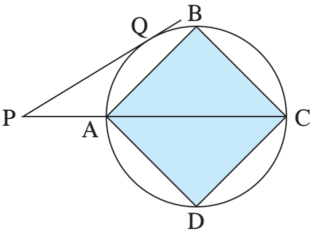
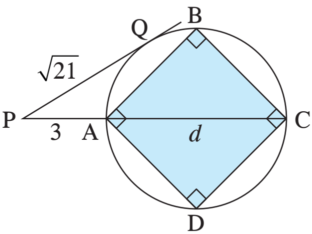
GEOMETRÍA

1. Calcule el área de la región cuadrada ABCD, si Q es punto de tangencia, PA=3 u y PQ=$\sqrt{21}$ u.



A) 16 u^2 B) 12 u^2
C) 8 u^2 D) 6 u^2

Resolución:



➢ Teorema de la tangente

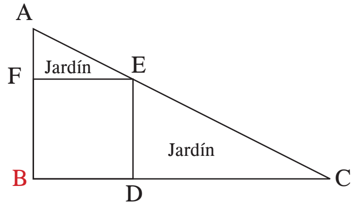
$$\sqrt{21}^{\,2}=(3+d)3$$
$$21=9+3d$$
$$12=3d$$
$$4=d$$

➢ $A_{\square}=\dfrac{d^2}{2}$

$$A_{\square}=\frac{4^2}{2} \rightarrow A_{\square}=8\ u^2$$

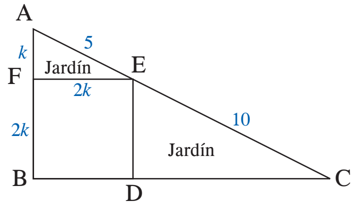
Rpta.: 8 u^2

2. En la figura, se quiere reservar una zona en forma cuadrada BDEF para la construcción de un edificio. Si AE= 5 m y CE= 10 m, halle el área de la región cuadrada.



A) 25 m^2 B) 50 m^2
C) 20 m^2 D) 15 m^2

Resolución:



➢ Por corolario de Thales

$$\frac{AF}{FB}=\frac{5}{10}$$

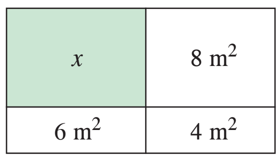
➢ ◺AFE: Teorema de Pitágoras

$k=\sqrt{5}$

$$\rightarrow S_{BFED}=4k^2$$
$$S_{BFED}=20\ m^2$$

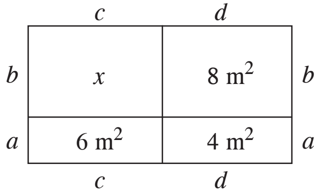
Rpta.: 20 m^2

3. En la figura se muestra un terreno cuyo contorno es un rectángulo, el cual se lo ha dividido en 4 regiones rectangulares. Calcule el área *x*.



A) 10 m^2 B) 12 m^2
C) 13 m^2 D) 14 m^2

Resolución:



$$\begin{aligned} a.c&=6 \\ d.b&=8 \end{aligned} \downarrow (\times)$$

$$ad.bc=48$$

$$4.x=48$$

$$x=12\ \text{m}^2$$

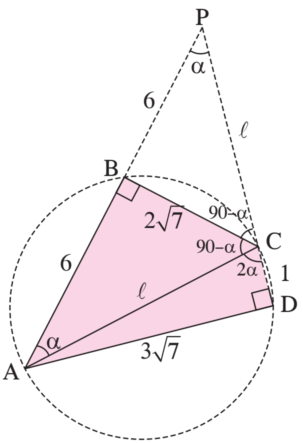
Rpta.: 12 m^2

4. En un cuadrilátero ABCD, m∢ABC= m∢ADC= 90°, m∢ACD= 2(m∢BAC), AB= 6 u y CD=1 u. Calcule el área de la región cuadrangular ABCD.

