

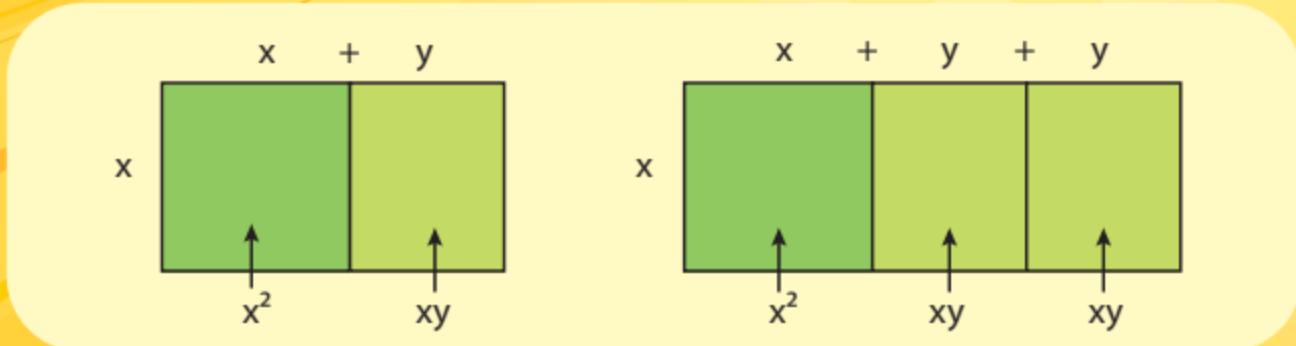
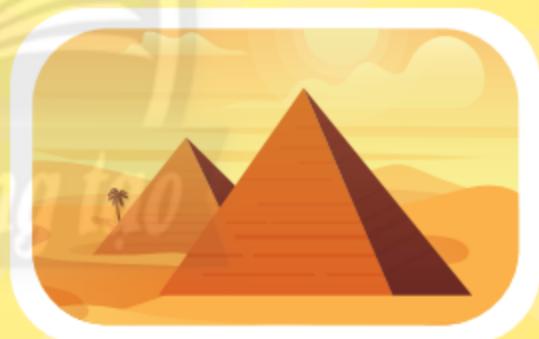
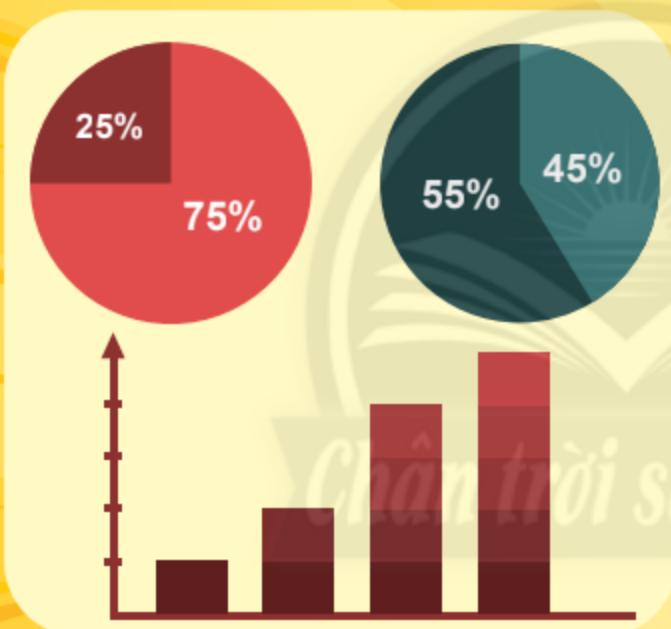


TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)  
TRẦN ĐỨC HUYỀN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)  
NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIỂN  
NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

# TOÁN

8

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM



TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)

TRẦN ĐỨC HUYỀN – NGUYỄN THÀNH ANH (đồng Chủ biên)

NGUYỄN CAM – NGUYỄN VĂN HIẾN

NGÔ HOÀNG LONG – HUỲNH NGỌC THANH

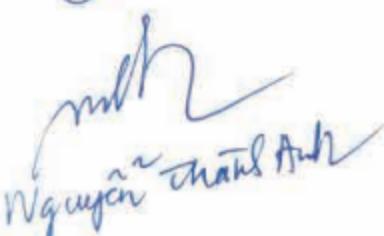
# TOÁN

8

*Chân trời sáng tạo*

TẬP MỘT

Chủ biên

  
Nguyễn Thành Anh

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

# HƯỚNG DẪN SỬ DỤNG SÁCH

Mỗi bài học thường có các phần như sau:

	Gợi mở vấn đề, dẫn dắt học sinh vào bài học.
	Gợi ý một số vấn đề giúp học sinh tìm ra kiến thức mới.
	Kiến thức trọng tâm
<b>Thực hành</b>	Giúp học sinh làm những bài tập cơ bản áp dụng kiến thức vừa học.
<b>Vận dụng</b>	Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống, điều kiện mới hoặc để giải quyết vấn đề.
	Các kiến thức, kỹ năng học sinh đạt được sau mỗi bài học.
<b>Em có biết?</b>	Giúp các em tìm hiểu những điều kì diệu của Toán học và các ứng dụng của Toán học vào thực tế cuộc sống.

---

*Hãy bảo quản, giữ gìn sách giáo khoa  
để dành tặng các em học sinh lớp sau!*

---

# LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh, quý thầy, cô giáo và phụ huynh thân mến!

Sách Toán 8 thuộc bộ sách giáo khoa **Chân trời sáng tạo** được biên soạn theo Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Cấu trúc sách Toán 8 được chia thành hai tập.

**Tập một** bao gồm ba phần:

**Số và Đại số** gồm một chương: *Biểu thức đại số*.

**Hình học và Đo lường** gồm hai chương: *Các hình khối trong thực tiễn; Định lí Pythagore. Các loại tứ giác thường gặp*.

**Một số yếu tố Thống kê và Xác suất** gồm một chương: *Một số yếu tố thống kê*.

Cấu trúc mỗi bài học thường được thống nhất theo các bước: khởi động, khám phá, thực hành, vận dụng và cuối mỗi bài học có nội dung để học sinh tự đánh giá. Các bài học sẽ tạo nên môi trường học tập tương tác tích cực; đồng thời khai thác được các ứng dụng công nghệ thông tin vào học Toán.

Nội dung sách hướng đến mục đích đảm bảo dễ dạy, dễ học, gắn Toán học với thực tiễn. Các hoạt động học tập được chọn lọc phù hợp với lứa tuổi và khả năng nhận thức của học sinh, thể hiện tinh thần tích hợp, gắn bó môn Toán với các môn học khác, đáp ứng được nhu cầu của học sinh trên mọi miền đất nước.

Chúng tôi tin tưởng rằng với cách biên soạn này, sách giáo khoa Toán 8 sẽ hỗ trợ giáo viên hạn chế được những khó khăn trong quá trình dạy học, đồng thời giúp các em học sinh hứng thú hơn khi học tập.

Rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy, cô giáo, phụ huynh và các em học sinh để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

## CÁC TÁC GIẢ

# MỤC LỤC

Hướng dẫn sử dụng sách	2
Lời nói đầu	3
<b>Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ</b>	
<b>Chương 1: BIỂU THỨC ĐẠI SỐ .....</b>	<b>5</b>
Bài 1. Đơn thức và đa thức nhiều biến	6
Bài 2. Các phép toán với đa thức nhiều biến	12
Bài 3. Hằng đẳng thức đáng nhớ	18
Bài 4. Phân tích đa thức thành nhân tử	23
Bài 5. Phân thức đại số	26
Bài 6. Cộng, trừ phân thức	31
Bài 7. Nhân, chia phân thức	36
Bài tập cuối chương 1	40
<b>Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG</b>	
<b>HÌNH HỌC TRỰC QUAN</b>	
<b>Chương 2: CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN .....</b>	<b>42</b>
Bài 1. Hình chóp tam giác đều – Hình chóp tứ giác đều	43
Bài 2. Diện tích xung quanh và thể tích của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều	49
Bài tập cuối chương 2	54
<b>HÌNH HỌC PHẲNG</b>	
<b>Chương 3: ĐỊNH LÍ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP .....</b>	<b>57</b>
Bài 1. Định lí Pythagore	58
Bài 2. Tứ giác	63
Bài 3. Hình thang – Hình thang cân	68
Bài 4. Hình bình hành – Hình thoi	73
Bài 5. Hình chữ nhật – Hình vuông	82
Bài tập cuối chương 3	88
<b>Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT</b>	
<b>Chương 4: MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ .....</b>	<b>90</b>
Bài 1. Thu thập và phân loại dữ liệu	91
Bài 2. Lựa chọn dạng biểu đồ để biểu diễn dữ liệu	98
Bài 3. Phân tích dữ liệu	109
Bài tập cuối chương 4	116
<b>HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM</b>	
Hoạt động 1. Dùng vật liệu tái chế gấp hộp quà tặng	119
Hoạt động 2. Làm tranh treo tường minh họa các loại hình tứ giác đặc biệt	120
Hoạt động 3. Thiết lập kế hoạch cho một mục tiêu tiết kiệm	123
Bảng giải thích thuật ngữ	125
Bảng tra cứu thuật ngữ	127

# Phần SỐ VÀ ĐẠI SỐ

Chương

1

## BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

Trong chương này, các em sẽ học về đơn thức và đa thức nhiều biến, kế tiếp chúng ta sẽ tìm hiểu bảy hằng đẳng thức đáng nhớ và sau cùng là học về phân thức đại số.



Một đội thuyền dự cuộc đua trên một khúc sông dài 4 km. Lúc xuôi dòng thì đội thuyền có tốc độ trung bình là  $x$  km/h, còn khi ngược dòng thì tốc độ chậm hơn 1 km/h. Thời gian đội thuyền đi ngược dòng là  $\frac{4}{x-1}$  giờ. Biểu thức  $\frac{4}{x-1}$  được gọi là phân thức đại số.

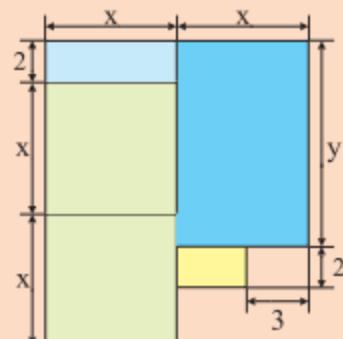
# Bài 1

## DƠN THỨC VÀ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN



Hình bên là bản vẽ sơ lược nền của một ngôi nhà (các kích thước tính theo m).

Có thể biểu thị diện tích của nền nhà bằng một biểu thức chứa biến  $x$  và  $y$  không? Nếu có, trong biểu thức đó chứa các phép tính nào?



### 1. ĐƠN THỨC VÀ ĐA THỨC



1 Một số biểu thức được phân chia thành các nhóm như dưới đây:

Nhóm A	Nhóm B	Nhóm C
$2xy; -3x^2; \frac{1}{2}xy^2; 10$	$x^2 - 2x + 1; x^2 - \frac{1}{2}xy$	$\frac{x}{y}; 2 - \sqrt{x}$

a) Các biểu thức ở nhóm A có đặc điểm gì phân biệt với các biểu thức ở nhóm B và nhóm C?

b) Các biểu thức ở nhóm A và nhóm B có đặc điểm gì chung, phân biệt với các biểu thức ở nhóm C?

Các biểu thức như ở nhóm A gọi là *đơn thức*; các biểu thức như ở nhóm A hoặc nhóm B gọi là *đa thức*. Các biểu thức như ở nhóm C không phải là đơn thức, cũng không phải là đa thức. Tổng quát, ta có định nghĩa sau đây.



*Đơn thức* là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

*Đa thức* là một tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một *hạng tử* của đa thức đó.

*Chú ý:*

- Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức (chỉ chứa một hạng tử).
- Số 0 được gọi *đơn thức không*, cũng gọi là *đa thức không*.

**Ví dụ 1.** Cho các biểu thức sau:

$$-3x; \quad 2xy + x - 1; \quad \frac{1}{2}x^2yz; \quad -xy + \frac{1}{4}xz; \quad -\sqrt{2}; \quad \sqrt{x}; \quad 3xy\left(-\frac{1}{4}\right)y^2; \quad \frac{x}{y}.$$

Trong số các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

- a) Các đơn thức;
- b) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

*Giải*

a) Các đơn thức là:  $-3x; \frac{1}{2}x^2yz; -\sqrt{2}; 3xy\left(-\frac{1}{4}\right)y^2$ .

b) Các đa thức gồm:

- Các đơn thức ở câu a) đều có một hạng tử;
- Đa thức  $2xy + x - 1$  có ba hạng tử và đa thức  $-xy + \frac{1}{4}xz$  có hai hạng tử.

*Chú ý:* Các biểu thức  $\sqrt{x}; \frac{x}{y}$  không phải là đơn thức (do đó cũng không phải là đa thức),

vì biểu thức đầu chứa phép toán lấy căn bậc hai số học của biến x, biểu thức sau chứa phép toán chia giữa hai biến x và y.

**Ví dụ 2.** Tính giá trị của các đơn thức, đa thức sau tại  $x = 3, y = -\frac{1}{2}$ .

a)  $6x^2y; \quad$  b)  $x^2 - 4xy + 4y^2$ .

*Giải*

a) Thay  $x = 3, y = -\frac{1}{2}$  vào đơn thức  $6x^2y$  ta được  $6 \cdot 3^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -27$ .

b) Thay  $x = 3, y = -\frac{1}{2}$  vào đa thức  $x^2 - 4xy + 4y^2$  ta được

$$3^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 9 + 6 + 1 = 16.$$

**Thực hành 1.** Cho các biểu thức sau:

$$ab - \pi r^2; \quad \frac{4\pi r^3}{3}; \quad \frac{p}{2\pi}; \quad x - \frac{1}{y}; \quad 0; \quad \frac{1}{\sqrt{2}}; \quad x^3 - x + 1.$$

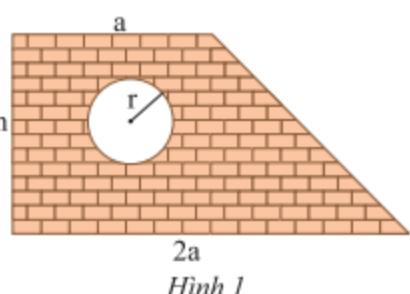
Trong các biểu thức trên, hãy chỉ ra:

- a) Các đơn thức;
- b) Các đa thức và số hạng tử của chúng.

**Vận dụng 1.** Một bức tường hình thang có cửa sổ hình tròn với các kích thước như Hình 1 (tính bằng m).

a) Viết biểu thức biểu thị diện tích bức tường (không tính phần cửa sổ).

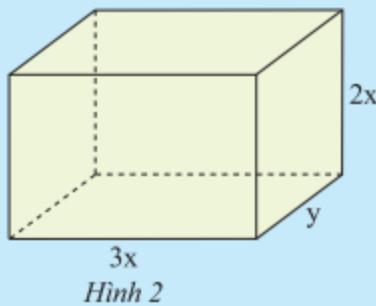
b) Tính giá trị diện tích trên khi  $a = 2$  m;  $h = 3$  m;  $r = 0,5$  m (lấy  $\pi = 3,14$ ; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



## 2. ĐƠN THỨC THU GỌN



- 2** Để tính thể tích của hình hộp chữ nhật ở Hình 2, bạn An viết  $V = 3xy \cdot 2x$ , còn bạn Tâm viết  $V = 6x^2y$ . Nếu nhận xét về kết quả của hai bạn.



Hình 2



*Đơn thức thu gọn* là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng nâng lên luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

Thừa số là một số nói trên được gọi là *hệ số*, tích của các thừa số còn lại gọi là *phần biến* của đơn thức thu gọn.

*Chú ý:*

- Tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức (có hệ số khác 0) gọi là *bậc của đơn thức* đó.
- Ta coi một số khác 0 là đơn thức thu gọn, có hệ số bằng chính số đó và có bậc bằng 0.
- Đơn thức không (số 0) không có bậc.
- Khi viết đơn thức thu gọn ta thường viết hệ số trước, phần biến sau và các biến được viết theo thứ tự bảng chữ cái.

*Ví dụ 3.*

- a) Đơn thức nào sau đây là đơn thức thu gọn? Chỉ ra hệ số và bậc của mỗi đơn thức đó.

$$3xyz; -x^3y^2z; -\sqrt{2}; -2x \cdot 3yz^2; -\frac{1}{3}xyx^2.$$

- b) Hãy thu gọn các đơn thức còn lại.

