

ÁLGEBRA

1. Luego de factorizar el polinomio

$$P(x) = x^4 - 41x^2 + 400$$

Señale el factor primo de mayor término independiente.

- A) $x+4$ B) $x+10$
C) $x+5$ D) $x+8$

Resolución:

Por aspa simple

$$P(x) = x^4 - 41x^2 + 400$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \nearrow \quad -25 \\ x^2 \quad \nwarrow \quad -16 \end{array}$$

$$P(x) = (x^2 - 25)(x^2 - 16)$$

Por dif. de cuadrados

$$P(x) = (x+5)(x-5)(x+4)(x-4)$$

El factor primo de mayor término independiente es $x+5$.

Rpta.: $x+5$

2. Determine un factor primo de

$$P(x) = x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1$$

- A) $x+1$ B) x^2+4x+5
C) x^2+4x+1 D) $x-2$

Resolución:

Fact. por Aspa Doble Especial

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \nearrow \quad 1 = x^2 \\ x^2 \quad \nwarrow \quad 1 = \frac{x^2}{2x^2} \end{array}$$

$$14x^2 - 2x^2 = 12x^2$$

$$P(x) = x^4 + 7x^3 + 14x^2 + 7x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \nearrow \quad 4x \quad \nearrow \quad 1 \\ x^2 \quad \nwarrow \quad 3x \quad \nwarrow \quad 1 \\ (x^2 + 4x + 1)(x^2 + 3x + 1) \end{array}$$

Rpta.: $x^2 + 4x + 1$

3. Indique un factor primo de

$$P(x) = x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 7x + 3$$

- A) x^2+4x+2 B) $x+5$
C) $x+1$ D) $x+4$

Resolución:

Fact. por Aspa Doble Especial

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \nearrow \quad 3 = 3x^2 \\ x^2 \quad \nwarrow \quad 1 = \frac{1x^2}{4x^2} \end{array}$$

$$8x^2 - 4x^2 = 4x^2$$

$$P(x) = x^4 + 5x^3 + 8x^2 + 7x + 3$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad \nearrow \quad 4x \quad \nearrow \quad 3 \\ x^2 \quad \nwarrow \quad 1x \quad \nwarrow \quad 1 \\ (x^2 + 4x + 3)(x^2 + x + 1) \\ x \quad \nearrow \quad 3 \\ x \quad \nwarrow \quad 1 \end{array}$$

$$P(x) = (x+3)(x+1)(x^2+x+1)$$

Rpta.: $x+1$

4. Factorice el polinomio

$$T(x) = x^3 - x^2 - 17x - 15$$

De como respuesta uno de los factores primos lineales.

- A) $x-1$ B) $x+3$
C) $x-5$ D) B o C

Resolución:

Fact. por Divisores Binómicos

Divisores de $-15 = \{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 15\}$

$$\Rightarrow T(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 17(-1) - 15$$

$$T(-1) = 0$$

$\Rightarrow (x+1)$ es un factor primo

$$\begin{array}{r|rrrr} x+1=0 & 1 & -1 & -17 & -15 \\ & -1 & \downarrow & -1 & 2 & 15 \\ & 1 & -2 & -15 & 0 \end{array}$$

$$T(x) = (x+1)(x^2-2x-15)$$

$$\begin{array}{l} \text{Aspa} \\ \text{simple} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x \quad -5 \\ x \quad 3 \end{array} \right.$$

Fact. primos
lineales

$$T(x) = (x+1)(x-5)(x+3)$$

Rpta.: B o C

5. Al reducir

$$E = \frac{\sqrt{125} + \sqrt{80} - \sqrt{20}}{\sqrt{45} + 4\sqrt{5}}$$

Podemos obtener la cantidad de meses que faltan para el onomástico de Joaquín, ¿cuántos meses faltan para su cumpleaños?

