# ÁLGEBRA

**1.** Si $x_1 \wedge x_2$ son las raíces de la ecuación

$$\frac{3x+4}{2x-1}=\frac{2x-5}{x+3}$$

Calcule el valor de: $T = x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$

A) 125 B) –175
C) 175 D) –225

***Resolución:***

En la ecuación mult. en aspa

$(3x+4)(x+3) = (2x-5)(2x-1)$

$3x^2+13x+12=4x^2-12x+5$

$x^2-25x-7=0 \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases}$ raíces

Por Propiedades

I. $x_1 + x_2 = 25$

II. $x_1 \cdot x_2 = -7$

En T se tiene:

$T = x_1x_2(x_1 + x_2)$

Remplazo:

$T = (-7)(25) = -175$

***Rpta.:*** –175

**2.** Resuelva

$$x - \sqrt{x+8} = 4$$

A) {3; 5} B) {1; 8}
C) {2; 4} D) {8}

***Resolución:***

Elevando al cuadrado miembro a miembro

$$x-\sqrt{x+8}=4$$
$$(x-4)^2=(\sqrt{x+8})^2$$
$$x^2-8x+16=x+8$$
$$x^2-9x+8=0$$
$$\begin{array}{ll} x & -8 \\ x & -1 \end{array}$$

$\rightarrow x-8=0 \ \vee \ x-1=0$

$x=8 \ \vee \ x=1$

(Si cumple) (No cumple)

$\therefore$ C.S={8}

***Rpta.:*** {8}

**3.** Sea la ecuación cuadrática

$$(m+2)x^2+(m-1)x+1=0$$

De raíces iguales si la edad de Pedro es la suma de valores de $m$ y la edad de su hermano Juan es la mitad de la edad de Pedro. ¿Cuántos años tendrá Juan cuando Pedro tenga 70 años?

A) 35 B) 67
C) 36 D) 73

***Resolución:***

$$\underbrace{(m+2)}_{a}x^2+\underbrace{(m-1)}_{b}x+\underbrace{1}_{c}=0$$

Como tiene raíces iguales:

$$b^2=4ac$$
$$\Rightarrow (m-1)^2=4(m+2)(1)$$
$$\Rightarrow m^2-2m+1=4m+8$$
$$\Rightarrow 1m^2-6m-7=0$$
$$\Rightarrow m_1+m_2=-\left(\frac{-6}{1}\right)=6$$

$\Rightarrow$ Pedro tiene 6 años, Juan tiene 3 años
Si Pedro tiene 70 años

$\Rightarrow$ Juan tiene 67 años

***Rpta.:*** 67

**4.** Halle el valor de $m$ en la ecuación

$$4x^2-mx+3=0$$

Si sus raíces son $x_1$ y $x_2$ que cumplen con

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3$$

A) 10 B) 5
C) 3 D) 9

***Resolución:***

Recordar

Si $ax^2+bx+c=0$

$$\rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-b/a \\ x_1 \cdot x_2=c/a \end{cases}$$

Sea $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3$

$$\frac{x_1+x_2}{x_1 \cdot x_2}=3$$

$$\frac{\frac{m}{4}}{\frac{3}{4}}=3$$

$$\frac{m}{3}=3$$

$$\rightarrow m=9$$

***Rpta.:*** 9

**5.** Luego de resolver la ecuación

$$2x^3-13x^2+17x+12=0$$

Dar como respuesta la menor solución.

A) 2 B) –1/2
C) –2 D) 1/2

***Resolución:***

Factorizamos en la ecuación por Divisores Binómicos

$$\frac{\text{Divisores de 12}}{\text{Divisores de 2}}=\frac{\pm(1;2;3;4;6;12)}{\pm(1;2)}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $x-3=0$ | 2 | –13 | 17 | 12 |
| 3 | ↓ | 6 | –21 | –12 |
| | 2 | –7 | –4 | 0 |

En la ecuación:

$$(x-3)(2x^2-7x-4)=0$$

$$\begin{matrix} 2x & 1 \\ x & -4 \end{matrix}$$

$$(x-3)(2x+1)(x-4)=0 \quad \begin{matrix} x_1=3 \\ x_2=4 \\ x_3=-1/2 \end{matrix}$$

La menor solución es –1/2.

