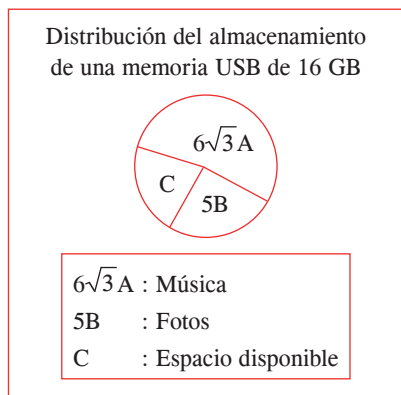


TRIGONOMETRÍA

1. Observe el siguiente diagrama que indica el espacio utilizado de la memoria USB (GB).



Donde:

$$A = \sin 50^\circ \cdot \cos 10^\circ + \cos 50^\circ \cdot \sin 10^\circ$$

$$B = \cos 61^\circ \cdot \cos 8^\circ + \sin 61^\circ \cdot \sin 8^\circ$$

Indique el espacio disponible de la memoria USB.

- A) 2 GB B) 4 GB
C) 6 GB D) 8 GB

Resolución:

$$A = \underbrace{\sin 50^\circ \cdot \cos 10^\circ + \cos 50^\circ \cdot \sin 10^\circ}_{\sin(50^\circ + 10^\circ) = \sin 60^\circ}$$

$$\rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = \underbrace{\cos 61^\circ \cdot \cos 8^\circ + \sin 61^\circ \cdot \sin 8^\circ}_{\cos(61^\circ - 8^\circ) = \cos 53^\circ}$$

$$\rightarrow B = \frac{3}{5}$$

$$\text{Música: } 6\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 9 \text{ GB}$$

$$\text{Fotos: } 5 \left(\frac{3}{5} \right) = 3 \text{ GB}$$

∴ Espacio disponible: 4 GB

Rpta.: 4 GB

2. Determine el valor de x si:

$$\frac{\sin 4x \cdot \cos x + \cos 4x \cdot \sin x}{\cos 3x \cdot \cos 2x - \sin 2x \cdot \sin 3x} = \sqrt{3}$$

x : ángulo agudo

- A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{\pi}{10}$
C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{15}$

Resolución:

En el dato:

$$\frac{\sin(4x + x)}{\cos(3x + 2x)} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sin 5x}{\cos 5x} = \sqrt{3}$$

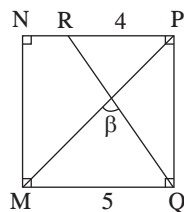
$$\tan 5x = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow 5x = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{15}$$

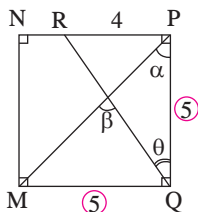
Rpta.: $\frac{\pi}{15}$

3. Un albañil desea cortar una baldosa cuadrangular ABCD; los cortes a realizar son RQ y MP los cuales forman un ángulo β , como se indica en la figura. Si $RP = 4$ cm y $MQ = 5$ cm. Dar el valor de $\tan \beta$.



- A) 10 B) 7
C) 9 D) 6

Resolución:



Se observa: $\beta = 45^\circ + \theta$

$$\rightarrow \tan \beta = \tan(45^\circ + \theta)$$

Se tiene: $\tan \beta = \frac{\tan 45^\circ + \tan \theta}{1 - \tan 45^\circ \cdot \tan \theta}$

$$\tan \beta = \frac{1 + \frac{4}{5}}{1 - 1 \cdot \frac{4}{5}}$$

$$\tan \beta = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}}$$

$$\therefore \tan \beta = 9$$

Rpta.: 9

4. Si $\tan \alpha = \frac{1}{4}$ y $\tan \beta = \frac{2}{3}$

Calcule el valor de $\tan(\alpha - \beta)$.