A) $\sqrt{15}\ \text{u}^2$ B) $\dfrac{15\sqrt{2}}{7}\ \text{u}^2$

C) $\dfrac{15\sqrt{7}}{2}\ \text{u}^2$ D) $6\sqrt{7}\ \text{u}^2$

Resolución:



◻ ABCD inscriptible

➢ **Teorema** de la secantes

$$(AP)(BP) = (PD)(PC)$$

$$(12)(6) = (\ell+1)\ell$$

$$72 = (\ell+1)\ell \rightarrow \ell = 8$$

⊿ ABC: $\ell^2 = 6^2+BC^2$

$$8^2 = 6^2+BC^2$$

$$BC = 2\sqrt{7}$$

⊿ ADC: $\ell^2 = 1^2+AD^2$

$$8^2 = 1+AD^2$$

$$AD = 3\sqrt{7}$$

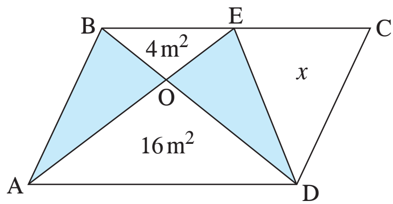
$$[ABCD] = [ABC] + [ADC]$$

$$[ABCD] = \frac{6\times 2\sqrt{7}}{2}+\frac{1\times 3\sqrt{7}}{2}$$

$$\therefore\ [ABCD] = \frac{15\sqrt{7}}{2}\ \text{u}^2$$

Rpta.: $\dfrac{15\sqrt{7}}{2}\ \text{u}^2$

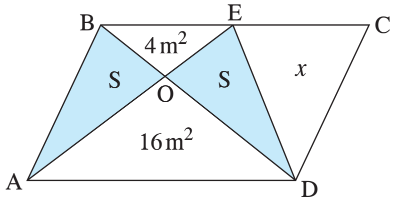
5. En a figura, ABCD es un romboide. Calcule el área x.



A) 12 m^2 B) 13 m^2

C) 10 m^2 D) 15 m^2

Resolución:

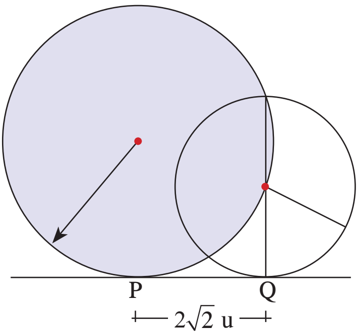


- En el trapecio ABED, por teorema
  $$A_{\Delta AOB}=A_{\Delta EOD}=S$$

- En el ▱ABCD:
  $$A_{\Delta ABD}=A_{\Delta BCD}$$
  $$\cancel{S}+16=\cancel{S}+4+x$$
  $$12\text{ m}^2=x$$

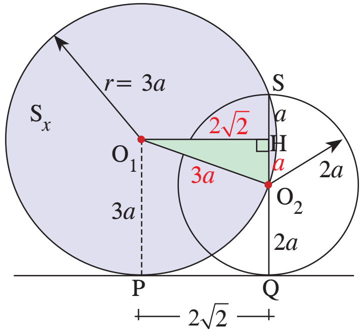
Rpta.: 12 m²

6. Calcule el área del círculo mayor. (P y Q son puntos de tangencia)



A) 3π u²
B) 6π u²
C) 7π u²
D) 9π u²

Resolución:



Del gráfico

$SH=O_2H=a$

□ PO_1HQ: rectángulo

$\rightarrow HQ=O_1P=3a$

$\rightarrow O_1H=PQ=2\sqrt{2}$

◺ O_1HO_2: Pitágoras

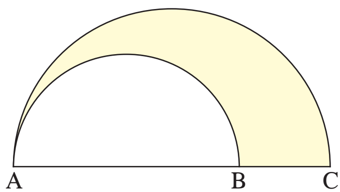
$$(3a)^2=(2\sqrt{2})^2+a^2$$
$$\rightarrow a=1$$

$\rightarrow$ Radio mayor

$$r=3$$
$$S_x=\pi r^2$$
$$\therefore\ S_x=9\pi\text{ u}^2$$

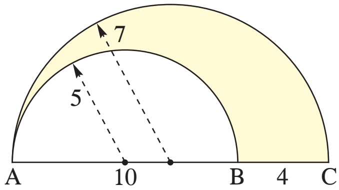
Rpta.: 9π u²

7. Calcule el área de la región sombreada, si $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ son diámetros, AB = 10 u y BC = 4 u