***Rpta.:*** –1/2

**6.** Calcule $m-n$ si la ecuación

$$x^3+mx^2+nx-6=0$$

Tiene como raíces –1 y 2.

A) 5 B) 7
C) 4 D) 9

***Resolución:***

Sea $\overset{+}{x^3}+\overset{-}{mx^2}+\overset{+}{nx}-\overset{-}{6}=0$

Por Cardano

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3=6$$

Ademas por dato

$$x_2=-1 \wedge x_3=2$$

$$\rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot x_3=6$$

$$x_1(-1)(2)=6$$

$$x_1=-3$$

Ademas por Cardano

- $-m=x_1+x_2+x_3=-2$
  $m=2$
- $n=x_1 \cdot x_2+x_1 \cdot x_3+x_2 \cdot x_3$
  $n=(-3)(-1)+(-3)(2)+(-1)(2)$
  $n=3-6-2$
  $n=-5$

$$m-n=7$$

***Rpta.:*** 7

**7.** La edad del profesor Huadayin es 3M, donde M esta dado por el siguiente problema: Si $a$, $b$ y $c$ son los raíces de $x^3-2x^2-4x-1=0$.

Halle $M=a^2+b^2+c^2$.

¿Cuál es la edad del profesor Huadayin?

A) 20 años B) 28 años
C) 25 años D) 36 años

***Resolución:***

$\overset{+}{x^3}-\overset{-}{2}x^2-\overset{+}{4}x-\overset{-}{1}=0$

Por Cardano

- $a+b+c=2$
- $ab+bc+ac=-4$

Además recordar

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)$

Reemplazando

$2^2=a^2+b^2+c^2+2(-4)$
$4=a^2+b^2+c^2-8$
$12=a^2+b^2+c^2$

$\therefore$ M=12 $\rightarrow$ 3M=36

La edad del profesor Huadayin es 36 años

***Rpta.:*** 36 años

**8.** Si $x_1$, $x_2$ y $x_3$ son raíces de la ecuación cúbica

$$x^3-5x-10=0$$

Tal que

$$Q=(x_1^3+x_2^3+x_3^3)+(x_1^2+x_2^2+x_3^2)$$

donde Q% es el descuento que recibe la familia Rodriguez de una compra de valor de S/1000. ¿Cuánto pagó la familia Rodriguez después del decuento?

A) 400 B) 500
C) 600 D) 700

***Resolución:***

$$\underset{+}{1}x^3\underset{-}{+0}x^2\underset{+}{-5}x\underset{-}{-10}=0$$

$$x_1+x_2+x_3=0$$

$$x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3=-5$$

$$x_1\cdot x_2\cdot x_3=10$$

Como $x_1+x_2+x_3=0$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2=-2(\underbrace{x_1\cdot x_2+x_1\cdot x_3+x_2\cdot x_3}_{-5})=10$$

$$\Rightarrow x_1^3+x_2^3+x_3^3=3(\underbrace{x_1\cdot x_2\cdot x_3}_{10})=30$$

$\therefore$ Reemplazando: Q= 30+10= 40

$\Rightarrow$ El descuento es 40 %

$\Rightarrow$ Pagó $1000\left(\dfrac{60}{100}\right)=600$

***Rpta.:*** 600

**9.** El profesor Sulca es fanático de Maluma y viaja a Colombia para encontrarse con su ídolo, tomándose $(m^3+n^3+p^3)$ selfies. Siendo $m$, $n$ y $p$ raíces de la ecuación. ¿Cuántos selfis se tomo el profesor Sulca?

$$x^3+3x-4=0$$

A) 1 B) 10
C) 12 D) 2

***Resolución:***

De la ecuación

$$\overset{+}{x^3}+\overset{-}{0}x^2+\overset{+}{3}x-\overset{-}{4}=0$$

- $m+n+p=0$
- $m\cdot n\cdot p=4$

Ahora como $m+n+p=0$

$\rightarrow m^3+n^3+p^3=3m\cdot n\cdot p$
$m^3+n^3+p^3=3(4)$
$=12$

$\therefore$ El profesor Sulca se tomó 12 fotografías con su ídolo favorito.

***Rpta.:*** 12

**10.** Sean las matrices

$$M=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 1\end{pmatrix} \text{ y } N=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$$

Halle 2M+5N.