- A) $\frac{1}{3}$ B) $-\frac{5}{14}$
C) 10 D) $\frac{2}{7}$

Resolución:

Se tiene: $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\frac{1}{4} - \frac{2}{3}}{1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{-\frac{5}{12}}{\frac{14}{12}}$$

$$\therefore \tan(\alpha - \beta) = -\frac{5}{14}$$

Rpta.: $-\frac{5}{14}$

5. Reduzca la expresión

$$T = \frac{\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ - \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ}{\sin 60^\circ \cdot \cos 15^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 15^\circ}$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C) 6 D) $\sqrt{2}$

Resolución:

Del dato: $T = \frac{\cos(20^\circ + 40^\circ)}{\sin(60^\circ - 15^\circ)}$

$$T = \frac{\cos 60^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$T = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow T = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore T = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Rpta.: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

6. Reduzca la expresión

$$Q = \frac{\sin(x + y) - \sin y \cdot \cos x}{\cos y}$$

- A) $\sin x$ B) $\cos y$
C) $\sin y$ D) $\cos x$

Resolución:

Se tiene:

$$Q = \frac{\sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y - \sin y \cdot \cos x}{\cos y}$$

$$Q = \frac{\cancel{\text{sen}x} \cdot \cancel{\text{cos}y}}{\cancel{\text{cos}y}} \rightarrow Q = \text{sen}x$$

Rpta.: senx

7. Reduzca la expresión

$$A = \cos^2 x - \text{sen}(53^\circ + x) \cdot \text{sen}(53^\circ - x)$$

A) $\frac{18}{25}$

B) $\frac{16}{25}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{9}{25}$

Resolución:

Del dato:

$$A = \cos^2 x - [\text{sen}^2 53^\circ - \text{sen}^2 x]$$

$$A = \underbrace{\cos^2 x - \text{sen}^2 53^\circ}_{\textcircled{1}} + \text{sen}^2 x$$

$$A = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$\therefore A = \frac{9}{25}$$

Rpta.: $\frac{9}{25}$

8. Reduzca la expresión

$$R = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 20^\circ \cdot \tan 25^\circ}{\tan 20^\circ + \tan 10^\circ + \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 20^\circ \cdot \tan 10^\circ}$$

A) 1

B) $\sqrt{3}$

C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) 2

Resolución:

Dar forma al dato:

$$R = \frac{\tan 20^\circ + \tan 25^\circ + \tan 45^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 25^\circ}{\tan 20^\circ + \tan 10^\circ + \tan 30^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 10^\circ}$$

Por identidades auxiliares del ángulo compuesto

$$R = \frac{\tan(20^\circ + 25^\circ)}{\tan(20^\circ + 10^\circ)}$$

$$R = \frac{\tan 45^\circ}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

Rpta.: $\sqrt{3}$

9. Desde la parte alta de una casa de 10 m de altura, se observa dos marcas en el suelo con ángulos de depresión α y β . Las visuales generadas miden respectivamente $10\sqrt{5}$ y $10\sqrt{6}$.

Calcule $30\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$

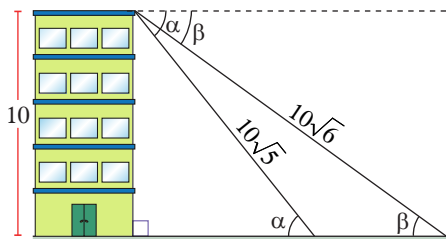
A) 12

B) 17

C) 19

D) 22

Resolución:



Recordar:

$$\cos(x + y) \cos(x - y) = \cos^2 x - \text{sen}^2 y$$

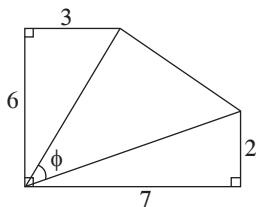
$$30\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = 30(\cos^2 \alpha - \text{sen}^2 \beta)$$

$$= 30 \left(\left(\frac{20}{10\sqrt{5}} \right)^2 - \left(\frac{10}{10\sqrt{6}} \right)^2 \right)$$

$$= 30 \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{6} \right)$$

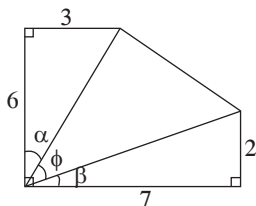
Rpta.: 19

10. En la carpintería del Señor Taboada, se tiene un trozo de madera ABCD, tal que $AB = 6$ cm; $BC = 3$ cm; $AE = 7$ cm y $DE = 2$ cm. (ver figura). Luego de hacer los cortes AC y AD, indicar el valor de $\cot \phi$.



- A) $\frac{11}{7}$ B) $\frac{12}{7}$
C) $\frac{7}{6}$ D) $\frac{11}{12}$

Resolución:



Se tiene: $\alpha + \beta + \theta = 90^\circ$; se cumple

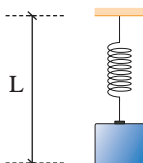
$$\cot \alpha + \cot \beta + \cot \phi = \cot \alpha \cdot \cot \beta \cdot \cot \phi$$

$$2 + \frac{7}{2} + \cot \phi = 2 \cdot \frac{7}{2} \cdot \cot \phi$$

Resolviendo $\cot \phi = \frac{11}{12}$

Rpta.: $\frac{11}{12}$

11. Un cuerpo está suspendido de un resorte y vibra verticalmente de acuerdo a la ecuación: $L = \sqrt{14} \sin t + \sqrt{2} \cos t$



Donde t : tiempo y L : longitud del resorte en cm. Determine la máxima longitud del resorte.

- A) 6 cm B) 4 cm
C) 3 cm D) 2 cm

Resolución:

Recordamos:

$$-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$

Máximo

Se tiene:

$$L = \sqrt{14} \sin t + \sqrt{2} \cos t \leq \sqrt{\sqrt{14}^2 + \sqrt{2}^2}$$

$$\Rightarrow L \leq 4$$

$$\therefore L_{\text{máx}} = 4 \text{ cm}$$

Rpta.: 4 cm

12. Si

$$\frac{\sin x}{4} = \frac{\cos x}{5}$$

Obtenga el valor de $\tan 2x$.

- A) $\frac{20}{9}$ B) $\frac{40}{9}$
C) $\frac{40}{3}$ D) $\frac{15}{7}$

Resolución:

Acomodando

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{4}{5}$$

$$\rightarrow \tan x = \frac{4}{5}$$

Recordamos:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\tan 2x = \frac{2 \left(\frac{4}{5} \right)}{1 - \left(\frac{4}{5} \right)^2}$$

Resolviendo

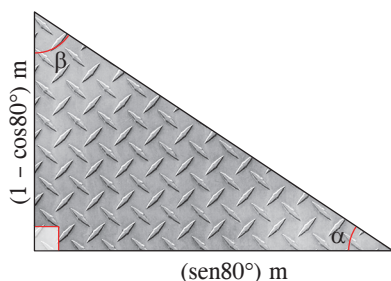
$$\tan 2x = \frac{40}{9}$$

Rpta.: $\frac{40}{9}$

13. Una plancha metálica tiene la forma de un triángulo rectángulo, cuyos lados menores miden $(1 - \cos 80^\circ)$ m y $(\sin 80^\circ)$ m. Calcule la diferencia del ángulo agudo mayor menos el ángulo agudo menor de dicho triángulo.