*Giải*

- a) Các đơn thức thu gọn là:

$3xyz$ , có hệ số là 3, bậc bằng  $1 + 1 + 1 = 3$ ;  
 $-x^3y^2z$ , có hệ số là  $-1$ , bậc bằng  $3 + 2 + 1 = 6$ ;  
 $-\sqrt{2}$ , có hệ số bằng  $-\sqrt{2}$ , bậc bằng 0.

$-2x \cdot 3yz^2$  và  $-\frac{1}{3}xyx^2$  không phải là đơn thức thu gọn, vì trong tích  $-2x \cdot 3yz^2$  có hai số là  $-2$  và  $3$ ;  $-\frac{1}{3}xyx^2$  có biến  $x$  xuất hiện hai lần.

- b) Thu gọn:

$$\begin{aligned} -2x \cdot 3yz^2 &= (-2 \cdot 3)xyz^2 = -6xyz^2; \\ -\frac{1}{3}xyx^2 &= -\frac{1}{3} \cdot (x \cdot x^2) \cdot y = -\frac{1}{3} \cdot x^{1+2} \cdot y = -\frac{1}{3}x^3y. \end{aligned}$$

*Chú ý:*

- a) Để thu gọn một đơn thức, ta nhóm các thừa số là các số rồi tính tích của chúng; nhóm các thừa số cùng một biến rồi viết tích của chúng thành luỹ thừa của biến đó.
- b) Từ nay, khi nói đến đơn thức, nếu không nói gì thêm, ta hiểu đó là đơn thức thu gọn.

**Thực hành 2.** Thu gọn các đơn thức sau đây. Chỉ ra hệ số và bậc của chúng.

a)  $12xy^2x$ ;      b)  $-y(2z)y$ ;      c)  $x^3yx$ ;      d)  $5x^2y^3z^4y$ .

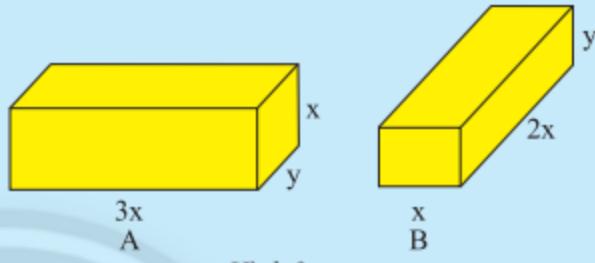
### 3. CỘNG, TRỪ ĐƠN THỨC ĐỒNG DẠNG



3 Cho hai hình hộp chữ nhật A và B có các kích thước như Hình 3.

a) Tính tổng thể tích của hình hộp chữ nhật A và B.

b) Thể tích của A lớn hơn thể tích của B bao nhiêu?



Hình 3

Hai đơn thức  $3x^2y$  và  $2x^2y$  có phần biến như nhau, đều là  $x^2y$ . Để cộng, trừ hai đơn thức này, áp dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta thực hiện như sau:

$$3x^2y + 2x^2y = (3 + 2)x^2y = 5x^2y; \quad 3x^2y - 2x^2y = (3 - 2)x^2y = x^2y.$$



*Hai đơn thức đồng dạng* là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phần biến.

Để cộng, trừ (hay tìm *tổng, hiệu*) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng, trừ hệ số của chúng và giữ nguyên phần biến.

**Ví dụ 4.** Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

a)  $4xy^3$  và  $7xy^3$ ;      b)  $xyx$  và  $-3x^2y$ ;      c)  $2xy$  và  $xyz^2$ .

*Giải*

a)  $4xy^3$  và  $7xy^3$  là hai đơn thức đồng dạng, vì có hệ số khác 0 và cùng phần biến là  $xy^3$ . Ta có:

$$4xy^3 + 7xy^3 = (4 + 7)xy^3 = 11xy^3;$$

$$4xy^3 - 7xy^3 = (4 - 7)xy^3 = -3xy^3.$$

b) Ta có  $xyx = xxy = x^2y$ . Vậy hai đơn thức  $xyx$  và  $-3x^2y$  có hệ số khác 0 và cùng phần biến là  $x^2y$ , do đó chúng là hai đơn thức đồng dạng. Ta có:

$$xyx + (-3x^2y) = x^2y - 3x^2y = (1 - 3)x^2y = -2x^2y;$$

$$xyx - (-3x^2y) = x^2y + 3x^2y = (1 + 3)x^2y = 4x^2y.$$

c) Ta thấy đơn thức  $xyz^2$  chứa biến  $z$ , trong khi đơn thức  $2xy$  không chứa biến này, do đó chúng có phần biến khác nhau. Bởi vậy, chúng không phải là hai đơn thức đồng dạng.

**Thực hành 3.** Mỗi cặp đơn thức sau có đồng dạng không? Nếu có, hãy tìm tổng và hiệu của chúng.

- a)  $xy$  và  $-6xy$ ;      b)  $2xy$  và  $xy^2$ ;      c)  $-4yzx^2$  và  $4x^2yz$ .

## 4. ĐA THỨC THU GỌN



- 4 Cho hai đa thức  $A = 5x^2 - 4xy + 2x - 4x^2 + xy$ ;  $B = x^2 - 3xy + 2x$ .

Tính giá trị của A và B tại  $x = -2$ ;  $y = \frac{1}{3}$ . Nếu nhận xét về hai giá trị này.

Sử dụng tính chất của các phép tính (giao hoán, kết hợp, phân phối), ta có thể biến đổi đa thức A như sau:

$$\begin{aligned} A &= 5x^2 - 4xy + 2x - 4x^2 + xy = (5x^2 - 4x^2) - (4xy - xy) + 2x \\ &= (5 - 4)x^2 - (4 - 1)xy + 2x \\ &= x^2 - 3xy + 2x (= B). \end{aligned}$$

Đa thức B không có hai hạng tử nào đồng dạng. Ta nói B là một *đa thức thu gọn*.



*Đa thức thu gọn* là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

*Chú ý:*

- Biến đổi một đa thức thành đa thức thu gọn gọi là *thu gọn* đa thức đó.
- Để thu gọn một đa thức, ta nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau và cộng các hạng tử đồng dạng đó với nhau.
- Bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức gọi là *bậc của đa thức* đó.

**Ví dụ 5.** Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

- a)  $A = 2a - 3b + 1 - a - 5 - 2b$ ;      b)  $B = x^2y + 3x - xy^2 + xy - 2x^2y - x$ .

*Giải*

a)  $A = (2a - a) + (-3b - 2b) + (1 - 5) = a - 5b - 4$ .

Ba hạng tử của A lần lượt có bậc là 1; 1; 0. Do đó, bậc của A bằng 1.

b)  $B = (x^2y - 2x^2y) + (3x - x) - xy^2 + xy = -x^2y + 2x - xy^2 + xy$ .

Bốn hạng tử của B lần lượt có bậc là 3; 1; 3; 2. Do đó, bậc của B bằng 3.

**Thực hành 4.** Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

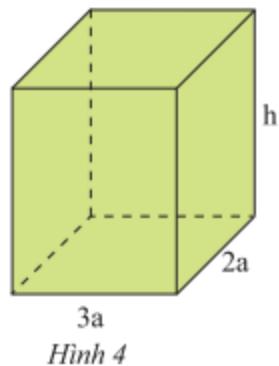
- a)  $A = x - 2y + xy - 3x + y^2$ ;      b)  $B = xyz - x^2y + xz - \frac{1}{2}xyz + \frac{1}{2}xz$ .

**Thực hành 5.** Tính giá trị của đa thức  $A = 3x^2y - 5xy - 2x^2y - 3xy$  tại  $x = 3$ ;  $y = -\frac{1}{2}$ .

**Vận dụng 2.** Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước như Hình 4 (tính theo cm).

a) Viết các biểu thức tính thể tích và diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

b) Tính giá trị của các đại lượng trên khi  $a = 2$  cm;  $h = 5$  cm.



## BÀI TẬP

1. Chỉ ra các đơn thức, đa thức trong các biểu thức sau:

$$-3; \quad 2z; \quad \frac{1}{3}xy + 1; \quad -10x^2yz; \quad \frac{4}{xy}; \quad 5x - \frac{z}{2}; \quad 1 + \frac{1}{y}.$$

2. Thu gọn các đơn thức sau. Chỉ ra hệ số, phần biến và bậc của mỗi đơn thức.

$$5xyx; \quad -xyz\frac{2}{3}y; \quad -2x^2\left(-\frac{1}{6}\right)x.$$

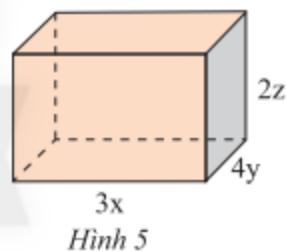
3. Thu gọn và tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a)  $M = x - 3 - 4y + 2x - y;$       b)  $N = -x^2t + 13t^3 + xt^2 + 5t^3 - 4.$

4. Tính giá trị của đa thức  $P = 3xy^2 - 6xy + 8xz + xy^2 - 10xz$  tại  $x = -3; y = -\frac{1}{2}; z = 3.$

5. Viết biểu thức biểu thị thể tích V và diện tích xung quanh S của hình hộp chữ nhật trong Hình 5.

Tính giá trị của V, S khi  $x = 4$  cm,  $y = 2$  cm và  $z = 1$  cm.



### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Nhận biết được đơn thức, đa thức nhiều biến.
- Thực hiện thu gọn đơn thức, đa thức.
- Tính được giá trị của đa thức khi biết giá trị của các biến.

## CÁC PHÉP TOÁN VỚI ĐA THỨC NHIỀU BIỂN



Trên một đoạn sông thẳng, xuất phát cùng lúc từ một bến thuyền, thuyền đi xuôi dòng với tốc độ  $(v + 3)$  km/h, ca nô đi ngược dòng với tốc độ  $(2v - 3)$  km/h.

Làm thế nào để tìm được quãng đường của mỗi phương tiện và khoảng cách giữa chúng sau khoảng thời gian t giờ kể từ khi rời bến?

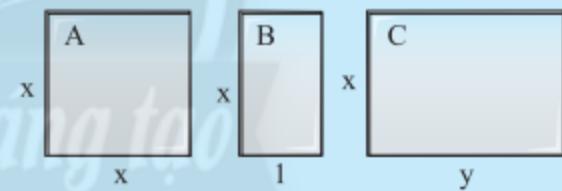


### 1. CỘNG, TRỪ HAI ĐA THỨC



1 Tại một công trình xây dựng, người ta dùng ba loại tấm kính chống nắng A, B và C với kích thước như Hình 1 (tính bằng m). Giá tiền các tấm kính được tính theo diện tích với đơn giá a đồng/m<sup>2</sup>. Tại đây có hai lần nhập vật liệu như bảng sau:

	Số tấm mỗi loại		
	A	B	C
Lần 1	2	4	5
Lần 2	4	3	6



- a) Tính tổng số tiền mua kính của cả hai lần.  
b) Số tiền lần 2 nhiều hơn lần 1 bao nhiêu?

Hình 1

Xét hai đa thức  $A = 2x^2 - xy$ ;  $B = x^2 + 3xy - y^2$ . Ta thực hiện phép cộng, trừ hai đa thức này như sau:

$$\begin{aligned} A + B &= (2x^2 - xy) + (x^2 + 3xy - y^2) \\ &= 2x^2 - xy + x^2 + 3xy - y^2 \quad (\text{quy tắc dấu ngoặc}) \\ &= (2x^2 + x^2) + (-xy + 3xy) - y^2 \quad (\text{tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng}) \\ &= 3x^2 + 2xy - y^2; \quad (\text{cộng, trừ đơn thức đồng dạng}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= (2x^2 - xy) - (x^2 + 3xy - y^2) \\ &= 2x^2 - xy - x^2 - 3xy + y^2 \quad (\text{quy tắc dấu ngoặc}) \\ &= (2x^2 - x^2) - (xy + 3xy) + y^2 \quad (\text{tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng}) \\ &= x^2 - 4xy + y^2. \quad (\text{cộng, trừ đơn thức đồng dạng}) \end{aligned}$$



Để cộng, trừ hai đa thức ta thực hiện các bước:

- Bỏ dấu ngoặc (sử dụng quy tắc dấu ngoặc);
- Nhóm các đơn thức đồng dạng (sử dụng tính chất giao hoán và kết hợp);
- Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

**Ví dụ 1.** Cho hai đa thức  $P = a + 3b + ab^2$  và  $Q = a^2b - ab^2 - 2b$ . Tính  $P + Q$  và  $P - Q$ .

*Giải*

$$P + Q = a + 3b + ab^2 + a^2b - ab^2 - 2b$$

$$= a + (3b - 2b) + a^2b + (ab^2 - ab^2) = a + b + a^2b.$$

$$P - Q = a + 3b + ab^2 - (a^2b - ab^2 - 2b) = a + 3b + ab^2 - a^2b + ab^2 + 2b$$

$$= a + (3b + 2b) - a^2b + (ab^2 + ab^2) = a + 5b - a^2b + 2ab^2.$$

**Thực hành 1.** Cho hai đa thức  $M = 1 + 3xy - 2x^2y^2$  và  $N = x - xy + 2x^2y^2$ .

Tính  $M + N$  và  $M - N$ .

## 2. NHÂN HAI ĐA THỨC

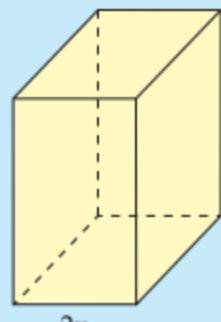
### Nhân hai đơn thức



2 Hình hộp chữ nhật A có chiều rộng  $2x$  cm, chiều dài và chiều cao đều gấp k lần chiều rộng (Hình 2).

a) Tính diện tích đáy của A.

b) Tính thể tích của A.



Hình 2

Xét hai đơn thức  $A = 2x^5y^2$  và  $B = -3xy^2$ .

Ta nhân hai đơn thức này như sau:

$$\begin{aligned} A \cdot B &= (2x^5y^2) \cdot (-3xy^2) \\ &= [2 \cdot (-3)] \cdot (x^5 \cdot x) \cdot (y^2 \cdot y^2) \quad (\text{tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân}) \\ &= -6x^6y^4. \end{aligned}$$



Để nhân hai đơn thức, ta nhân các hệ số với nhau, nhân các luỹ thừa cùng biến, rồi nhân các kết quả đó với nhau.

**Ví dụ 2.** Thực hiện các phép nhân đơn thức sau:

a)  $(-3x^4y^3) \cdot (-4x^2)$ ;      b)  $(xy)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^3\right)$ .

*Giải*

a)  $(-3x^4y^3) \cdot (-4x^2) = [(-3) \cdot (-4)] \cdot (x^4 \cdot x^2) \cdot y^3 = 12x^6y^3$ .

b)  $(xy)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^3\right) = (x^2y^2) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^3\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (x^2 \cdot x) \cdot (y^2 \cdot y^3) = -\frac{1}{2}x^3y^5$ .

**Thực hành 2.** Thực hiện các phép nhân đơn thức sau:

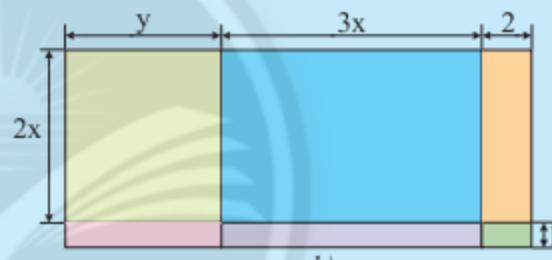
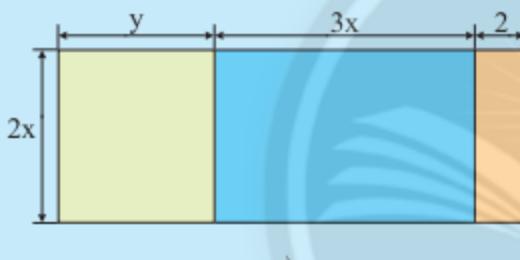
a)  $(4x^3) \cdot (-6x^3y)$ ;      b)  $(-2y) \cdot (-5xy^2)$ ;      c)  $(-2a)^3 \cdot (2ab)^2$ .

### Nhân hai đa thức



3 a) Hình 3a là bản vẽ sơ lược sàn của một căn hộ (các kích thước tính theo m). Tính diện tích sàn này bằng những cách khác nhau.

b) Nếu vẽ cả ban công thì được sơ đồ như Hình 3b. Hãy tính tổng diện tích của sàn bao gồm cả ban công.



Hình 3

Xét đơn thức  $A = 2x$  và hai đa thức  $B = y + 3x + 2$ ;  $C = 2x + 1$ .