A) $\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 40 & 60 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 17 & 13 \\ 9 & 17 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 130 & 20 \\ 20 & 50 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 70 & 130 \\ 70 & 50 \end{pmatrix}$

***Resolución:***

$$2M=2\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5M=5\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$$

Luego

$$2M+5N=\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 15 \end{pmatrix}$$

$$2M+5N=\begin{pmatrix} 17 & 13 \\ 9 & 17 \end{pmatrix}$$

***Rpta.:*** $\begin{pmatrix} 17 & 13 \\ 9 & 17 \end{pmatrix}$

**11.** Al multiplicar las matrices

$$A=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Calcule la traza del producto $A\times B$.

A) 6 B) 3
C) 9 D) 12

***Resolución:***

Multiplicamos las matrices

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 4(1)+(-2)2 & (4)(5)+(-2)(-3) \\ 3(1)+(2)2 & (3)(5)+(2)(-3) \end{pmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} 0 & 26 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$$

La traza es: $0+9=9$

***Rpta.:*** 9

**12.** Halle el valor de $x$.

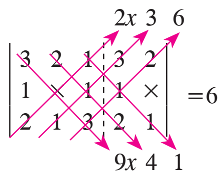
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}=6$$

A) $\frac{7}{10}$ B) $\frac{10}{7}$

C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{3}$

***Resolución:***

Aplicando la Regla de Sarrus por columnas




Luego

$$\underbrace{\text{Der}}=(9x+4+1)-(2x+3+6)$$

$$6=9x+5-(2x+9)$$

$$6=7x-4$$

$$10=7x$$

$$\frac{10}{7}=x$$

***Rpta.:*** $\frac{10}{7}$

**13.** Halle el valor de $x$.

$$\begin{vmatrix} x+3 & 2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & x \end{vmatrix}=12$$

A) 45 B) 36
C) 10 D) 46

***Resolución:***

Aplicando la Regla de Cramer.

$$\begin{vmatrix} x+3 & 2 \\ 5 & -4 \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & x \end{vmatrix}=12$$

$$[-4(x+3)-5(2)]+[5(x)-3(4)]=12$$

$$-4x-12-10+5x-12=12$$

$$x - 34 = 12$$
$$\therefore\ x = 46$$

***Rpta.:*** 46

**14.** Sean las matrices cuadradas A y B

$$A = \begin{pmatrix} xy & 2 \\ x+y & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Tal que A=B, donde Juan va al mercado con un monto de S/$(x^2+y^2)$ y observa los siguientes precios:

- S/$xy$ por 2 kg de papa negra
- S/$(x+y)$ por 2 kg de papa amarilla

Si Juan compró 5 kg de papa negra y 7 kg de papa amarilla, ¿cuánto de vuelto quedó?

A) 2,5 B) 3,5
C) 4,5 D) 5,5

***Resolución:***

Como A=B, entonces se observa que $xy = 7 \wedge x+y = 8$

$$\Rightarrow x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

Reemplazando: $x^2+y^2 = (8)^2 - 2(7)$

$$x^2+y^2 = 50$$

Juan lleva S/50 al mercado

1 kg de papa negra S/3,5

5 kg de papa negra S/17,5

1 kg de papa amarilla S/4

7 kg de papa amarilla S/28

Total de gasto: 17,5+28= 45,5

$\Rightarrow$ Vuelto: 50 – 45,5 = 4,5

***Rpta.:*** 4,5

**15.** Si 1 kg de arroz cuesta $x$ soles, donde $x$ esta dado por el resultado de

$$\begin{vmatrix} x & 2x \\ -1 & x \end{vmatrix} = 8$$

¿Cuánto se pagara por 10 kg de arroz?

A) S/15 B) S/36
C) S/30 D) S/20

***Resolución:***

$$\begin{vmatrix} x & 2x \\ -1 & x \end{vmatrix} = 8$$

$$x^2 + 2x = 8$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{cc} x & +4 \\ x & -2 \end{array}$$

$x+4=0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$

$x = -4 \quad \vee \quad x = 2$

Nos quedamos con el entero positivo $x=2$

$\rightarrow$ 1 kg de arroz cuesta S/2

$\therefore$ 10 kg costará

S/10(2) = 20

***Rpta.:*** S/20