo

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$M = (3m)^3 - 3(3m)^2(2) + 3(3m)(2)^2 - 2^3 + 54m^2 - 36m + 8$$

$$M = 27m^3 - 54m^2 + 36m - 8 + 54m^2 - 36m + 8$$

$$\therefore M = 27m^3$$

Rpta.: $27m^3$

7. Luego de efectuar

$$P = \sqrt[3]{(\sqrt{17} + \sqrt{6})(\sqrt{17} - \sqrt{6}) + (\sqrt{15} - \sqrt{5})(\sqrt{15} + \sqrt{5})} + 6$$

se obtiene

- A) 2 B) -2
C) 3 D) -3

Resolución:

$$\text{Si: } (a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2$$

Por dif. de cuadrados

$$P = \sqrt[3]{\sqrt{17}^2 - \sqrt{6}^2 + \sqrt{15}^2 - \sqrt{5}^2} + 6$$

$$P = \sqrt[3]{17 - 6 + 15 - 5} + 6$$

$$P = \sqrt[3]{11 + 10 + 6} \quad P = \sqrt[3]{27}$$

$$\therefore P = 3$$

Rpta.: 3

8. Simplifique

$$P = \sqrt{(x+2)^3 - (x-2)^3} - 3(4x^2 - 3)$$

- A) $2x$ B) $3x$
C) 4 D) 5

Resolución:

Recordemos:

$$(a+b)^3 \equiv a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 \equiv a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

En E se tiene

$$E = \sqrt{x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8)} - 12x^2 + 9$$

$$E = \sqrt{x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8} - 12x^2 + 9$$

Simplificamos

$$E = \sqrt{16+9} \Rightarrow E = \sqrt{25} = 5$$

Rpta.: 5

9. Fátima decide ir de compras y realiza la adquisición de una tablet cuyo costo es de 40 J soles. Si se tiene que $x+x^{-1}=7$, entonces el valor de $J = \sqrt[3]{x^2+x^{-2}+17}$. Qué cantidad gastó Fátima en la compra?

- A) S/120 B) S/160
C) S/200 D) S/240

Resolución:

Elevando la condición al cuadrado

$$(x+x^{-1})^2 = 7^2$$

$$x^2 + 2x \cdot x^{-1} + x^{-2} = 49$$

$$x^0 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2 + x^{-2} = 49$$

$$x^2 + x^{-2} = 47$$

Reemplazo en:

$$J = \sqrt[3]{47+17}$$

$$J = \sqrt[3]{64}$$

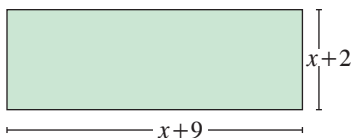
$$J = 4$$

Piden:

$$40J = 40(4) = 160$$

Rpta.: S/160

10. El término independiente del desarrollo del área como se muestra en la figura.



Representa la edad de Julio hace 9 años
¿qué edad tiene actualmente?

A) 19 años

B) 25 años

C) 31 años

D) 27 años

Resolución:

$$A_{\square} = b \times h$$

$$A_{\square} = (x+9)(x+2)$$

$$A_{\square} = x^2 + 11x + 18$$

Término independiente = 18

→ hace 9 años tenía 18

∴ Actualmente tiene $18+9=27$ años

Rpta.: 27 años

11. Siendo $x^2+6x = -3$, halle el valor de

$$R = (x+4)(x+2) + (x+7)(x-1)$$

A) -10

B) -5

C) -9

D) -7

Resolución:

Por Identidad de Steven

$$(x+a)(x+b) \equiv x^2 + (a+b)x + ab$$

En R se tiene

$$R = x^2 + 6x + 8 + x^2 + 6x - 7$$

Reemplaza el valor de la condición

$$R = -3 + 8 + (-3) - 7$$

$$R = 5 - 3 - 7 = -5$$

Rpta.: -5

12. Efectúe

$$E = (m - 4)^2 - (m + 5)(m + 3)$$

- A) $5m - 2$ B) $3m$
C) 1 D) $-16m + 1$

Resolución:

Desarrollando los Productos Notables

$$E = m^2 - 2(m)(4) + 4^2 - (m^2 + 8m + 15)$$

$$E = m^2 - 8m + 16 - m^2 - 8m - 15$$

Simplificando:

$$\therefore E = -16m + 1$$

Rpta.: $-16m + 1$

13. Sea $a + b = 4$; $ab = 2$, determine $a^3 + b^3$.

- A) 60 B) 70
C) 40 D) 30

Resolución:

Elevando la 1.^{ra} condición al cubo (por Cauchy)

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(4)^3 = a^3 + b^3 + 3(2)(4)$$

$$64 = a^3 + b^3 + 3(2)(4)$$

$$\therefore 40 = a^3 + b^3$$

Rpta.: 40

14. Al reducir

$$R = \frac{7(x+y)^3}{x^3+y^3+3xy(x+y)} - 5$$

Obtendremos la cantidad de goles anotados por Arturo en el campeonato interdistrital. Si Armando anotó 1 gol más que Arturo. ¿Cuántos goles anotó?

- A) 5 B) 1
C) 7 D) 3

Resolución:

Se sabe que por Cauchy

$$(x+y)^3 \equiv x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$$

$$R = \frac{7(x+y)^3}{(x+y)^3} - 5$$

$$R = 7 - 5$$

$$R = 2$$

Por lo tanto:

Número de goles de Arturo: 2

Número de goles de Armando: $2 + 1 = 3$

Rpta.: 3

15. Los esposos Marianela y Edgar forman una familia con sus T hijos, donde T se halla al simplificar la expresión

$$T = \sqrt[5]{(x+2)(x-2)(x^2+4) - (x^4-48)}$$

¿Cuántos integrantes tiene la familia?

- A) 4 B) 3
C) 5 D) 6

Resolución:

En T se tiene

$$T = \sqrt[5]{\underbrace{(x+2)(x-2)(x^2+4)}_{(x^2-4)(x^2+4)} - (x^4-48)}$$

$$x^4 - 16$$

En T:

$$T = \sqrt[5]{x^4 - 16 - x^4 + 48} = \sqrt[5]{32}$$

$T = 2$

La familia está integrada por los esposos y sus 2 hijos $\Rightarrow 4$

Rpta.: 4