Ta nhân hai đa thức A và B như sau:

$$\begin{aligned} A \cdot B &= 2x(y + 3x + 2) \\ &= 2xy + 2x \cdot 3x + 2x \cdot 2 \quad (\text{tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng}) \\ &= 2xy + 6x^2 + 4x. \quad (\text{tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân}) \end{aligned}$$

Để nhân hai đa thức C và B, nhân từng hạng tử của C với B, rồi cộng các kết quả với nhau:

$$\begin{aligned} C \cdot B &= (2x + 1)(y + 3x + 2) = 2x \cdot (y + 3x + 2) + 1 \cdot (y + 3x + 2) \\ &= 2xy + 6x^2 + 4x + y + 3x + 2 = 2xy + 6x^2 + (4x + 3x) + y + 2 \\ &= 2xy + 6x^2 + 7x + y + 2. \end{aligned}$$



– Để nhân đơn thức với đa thức, ta nhân đơn thức đó với từng hạng tử của đa thức, rồi cộng các kết quả với nhau.

– Để nhân hai đa thức, ta nhân từng hạng tử của đa thức này với đa thức kia, rồi cộng các kết quả với nhau.

**Ví dụ 3.** Thực hiện các phép tính nhân:

a)  $2xy(x^2 - 3y^2)$ ;      b)  $(x - y)(x^3 - x^2y)$ .

*Giải*

a)  $2xy(x^2 - 3y^2) = 2xy \cdot x^2 - 2xy \cdot 3y^2 = 2 \cdot (x \cdot x^2) \cdot y - 6 \cdot x \cdot (y \cdot y^2)$   
 $= 2x^3y - 6xy^3$ .

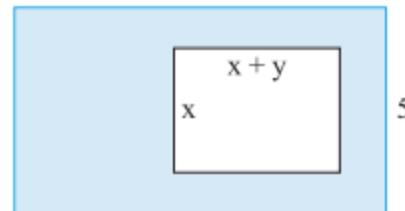
b)  $(x - y)(x^3 - x^2y) = x(x^3 - x^2y) - y(x^3 - x^2y) = x \cdot x^3 - x \cdot x^2 \cdot y - y \cdot x^3 + y \cdot x^2 \cdot y$   
 $= x^4 - x^3y - x^3y + x^2y^2$   
 $= x^4 - (x^3y + x^3y) + x^2y^2 = x^4 - 2x^3y + x^2y^2$ .

**Thực hành 3.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(-5a^4)(a^2b - ab^2)$ ;      b)  $(x + 2y)(xy^2 - 2y^3)$ .

**Vận dụng 1.** Viết biểu thức tính khoảng cách giữa hai phương tiện trong tình huống ở  (trang 12).

**Vận dụng 2.** Tính diện tích phần tô màu trong Hình 4.



$2x + 3y$

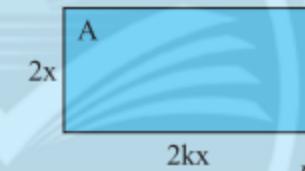
Hình 4

### 3. CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

#### Chia đơn thức cho đơn thức



4 Hình chữ nhật A có chiều rộng  $2x$  (cm), chiều dài gấp  $k$  ( $k > 1$ ) lần chiều rộng. Hình chữ nhật B có chiều dài  $3x$  (cm). Muốn hai hình chữ nhật này có diện tích bằng nhau thì B phải có chiều rộng bằng bao nhiêu?



Hình 5

Xét hai đơn thức  $A = 3x^4y^2$  và  $B = 4x^2y$ .

Nếu có đơn thức C sao cho  $A = B \cdot C$  thì ta nói A chia hết cho B, được thương là C và viết  $A : B = C$ .

Ta thực hiện phép chia A cho B như sau:

$$A : B = 3x^4y^2 : (4x^2y) = (3 : 4) \cdot (x^4 : x^2) \cdot (y^2 : y) = \frac{3}{4}x^2y.$$



Muốn chia đơn thức A cho đơn thức B (với A chia hết cho B), ta làm như sau:

- Chia hệ số của A cho hệ số của B.
- Chia luỹ thừa của từng biến trong A cho luỹ thừa của cùng biến đó trong B.
- Nhân các kết quả tìm được với nhau.

**Ví dụ 4.** Thực hiện phép chia  $9x^7y^3z^4$  cho  $3x^4y^2$ .

*Giải*

$$9x^7y^3z^4 : (3x^4y^2) = (9 : 3) \cdot (x^7 : x^4) \cdot (y^3 : y^2) \cdot z^4 = 3x^3yz^4.$$

**Thực hành 4.** Thực hiện phép chia  $8x^4y^5z^3$  cho  $2x^3y^4z$ .

**Vận dụng 3.** Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích  $V = 12x^2y$  và chiều cao bằng  $3y$ .

### Chia đa thức cho đơn thức



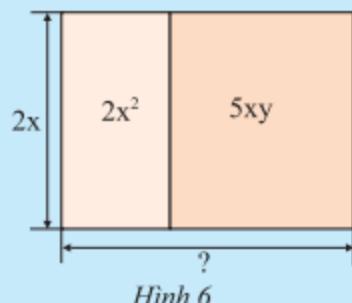
5

Một bức tường được trang trí bởi hai tấm giấy dán có cùng chiều cao  $2x$  (m) và có diện tích lần lượt là  $2x^2$  ( $m^2$ ) và  $5xy$  ( $m^2$ ).

a) Tính chiều rộng của mỗi tấm giấy, từ đó tìm chiều rộng của bức tường.

b) Từ kết quả trên, có thể biết được kết quả của phép chia đa thức  $A = 2x^2 + 5xy$  cho đơn thức  $B = 2x$  không?

Hãy giải thích.



Hình 6

Xét đa thức A và đơn thức B bất kì.

Nếu có đa thức C sao cho  $A = B \cdot C$  thì ta nói A *chia hết cho* B, được *thương* là C và viết  $A : B = C$ .

Ta có quy tắc sau đây:



Muốn chia một đa thức cho một đơn thức (trường hợp chia hết), ta chia từng hạng tử của đa thức cho đơn thức đó, rồi cộng các kết quả tìm được với nhau.

**Ví dụ 5.** Thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau:

a)  $(12a^2 - 6ab + 3a) : (3a)$ ;      b)  $(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2)$ .

*Giải*

a)  $(12a^2 - 6ab + 3a) : (3a) = [12a^2 : (3a)] + [-6ab : (3a)] + [3a : (3a)]$   
 $= (12 : 3) . (a^2 : a) + (-6 : 3) . (a : a) . b + (3 : 3) . (a : a)$   
 $= 4a - 2b + 1.$

b)  $(x^4y^2 - 4xy^3) : (-2xy^2) = [x^4y^2 : (-2xy^2)] + [-4xy^3 : (-2xy^2)]$   
 $= [1 : (-2)] . (x^4 : x) . (y^2 : y^2) + [(-4) : (-2)] . (x : x) . (y^3 : y^2)$   
 $= -\frac{1}{2}x^3 + 2y.$

**Thực hành 5.** Thực hiện các phép chia đa thức cho đơn thức sau:

a)  $(5ab - 2a^2) : a$ ;      b)  $(6x^2y^2 - xy^2 + 3x^2y) : (-3xy)$ .

**Vận dụng 4.** Tính chiều cao của hình hộp chữ nhật có thể tích  $V = 6x^2y - 8xy^2$  và diện tích đáy  $S = 2xy$ .

## BÀI TẬP

1. Tính:

- a)  $x + 2y + (x - y);$
- b)  $2x - y - (3x - 5y);$
- c)  $3x^2 - 4y^2 + 6xy + 7 + (-x^2 + y^2 - 8xy + 9x + 1);$
- d)  $4x^2y - 2xy^2 + 8 - (3x^2y + 9xy^2 - 12xy + 6).$

2. Tìm độ dài cạnh còn thiếu của tam giác ở Hình 7, biết rằng tam giác có chu vi bằng  $7x + 5y$ .

3. Thực hiện phép nhân.

- a)  $3x(2xy - 5x^2y);$
- b)  $2x^2y(xy - 4xy^2 + 7y);$
- c)  $\left(-\frac{2}{3}xy^2 + 6yz^2\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right).$

4. Thực hiện phép nhân.

- a)  $(x - y)(x - 5y);$
- b)  $(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2).$

5. Thực hiện phép chia.

- a)  $20x^3y^5 : (5x^2y^2);$
- b)  $18x^3y^5 : [3(-x)^3y^2].$

6. Thực hiện phép chia.

- a)  $(4x^3y^2 - 8x^2y + 10xy) : (2xy);$
- b)  $(7x^4y^2 - 2x^2y^2 - 5x^3y^4) : (3x^2y).$

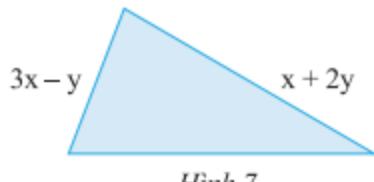
7. Tính giá trị của biểu thức.

a)  $3x^2y - (3xy - 6x^2y) + (5xy - 9x^2y)$  tại  $x = \frac{2}{3}, y = -\frac{3}{4};$

b)  $x(x - 2y) - y(y^2 - 2x)$  tại  $x = 5, y = 3.$

8. Trên một dòng sông, để đi được 10 km, một chiếc xuồng tiêu tốn a lít dầu khi xuôi dòng và tiêu tốn  $(a + 2)$  lít dầu khi ngược dòng. Viết biểu thức biểu thị số lít dầu mà xuồng tiêu tốn để đi từ bến A ngược dòng đến bến B, rồi quay lại bến A. Biết khoảng cách giữa hai bến là b km.

9. a) Tính chiều dài của hình chữ nhật có diện tích bằng  $6xy + 10y^2$  và chiều rộng bằng  $2y.$   
b) Tính diện tích đáy của hình hộp chữ nhật có thể tích bằng  $12x^3 - 3xy^2 + 9x^2y$  và chiều cao bằng  $3x.$



Hình 7



**Sau bài học này, em đã làm được những gì?**

- Thực hiện được phép cộng, trừ đa thức.
- Thực hiện được phép nhân hai đơn thức, nhân đơn thức với đa thức, nhân hai đa thức.
- Thực hiện được phép chia hết đơn thức cho đơn thức, đa thức cho đơn thức.

# Bài 3

## HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ



Hãy tính nhanh:  
 $65^2 - 35^2 = ?$   
 $102 \cdot 98 = ?$

Đáp số là 3 000  
và 9 996.

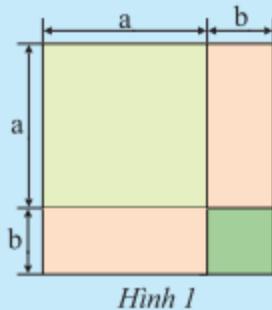
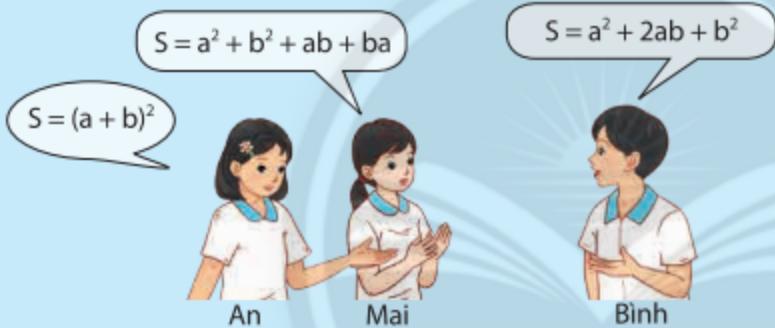
Trời! Bạn làm  
thế nào mà  
nhanh vậy?



### 1. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU



- 1) Ba bạn An, Mai và Bình viết biểu thức biểu thị tổng diện tích S của các phần tô màu trong Hình 1 như sau:



Kết quả của mỗi bạn có đúng không? Giải thích.

b) Thực hiện phép nhân và rút gọn đa thức của bạn An.

c) Bằng cách làm tương tự ở câu b), có thể biến đổi biểu thức  $(a - b)^2$  thành biểu thức nào?

Ở , bằng phép nhân đa thức, ta đã biến đổi biểu thức  $A = (a + b)^2$  thành biểu thức  $B = a^2 + 2ab + b^2$ . Từ đây cũng suy ra hai biểu thức này có giá trị bằng nhau với bất kì giá trị nào của các biến  $a$  và  $b$ . Ta nói hai biểu thức  $A$  và  $B$  bằng nhau hoặc đồng nhất với nhau và viết  $A = B$  hay

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \quad (1)$$

(1) được gọi là một *đồng nhất thức* hoặc *hằng đẳng thức*.

Trong bài học này, ta làm quen với một số hằng đẳng thức thường xuyên được sử dụng, gọi là *hằng đẳng thức đáng nhớ*.

Các hằng đẳng thức nhận được từ vẫn đúng khi thay  $a$ ,  $b$  bằng các biểu thức.



Với hai biểu thức tùy ý  $A$  và  $B$ , ta có:

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2;$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

**Ví dụ 1.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x + 3)^2$ ;      b)  $(2x - 3y)^2$ ;      c)  $(x^2 - 4y)^2$ .

*Giải*

a)  $(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$ ;

b)  $(2x - 3y)^2 = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$ ;

c)  $(x^2 - 4y)^2 = (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 4y + (4y)^2 = x^4 - 8x^2y + 16y^2$ .

**Ví dụ 2.** Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a)  $4x^2 + 4xy + y^2$ ;      b)  $x^2 - x + \frac{1}{4}$ .

*Giải*

a)  $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = (2x + y)^2$ ;

b)  $x^2 - x + \frac{1}{4} = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ .

**Ví dụ 3.** Tính nhanh:

a)  $41^2$ ;      b)  $49^2$ .

*Giải*

a)  $41^2 = (40 + 1)^2 = 40^2 + 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$ ;

b)  $49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2 = 2500 - 100 + 1 = 2401$ .

**Thực hành 1.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(3x + 1)^2$ ;      b)  $(4x + 5y)^2$ ;      c)  $\left(5x - \frac{1}{2}\right)^2$ ;      d)  $(-x + 2y^2)^2$ .

**Thực hành 2.** Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

a)  $a^2 + 10ab + 25b^2$ ;      b)  $1 + 9a^2 - 6a$ .

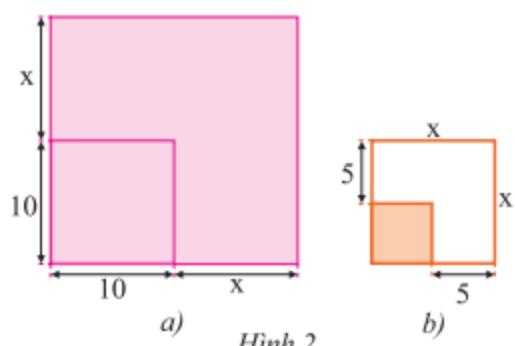
**Thực hành 3.** Tính nhanh:

a)  $52^2$ ;      b)  $98^2$ .

### Vận dụng 1.

a) Một mảnh vườn hình vuông có cạnh 10 m được mở rộng cả hai cạnh thêm  $x$  (m) như Hình 2a. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn sau khi mở rộng.

b) Một mảnh vườn hình vuông sau khi mở rộng mỗi cạnh 5 m thì được một mảnh vườn hình vuông với cạnh là  $x$  (m) như Hình 2b. Viết biểu thức (dạng đa thức thu gọn) biểu thị diện tích mảnh vườn trước khi mở rộng.



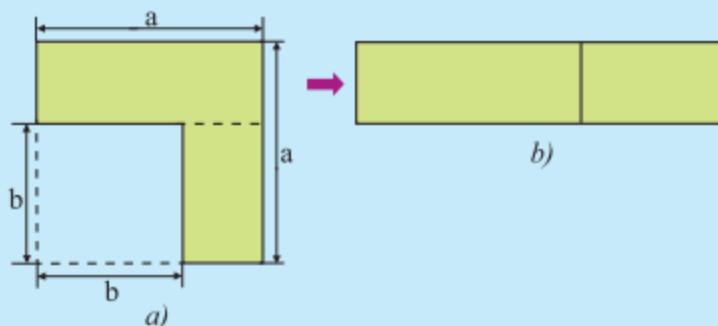
Hình 2

## 2. HIỆU CỦA HAI BÌNH PHƯƠNG



**2** a) Từ Hình 3a, người ta cắt ghép tạo thành Hình 3b. Viết hai biểu thức khác nhau, mỗi biểu thức biểu thị diện tích (phần tô màu) của một trong hai hình bên.

b) Thực hiện phép nhân và rút gọn đa thức, biến đổi biểu thức  $(a + b)(a - b)$  thành một đa thức thu gọn. Từ đó, có kết luận gì về diện tích của hai hình bên?



