

Neural Network Basic Assignment

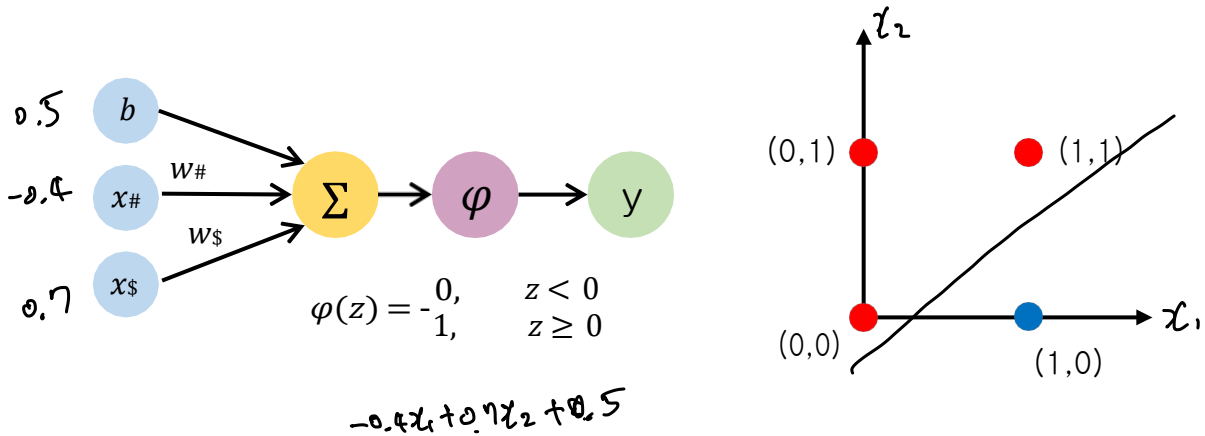
이름:

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= (1 + e^{-z})^{-1} \\ \sigma'(z) &= -(1 + e^{-z})^{-2} \cdot e^{-z} \cdot (-1) \\ &= \frac{e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{1 + e^{-z}}{(1 + e^{-z})^2} + \frac{-1}{(1 + e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1 + e^{-z}} + \frac{-1}{(1 + e^{-z})^2} = \frac{1}{1 + e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-z}}\right) = \sigma(z)(1 - \sigma(z)) \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

let $b = 0.5, w_1 = -0.4, w_2 = 0.7$

$$\begin{aligned} (0,0) &= \varphi(0.5) = 1 \\ (0,1) &= \varphi(1.2) = 1 \\ (1,0) &= \varphi(0.1) = 1 \\ (1,1) &= \varphi(0.8) = 1 \end{aligned}$$

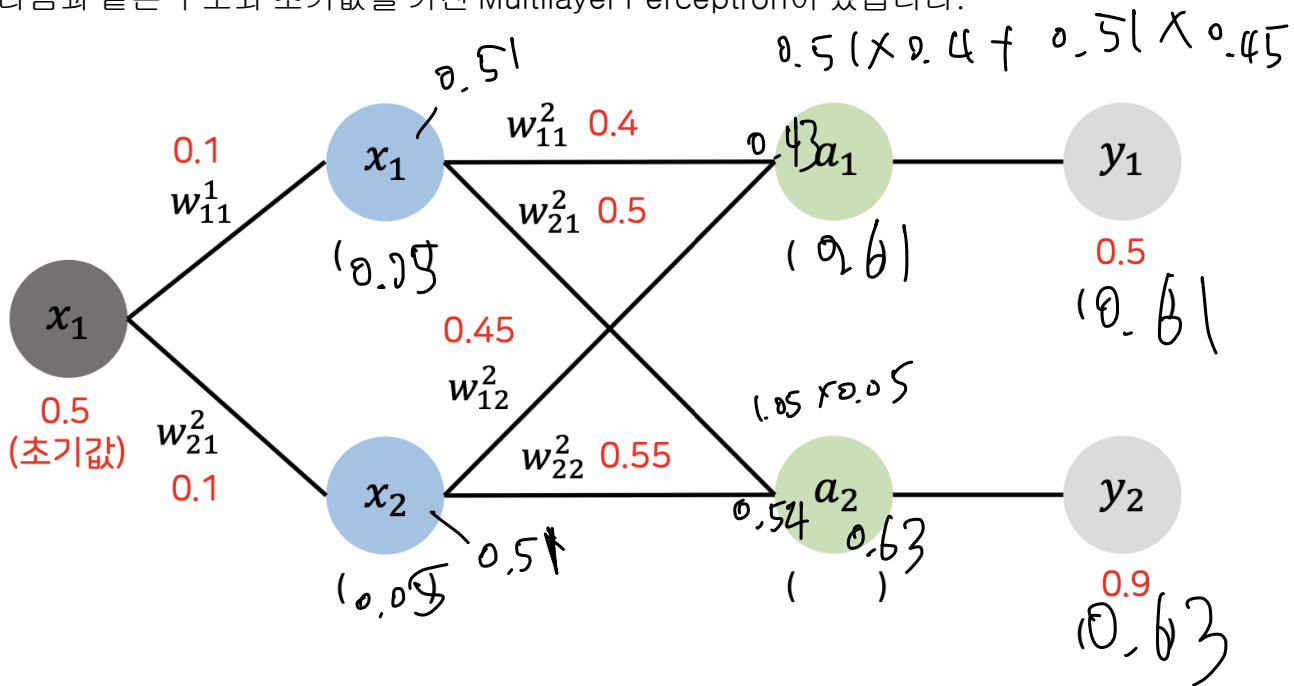
2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$\eta = 0.05$

