

ÁLGEBRA

1. Luego de desarrollar cada uno de los cocientes notables

$$P = \frac{x^5 - 1}{x - 1} ; Q = \frac{x^5 + 1}{x + 1}$$

Determine $P - Q$.

- A) $2x^3 + x + 1$ B) $2x^4 + 2x^2$
C) $2x^3 + 2x$ D) $x^3 + 2x$

Resolución:

Desarrollamos cada cociente notable:

$$*) \frac{x^5 - 1}{x - 1} = x^4 + x^3 \cdot 1 + x^2 \cdot 1^2 + x \cdot 1^3 + 1^4 \\ = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

$$*) \frac{x^5 + 1}{x + 1} = x^4 - x^3 \cdot 1 + x^2 \cdot 1^2 - x \cdot 1^3 + 1^4 \\ = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$$

En $P - Q$:

$$P - Q = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - (x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) \\ = \cancel{x^4} + x^3 + \cancel{x^2} + x + \cancel{1} - \cancel{x^4} + x^3 - \cancel{x^2} + \cancel{x} - \cancel{1}$$

$$P - Q = 2x^3 + 2x$$

Rpta.: $2x^3 + 2x$

2. El grado absoluto del termino central del cociente notable representa la cantidad en soles que cuesta una entrada al cine, ¿cuánto costara si se desea comprar 4 entradas?

$$\frac{x^{n-3} - y^{n+8}}{x^2 - y^3}$$

- A) 80 B) 100
C) 90 D) 70

Resolución:

En el cociente notable se cumple que:

$$\frac{n - 3}{2} = \frac{n + 8}{3}$$

$$\text{En aspa: } 3n - 9 = 2n + 16 \Rightarrow n = 25$$

En C. N. es

$$\frac{x^{22} - y^{33}}{x^2 - y^3} \Rightarrow n = \frac{22}{2} = 11 \text{ términos}$$

$$\therefore T_{\text{central}} = T_6$$

$$T_6 = (x^2)^{11-6} \cdot (y^3)^{6-1} = x^{10} \cdot y^{15}$$

$$\text{El } G_A \text{ del } T_{\text{cent.}} = 25$$

\Rightarrow Precio de una entra al cine: 25 soles
las 4 entradas costaran 100 soles

Rpta.: 100

3. Halle el término del lugar 7, en el cociente notable.

$$\frac{x^{30} - y^{40}}{x^3 - y^4}$$

donde el grado absoluto representa la edad que tiene Pedro, ¿cuántos años le faltan a Pedro para que cumpla medio siglo?

- A) 20 B) 17
C) 18 D) 21

Resolución:

$$\text{Se tiene } T_k = T_7$$

$$n = \frac{40}{4} = 10 \text{ términos}$$

$$T_7 = (x^3)^{10-7} (y^4)^{7-1}$$

$$T_7 = x^9 y^{24}$$

$$GA(T_7) = 33$$

Pedro tiene 33 años.

Medio siglo son 50 años

\therefore Le faltan 17 años para cumplir medio siglo

Rpta.: 17

4. El número de alumnos que almuerzan en el conasecionario de la Sra. Malena en Belisario; local del Colegio Saco Oliveros es de $2G$; siendo G el grado del sexto término en el desarrollo del cociente notable

$$\frac{x^{80} - y^{80}}{x^4 - y^4}$$

¿Cuántos menús debe preparar la Sra. Malena?

- A) 140 B) 148
C) 150 D) 152

Resolución:

En El C. N. se cumple:

$$n = \frac{80}{4} = 20 \text{ términos}$$

$$T_6 = (x^4)^{20-6} \cdot (y^4)^{6-1} = (x^4)^{14} (y^4)^5$$

$$T_6 = x^{56} y^{20}$$

$$\text{El grado del } T_6 \rightarrow G = 56 + 20 = 76$$

$$\text{El número de menús es } (76)(2) = 152$$

Rpta.: 152

5. Luego de factorizar el polinomio siguiente:

$$P(x; y) = 4x^5 + 8x^3y^2 - x^2y^2 - 2y^4$$

señale el factor primo de mayor grado absoluto.

- A) $x^3 - y^2$ B) $x^2 + 2y^2$
C) $x^3 - 2y^2$ D) $4x^3 - y^2$

Resolución:

Agrupando de 2 en 2:

$$\begin{aligned} & \underline{4x^5 + 8x^3y^2} - \underline{x^2y^2 - 2y^4} \\ & 4x^3(x^2 + 2y^2) - y^2(x^2 + 2y^2) \end{aligned}$$

Factor común

$$(x^2 + 2y^2)(4x^3 - y^2)$$

El factor primo de mayor grado es $4x^3 - y^2$.

Rpta.: $4x^3 - y^2$

6. Luego de factorizar el polinomio

$$x^2m + y^2n + x^2n + y^2m$$

El número de factores primos representa los alumnos becados en el colegio saco oliveros. ¿cuántos alumnos son becado?

- A) 1 B) 4
C) 2 D) 5

Resolución:

Agrupando de dos en dos

$$\underline{x^2m + y^2n} + \underline{x^2n + y^2m}$$

$$x^2(m+n) + y^2(m+n)$$

$$\rightarrow (m+n)(x^2 + y^2)$$

\Rightarrow hay 2 factores primos

\therefore hay 2 alumnos becados

Rpta.: 2

7. Al factorizar el polinomio

$$Q(a; b) = 16a^2 - 8a + 1 - 81b^2$$

indique el factor primo de mayor suma de coeficientes.