Hình 3



Với hai biểu thức tuỳ ý A và B, ta có:

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B).$$

**Ví dụ 4.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x + 1)(x - 1)$ ;      b)  $(2x + 3y)(2x - 3y)$ ;      c)  $(x^2 + y)(x^2 - y)$ .

*Giải*

a)  $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$ ;  
 b)  $(2x + 3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$ ;  
 c)  $(x^2 + y)(x^2 - y) = (x^2)^2 - y^2 = x^4 - y^2$ .

**Ví dụ 5.** Tính nhanh: a)  $47 \cdot 53$ ;      b)  $86^2 - 14^2$ .

*Giải*

a)  $47 \cdot 53 = (50 - 3)(50 + 3) = 50^2 - 3^2 = 2500 - 9 = 2491$ .  
 b)  $86^2 - 14^2 = (86 + 14)(86 - 14) = 100 \cdot 72 = 7200$ .

**Thực hành 4.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(4 - x)(4 + x)$ ;      b)  $(2y + 7z)(2y - 7z)$ ;      c)  $(x + 2y^2)(x - 2y^2)$ .

**Thực hành 5.** Tính nhanh:

a)  $82 \cdot 78$ ;      b)  $87 \cdot 93$ ;      c)  $125^2 - 25^2$ .

**Vận dụng 2.** Giải đáp câu hỏi ở (trang 18).

## 3. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG, MỘT HIỆU



**3** Hoàn thành các phép nhân đa thức sau vào vở, thu gọn kết quả nhận được:

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 \\ &= (a + b)(...) \\ &= ... \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a - b)^3 &= (a - b)(a - b)^2 \\ &= (a - b)(...) \\ &= ... \end{aligned}$$



Với hai biểu thức tuỳ ý A và B, ta có:

$$\begin{aligned} (A + B)^3 &= A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3; \\ (A - B)^3 &= A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3. \end{aligned}$$

**Ví dụ 6.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x + 1)^3$ ;      b)  $(2x - y)^3$ .

*Giải*

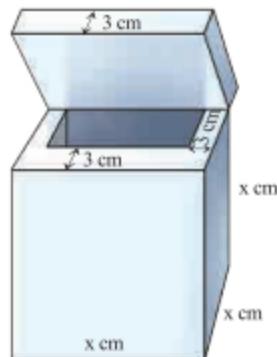
a)  $(x + 1)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 1 + 3 \cdot x \cdot 1^2 + 1^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ ;

b)  $(2x - y)^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot y + 3 \cdot (2x) \cdot y^2 - y^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$ .

**Thực hành 6.** Viết các biểu thức sau thành đa thức:

a)  $(x + 2y)^3$ ;      b)  $(3y - 1)^3$ .

**Vận dụng 3.** Một thùng chứa dạng hình lập phương có độ dài cạnh bằng  $x$  (cm). Phần vỏ bao gồm nắp có độ dày 3 cm. Tính dung tích (sức chứa) của thùng, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 4

## 4. TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI LẬP PHƯƠNG



4 Sử dụng quy tắc chuyển về và các tính chất của phép toán, hoàn thành các biến đổi sau vào vở:

$$\begin{aligned} (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ a^3 + b^3 &= (a+b)^3 - 3a^2b - 3ab^2 \\ &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) \\ &= (a+b)(...) \\ &= ... \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ a^3 - b^3 &= (a-b)^3 + 3a^2b - 3ab^2 \\ &= (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ &= (a-b)(...) \\ &= ... \end{aligned}$$



Với hai biểu thức tùy ý A và B, ta có:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2);$$

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2).$$

**Ví dụ 7.** Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a)  $x^3 + 27$ ;      b)  $x^3 - 64$ .

*Giải*

a)  $x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x + 3)(x^2 - 3x + 3^2) = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ ;

b)  $x^3 - 64 = x^3 - 4^3 = (x - 4)(x^2 + 4x + 4^2) = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$ .

**Ví dụ 8.** Tính: a)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ ;      b)  $(y - 3)(y^2 + 3y + 9)$ .

*Giải*

a)  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)(x^2 - 2x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$ ;

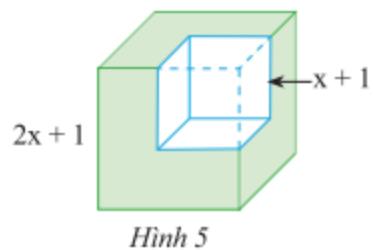
b)  $(y - 3)(y^2 + 3y + 9) = (y - 3)(y^2 + 3y + 3^2) = y^3 - 3^3 = y^3 - 27$ .

**Thực hành 7.** Viết các đa thức sau dưới dạng tích:

a)  $8y^3 + 1$ ;      b)  $y^3 - 8$ .

**Thực hành 8.** Tính: a)  $(x + 1)(x^2 - x + 1)$ ;      b)  $(2x - \frac{1}{2})(4x^2 + x + \frac{1}{4})$ .

**Vận dụng 4.** Từ một khối lập phương có cạnh bằng  $2x + 1$ , ta cắt bỏ một khối lập phương có cạnh bằng  $x + 1$  (xem Hình 5). Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 5

## BÀI TẬP

1. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

$$\text{a) } (3x + 4)^2; \quad \text{b) } (5x - y)^2; \quad \text{c) } \left(xy - \frac{1}{2}y\right)^2.$$

2. Viết các biểu thức sau thành bình phương của một tổng hoặc một hiệu:

$$\text{a) } x^2 + 2x + 1; \quad \text{b) } 9 - 24x + 16x^2; \quad \text{c) } 4x^2 + \frac{1}{4} + 2x.$$

3. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

$$\text{a) } (3x - 5)(3x + 5); \quad \text{b) } (x - 2y)(x + 2y); \quad \text{c) } \left(-x - \frac{1}{2}y\right)\left(-x + \frac{1}{2}y\right).$$

4. a) Viết biểu thức tính diện tích của hình vuông có cạnh bằng  $2x + 3$  dưới dạng đa thức.  
b) Viết biểu thức tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng  $3x - 2$  dưới dạng đa thức.

5. Tính nhanh:

$$\text{a) } 38 \cdot 42; \quad \text{b) } 102^2; \quad \text{c) } 198^2; \quad \text{d) } 75^2 - 25^2.$$

6. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

$$\text{a) } (2x - 3)^3; \quad \text{b) } (a + 3b)^3; \quad \text{c) } (xy - 1)^3.$$

7. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

$$\text{a) } (a - 5)(a^2 + 5a + 25); \quad \text{b) } (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2).$$

8. Viết các biểu thức sau thành đa thức:

$$\text{a) } (a - 1)(a + 1)(a^2 + 1); \quad \text{b) } (xy + 1)^2 - (xy - 1)^2.$$

9. a) Cho  $x + y = 12$  và  $xy = 35$ . Tính  $(x - y)^2$ . b) Cho  $x - y = 8$  và  $xy = 20$ . Tính  $(x + y)^2$ .  
c) Cho  $x + y = 5$  và  $xy = 6$ . Tính  $x^3 + y^3$ . d) Cho  $x - y = 3$  và  $xy = 40$ . Tính  $x^3 - y^3$ .

10. Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều bằng 5 cm. Thể tích của hình hộp chữ nhật sẽ tăng bao nhiêu nếu:

a) Chiều dài và chiều rộng tăng thêm a cm?

b) Chiều dài, chiều rộng, chiều cao đều tăng thêm a cm?



### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Nhận biết được các khái niệm: đồng nhất thức, hằng đẳng thức.
- Mô tả được các hằng đẳng thức: bình phương của một tổng; bình phương của một hiệu; hiệu hai bình phương; lập phương của một tổng; lập phương của một hiệu; tổng hai lập phương; hiệu hai lập phương.

## Bài 4

# PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ



99<sup>3</sup> – 99 chia hết cho cả ba số 98, 99 và 100.

Đúng rồi. Vì n<sup>3</sup> – n chia hết cho n, n – 1 và n + 1 mà. (n là số tự nhiên, n > 1).



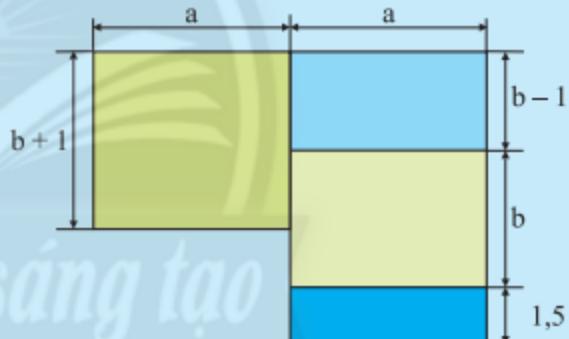
Phát biểu của hai bạn có đúng không? Vì sao?

## 1. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT NHÂN TỬ CHUNG



Tính diện tích của nền nhà có bản vẽ sơ lược như Hình 1 theo những cách khác nhau, biết  $a = 5$ ;  $b = 3,5$  (các kích thước tính theo mét).

Tính theo cách nào nhanh hơn?



Hình 1



Phân tích đa thức thành nhân tử (hay thừa số) là biến đổi đa thức đã cho thành một tích của những đa thức. Mỗi đa thức này gọi là một *nhân tử* của đa thức đã cho.

**Ví dụ 1.** Phân tích đa thức  $A = 3xy - 6x^2y + 12x$  thành nhân tử.

*Giải*

$$A = 3xy - 6x^2y + 12x = 3x \cdot y - 3x \cdot 2xy + 3x \cdot 4 = 3x(y - 2xy + 4).$$

Ở Ví dụ 1, ta thấy rằng mỗi hạng tử của đa thức A đều có thể viết thành tích của  $3x$  với một đơn thức. Ta gọi đơn thức  $3x$  là *nhân tử chung* của các hạng tử của A. Sử dụng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, ta viết được A thành tích của  $3x$  với một đa thức. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức A thành nhân tử bằng *phương pháp đặt nhân tử chung*.

**Thực hành 1.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $P = 6x - 2x^3$ ;      b)  $Q = 5x^3 - 15x^2y$ ;      c)  $R = 3x^3y^3 - 6xy^3z + xy$ .

## 2. PHƯƠNG PHÁP SỬ DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC



**2** Tìm biểu thức thích hợp thay vào mỗi chỗ  $\boxed{?}$ , từ đó hoàn thành biến đổi sau vào vở để phân tích đa thức sau thành nhân tử:

a)  $4x^2 - 9 = (\boxed{?})^2 - (\boxed{?})^2 = \dots$ ;      b)  $x^2y^2 - \frac{1}{4}y^2 = (\boxed{?})^2 - (\boxed{?})^2 = \dots$ ;

Ở ta đã sử dụng hằng đẳng thức  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  để phân tích đa thức thành nhân tử. Tuỳ trường hợp ta có thể sử dụng những hằng đẳng thức khác. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng *phương pháp sử dụng hằng đẳng thức*.

**Ví dụ 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $A = x^2 + 10x + 25$ ;      b)  $B = x^3 + 8y^3$ ;      c)  $C = 2ax^2 - 18ay^2$ .

*Giải*

a)  $A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x + 5)^2$ ;  
b)  $B = x^3 + 8y^3 = x^3 + (2y)^3 = (x + 2y)[x^2 - x \cdot 2y + (2y)^2] = (x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$ ;  
c)  $C = 2ax^2 - 18ay^2 = 2a(x^2 - 9y^2) = 2a[x^2 - (3y)^2] = 2a(x + 3y)(x - 3y)$ .

**Thực hành 2.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $9x^2 - 16$ ;      b)  $4x^2 - 12xy + 9y^2$ ;      c)  $t^3 - 8$ ;      d)  $2ax^3y^3 + 2a$ .

**Vận dụng 1.** Tìm một hình hộp chữ nhật có thể tích  $2x^3 - 18x$  (với  $x > 3$ ) mà độ dài các cạnh đều là biểu thức chứa x.

**Vận dụng 2.** Giải đáp câu hỏi ở (trang 23).

## 3. PHƯƠNG PHÁP NHÓM HẠNG TỬ



**3** Hãy hoàn thành biến đổi sau vào vở để phân tích đa thức thành nhân tử:

$$a^2 + ab + 2a + 2b = (a^2 + ab) + (2a + 2b) = \dots$$

Em có thể biến đổi theo cách khác để phân tích đa thức trên thành nhân tử không?

Ở ta đã ghép các hạng tử của đa thức thành các nhóm để làm xuất hiện nhân tử chung. Cách làm như vậy gọi là phân tích đa thức thành nhân tử bằng *phương pháp nhóm hạng tử*.

**Ví dụ 3.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 - 3x + xy - 3y$ ;      b)  $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$ .

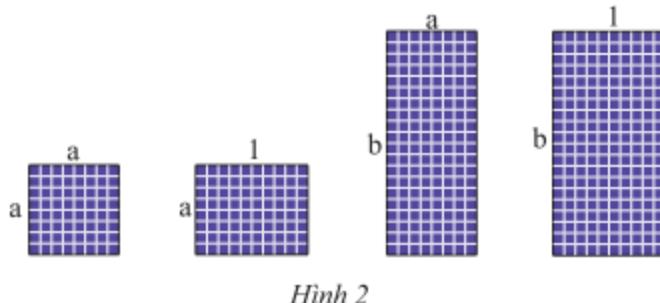
*Giải*

a)  $x^2 - 3x + xy - 3y = (x^2 - 3x) + (xy - 3y) = x(x - 3) + y(x - 3) = (x - 3)(x + y);$   
 b)  $x^3 + 2x^2 - 2x - 1 = (x^3 - 1) + (2x^2 - 2x) = (x - 1)(x^2 + x + 1) + 2x(x - 1) = (x - 1)(x^2 + 3x + 1).$

**Thực hành 3.** Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $a^3 - a^2b + a - b;$       b)  $x^3 + 2x^2 - xy^2 - 2y^2.$

**Vận dụng 3.** Có thể ghép bốn tấm pin mặt trời với kích thước như Hình 2 thành một hình chữ nhật không? Nếu có, tính độ dài các cạnh và diện tích hình chữ nhật đó. Biết  $a = 0,8$ ;  $b = 2$  (các kích thước tính theo mét).



## BÀI TẬP

1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^3 + 4x;$       b)  $6ab - 9ab^2;$   
 c)  $2a(x - 1) + 3b(1 - x);$       d)  $(x - y)^2 - x(y - x).$

2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $4x^2 - 1;$       b)  $(x + 2)^2 - 9;$       c)  $(a + b)^2 - (a - 2b)^2.$

3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $4a^2 + 4a + 1;$       b)  $-3x^2 + 6xy - 3y^2;$       c)  $(x + y)^2 - 2(x + y)z + 4z^2.$

4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $8x^3 - 1;$       b)  $x^3 + 27y^3;$       c)  $x^3 - y^6.$

5. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $4x^3 - 16x;$       b)  $x^4 - y^4;$   
 c)  $xy^2 + x^2y + \frac{1}{4}y^3;$       d)  $x^2 + 2x - y^2 + 1.$

6. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a)  $x^2 - xy + x - y;$       b)  $x^2 + 2xy - 4x - 8y;$       c)  $x^3 - x^2 - x + 1.$

7. Cho  $y > 0$ . Tìm độ dài cạnh của hình vuông có diện tích bằng  $49y^2 + 28y + 4$ .



**Sau bài học này, em đã làm được những gì?**

– Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách đặt nhân tử chung, vận dụng trực tiếp hằng đẳng thức, vận dụng hằng đẳng thức thông qua nhóm hạng tử và đặt nhân tử chung.



Một ô tô đi được quãng đường  $s$  (km) với tốc độ  $v$  (km/h) hết thời gian  $t$  (giờ).

Hãy lập các biểu thức tính một trong ba đại lượng  $s$ ,  $v$  và  $t$  theo hai đại lượng còn lại.

Có phải tất cả các biểu thức đó đều là đa thức? Hãy giải thích.



## 1. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ



a) Viết biểu thức biểu thị các đại lượng sau đây:

- Chiều rộng của hình chữ nhật có chiều dài bằng  $a$  (m) và diện tích bằng  $3 \text{ m}^2$ .
  - Thời gian để một người thợ làm được  $x$  sản phẩm, biết rằng mỗi giờ người thợ đó làm được  $y$  sản phẩm.
  - Năng suất trung bình của một mảnh ruộng gồm hai thửa, một thửa có diện tích  $a$  (ha) cho thu hoạch được  $m$  tấn lúa, thửa kia có diện tích  $b$  (ha) cho thu hoạch  $n$  tấn lúa.
- b) Các biểu thức trên có đặc điểm nào giống nhau? Chúng có phải là đa thức không?



