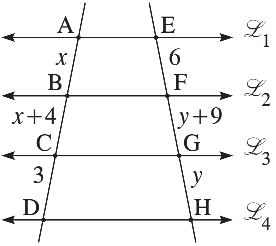
GEOMETRÍA

1. Del gráfico mostrado halle el valor de x, si $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_2} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_3} // \overleftrightarrow{\mathscr{L}_4}$.

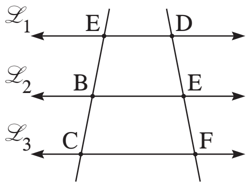


A) 4 B) 5
C) 9 D) 2

Resolución:

Recuerda

Teorema de Thales



$\mathscr{L}_1 // \mathscr{L}_2 // \mathscr{L}_3$

$$\boxed{\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}}$$

Aplicando el teorema de Thales

➤ $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{EF}{FG} \Rightarrow \dfrac{x}{x+4}=\dfrac{6}{y+9}$

$$\frac{y+9}{x+4}=\frac{6}{x} \ \ldots(1)$$

➤ $\dfrac{BC}{CD}=\dfrac{FG}{GH} \Rightarrow \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+9}{y}$

$$\frac{y}{3}=\frac{y+9}{x+4} \ \ldots(2)$$

➤ $\dfrac{y}{3}=\dfrac{6}{x} \ \ldots(3)$

Igualando (3) y (1)

$$\frac{y+9}{x+4}=\frac{y}{3} \Rightarrow 3y+27=\underbrace{xy}+4y$$

$$3y+27=18+4y$$

$$9=y$$

Reemplazando y en (3)

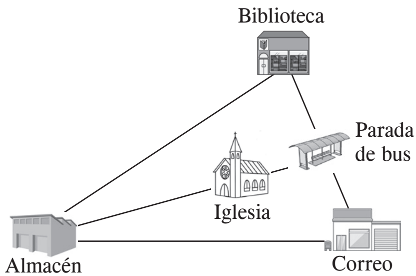
$$\frac{9}{3}=\frac{6}{x} \Rightarrow 9x=(3)(6)$$

$$9x=18$$

$$x=2$$

Rpta.: 2

2. En el mapa la ubicación de la iglesia representa al incentro del triángulo en cuyos vértices se ubican el almacén, la biblioteca y el correo, cuyo perímetro es de 25 km, la distancia del almacén a la parada de bus es de 10 km y la distancia del correo a la biblioteca es de 5 km. ¿Cuál es la distancia de separación entre la iglesia y el almacén?

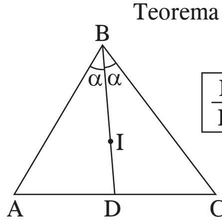


A) 6 km B) 8 km
C) 16 km D) 9 km

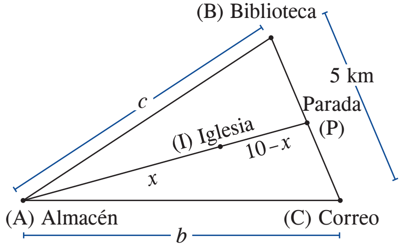
Resolución:

Recuerda

Teorema del incentro



$$\boxed{\frac{BI}{ID}=\frac{AB+BC}{AC}}$$



- El perímetro del triángulo formado es 25 km.

$$b+c=20\text{ km}$$

Como la ubicación de la iglesia representa al incentro

$$\frac{AI}{IP}=\frac{AB+AC}{BC}$$

$$\frac{x}{10-x}=\frac{b+c}{5}=\frac{20}{5}$$

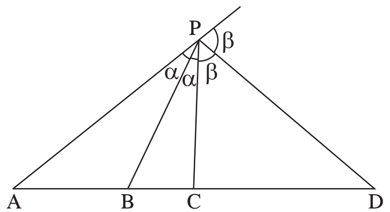
$$\frac{x}{10-x}=4 \rightarrow x=40-4x$$

$$5x=40$$

$$x=8\text{ km}$$

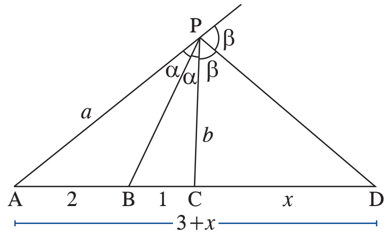
Rpta.: 8 km

3. En el triángulo APC, PD es bisectriz exterior y PB es bisectriz interior del triángulo APC, si AB=2 cm y BC=1 cm. Halle la medida de CD.