A) 11π u²
B) 12π u²
C) 14π u²
D) 15π u²

Resolución:



$$A_{somb} = A_{\text{Mayor}} - A_{\text{Menor}}$$

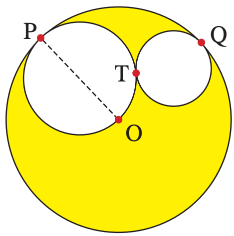
$$A_{somb} = \frac{\pi(7)^2}{2} - \frac{\pi(5)^2}{2}$$

$$A_{somb} = \frac{49\pi}{2} - \frac{25\pi}{2}$$

$$A_{somb} = 12\pi\ u^2$$

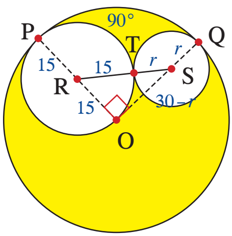
Rpta.: $12\pi\ u^2$

8. A una placa de triplay de forma circular de centro O se hacen dos orificios como se muestra en la figura. Si P, Q y T son puntos de tangencia, $m\overset{\frown}{PQ} = 90°$ y OP= 30 cm, halle el área del triplay resultante.



A) $550\pi\ cm^2$ B) $540\pi\ cm^2$
C) $575\pi\ cm^2$ D) $600\pi\ cm^2$

Resolución:



R y S centro de las circunferencias

- ⊿ROS: teorema de Pitágoras

$$(15+r)^2 = 15^2 + (30-r)^2$$

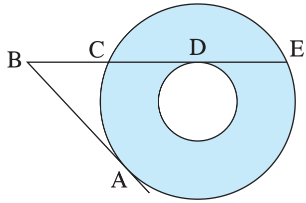
$$r = 10$$

- $A\ triplay = \pi(30)^2 - \pi(15)^2 - \pi(10)^2$

$$A\ triplay = 575\pi\ cm^2$$

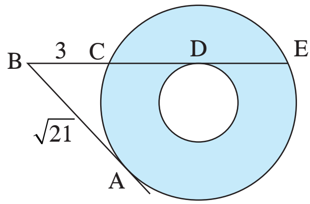
Rpta.: $575\pi\ cm^2$

9. Calcule el área de la corona circular si A y B son puntos de tangencia, BC=3 u y $AB=\sqrt{21}$ u.



A) $8\pi\ u^2$ B) $7\pi\ u^2$
C) $9\pi\ u^2$ D) $4\pi\ u^2$

Resolución:



- Teorema de la tangente:

$$\sqrt{21}^2 = (3+CE)3$$

$$21 = 9 + 3 \times CE$$

$$12 = 3 \times CE$$

$$4 = CE$$

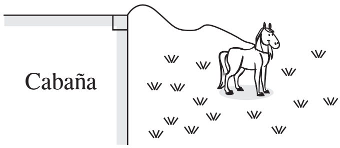
- $A_{◎} = \dfrac{\pi(CE)^2}{4}$

$$A_{◎} = \frac{\pi(4)^2}{4}$$

$$A_{◎} = 4\pi\ u^2$$

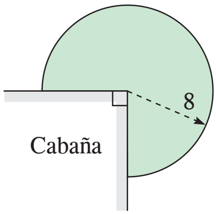
Rpta.: $4\pi\ u^2$

10. En la figura se muestra a un caballo atado en la esquina de una cabaña, con una soga de 8 m de longitud. Calcule el área máxima que puede abarcar, al tratar de comer el pasto a su alrededor.



A) 60π m^2 B) 64π m^2
C) 48π m^2 D) 40π m^2

Resolución:



$$A_{somb} = \frac{3}{4} . A_{\bigcirc}$$

$$A_{somb} = \frac{3}{4} . \pi 8^2$$

$$A_{somb} = \frac{3}{4} . \pi 64$$

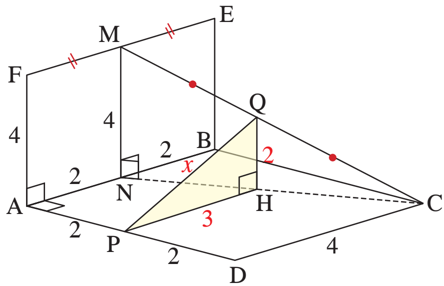
$$A_{somb} = 48\pi \text{ m}^2$$

Rpta.: 48π m^2

11. Se tienen los cuadrados ABCD y ABEF ubicados en planos perpendiculares; cuyos lados miden 4 u. Calcule la distancia entre los puntos medios de $\overline{AD}$ y $\overline{MC}$ (M punto medio de $\overline{EF}$).