Một *phân thức đại số* (hay nói gọn là *phân thức*) là một biểu thức có dạng  $\frac{A}{B}$ , trong đó  $A, B$  là những đa thức và  $B$  khác đa thức không.

$A$  được gọi là *tử thức* (hay *tử*),  $B$  được gọi là *mẫu thức* (hay *mẫu*).

*Chú ý:* Mỗi đa thức được coi là một phân thức với mẫu thức bằng 1.

**Ví dụ 1.** Chỉ ra các phân thức trong các biểu thức sau đây:

$$\frac{2x+1}{x-3}; \quad \frac{ab}{a+b}; \quad x^2 + 2x + 1; \quad \sqrt{5}; \quad \frac{\sqrt{x}}{x+1}.$$

*Giải*

Trong các biểu thức trên,  $\frac{2x+1}{x-3}; \frac{ab}{a+b}$ ;  $x^2 + 2x + 1; \sqrt{5}$  là phân thức.

Biểu thức  $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$  không phải là phân thức, vì  $\sqrt{x}$  không phải là đa thức.



Điều kiện xác định của phân thức  $\frac{A}{B}$  là điều kiện của biến để mẫu thức B khác 0.

Khi thay các biến của phân thức đại số bằng các giá trị nào đó (sao cho phân thức xác định), rồi thực hiện các phép tính thì ta nhận được *giá trị* của phân thức đại số đó tại các giá trị của biến.

**Ví dụ 2.** Cho phân thức  $P = \frac{x^2 - 1}{2x + 1}$ .

a) Tính giá trị của phân thức tại  $x = 0; x = 1; x = 2$ .

b) Tại  $x = -\frac{1}{2}$  thì phân thức có xác định không? Tại sao?

*Giải*

$$\text{a)} \text{ Tại } x = 0, P = \frac{0 - 1}{2 \cdot 0 + 1} = -1.$$

$$\text{Tại } x = 1, P = \frac{1^2 - 1}{2 \cdot 1 + 1} = 0.$$

$$\text{Tại } x = 2, P = \frac{2^2 - 1}{2 \cdot 2 + 1} = \frac{3}{5}.$$

b) Với  $x = -\frac{1}{2}$  thì giá trị của mẫu thức là  $2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = -1 + 1 = 0$  nên phân thức không xác định.

*Chú ý:* Khi xét phân thức mà không nói gì thêm thì ta hiểu các biến chỉ nhận các giá trị làm cho phân thức xác định.

**Ví dụ 3.** Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức sau:

$$\text{a)} \frac{3x + 4}{x - 2};$$

$$\text{b)} \frac{x - y}{x + y}.$$

*Giải*

a) Phân thức xác định khi  $x - 2 \neq 0$  hay  $x \neq 2$ .

b) Phân thức xác định khi  $x + y \neq 0$  (nghĩa là tại các giá trị của x và y thoả mãn  $x + y \neq 0$ ).

**Thực hành 1.** Tìm giá trị của phân thức:

$$\text{a)} \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2} \text{ tại } x = -3, x = 1; \quad \text{b)} \frac{xy - 3y^2}{x + y} \text{ tại } x = 3, y = -1.$$

**Thực hành 2.** Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức:

$$\text{a)} \frac{1}{2a + 4};$$

$$\text{b)} \frac{xy^2}{x - 2y}.$$

**Vận dụng.** Giá thành trung bình của một chiếc áo sơ mi được một xí nghiệp sản xuất

cho bởi biểu thức  $C(x) = \frac{0,0002x^2 + 120x + 1000}{x}$ , trong đó x là số áo được sản xuất

và C tính bằng nghìn đồng. Tính C khi  $x = 100, x = 1000$ .

## 2. HAI PHÂN THỨC BẰNG NHAU



Xét hai phân thức  $A = \frac{x}{y}$  và  $B = \frac{x^2 - x}{xy - y}$ .

a) Tính giá trị của các phân thức trên khi  $x = 3, y = 2$  và khi  $x = -1, y = 5$ .

Nêu nhận xét về giá trị của A và B khi cho x và y nhận những giá trị nào đó ( $y \neq 0$  và  $xy - y \neq 0$ ).

b) Nhân tử thức của phân thức này với mẫu thức của phân thức kia, rồi so sánh hai đa thức nhận được.



Ta nói hai phân thức  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$  *bằng nhau* nếu  $A \cdot D = B \cdot C$ . Khi đó, ta viết

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}.$$

**Ví dụ 4.** Hai phân thức  $A = \frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9}$  và  $B = \frac{3x}{x + 3}$  có bằng nhau không? Tại sao?

*Giải*

Ta có  $(3x^2 - 9x) \cdot (x + 3) = 3x^3 + 9x^2 - 9x^2 - 27x = 3x^3 - 27x$ ;

$$(x^2 - 9) \cdot 3x = 3x^3 - 27x.$$

Vậy  $(3x^2 - 9x) \cdot (x + 3) = (x^2 - 9) \cdot 3x$ .

Do đó  $\frac{3x^2 - 9x}{x^2 - 9} = \frac{3x}{x + 3}$ , hay  $A = B$ .

**Thực hành 3.** Mỗi cặp phân thức sau đây có bằng nhau không? Tại sao?

a)  $\frac{xy^2}{xy + y}$  và  $\frac{xy}{x + 1}$ ;

b)  $\frac{xy - y}{x}$  và  $\frac{xy - x}{y}$ .

## 3. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC



Xét các phân thức  $P = \frac{x^2y}{xy^2}$ ,  $Q = \frac{x}{y}$ ,  $R = \frac{x^2 + xy}{xy + y^2}$ .

a) Các phân thức trên có bằng nhau không? Tại sao?

b) Có thể biến đổi như thế nào để chuyển Q thành P và R thành Q?

Tương tự như đối với phân số, ta có các tính chất cơ bản của phân thức sau đây:



Khi nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức không thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C} \quad (C \text{ là một đa thức khác đa thức không}).$$

Khi chia cả tử và mẫu của một phân thức cho cùng một nhân tử chung của chúng thì được một phân thức bằng phân thức đã cho.

$$\frac{A}{B} = \frac{A:D}{B:D} \quad (D \text{ là một nhân tử chung}).$$

**Ví dụ 5.** Biến đổi phân thức bên trái thành phân thức bên phải của mỗi đẳng thức sau:

$$a) \frac{x-y}{y^2-x^2} = \frac{-1}{x+y}; \quad b) \frac{2x}{-x+4} = \frac{-2x}{x-4}; \quad c) \frac{-12a^2bc}{9ab^3} = \frac{-4ac}{3b^2}.$$

*Giải*

$$a) \frac{x-y}{y^2-x^2} = \frac{-(y-x)}{(y+x)(y-x)} = \frac{-1}{x+y};$$

$$b) \frac{2x}{-x+4} = \frac{2x(-1)}{(-x+4)(-1)} = \frac{-2x}{x-4};$$

$$c) \frac{-12a^2bc}{9ab^3} = \frac{(-4) \cdot 3 \cdot a \cdot a \cdot b \cdot c}{3 \cdot 3 \cdot a \cdot b \cdot b^2} = \frac{-4ac}{3b^2}.$$

**Nhận xét:** Ở Ví dụ 5, các phân thức bên phải đều đơn giản hơn phân thức bên trái. Ta gọi các phép biến đổi ở trên là *rút gọn* phân thức.

**Chú ý:** Để rút gọn một phân thức, ta thường thực hiện như sau:

- Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (nếu cần) để tìm nhân tử chung.
- Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

**Ví dụ 6.** Rút gọn phân thức  $A = \frac{18x^2(x^2 - 2xy + y^2)}{27(x^4 - x^3y)}$ .

*Giải*

$$\text{Ta có } A = \frac{18x^2(x^2 - 2xy + y^2)}{27(x^4 - x^3y)} = \frac{2 \cdot 9x^2(x-y)^2}{3 \cdot 9x^3(x-y)} = \frac{2(x-y)}{3x}.$$

**Thực hành 4.** Chúng tỏ hai phân thức  $\frac{a^2 - b^2}{a^2b + ab^2}$  và  $\frac{a-b}{ab}$  bằng nhau theo hai cách khác nhau.

**Thực hành 5.** Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{3x^2 + 6xy}{6x^2};$       b)  $\frac{2x^2 - x^3}{x^2 - 4};$       c)  $\frac{x+1}{x^3 + 1}.$

## BÀI TẬP

1. Trong các biểu thức sau, biểu thức nào là phân thức?

$$\frac{3x+1}{2x-1}; \quad 2x^2 - 5x + 3; \quad \frac{x+\sqrt{x}}{3x+2}.$$

2. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a)  $\frac{4x-1}{2x-6};$       b)  $\frac{x-10}{x+3y};$       c)  $3x^2 - x + 7.$

3. Tìm giá trị của phân thức:

a)  $A = \frac{3x^2 + 3x}{x^2 + 2x + 1}$  tại  $x = -4;$       b)  $B = \frac{ab - b^2}{a^2 - b^2}$  tại  $a = 4, b = -2.$

4. Mỗi cặp phân thức sau có bằng nhau không? Tại sao?

a)  $\frac{3ac}{a^3b}$  và  $\frac{6c}{2a^2b};$       b)  $\frac{3ab - 3b^2}{6b^2}$  và  $\frac{a-b}{2b}.$

5. Tìm đa thức thích hợp thay vào  $\boxed{?}$  trong các đẳng thức sau:

a)  $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{\boxed{?}}{x^2-1};$       b)  $\frac{x^2+2x}{x^3+8} = \frac{\boxed{?}}{x^2-2x+4}.$

6. Rút gọn các phân thức sau:

a)  $\frac{3x^2y}{2xy^5};$       b)  $\frac{3x^2-3x}{x-1};$   
c)  $\frac{ab^2-a^2b}{2a^2+a};$       d)  $\frac{12(x^4-1)}{18(x^2-1)}.$



**Sau bài học này, em đã làm được những gì?**

- Nhận biết được phân thức, điều kiện xác định, giá trị của phân thức, hai phân thức bằng nhau.
- Sử dụng các tính chất cơ bản của phân thức để xét sự bằng nhau của hai phân thức, rút gọn phân thức.



Tại một cuộc đua thuyền diễn ra trên một khúc sông từ A đến B dài 3 km. Mỗi đội thực hiện một vòng đua, xuất phát từ A đến B, rồi quay về A là đích. Một đội đua đạt tốc độ  $(x + 1)$  km/h khi xuôi dòng từ A đến B và đạt tốc độ  $(x - 1)$  km/h khi ngược dòng từ B về A.



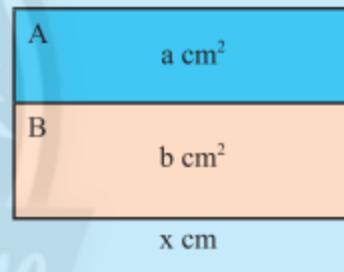
Thời gian thi của đội là bao nhiêu? Chiều về mất thời gian nhiều hơn chiều đi bao nhiêu giờ? Cần dùng phép tính nào để tìm các đại lượng đó?

## 1. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC CÙNG MẪU



1 Một hình chữ nhật lớn được ghép bởi hai hình chữ nhật A và B lần lượt có diện tích là  $a \text{ cm}^2$ ,  $b \text{ cm}^2$  và có cùng chiều dài  $x \text{ cm}$  (Hình 1).

- a) Tính chiều rộng của hình chữ nhật lớn theo hai cách khác nhau.  
 b) Chiều rộng của B lớn hơn chiều rộng của A bao nhiêu? Biết  $b > a$ .



*Hình 1*



Muốn cộng (hoặc trừ) hai phân thức có cùng mẫu thức, ta cộng (hoặc trừ) các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}; \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}.$$

*Chú ý:* Phép cộng phân thức có các tính chất giao hoán, kết hợp tương tự như đối với phân số.

**Ví dụ 1.** Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\text{a)} \frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy}; \quad \text{b)} \frac{x^2+5x}{x+2} - \frac{x-4}{x+2}; \quad \text{c)} \frac{3x+2y}{x^2-y^2} - \frac{x}{x^2-y^2}.$$

*Giải*

$$\begin{aligned}
 \text{a)} & \frac{x+y}{xy} + \frac{x-y}{xy} = \frac{x+y+x-y}{xy} = \frac{2x}{xy} = \frac{2}{y}; \\
 \text{b)} & \frac{x^2+5x}{x+2} - \frac{x-4}{x+2} = \frac{x^2+5x-(x-4)}{x+2} = \frac{x^2+5x-x+4}{x+2} \\
 & = \frac{x^2+4x+4}{x+2} = \frac{(x+2)^2}{x+2} = \frac{(x+2)(x+2)}{x+2} = x+2; \\
 \text{c)} & \frac{3x+2y}{x^2-y^2} - \frac{x}{x^2-y^2} = \frac{3x+2y-x}{x^2-y^2} = \frac{2x+2y}{(x+y)(x-y)} = \frac{2(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{2}{x-y}.
 \end{aligned}$$

**Thực hành 1.** Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a)} \frac{x}{x+3} + \frac{2-x}{x+3}; & \text{b)} \frac{x^2y}{x-y} - \frac{xy^2}{x-y}; & \text{c)} \frac{2x}{2x-y} + \frac{y}{y-2x}.
 \end{array}$$

## 2. CỘNG, TRỪ HAI PHÂN THỨC KHÁC MẪU



2 Cho hai phân thức  $A = \frac{a+b}{ab}$  và  $B = \frac{a-b}{a^2}$ .

a) Tìm đa thức thích hợp thay vào mỗi  $[?]$  sau đây:

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{[?]}{a^2b}; \quad \frac{a-b}{a^2} = \frac{[?]}{a^2b}.$$

b) Sử dụng kết quả trên, tính  $A + B$  và  $A - B$ .

**Nhận xét:**

Quy đồng mẫu thức hai phân thức là biến đổi hai phân thức đã cho thành hai phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng hai phân thức đã cho.

Mẫu thức của các phân thức mới đó gọi là *mẫu thức chung* của hai phân thức đã cho.

**Chú ý:** Cho hai phân thức  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$ .

- Ta có  $\frac{A}{B} = \frac{A \cdot D}{B \cdot D}$  và  $\frac{C}{D} = \frac{B \cdot C}{B \cdot D}$ .

Nghĩa là, ta luôn có thể quy đồng hai phân thức đã cho với mẫu thức chung là  $B \cdot D$  (tích của hai mẫu thức).

- Nếu  $D$  là một nhân tử của  $B$  ( $B = D \cdot P$  với  $P$  là một đa thức) thì lấy mẫu thức chung là  $B$ . Khi đó, ta quy đồng mẫu thức:

$$\frac{C}{D} = \frac{C \cdot P}{D \cdot P} = \frac{C \cdot P}{B} \quad (\text{giữ nguyên phân thức } \frac{A}{B}).$$

(Tương tự cho trường hợp  $B$  là một nhân tử của  $D$ .)

- Nếu B và D có nhân tử chung là E ( $B = E \cdot M$ ,  $D = E \cdot N$  với M và N là những đa thức) thì lấy mẫu thức chung là  $E \cdot M \cdot N$ . Khi đó, ta quy đồng mẫu thức:

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot N}{B \cdot N} = \frac{A \cdot N}{E \cdot M \cdot N} \text{ và } \frac{C}{D} = \frac{C \cdot M}{D \cdot M} = \frac{C \cdot M}{E \cdot N \cdot M} = \frac{C \cdot M}{E \cdot M \cdot N}.$$

**Ví dụ 2.** Quy đồng mẫu thức của các cặp phân thức sau:

a)  $\frac{2a}{a-5}$  và  $\frac{-a}{a+5}$ ;      b)  $\frac{1}{3abc}$  và  $\frac{a+b}{ab^2}$ ;      c)  $\frac{3}{a^2-4}$  và  $\frac{a^2}{a+2}$ .

*Giải*

a) Mẫu thức chung là  $(a-5)(a+5) = a^2 - 25$ .

$$\frac{2a}{a-5} = \frac{2a(a+5)}{(a-5)(a+5)} = \frac{2a^2 + 10a}{a^2 - 25}; \quad \frac{-a}{a+5} = \frac{-a(a-5)}{(a+5)(a-5)} = \frac{-a^2 + 5a}{a^2 - 25}.$$

b) Ta có  $3abc = ab \cdot 3c$  và  $ab^2 = ab \cdot b$  nên mẫu thức chung là  $ab \cdot 3c \cdot b = 3ab^2c$ .

$$\frac{1}{3abc} = \frac{b}{3abc \cdot b} = \frac{b}{3ab^2c}; \quad \frac{a+b}{ab^2} = \frac{(a+b) \cdot 3c}{ab^2 \cdot 3c} = \frac{3ac + 3bc}{3ab^2c}.$$

c) Ta có  $a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$ . Do đó, mẫu thức chung là  $a^2 - 4$ .

$$\frac{a^2}{a+2} = \frac{a^2(a-2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a^3 - 2a^2}{a^2 - 4}.$$

Nhờ quy đồng mẫu thức, ta đưa các phép tính cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức về phép tính cộng, trừ hai phân thức cùng mẫu thức.