- A) $2a + 9b - 1$ B) $4a + 3b + 1$
C) $4a - 1 + 3b$ D) $4a - 1 + 9b$

Resolución:

Agrupando convenientemente

$$Q(a, b) = 16a^2 - 8a + 1 - 81b^2$$

T.C.P.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \uparrow & \downarrow \\ \textcircled{4a} & & \textcircled{1} \\ & 8a & \end{array}$$

$$Q(a, b) = (4a - 1)^2 - (9b)^2$$

Por dif. de cuad.:

$$Q = (4a - 1 + 9b)(4a - 1 - 9b)$$

Σ de Coef. mayor en f_{primo} : $4a - 1 + 9b$

Rpta.: $4a - 1 + 9b$

8. Indique el número de factores primos.

$$P(x) = x^6 + x^4 + x^3 + x^2$$

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

Resolución:

Extrayendo el factor común

$$P(x) = x^2(x^4 + x^2 + x + 1)$$

∴ hay dos factores primos

Rpta.: 2

9. Factorice

$$Q(x; y) = 16x^2 - 9y^2$$

e indique la suma de sus factores primos.

- A) 4x B) 6x
C) 5x D) 8x

Resolución:

Por diferencia de cuadrados

$$Q(x; y) = (4x + 3y)(4x - 3y)$$

Piden

$$4x + \cancel{3y} + 4x - \cancel{3y} \\ \rightarrow 8x$$

Rpta.: 8x

10. Indique el número de factores primos

$$P(x) = x^6 - 1$$

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

Resolución:

Por diferencia de cuadrados

$$P(x) = (x^3 + 1)(x^3 - 1)$$

Por suma y diferencia de cubos

$$P(x) = (x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$$

∴ tiene 4 factores primos

Rpta.: 4

11. Factorice.

$$Q(x; y) = 25x^2 - 40xy + 16y^2$$

- A) $(5x - 4y)^2$
B) $5x - y$
C) $x - 4y$
D) $2x + y$

Resolución:

Por trinomio cuadrado perfecto se tiene

$$25x^2 - 40xy + 16y^2$$

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{} \downarrow & & \uparrow \sqrt{} \downarrow \\ 5x & & 4y \end{array}$$

$$\hookrightarrow 2(5x)(4y)$$

$$\rightarrow Q(x; y) = (5x - 4y)^2$$

Rpta.: $(5x - 4y)^2$

12. Factorice e indique el factor primo de mayor término independiente del polinomio:

$$P(x) = (4x + 5)^2 - (2x - 3)^2$$

- A) $6x + 2$
B) $2x + 8$
C) $4x + 5$
D) $x + 4$

Resolución:

Por diferencia de cuadrados

$$P(x) = (4x + 5)^2 - (2x - 3)^2$$

$$P(x) = [(4x + 5) + (2x - 3)][(4x + 5) - (2x - 3)]$$

$$= [4x + 5 + 2x - 3][4x + 5 - 2x + 3]$$

$$P(x) = (6x + 2)(2x + 8)$$

$$P(x) = 2(3x + 1)2(x + 4)$$

$$P(x) = 4(3x + 1)(x + 4)$$

El factor primo de mayor término independiente es $x + 4$.**Rpta.: $x + 4$**

13. Al factorizar el polinomio

$$R(x; y) = 81x^4 - 16y^4$$

el número de factores primos representa los años que le faltan a Christian para terminar su carrera universitaria, si mis estudios universitarios duran 7 años, ¿cuántos años ya va estudiando Christian en la universidad?

- A) 1 B) 2
C) 3 D) 4

Resolución:

Por diferencia de cuadrados

$$R(x; y) = (9x^2 + 4y^2)(\underbrace{9x^2 - 4y^2})$$

Por diferencia de cuadrados

$$R(x; y) = (9x^2 + 4y^2)(3x + 2y)(3x - 2y)$$

→ Son 3 factores primos
tiempo que le falta para terminar la universidad: 3 años

tiempo que dura la universidad: 7 años

∴ años que va estudiando: 4 años

Rpta.: 4

14. Factorice

$$P(x; y) = 27x^3 - 8$$

e indique un factor primo lineal.

- A) $3x + 2$ B) $9x^2 - 6x + 4$
C) $9x^2 + 3x + 4$ D) $3x - 2$

Resolución:

Por diferencia de cubos

$$(3x - 2)(9x^2 + 6x + 4)$$

Factores primos: $(3x - 2)$; $(9x^2 + 6x + 4)$

Rpta.: $3x - 2$

15. Si la edad actual de la profesora Ana es $(15P + 1)$, donde P indica el número de factores primos luego de factorizar

$$Q(a; b) = 3a^3 - 2a^2b + 6ab^2 - 4b^3$$

¿Cuál es la edad de la profesora Ana dentro de 5 años?

- A) 46 años B) 36 años
C) 31 años D) 66 años

Resolución:

Agrupado de 2 en 2

$$\begin{aligned} Q(a; b) &= \underline{3a^3 - 2a^2b} + \underline{6ab^2 - 4b^3} \\ &= a^2(3a - 2b) + 2b^2(3a - 2b) \\ &= (3a - 2b)(a^2 + 2b^2) \end{aligned}$$

$P = 2$ factores primos

Edad de Ana = $15(2) + 1 = 31$ años

Dentro de 5 años su edad será 36 años

Rpta.: 36 años