A) 3 cm B) 4 cm
C) 5 cm D) 8 cm

Resolución:



- $\triangle$APC: Teorema de la bisectriz interior

$$\frac{AP}{AB}=\frac{PC}{BC} \rightarrow \frac{a}{2}=\frac{b}{1} \rightarrow \frac{a}{b}=\frac{2}{1} \quad ...(1)$$

- $\triangle$APC: Teorema de la bisectriz exterior

$$\frac{AP}{PC}=\frac{AD}{CD} \rightarrow \frac{a}{b}=\frac{3+x}{x} \quad ...(2)$$

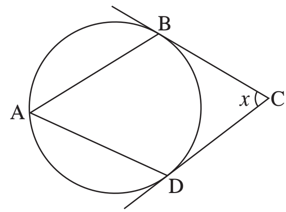
Igualando (1)=(2)

$$\frac{2}{1}=\frac{3+x}{x} \rightarrow 2x=3+x$$

$$x=3\text{ cm}$$

Rpta.: 3 cm

4. Halle el valor de x, si B y D son puntos de tangencia y ABCD es un rombo.



A) 45° B) 50°
C) 60° D) 65°

Resolución:

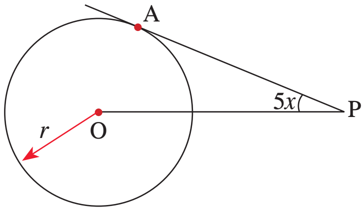
- $m\measuredangle C=m\measuredangle A=x$
- Por ángulo inscrito: $m\overset{\frown}{BD}=2x$
- Por teorema: $m\overset{\frown}{BD}+m\measuredangle C=180°$

$$2x+x=180°$$

$$x=60°$$

Rpta.: 60°

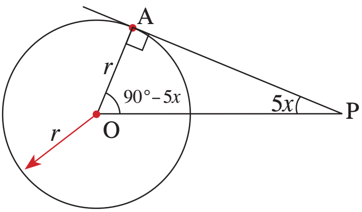
5. En el gráfico, O es centro, A es punto de tangencia y AP>r, calcule el mayor valor entero de x.



A) 6°
B) 7°
C) 8°
D) 9°

Resolución:

Piden: Mayor valor entero de x.



Se traza $\overline{OA} \Rightarrow m\sphericalangle OAP = 90°$ y OA= r

En $\triangle$ OAP: como AP > r

$\Rightarrow 90° - 5x > 5x$ (por correspondencia)

$90° > 10x$

$9° > x$

$\Rightarrow$ El mayor valor entero de x es 8°

Rpta.: 8°

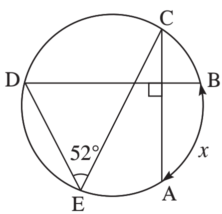
6. Del gráfico mostrado, se ubican a Alex (A), Beto (B), César (C), Darío (D) y Ernesto (E). Halle el valor de x.

A) 70°

B) 72°

C) 75°

D) 76°



Resolución:

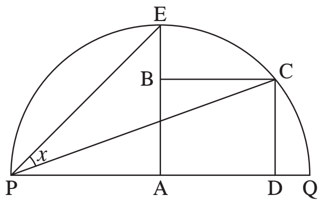
➢ Por ángulo inscrito: $m\overset{\frown}{DC} = 104°$

➢ Por ángulo interior: $90° = \dfrac{104° + x}{2}$

$\therefore x = 76°$

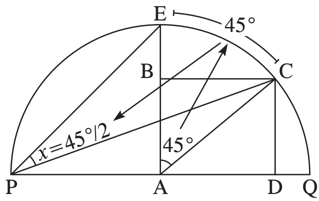
Rpta.: 76°

7. En la figura, ABCD es un cuadrado y A es centro de la semicircunferencia. Halle el valor de x.



A) 20,1°
B) 21,8°
C) 22,5°
D) 23,7°

Resolución:



➢ Se traza la diagonal $\overline{AC}$: $m\sphericalangle BAC = 45°$

➢ Por ángulo central: $m\overset{\frown}{EC} = 45°$

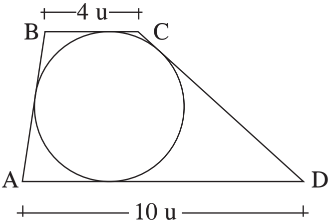
➢ Por ángulo inscrito: $x = \dfrac{m\overset{\frown}{EC}}{2} = \dfrac{45°}{2}$

$\therefore x = 22{,}5°$

Rpta.: 22,5°

8. En el gráfico mostrado se muestra un jardín trapecial ABCD se instala una piscina circular de tal manera que este inscrita al jardín. Calcule el perímetro de dicho jardín.