Muốn cộng, trừ hai phân thức khác mẫu thức, ta thực hiện các bước:

- Quy đồng mẫu thức;
- Cộng, trừ các phân thức có cùng mẫu thức vừa tìm được.

**Ví dụ 3.** Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

a)  $\frac{2}{a} + \frac{1}{a-3}$ ;      b)  $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$ ;      c)  $\frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy}$ .

*Giải*

a)  $\frac{2}{a} + \frac{1}{a-3} = \frac{2(a-3)}{a(a-3)} + \frac{a}{a(a-3)} = \frac{2a-6+a}{a(a-3)} = \frac{3a-6}{a(a-3)} = \frac{3(a-2)}{a(a-3)}$ ;

b) 
$$\begin{aligned} \frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} &= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+2)}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{2x-(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x+2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \frac{x}{xy-y^2} - \frac{y}{x^2-xy} &= \frac{x}{y(x-y)} - \frac{y}{x(x-y)} = \frac{x^2}{xy(x-y)} - \frac{y^2}{xy(x-y)} \\
 &= \frac{x^2-y^2}{xy(x-y)} = \frac{(x+y)(x-y)}{xy(x-y)} = \frac{x+y}{xy}.
 \end{aligned}$$

*Chú ý:* a) Phép cộng các phân thức cũng có các tính chất giao hoán, kết hợp:

$$\bullet \frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{C}{D} + \frac{A}{B}; \quad \bullet \left( \frac{A}{B} + \frac{C}{D} \right) + \frac{E}{F} = \frac{A}{B} + \left( \frac{C}{D} + \frac{E}{F} \right).$$

Nhờ tính chất kết hợp, trong một dãy phép cộng nhiều phân thức, ta không cần đặt dấu ngoặc.

b) Nếu  $\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = 0$  thì phân thức  $\frac{C}{D}$  được gọi là *phân thức đối* của phân thức  $\frac{A}{B}$ , kí hiệu là  $-\frac{A}{B}$ . Tương tự như với phân số, ta có tính chất:

$$-\frac{A}{B} = \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B}.$$

c) Phép trừ phân thức có thể chuyển thành phép cộng với phân thức đối:

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A}{B} + \left( -\frac{C}{D} \right).$$

**Ví dụ 4.** Thực hiện phép tính  $\frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} + \frac{1-a}{a^2+2a+1}$ .

*Giai*

$$\begin{aligned}
 \frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} + \frac{1-a}{a^2+2a+1} &= \frac{2a}{(a+1)^2} + \frac{1-a}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} = \frac{a+1}{(a+1)^2} + \frac{a}{a+1} \\
 &= \frac{1}{a+1} + \frac{a}{a+1} = \frac{1+a}{a+1} = 1.
 \end{aligned}$$

**Thực hành 2.** Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{a}{a-3} - \frac{3}{a+3}; & b) \frac{1}{2x} + \frac{2}{x^2}; & c) \frac{4}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+x}.
 \end{array}$$

**Thực hành 3.** Thực hiện phép tính  $\frac{x}{x+y} + \frac{2xy}{x^2-y^2} - \frac{y}{x+y}$ .

**Vận dụng.** Viết biểu thức tính tổng thời gian đi và về, chênh lệch thời gian giữa đi và về của đội đua thuyền ở tình huống trong (trang 31). Tính giá trị của các đại lượng này khi  $v = 6$  km/h.

## BÀI TẬP

1. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$a) \frac{a-1}{a+1} + \frac{3-a}{a+1}; \quad b) \frac{b}{a-b} + \frac{a}{b-a}; \quad c) \frac{(a+b)^2}{ab} - \frac{(a-b)^2}{ab}.$$

2. Thực hiện các phép cộng, trừ phân thức sau:

$$a) \frac{1}{2a} + \frac{2}{3b}; \quad b) \frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}; \quad c) \frac{x+y}{xy} - \frac{y+z}{yz};$$

$$d) \frac{2}{x-3} - \frac{12}{x^2-9}; \quad e) \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x^2-4x+4}.$$

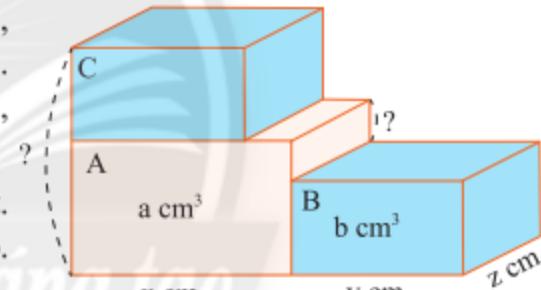
3. Thực hiện các phép tính sau:

$$a) \frac{x+2}{x-1} - \frac{x-3}{x-1} + \frac{x-4}{1-x}; \quad b) \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{2x}{x^2-25}; \quad c) x + \frac{2y^2}{x+y} - y.$$

4. Cùng đi từ thành phố A đến thành phố B cách nhau 450 km, xe khách chạy với tốc độ  $x$  (km/h); xe tải chạy với tốc độ  $y$  (km/h) ( $x > y$ ). Nếu xuất phát cùng lúc thì xe khách đến thành phố B sớm hơn xe tải bao nhiêu giờ?

5. Có ba hình hộp chữ nhật A, B, C có chiều dài, chiều rộng và thể tích được cho như Hình 2. Hình B và C có các kích thước giống nhau, hình A có cùng chiều rộng với B và C.

- a) Tính chiều cao của các hình hộp chữ nhật. Biểu thị chúng bằng các phân thức cùng mẫu số.
- b) Tính tổng chiều cao của hình A và C, chênh lệch chiều cao của hình A và B.



Hình 2

**Sau bài học này, em đã làm được những gì?**

- Thực hiện được phép cộng, phép trừ hai phân thức đại số.
- Vận dụng được các tính chất giao hoán, kết hợp, quy tắc dấu ngoặc trong tính toán với phân thức đại số.

# Bài 7

## NHÂN, CHIA PHÂN THỨC



Ô tô A tiêu tốn  $a$  lít xăng để đi hết quãng đường  $x$  (km). Ô tô B tiêu tốn  $b$  lít xăng để đi hết quãng đường  $y$  (km).

Để đi được 100 km,

a) Mỗi ô tô tiêu tốn bao nhiêu lít xăng?

b) Ô tô A tiêu tốn lượng xăng gấp bao nhiêu lần ô tô B?



### 1. NHÂN HAI PHÂN THỨC



1 Một tấm bạt lớn hình chữ nhật có chiều dài  $a$  (m), chiều rộng  $b$  (m) được ghép bởi các tấm bạt bé hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng đều bằng  $\frac{1}{k}$  chiều dài, chiều rộng của tấm bạt lớn.

Tính diện tích của mỗi tấm bạt bé theo  $a$ ,  $b$  và  $k$ .



Hình 1

Tương tự phép nhân phân số, ta có quy tắc nhân hai phân thức như sau:



Muốn nhân hai phân thức, ta nhân các tử thức với nhau, các mẫu thức với nhau.

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}.$$

Cũng tương tự phép nhân các phân số, phép nhân các phân thức có các tính chất sau:

a) Tính chất giao hoán:

$$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{C}{D} \cdot \frac{A}{B}.$$

b) Tính chất kết hợp:

$$\left( \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} \right) \cdot \frac{E}{G} = \frac{A}{B} \cdot \left( \frac{C}{D} \cdot \frac{E}{G} \right).$$

c) Tính chất phân phối đối với phép cộng:

$$\frac{A}{B} \left( \frac{C}{D} + \frac{E}{G} \right) = \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} + \frac{A}{B} \cdot \frac{E}{G}.$$

**Ví dụ 1.** Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

$$a) \frac{2ac}{3b} \cdot \frac{-6b^3}{8a^2c}; \quad b) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x} \cdot \frac{2x}{x - 1}.$$

*Giải*

$$a) \frac{2ac}{3b} \cdot \frac{-6b^3}{8a^2c} = \frac{2ac \cdot (-6b^3)}{3b \cdot 8a^2c} = \frac{2 \cdot (-6) \cdot a \cdot c \cdot b^3}{3 \cdot 8 \cdot b \cdot a^2 \cdot c} = \frac{-b^2}{2a};$$

$$b) \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x} \cdot \frac{2x}{x - 1} = \frac{(x+1)(x-1) \cdot 2x}{x(x+4) \cdot (x-1)} = \frac{2(x+1)}{x+4}.$$

**Ví dụ 2.** Tính:

$$a) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x+1}{x^2 - 2x} \cdot \frac{6x}{2x+4}; \quad b) \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left( \frac{a+b}{4a} - a^2b - ab^2 \right).$$

*Giải*

$$a) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x + 1} \cdot \frac{x+1}{x^2 - 2x} \cdot \frac{6x}{2x+4} = \frac{(x-2)^2}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{x(x-2)} \cdot \frac{6x}{2(x+2)}$$

$$= \frac{6x(x-2)^2(x+1)}{2x(x+1)^2(x-2)(x+2)} = \frac{3(x-2)}{(x+1)(x+2)};$$

$$b) \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \left( \frac{a+b}{4a} - a^2b - ab^2 \right) = \frac{1}{4a} - \frac{1}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4a} + \frac{1}{a+b} \cdot ab(a+b)$$

$$= \frac{1}{4a} - \frac{a+b}{4a(a+b)} + \frac{ab(a+b)}{a+b} = \frac{1}{4a} - \frac{1}{4a} + ab = ab.$$

**Thực hành 1.** Tính:

$$a) \frac{3a^2}{10b^3} \cdot \frac{15b}{9a^4}; \quad b) \frac{x-3}{x^2} \cdot \frac{4x}{x^2-9};$$

$$c) \frac{a^2 - 6a + 9}{a^2 + 3a} \cdot \frac{2a+6}{a-3}; \quad d) \frac{x+1}{x} \cdot \left( x + \frac{2-x^2}{x^2-1} \right).$$

## 2. CHIA HAI PHÂN THỨC



2 Máy A xát được x tấn gạo trong a giờ; máy B xát được y tấn gạo trong b giờ.

- Viết các biểu thức biểu thị số tấn gạo mỗi máy xát được trong 1 giờ (gọi là công suất của máy).
- Công suất của máy A gấp bao nhiêu lần máy B? Viết biểu thức biểu thị số lần này.
- Tính giá trị của biểu thức ở câu b) khi x = 3, a = 5, y = 2, b = 4.

Tương tự phép chia phân số, phép chia phân thức được thực hiện theo quy tắc sau:



Muốn chia phân thức  $\frac{A}{B}$  cho phân thức  $\frac{C}{D}$  ( $C$  khác đa thức không), ta nhân phân thức  $\frac{A}{B}$  với phân thức  $\frac{D}{C}$ :

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C}.$$

**Nhận xét:** Phân thức  $\frac{D}{C}$  được gọi là phân thức *nghịch đảo* của phân thức  $\frac{C}{D}$ .

**Ví dụ 3.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x} : \frac{x+2}{2x};$       b)  $\frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{yz}.$

*Giải*

a)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x} : \frac{x+2}{2x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x(x+5)} \cdot \frac{2x}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2) \cdot 2x}{x(x+5) \cdot (x+2)} = \frac{2(x-2)}{x+5};$

b)  $\frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} : \frac{x^2}{yz} = \left( \frac{x^2}{y} \cdot \frac{xz}{y^2} \right) : \frac{x^2}{yz} = \frac{x^3 z}{y^3} \cdot \frac{yz}{x^2} = \frac{xz^2}{y^2}.$

**Ví dụ 4.** Thực hiện phép tính sau:  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2}.$

*Giải*

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} - \frac{1}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2} &= \frac{1}{x} - 1 + \frac{x}{2} && (\text{thực hiện phép nhân và phép chia}) \\ &= \frac{2 - 2x + x^2}{2x}. && (\text{thực hiện phép cộng và phép trừ}) \end{aligned}$$

**Thực hành 2.** Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{x^2 - 9}{x-2} : \frac{x-3}{x};$       b)  $\frac{x}{z^2} \cdot \frac{xz}{y^3} : \frac{x^3}{yz};$       c)  $\frac{2}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{2}.$

**Vận dụng.** Đường sắt và đường bộ từ thành phố A đến thành phố B có độ dài bằng nhau và bằng s (km). Thời gian để đi từ A đến B của tàu hỏa là a (giờ), của ô tô khách là b (giờ) ( $a < b$ ). Tốc độ của tàu hỏa gấp bao nhiêu lần tốc độ của ô tô? Tính giá trị này khi  $s = 350$ ,  $a = 5$ ,  $b = 7$ .

## BÀI TẬP

1. Thực hiện các phép nhân phân thức sau:

a)  $\frac{4y}{3x^2} \cdot \frac{5x^3}{2y^3}$ ;      b)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^2 + x}{x - 1}$ ;      c)  $\frac{2x + x^2}{x^2 - x + 1} \cdot \frac{3x^3 + 3}{3x + 6}$ .

2. Thực hiện các phép chia phân thức sau:

a)  $\frac{5x}{4y^3} : \left( -\frac{x^4}{20y} \right)$ ;      b)  $\frac{x^2 - 16}{x + 4} : \frac{2x - 8}{x}$ ;      c)  $\frac{2x + 6}{x^3 - 8} : \frac{(x + 3)^3}{2x - 4}$ .

3. Tính:

a)  $\frac{4x^2 + 2}{x - 2} \cdot \frac{3x + 2}{x - 4} \cdot \frac{4 - 2x}{2x^2 + 1}$ ;      b)  $\frac{x + 3}{x} \cdot \frac{x + 2}{x^2 + 6x + 9} : \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x}$ .

4. Tính:

a)  $\left( \frac{1-x}{x} + x^2 - 1 \right) : \frac{x-1}{x}$ ;      b)  $\left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \right) \cdot \frac{x^2}{y} + \frac{x}{y}$ ;      c)  $\frac{3}{x} - \frac{2}{x} : \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{3}$ .

5. Tâm đạp xe từ nhà tới câu lạc bộ câu cá có quãng đường dài 15 km với tốc độ  $x$  (km/h). Lượt về thuận chiều gió nên tốc độ nhanh hơn lượt đi 4 km/h.

- a) Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian T hai lượt đi và về.
- b) Viết biểu thức biểu thị hiệu thời gian t lượt đi đổi với lượt về.
- c) Tính T và t với  $x = 10$ .



Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Thực hiện được phép nhân, chia hai phân thức đại số.
- Vận dụng các tính chất giao hoán, kết hợp, phân phối của phép nhân đối với phép cộng trong tính toán với phân thức đại số.

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 1

### CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Biểu thức nào sau đây **không phải** là đa thức?  
A.  $\sqrt{2}x^2y$ .      B.  $-\frac{1}{2}xy^2 + 1$ .      C.  $\frac{1}{2z}x + y$ .      D. 0.
2. Đơn thức nào sau đây đồng dạng với đơn thức  $-2x^3y$ ?  
A.  $\frac{1}{3}x^2yx$ .      B.  $2x^3yz$ .      C.  $-2x^3z$ .      D.  $3xy^3$ .
3. Biểu thức nào sau đây **không phải** là đa thức bậc 4?  
A.  $2x^2yz$ .      B.  $x^4 - \frac{3}{2}x^3y^2$ .      C.  $x^2y + xyzt$ .      D.  $x^4 - 2^5$ .
4. Biểu thức nào sau đây **không phải** là phân thức?  
A.  $x^2y + y$ .      B.  $\frac{3xy}{\sqrt{2}z}$ .      C.  $\frac{\sqrt{x}}{2}$ .      D.  $\frac{a+b}{a-b}$ .
5. Nếu  $M = (x+y-1)(x+y+1)$  thì  
A.  $M = x^2 - 2xy + y^2 + 1$ .      B.  $M = x^2 + 2xy + y^2 - 1$ .  
C.  $M = x^2 - 2xy + y^2 - 1$ .      D.  $M = x^2 + 2xy + y^2 + 1$ .
6. Nếu  $N = (2x+1)(4x^2 - 2x + 1)$  thì  
A.  $N = 8x^3 - 1$ .      B.  $N = 4x^3 + 1$ .      C.  $N = 8x^3 + 1$ .      D.  $N = 2x^3 + 1$ .
7. Nếu  $P = x^4 - 4x^2$  thì  
A.  $P = x^2(x-2)(x+2)$ .      B.  $P = x(x-2)(x+2)$ .  
C.  $P = x^2(x-4)(x+4)$ .      D.  $P = x(x-4)(x+2)$ .
8. Nếu  $Q = \frac{2}{(x+1)^2} - \frac{1}{x^2-1}$  thì  
A.  $Q = \frac{3-x}{(x-1)(x+1)^2}$ .      B.  $Q = \frac{x-3}{(x-1)(x+1)^2}$ .  
C.  $Q = \frac{x-3}{(x+1)^2}$ .      D.  $Q = \frac{1}{(x-1)(x+1)^2}$ .
9. Nếu  $R = 4x^2 - 4xy + y^2$  thì  
A.  $R = (x+2y)^2$ .      B.  $R = (x-2y)^2$ .  
C.  $R = (2x+y)^2$ .      D.  $R = (2x-y)^2$ .
10. Nếu  $S = x^6 - 8$  thì  
A.  $S = (x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$ .      B.  $S = (x^2 - 2)(x^4 - 2x^2 + 4)$ .  
C.  $S = (x^2 - 2)(x^4 + 2x^2 + 4)$ .      D.  $S = (x-2)(x^4 + 2x^2 + 4)$ .