- A) $7\sqrt{5}$ B) 1
C) $\sqrt{5}$ D) 5

Resolución:

Transformando a rad. semejantes

$$\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$$

$$E = \frac{5\sqrt{5} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}}$$

$$E = \frac{7\sqrt{5}}{7\sqrt{5}} = 1$$

Rpta.: 1

6. Efectúe

$$P = \sqrt{12 - \sqrt{140}} + \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{13 + \sqrt{168}}$$

- A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{7}$
C) $2\sqrt{6}$ D) 0

Resolución:

Transformando cada radical doble a rad. simple.

$$\begin{aligned} *) \quad \sqrt{12 - \sqrt{140}} &= \sqrt{12 - \sqrt{4 \cdot 35}} = \sqrt{12 - 2\sqrt{35}} \\ &= \sqrt{7+5} - \sqrt{7 \times 5} \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *) \quad \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} &= \sqrt{6} + \sqrt{5} \\ &= \sqrt{6+5} + \sqrt{6 \times 5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *) \quad \sqrt{13 + \sqrt{168}} &= \sqrt{13 + 2\sqrt{42}} = \sqrt{7} + \sqrt{6} \\ &= \sqrt{7+6} + \sqrt{7 \times 6} \end{aligned}$$

En P se tiene

$$P = \sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{7} - \sqrt{6}$$

$$P = 0$$

Rpta.: 0

7. Reduzca

$$P = \frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{2}} - \sqrt{18}$$

- A) $\sqrt{5}$ B) $\sqrt{2}$
C) $\sqrt{10}$ D) $2\sqrt{5}$

Resolución:

Racionalizando se tiene

$$P = \frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{9 \cdot 2}$$

$$P = \frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{6\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2}$$

$$P = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$$

$$P = 2\sqrt{5}$$

Rpta.: $2\sqrt{5}$

8. Efectúe

$$Q = \frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} + \frac{2}{3+\sqrt{7}} - \sqrt{3}$$

- A) $\sqrt{7}$ B) $\sqrt{3}$
C) -3 D) 3

Resolución:

Racionalizando cada fracción

$$*) \frac{4}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})} \times \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})} = \frac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{4}$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{3}$$

$$*) \frac{2}{3+\sqrt{7}} \cdot \frac{(3-\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})} = \frac{2(3-\sqrt{7})}{2} = 3 - \sqrt{7}$$

$$Q = \sqrt{7} + \sqrt{3} + 3 - \sqrt{7} - \sqrt{3}$$

$$Q = 3$$

Rpta.: 3

9. Al hallar el valor de M aumentado en tres podemos obtener el número de libros que compró Luis en una feria, ¿cuántos libros ha adquirido Luis en dicha feria?

$$M = i^{40} + i^{123} + i^{90} + i^{501}$$

- A) 1 B) -1
C) i D) 3

Resolución:

Se sabe que:

$$\begin{array}{ccc} i^{4k} = 1 & \rightarrow & i^{4k+3} = -i \\ \swarrow & & \searrow \\ i^{4k+1} = i & & i^{4k+2} = -1 \end{array}$$

$$M = i^4 + i^{4+3} + i^{4+2} + i^{4+1}$$

$$M = 1 + (-i) + (-1) + i$$

$$M = 0$$

Rpta.: 3

10. Si $Z_1 = 5 + 2i$

$$Z_2 = 2 + 2i$$

$$Z_3 = 1 - 3i$$

Calcule $|Z|$, si $Z = Z_1 + Z_2^* + \overline{Z_3}$.

- A) 3 B) 4
C) 5 D) $\sqrt{3}$

Resolución:

\overline{Z} es el conjugado

Z^* es el opuesto

$$\left. \begin{array}{l} Z_1 = 5 + 2i \\ Z_2^* = -2 - 2i \\ \overline{Z_3} = 1 + 3i \end{array} \right\} +$$

$$Z = 4 + 3i$$

$$|Z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Rpta.: 5

11. En el salón del 3.º A del Colegio Saco Oliveros del local de Soria de Ate Vitarte están matriculados $10M$ alumnos, siendo M el valor hallado del número de factores primos lineales del polinomio

$$P(x) = 2x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 7x + 6$$

¿Cuántos alumnos asisten a la clase de álgebra si 2 de ellos están en cuarentena por el COVID 19?