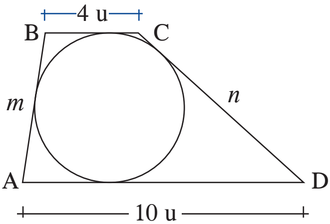
A) 20 m
B) 28 m
C) 32 m
D) 11 m



A) 20 u B) 28 u
C) 32 u D) 11 u

Resolución:

Piden $2p_{(ABCD)} = m+n+10+4$



➢ Por el teorema de Pitot

$m+n = 10+4$

$m+n = 14$

$\Rightarrow 2p_{(ABCD)} = 14+10+4 = 28$

Rpta.: 28 u

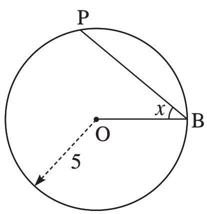
9. Si O es el centro de la circunferencia y PB=8. Halle el valor de x.

A) 36°

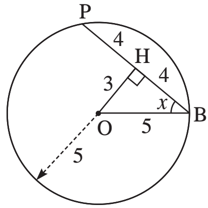
B) 37°

C) 53°

D) 45°



Resolución:



➢ Por teorema $\overline{OH} \perp \overline{PB}$

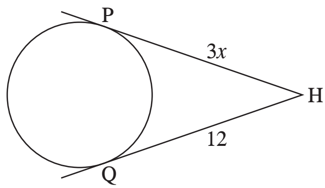
$\Rightarrow PH=HB=4$

El ⊿OHB Notable 37° y 53°

$\therefore$ x=37°

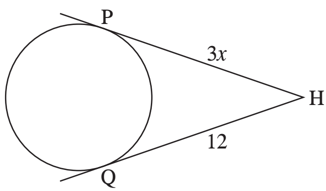
Rpta.: 37°

10. En el gráfico mostrado, se observa a Pedro (P) y Quique (Q) van hacia donde está Horacio (H), P y Q son puntos de tangencia. Halle el valor de x.



A) 3 B) 9
C) 5 D) 4

Resolución:



➢ Por teorema de la tangente: HP=HQ

$3x=12$

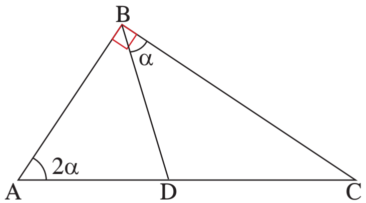
$\therefore x=4$

Rpta.: 4

11. En el gráfico mostrado se observa un techo de forma triangular se refuerza un fierro de acero $\overline{BC}$, BC= 12 m y DC= 8 m. Hallar el inradio del techo triangular.

A) 3 m B) 4 m

C) 6 m D) 2 m

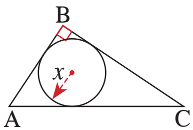


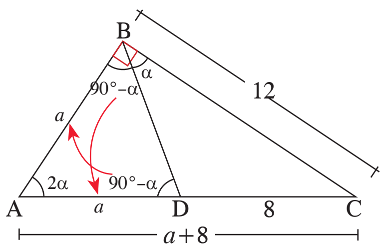
A) 3 cm B) 4 cm

C) 6 cm D) 2 cm

Resolución:

Piden: Longitud del inradio del ΔABC (longitud del radio de la circunferencia inscrita): x

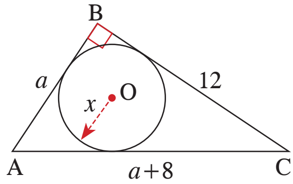




- Se observa que el triángulo ABD es isósceles: AB=AD= a

- Por el teorema de Poncelet

$$AB+BC= AC+2x$$

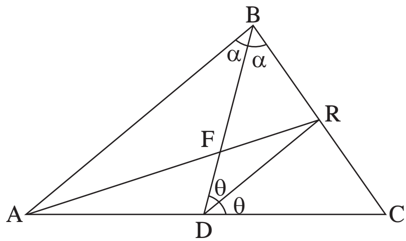


$$\Rightarrow a+12 = (a+8)+2x$$
$$4 = 2x$$
$$x = 2$$

Rpta.: 2 cm

12. En la figura, AB=16 cm, BR=6 cm, y AD=11 cm.

Calcule DF.

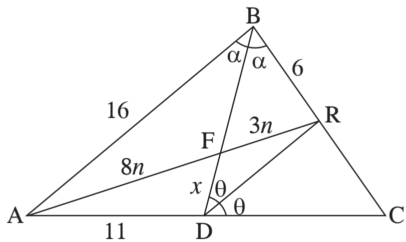


A) 4 cm B) 5 cm

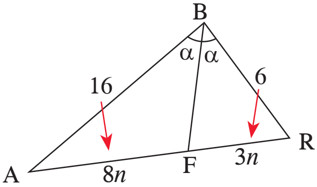
C) 7 cm D) 3 cm

Resolución:

- Piden: DF= x

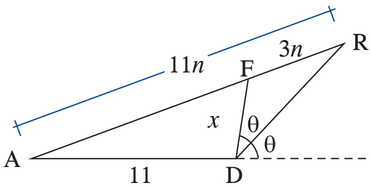


- En △ABR: Por teorema de la bisectriz interior:



$$\frac{AB}{BR}=\frac{AF}{FR} \Rightarrow \frac{16}{6}=\frac{8n}{3n}$$

- En $\triangle$ADF: Por teorema de la bisectriz exterior:



$$\frac{AD}{DF}=\frac{AR}{FR} \Rightarrow \frac{11}{x}=\frac{11n}{3n}$$

$$x=3$$

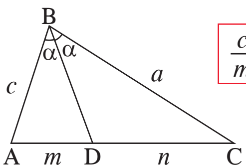
Rpta.: 3 cm

13. En un triángulo ABC en el vértice B se encuentra Basilio y observa sobre $\overline{AC}$ bajo ángulos iguales de modo que AB= 3AB si el perímetro de la región triangular ABC es 40 m. Calcule AC (en m).

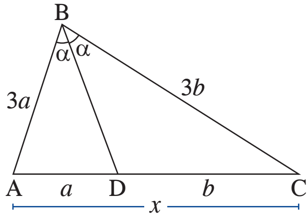
A) 8 m B) 18 m
C) 10 m D) 11 m

Resolución:

Recordemos que



$$\boxed{\frac{c}{m}=\frac{a}{n}}$$



- Por dato:

$3a+3b+a+b=40$
$4(a+b)=40$
$\to a+b=10$
$\therefore x=10$

Rpta.: 10

14. En un triángulo ABC se traza la ceviana $\overline{BD}$ si m∢BAC=2α; m∢BCA=5α; m∢DBC = 7α y 2(AB)=3(BD). Calcule AD/DC.

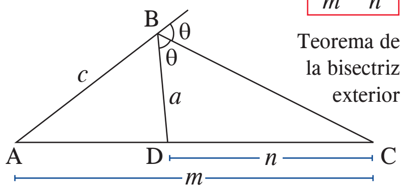
A) 1 B) $\frac{1}{2}$

C) 2 D) $\frac{2}{3}$

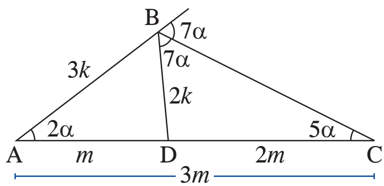
Resolución:

Recordemos que

$$\boxed{\frac{c}{m}=\frac{a}{n}}$$



Teorema de la bisectriz exterior



Reconocemos que $\overline{BC}$ es bisectriz exterior del ΔABD, luego:

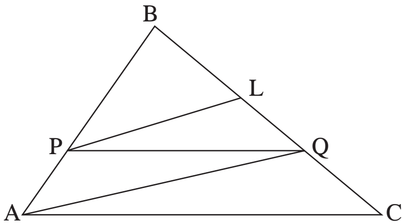
$$\frac{3k}{2k}=\frac{AC}{DC} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} AC=3m \\ DC=2m \end{array}\right.$$

y $AD=m$

$$\therefore \boxed{\frac{AD}{DC}=\frac{1}{2}}$$

Rpta.: $\frac{1}{2}$

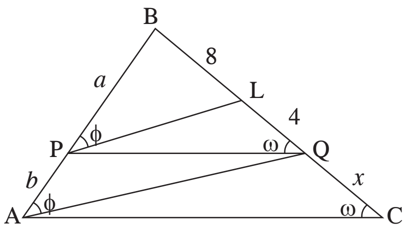
15. En la figura, $\overline{PQ}//\overline{AC}$, $\overline{PL}//\overline{AQ}$, BL = 8 u y LQ = 4 u. Calcule QC.



A) 2 u B) 3 u
C) 4 u D) 6 u

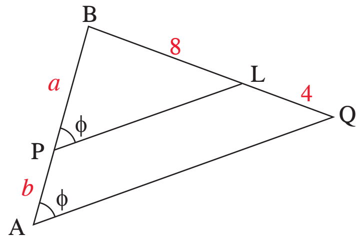
Resolución:

➢ Piden: QC = x



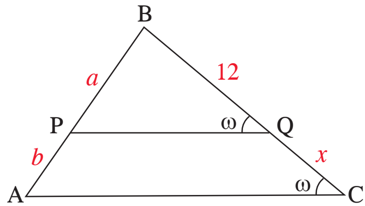
Sea: BP = a y PA = b

➢ $\triangle$ABQ: Por corolario de Tales:



$$\frac{a}{b}=\frac{8}{4} \quad \ldots(I)$$

➢ $\triangle$ABC: Por corolario de Tales:



$$\frac{a}{b}=\frac{12}{x} \quad \ldots(II)$$

De (I) y (II):

$$\frac{8}{4}=\frac{12}{x}$$

$$\Rightarrow x=6$$

Rpta.: 6 u