A) 5 B) 2
C) $\sqrt{5}$ D) $\sqrt{13}$

Resolución:



➢ MN//AF

$\rightarrow \overline{MN} \perp \overline{AB}$; $\overline{MN} \perp$ ABCD

$\rightarrow \overline{MN} \perp \overline{NC}$

➢ **⊿MNC: QH = 2 (base media)**

En ⏢ ANCD

$PH = \dfrac{4+2}{2} \rightarrow PH = 3$

➢ ⊿PHQ

$$x^2 = 2^2 + 3^2$$

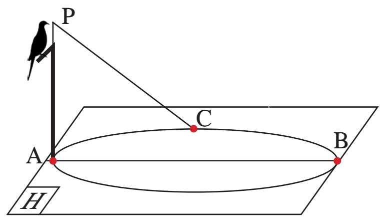
$$\therefore\ x = \sqrt{13}$$

Rpta.: $\sqrt{13}$ u

12. Un ave se ubica en la parte más alta del poste perpendicular al plano H, que contiene a la circunferencia de diámetro $\overline{AB}$, el ave observa el punto C de la circunferencia, tal que:

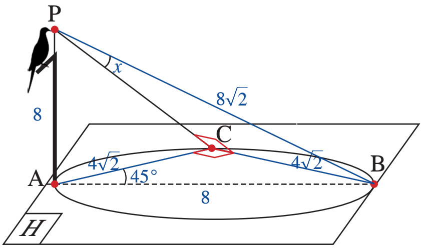
$m\overset{\frown}{AC} = m\overset{\frown}{CB}$ y AP = AB = 8 m

Halle m∢CPB.



A) 37° B) 30°
C) 53° D) 45°

Resolución:



➢ Como diámetro $\overline{AB}$ y m∢CAB= 45°
→ BC= $4\sqrt{2}$

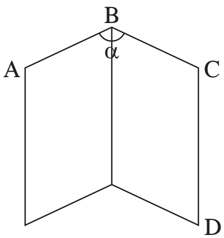
➢ Por el teorema de las tres perpendiculares, m∢PCB= 90°

➢ ⊿PAB: notable de 45°–45°
→ PB= $8\sqrt{2}$

➢ ⊿PCB: notable de 30° y 60°
→ x= 30°

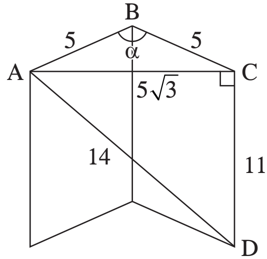
Rpta.: 30°

13. En la figura se muestra una puerta, la cual al abrirse determina un ángulo diedro de medida α. Halle el valor de α si: AB=5 u, CD=11 u y AD=14 u.



A) 90° B) 135°
C) 120° D) 150°

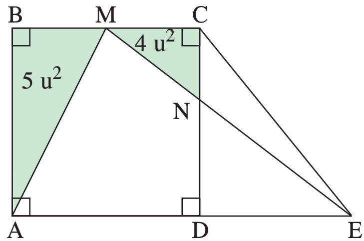
Resolución:



➢ $(AC)^2+(11)^2=(14)^2 \rightarrow AC=5\sqrt{3}$
➢ Por triángulos notables: α=120°

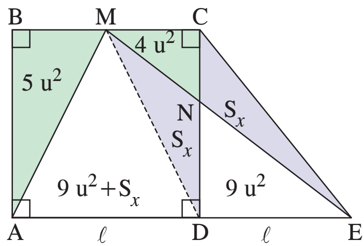
Rpta.: 120°

14. Si ABCD es un cuadrado y AB= DE. Calcule el área de la región CEN.



A) 6 u² B) 9 u²
C) 18 u² D) 12 u²

Resolución:



→ MD: Mediana del ΔAME
→ [AMD]= [DME]

- Por teorema

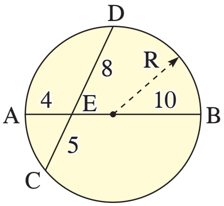
$$(S_x)^2 = 4\times 9$$
$$S_x = 6$$

Rpta.: 6 u^2

15. En un círculo se trazan el diámetro $\overline{AB}$ y la cuerda $\overline{CD}$, las cuales se intersectan en E. Si AE= 4 u, CE= 5 u y ED= 8 u, calcule el área del círculo.

A) 16π u^2 B) 25π u^2
C) 36π u^2 D) 49π u^2

Resolución:



- Teorema de las cuerdas:

$$4(EB)=5(8)$$
$$EB=10$$

- $2R=14 \rightarrow R=7$
- $A_{\bigcirc}=\pi R^2$

  $A_{\bigcirc}=\pi 7^2$

  $A_{\bigcirc}=49\pi\ u^2$

Rpta.: 49π u^2