$$\begin{aligned} b &= 0.5 + 0.05(0-1) = 0.045 \\ w_1 &= -0.4 + 0.05(0-1) \cdot 1 = -0.045 \\ w_2 &= 0.7 + 0.05(0-1) \cdot 0 = 0.7 \end{aligned}$$

$b = 0.045, w_1 = -0.045, w_2 = 0.7$ 로 업데이트된다.

3. 다음과 같은 구조와 초기값을 가진 Multilayer Perceptron이 있습니다.



3-1. ForwardPropagation이 일어날 때, 각 노드는 어떤 값을 갖게 되는지 빈 칸을 채워주세요.
(Sigmoid Function 사용)

3-2. output layer에 있는 노드들의 Mean Squared Error를 구해주세요.

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} (0.5 - 0.61)^2 + \frac{1}{2} (0.63 - 0.9)^2 \right] = 0.02125$$

3-3. 3-2에서 구한 답을 토대로, Back Propagation이 일어날 때 가중치 w_{11}^1 과 w_{11}^2 의 조정된 값을 구해주세요. (learning rate : 0.4)

수고하셨습니다.

$$\frac{\partial E_{\text{total}}}{\partial W_{11}'} = \frac{\partial E_{\text{total}}}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial z_{11}} \cdot \frac{\partial z_{11}}{\partial W_{11}'} = \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_1} + \frac{\partial E_2}{\partial x_1} \right) \cdot \frac{\partial x_1}{\partial z_{11}} + \frac{\partial z_{11}}{\partial W_{11}'}$$

$$= \left(\frac{\partial E_1}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial a_1}{z_{21}} \cdot \frac{\partial z_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial E_2}{\partial a_2} \cdot \frac{\partial a_2}{z_{22}} \cdot \frac{\partial z_{22}}{\partial x_1} \right) \cdot \frac{\partial x_1}{\partial z_{11}} + \frac{\partial z_{11}}{\partial W_{11}'}$$

$$= [(-0.5 - 0.61) \cdot 0.61(1 - 0.61) \cdot 0.4 + (-0.9 - 0.63) \cdot 0.63(1 - 0.63) \cdot 0.55] \cdot 0.51(1 - 0.51) \cdot 0.5$$

$$= (0.0105 - 0.0346) \cdot 0.51(1 - 0.51) \cdot 0.5$$

$$W_{11}' = -0.003$$

$$\frac{\partial E_{\text{total}}}{\partial W_{11}''} = \frac{\partial E_{\text{total}}}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial a_1}{\partial z_{21}} \cdot \frac{\partial z_{21}}{\partial W_{11}''} = (-0.5 - 0.61) \cdot 0.61(1 - 0.61) \cdot 0.51$$

$$= 0.012$$