- A) 39 alumnos B) 38 alumnos
C) 36 alumnos D) 32 alumnos

Resolución:

Fact. por Aspa Doble Especial

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 7x + 6 \\ \underline{2x^4 + 5x^3 - 5x^2} \\ -2x^3 - 7x^2 - 7x + 6 \\ \underline{-2x^3 - 5x^2} \\ -2x^2 - 7x + 6 \\ \underline{-2x^2 - 7x} \\ 6 \end{array}$$

$-7x^2$

$-5x^2$

$$P(x) = (2x^2 + 5x - 3)(x^2 - x - 2)$$

$$\begin{array}{ccccc} 2x & & -1 & x & -2 \\ x & \swarrow & & \swarrow & \\ & 3 & x & & 1 \end{array}$$

$$P(x) = (2x - 1)(x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

M = # de factores primos lineales = 4
alumnos matriculados en 3.º A = 40

Si 2 están en cuarentena \Rightarrow asisten a la clase de álgebra: 38 alumnos

Rpta.: 38 alumnos

12. En el aula de 35 alumnos de 3.^{er} grado, el número de alumnos aprobados se obtiene al reducir.

$$A = \frac{z^2 - \bar{z}^2}{z - \bar{z}}$$

Siendo $z = 16 + i$

¿Cuántos alumnos desaprobaron?

- A) 3 alumnos B) 5 alumnos
C) 2 alumnos D) 7 alumnos

Resolución:

$$z = 16 + i$$

$$\bar{z} = 16 - i$$

$$A = \frac{(16+i)^2 - (16-i)^2}{(16+i) - (16-i)}$$

$$A = \frac{4(16)(i)}{2i} = 32$$

Aprobaron: 32

Desaprobaban: 3

Rpta.: 3 alumnos

13. Luego de efectuar

$$z = \frac{13(1-i)}{3+2i} + i + 5$$

Señale la Im(Z).

- A) 4i B) -4i
C) 6i D) -4

Resolución:

Efectuando

$$\frac{13(1-i)}{3+2i} \cdot \frac{3-2i}{3-2i} = \frac{13(1-i)(3-2i)}{3^2 - 4i^2}$$

$$= 3 - 5i + 2i^2 = 1 - 5i$$

En Z:

$$Z = 1 - 5i + i + 5$$

$$Z = 6 - 4i$$

$$\Rightarrow \text{Im}(Z) = -4$$

Rpta.: -4

14. Si $Z_1 = 4 + 7i$

$$Z_2 = -2 + 3i$$

$$Z_3 = 2 - 5i$$

$$\text{Efectúe } Z = Z_1 + \bar{Z}_2 + Z_3^*$$

- A) 7i B) 4i
C) -3i D) 9i

Resolución:

$$Z_1 = 4 + 7i$$

$$\bar{Z}_2 = -2 - 3i$$

$$Z_3^* = -2 + 5i$$

$$Z = 4 + 7i - 2 - 3i - 2 + 5i = 9i$$

Rpta.: 9i

15. Sean

$$Z_1 = 5 + 4i$$

$$Z_2 = 3 - 2i$$

$$\text{El valor } P = \sqrt{|Z_1|^2 + 8} + \sqrt{|Z_2|^2 + 3}$$

Representa el costo en soles de una entrada al circo del Chino Risas, si asistieron 120 personas. ¿Cuánto fue lo recaudado?

- A) S/1320 B) S/1200
C) S/1350 D) S/110

Resolución:

$$|Z_1| = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

$$|Z_2| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$P = \sqrt{\sqrt{41}^2 + 8} + \sqrt{\sqrt{13}^2 + 3}$$

$$P = \sqrt{49} + \sqrt{16}$$

$$P = 7 + 4 = 11$$

El costo de una entrada es de S/11 en 120 personas recaudaron S/1320.

Rpta.: S/1320