- A) 8° B) 10°
C) 12° D) 14°

Resolución:



$$\tan \alpha = \frac{(1 - \cos 80^\circ) \text{ m}}{(\sin 80^\circ) \text{ m}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1 - \cos 2(40^\circ)}{\sin 2(40^\circ)}$$

$$\tan \alpha = \frac{2 \sin^2(40^\circ)}{2 \sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ}$$

$$\tan \alpha = \frac{\cancel{\sin 40^\circ} \cdot \sin 40^\circ}{\cancel{\sin 40^\circ} \cdot \cos 40^\circ}$$

$$\tan \alpha = \tan 40^\circ$$

$$\rightarrow \alpha = 40^\circ$$

Del gráfico

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\beta = 50^\circ$$

La diferencia positiva entre los ángulos es 10° .

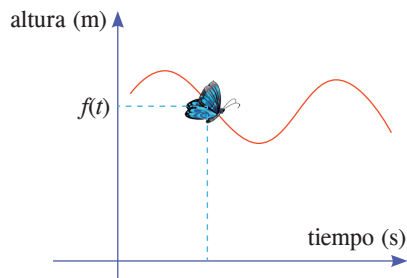
Rpta.: 10°

14. Un experto en entomología (ciencia que estudia los insectos) observa el movimiento de una mariposa en el aire y ve

que en un instante de tiempo t la altura en metros, respecto al suelo, está dada por la expresión

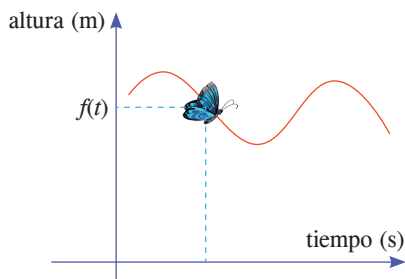
$$f(t) = 1,5 + \sin t \cdot \cos t \cdot \cos 2t.$$

Si t está dado en segundos. ¿Cuál es la altura de la mariposa cuando $t = \frac{5\pi}{8}$?



- A) 1,56 m B) 1,63 m
C) 1,75 m D) 1,81 m

Resolución:



$$f(t) = 1,5 + \frac{\overbrace{2 \sin t \cdot \cos t}^{\sin 2t} \cdot \cos 2t}{2}$$

$$f(t) = 1,5 + \frac{\overbrace{2 \sin 2t \cdot \cos 2t}^{\sin(2(2t))}}{2 \cdot 2} = 1,5 + \frac{\sin 4t}{4}$$

Calculamos:

$$f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 1,5 + \frac{\sin\left(4 \cdot \frac{5\pi}{8}\right)}{4}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{\overbrace{\sin\left(\frac{5\pi}{2}\right)}^1}{4} = \frac{7}{4}$$

∴ La altura de la mariposa a los $\frac{5\pi}{8}$ es 1,75 m.

Rpta.: 1,75 m

15. En el siguiente cuadro se observa el tamaño de carpetas de fotos de Ronely almacenado en su memoria USB.

Carpeta	Tamaño (GB)
Viajes	A
Cumpleaños	B

Donde

$$A = 24\text{sen}15^\circ \cdot \cos15^\circ$$

$$B = \frac{40\tan22^\circ30'}{1 - \tan^222^\circ30'}$$

¿Qué carpeta tiene mayor tamaño?

- A) Viajes - 12 GB
- B) Cumpleaños - 20 GB
- C) Viajes - 16 GB
- D) Cumpleaños - 24 GB

Resolución:

Recordamos

$$\begin{aligned}\text{sen}2x &= 2\text{sen}x \cdot \cos x \\ \tan2x &= \frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}\end{aligned}$$

Se tiene:

$$A = 12(2\text{sen}15^\circ \cdot \cos15^\circ) = 12\text{sen}30^\circ$$

$$\text{sen}30^\circ \quad A = 12\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\rightarrow A = 6$$

$$B = 20\left(\frac{2\tan22^\circ30'}{1 - \tan^222^\circ30'}\right) = 20\tan45^\circ$$

$$\tan45^\circ$$

$$B = 20(1)$$

$$\rightarrow B = 20$$

Rpta.: Cumpleaños - 20 GB