## BÀI TẬP TỰ LUẬN

11. Tính giá trị của đa thức  $P = xy^2z - 2x^2yz^2 + 3yz + 1$  khi  $x = 1, y = -1, z = 2$ .

12. Cho đa thức  $P = 3x^2y - 2xy^2 - 4xy + 2$ .

a) Tìm đa thức  $Q$  sao cho  $Q - P = -2x^3y + 7x^2y + 3xy$ .

b) Tìm đa thức  $M$  sao cho  $P + M = 3x^2y^2 - 5x^2y + 8xy$ .

13. Thực hiện các phép tính sau:

a)  $x^2y(5xy - 2x^2y - y^2)$ ;

b)  $(x - 2y)(2x^2 + 4xy)$ .

14. Thực hiện các phép tính sau:

a)  $18x^4y^3 : 12(-x)^3y$ ;

b)  $x^2y^2 - 2xy^3 : \left(\frac{1}{2}xy^2\right)$ .

15. Tính:

a)  $(2x + 5)(2x - 5) - (2x + 3)(3x - 2)$ ;      b)  $(2x - 1)^2 - 4(x - 2)(x + 2)$ .

16. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

a)  $(x - 1)^2 - 4$ ;

b)  $4x^2 + 12x + 9$ ;

c)  $x^3 - 8y^6$ ;

d)  $x^5 - x^3 - x^2 + 1$ ;

e)  $-4x^3 + 4x^2 + x - 1$ ;

g)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ .

17. Cho  $x + y = 3$  và  $xy = 2$ . Tính  $x^3 + y^3$ .

18. Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{2x^2 - 1}{x - 2} + \frac{-x^2 - 3}{x - 2}$ ;

b)  $\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}$ ;

c)  $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$ ;

d)  $\frac{x+2}{x^2+xy} - \frac{y-2}{xy+y^2}$ ;

e)  $\frac{1}{2x^2-3x} - \frac{1}{4x^2-9}$ ;

g)  $\frac{2x}{9-x^2} + \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+3}$ .

19. Thực hiện các phép tính sau:

a)  $\frac{8y}{3x^2} \cdot \frac{9x^2}{4y^2}$ ;

b)  $\frac{3x+x^2}{x^2+x+1} \cdot \frac{3x^3-3}{x+3}$ ;

c)  $\frac{2x^2+4}{x-3} \cdot \frac{3x+1}{x-1} : \frac{x^2+2}{6-2x}$ ;

d)  $\frac{2x^2}{3y^3} : \left(-\frac{4x^3}{21y^2}\right)$ ;

e)  $\frac{2x+10}{x^3-64} : \frac{(x+5)^2}{2x-8}$ ;

g)  $\frac{1}{x+y} \left( \frac{x+y}{xy} - x - y \right) - \frac{1}{x^2} : \frac{y}{x}$ .

20. Hôm qua, thanh long được bán với giá  $a$  đồng mỗi kilôgam. Hôm nay, người ta đã giảm giá 1 000 đồng cho mỗi kilôgam thanh long. Với cùng số tiền  $b$  đồng thì hôm nay mua được nhiều hơn bao nhiêu kilôgam thanh long so với hôm qua?

21. Trên một dòng sông, một con thuyền đi xuôi dòng với tốc độ  $(x + 3)$  km/h và đi ngược dòng với tốc độ  $(x - 3)$  km/h ( $x > 3$ ).

a) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng trong 4 giờ, rồi đi ngược dòng trong 2 giờ. Tính quãng đường thuyền đã đi. Lúc này thuyền cách bến A bao xa?

b) Xuất phát từ bến A, thuyền đi xuôi dòng đến bến B cách bến A 15 km, nghỉ 30 phút, rồi quay về bến A. Sau bao lâu kể từ lúc xuất phát thì thuyền quay về đến bến A?

# Phần HÌNH HỌC VÀ ĐO LƯỜNG

## HÌNH HỌC TRỰC QUAN

Chương

2

### CÁC HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu một số hình không gian quen thuộc, đó là hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều và biết cách mô tả, tạo lập các hình đó. Các em cũng sẽ học cách tính diện tích xung quanh, thể tích của hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều và giải quyết được một số vấn đề thực tiễn có liên quan.



Kim tự tháp Giza nổi tiếng của Ai Cập, một trong những kì quan của loài người, có dạng hình chóp tứ giác đều.

# Bài 1

## HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU



Hãy cho biết các mặt bên của kim tự tháp và khối rubik ở bên dưới là các hình gì.

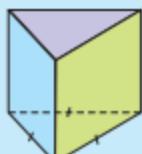


### 1. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU – HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

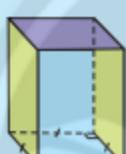


Quan sát các hình không gian trong Hình 1 và trả lời các câu hỏi sau:

- Các mặt bên của mỗi hình là hình gì?
- Hình nào có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác đều?
- Hình nào có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông?



a)



b)



c)



d)

Hình 1

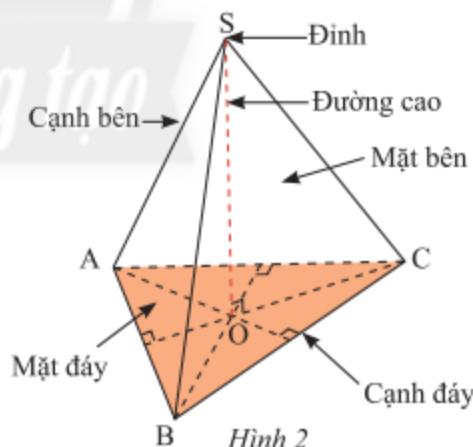
#### Hình chóp tam giác đều

Hình S.ABC (Hình 2) là một *hình chóp tam giác đều*.

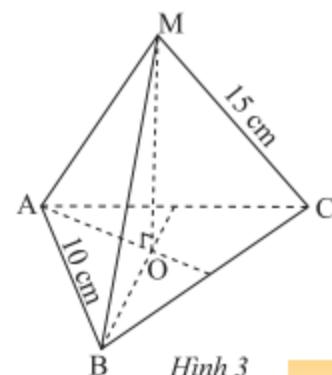
Trong hình này:

- S gọi là *đỉnh*.
- Mặt ABC là một tam giác đều và được gọi là *mặt đáy* (gọi tắt là *đáy*).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC bằng nhau và được gọi là các *cạnh bên*.
- Ba mặt SAB, SBC, SCA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là ba *mặt bên*.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CA được gọi là *cạnh đáy*.
- Gọi O là trọng tâm của mặt đáy, khi đó SO gọi là *đường cao*, độ dài SO gọi là *chiều cao*.

**Thực hành 1.** Hãy cho biết mặt bên, mặt đáy, đường cao, độ dài cạnh bên, độ dài cạnh đáy của hình chóp tam giác đều ở Hình 3.



Hình 2



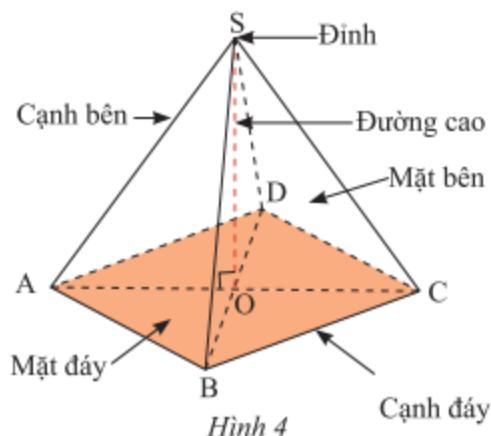
Hình 3

## Hình chóp tứ giác đều

Hình S.ABCD (Hình 4) là một *hình chóp tứ giác đều*.

Trong hình này:

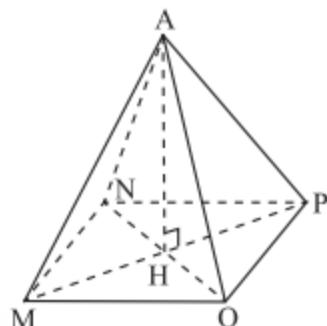
- S gọi là *đỉnh*.
- Mặt ABCD là một hình vuông và được gọi là *mặt đáy* (gọi tắt là *đáy*).
- Các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD bằng nhau và được gọi là các *cạnh bên*.
- Bốn mặt SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là *bốn mặt bên*.
- Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA được gọi là *cạnh đáy*.
- Gọi O là giao điểm hai đường chéo của mặt đáy, khi đó SO là *đường cao*, độ dài SO là *chiều cao*.



Hình 4

**Thực hành 2.** Cho hình chóp tứ giác đều A.MNPQ (Hình 5).

- Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, cạnh đáy, mặt đáy, đường cao của hình chóp tứ giác đều đó.
- Cho biết  $AM = 5\text{ cm}$ ,  $MN = 4\text{ cm}$ . Tìm độ dài các cạnh AN, AP, AQ, NP, PQ, QM.

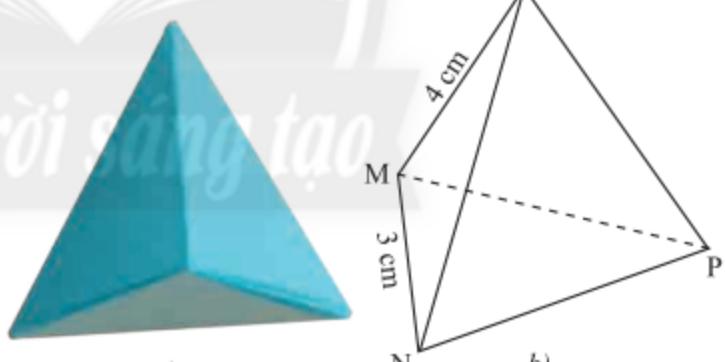


Hình 5

## Vận dụng 1.

Chiếc hộp (Hình 6a) được vẽ lại như Hình 6b có dạng hình chóp tam giác đều S.MNP.

- Hãy cho biết mặt đáy, mặt bên, cạnh bên của chiếc hộp đó.
- Cho biết  $SM = 4\text{ cm}$ ,  $MN = 3\text{ cm}$ . Tìm độ dài các cạnh còn lại của chiếc hộp.
- Mỗi góc của tam giác đáy MNP bằng bao nhiêu độ?

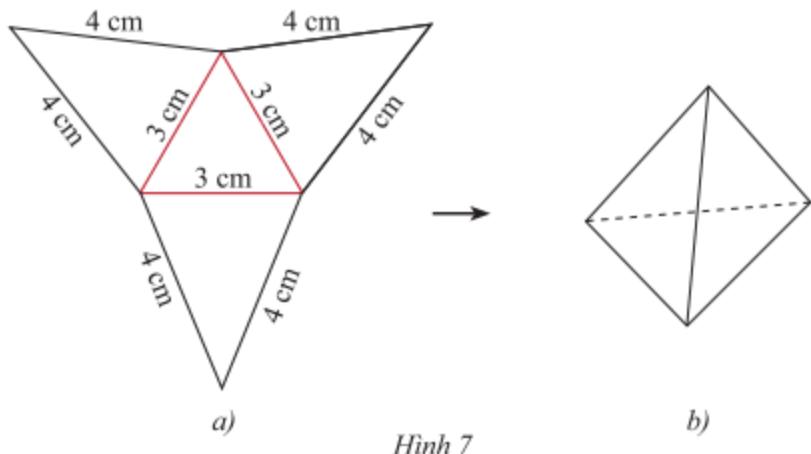


Hình 6

## 2. TẠO LẬP HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

**Thực hành 3.** Tạo lập hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy 3 cm và cạnh bên 4 cm theo hướng dẫn sau:

- Trên một tấm bìa, vẽ một hình tam giác đều và ba hình tam giác cân với kích thước như Hình 7a.
- Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các đường màu đỏ ta được hình chóp tam giác đều như Hình 7b.

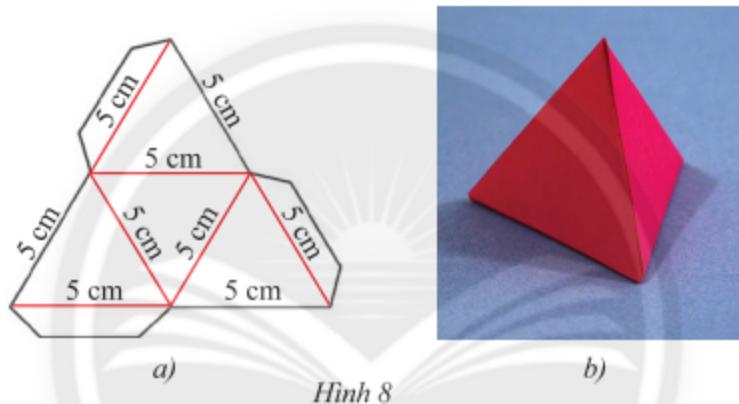


Hình 7

### Vận dụng 2.

Cắt, gấp và dán hộp quà hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng 5 cm.

Gợi ý: Cắt theo đường màu đen rồi gấp theo đường màu đỏ của Hình 8a.

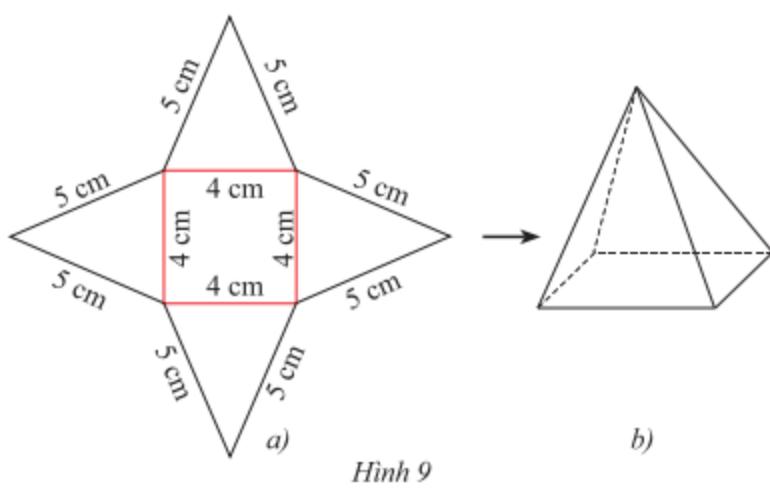


Hình 8

### Thực hành 4.

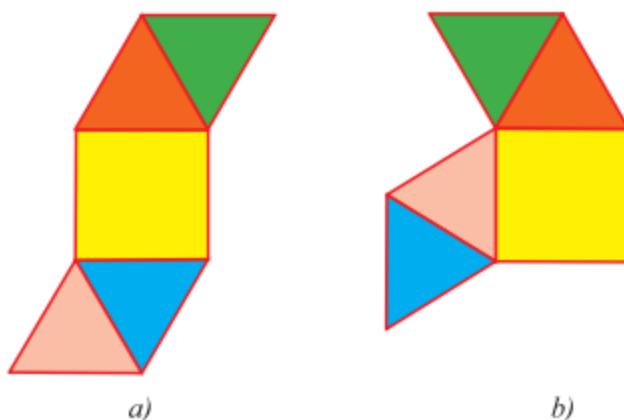
Tạo lập hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy 4 cm và cạnh bên 5 cm theo hướng dẫn sau:

- Trên một tấm bìa, vẽ một hình vuông và bốn hình tam giác cân với kích thước như Hình 9a.
- Cắt tấm bìa như hình vẽ, rồi gấp theo các đường màu đỏ ta được hình chóp tứ giác đều như Hình 9b.



Hình 9

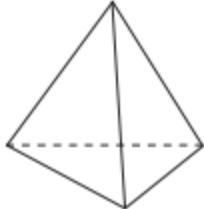
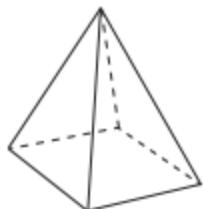
**Vận dụng 3.** Tấm bìa nào sau đây có thể gấp thành hình chóp tứ giác đều?



Hình 10

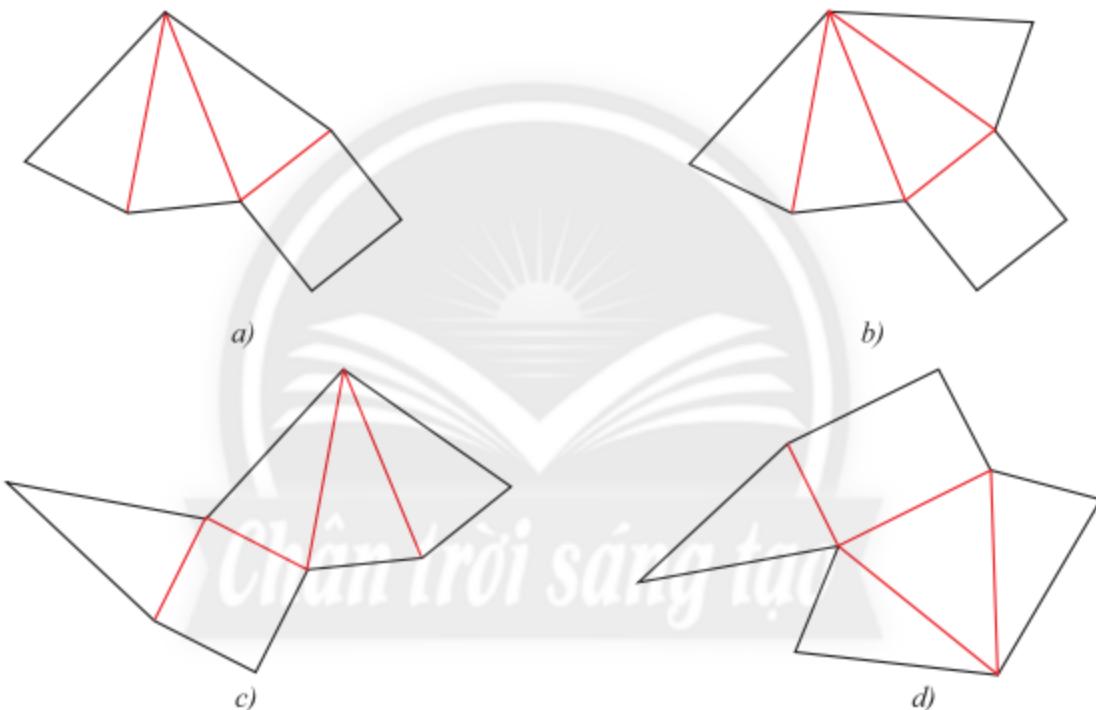
## BÀI TẬP

1. Quan sát hai hình dưới đây và thay mỗi dấu ? cho thích hợp.

Hình	Đáy	Mặt bên	Số cạnh đáy	Số cạnh bên	Số mặt
 Hình chóp tam giác đều	?	Tam giác cân	?	?	?
 Hình chóp tứ giác đều	Hình vuông	?	?	?	?

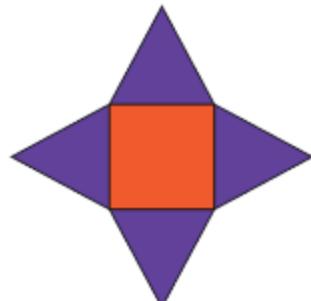
2. Cho hình chóp tứ giác đều S.MNPQ có cạnh bên SM = 15 cm và cạnh đáy MN = 8 cm. Hãy cho biết:
- Mặt bên và mặt đáy của hình đó.
  - Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình đó.

3. Cho hình chóp tam giác đều S.DEF có cạnh bên SE = 5 cm và cạnh đáy EF = 3 cm. Hãy cho biết:
- Mặt bên và mặt đáy của hình chóp.
  - Độ dài các cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình chóp.
  - Số đo mỗi góc của mặt đáy.
4. Các phát biểu sau đúng hay sai? Nếu sai thì sửa lại cho đúng.
- Hình chóp tam giác đều có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác có ba cạnh bằng nhau.
  - Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
5. Trong các tấm bìa dưới đây, tấm bìa nào gấp theo đường màu đỏ thì được một hình chóp tứ giác đều?



Hình 11

6. Chị Hà dự định gấp một hộp quà từ tấm bìa như Hình 12. Cái hộp mà chị Hà dự định gấp có dạng hình gì?



Hình 12

## Em có biết?

### HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU TRÊN ĐỈNH NÚI FANSIPAN

Fansipan là ngọn núi cao nhất Đông Nam Á, với độ cao 3 143 m, nằm trong dãy núi Hoàng Liên Sơn, Việt Nam.

Để đánh dấu cột mốc ở đỉnh núi người ta đã dựng hình chóp tam giác đều bằng vật liệu inox. Khối chóp cân nặng hơn 20 kg, cao 99 cm. Trên ba mặt của hình này có khắc hình ngôi sao năm cánh và dòng chữ **FANSIPAN 3.143 m**. Những lúc bầu trời quang đãng, người ta sẽ thấy được ánh sáng lấp lánh trên đỉnh núi phản chiếu.

Fansipan được nhiều du khách trong nước và quốc tế biết đến. Người ta cũng thường gọi đó là nóc nhà Đông Dương.

(Nguồn: [vnexpress.net/nhung-nguo-khai-sinh-chop-inox-tren-dinh-fansipan-4273689.html](http://vnexpress.net/nhung-nguo-khai-sinh-chop-inox-tren-dinh-fansipan-4273689.html))



#### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Mô tả được hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.
- Tạo lập được hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

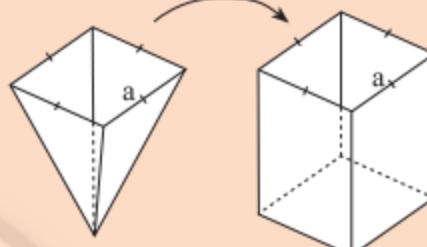
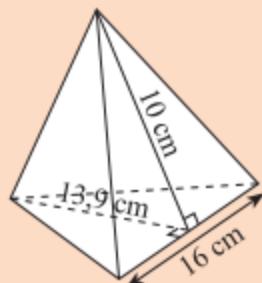
## Bài 2

# DIỆN TÍCH XUNG QUANH VÀ THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU, HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU



a) Bạn Mai cần dán giấy bóng kính màu xung quanh một chiếc lồng đèn hình chóp tam giác đều với kích thước như hình bên. Hỏi diện tích giấy mà Mai cần là bao nhiêu?

b) Bạn Hùng dùng một cái gàu hình chóp tứ giác đều để múc nước đổ vào một thùng chứa hình lăng trụ có cùng diện tích đáy và chiều cao như hình bên. Hãy dự đoán xem bạn Hùng phải đổ bao nhiêu gàu thì nước đầy thùng.

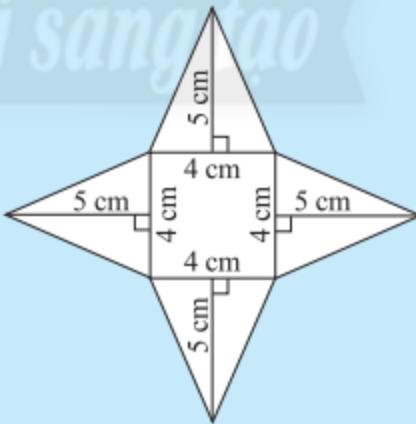


## 1. DIỆN TÍCH XUNG QUANH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU



1 Nam làm một chiếc hộp hình chóp tứ giác đều như Hình 1a, sau đó Nam trải các mặt của chiếc hộp với các số đo đã cho như Hình 1b. Hãy cho biết:

- a) Hình này có bao nhiêu mặt bên.
- b) Diện tích của mỗi mặt bên.
- c) Diện tích của tất cả mặt các bên.
- d) Diện tích đáy của hình này.



Hình 1



Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng diện tích của các mặt bên.

**Chú ý:** Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{dày}$$

( $S_{tp}$  là diện tích toàn phần,  $S_{xq}$  là diện tích xung quanh,  $S_{dày}$  là diện tích đáy).

**Ví dụ 1.** Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của chiếc hộp hình chóp tứ giác đều ở .

*Giải*

Diện tích xung quanh của chiếc hộp:  $S_{xq} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 40 \text{ (cm}^2\text{)}.$

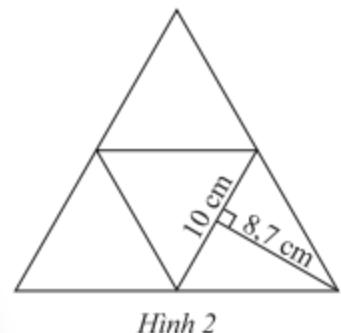
Diện tích toàn phần của chiếc hộp:  $S_{tp} = S_{xq} + S_{dày} = 40 + 4 \cdot 4 = 56 \text{ (cm}^2\text{)}.$

**Ví dụ 2.** Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều biết độ dài cạnh đáy bằng 5 cm, chiều cao của tam giác mặt bên kể từ đỉnh của hình chóp tam giác đều bằng 6 cm.

*Giải*

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều:

$$S_{xq} = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 45 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Hình 2

**Thực hành 1.** Một tấm bìa (Hình 2) gấp thành hình chóp tam giác đều với các mặt đều là hình tam giác đều. Với số đo trên hình vẽ, hãy tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình này.

## 2. THỂ TÍCH CỦA HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU VÀ HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

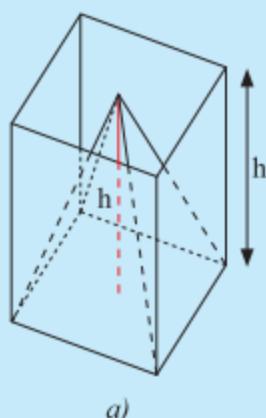


Bạn Hùng có một cái gầu có dạng hình chóp tứ giác đều và một cái thùng (không chứa nước) có dạng hình lăng trụ đứng. Hai vật này có cùng diện tích đáy và chiều cao (Hình 3a).

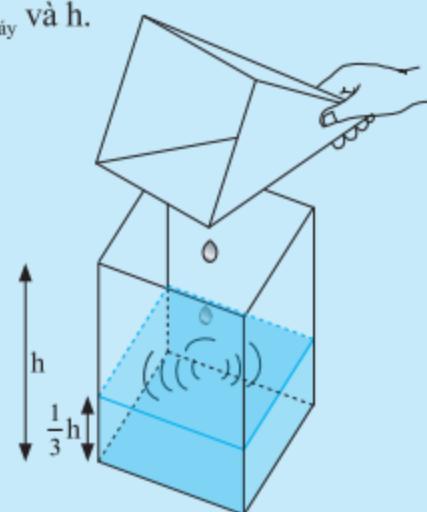
Hùng múc đầy một gầu nước và đổ vào thùng thì thấy chiều cao của cột nước bằng  $\frac{1}{3}$  chiều cao của thùng (Hình 3b). Gọi  $S_{dày}$  là diện tích đáy và  $h$  là chiều cao của cái gầu.

a) Tính thể tích  $V$  của phần nước đổ vào theo  $S_{dày}$  và  $h$ .

b) Từ câu a), hãy dự đoán thể tích của cái gầu.



Hình 3





Thể tích của hình chóp tam giác đều (hình chóp tứ giác đều) bằng  $\frac{1}{3}$  diện tích đáy nhân với chiều cao.

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h$$

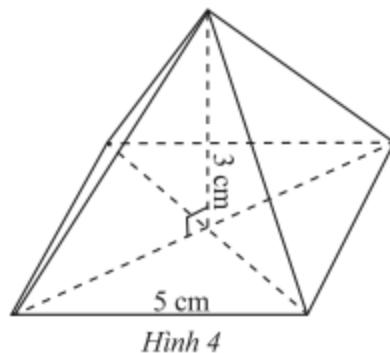
(V là thể tích,  $S_{\text{đáy}}$  là diện tích đáy và  $h$  là chiều cao).

**Ví dụ 3.** Tính thể tích của hình chóp tứ giác đều có chiều cao 3 cm, độ dài cạnh của tứ giác đáy là 5 cm (Hình 4).

*Giải*

Thể tích của hình chóp tứ giác đều (Hình 4) là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot 3 = 25 \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Hình 4

**Ví dụ 4.** Tính thể tích của hình chóp tam giác đều (Hình 5), biết chiều cao hình chóp là 4 cm, tam giác đáy có cạnh 6 cm và chiều cao  $3\sqrt{3}$  cm.

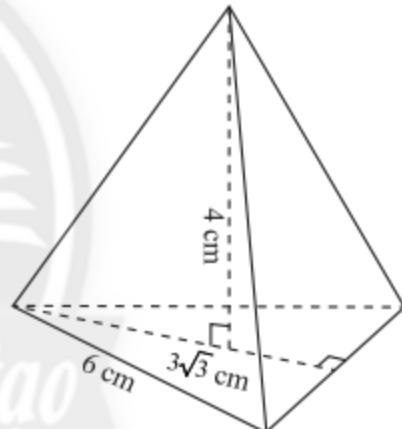
*Giải*

Diện tích đáy của hình chóp tam giác đều:

$$S_{\text{đáy}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích của hình chóp tam giác đều là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9\sqrt{3} \cdot 4 = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Hình 5

**Ví dụ 5.** Kim tự tháp Giza nổi tiếng ở Ai Cập có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao khoảng 147 m và đáy là hình vuông cạnh khoảng 230 m.

(Nguồn: <https://www.britannica.com/topic/Pyramids-of-Giza>)

a) Tính thể tích của kim tự tháp Giza.

b) Đường cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của kim tự tháp đo được dài 186,6 m. Tính diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza.

*Giải*

a) Thể tích của kim tự tháp Giza là:  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h \approx \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 147 = 2592100 \text{ (m}^3\text{)}.$

b) Diện tích xung quanh của kim tự tháp Giza là:  $S_{\text{xq}} \approx 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 230 \cdot 186,6 = 85836 \text{ (m}^2\text{)}.$

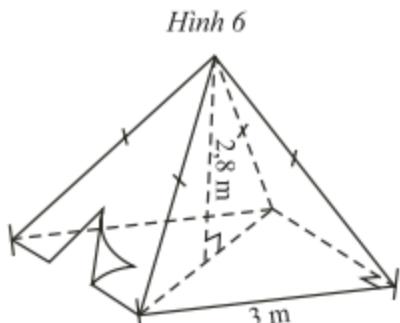
**Thực hành 2.** Tính thể tích của một chiếc hộp bánh ít có dạng hình chóp tứ giác đều, có độ dài cạnh đáy là 3 cm và chiều cao là 2,5 cm.



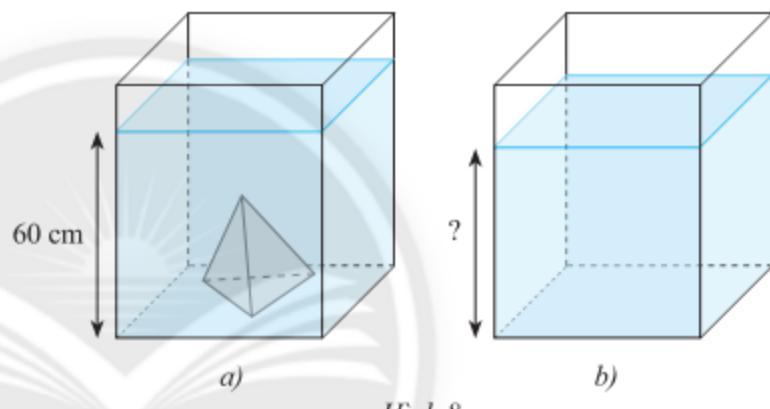
**Thực hành 3.** Hãy giải bài toán ở phần (trang 49).

**Vận dụng 1.** Một chiếc lều có dạng hình chóp tứ giác đều ở trại hè của học sinh có kích thước như Hình 7.

- Tính thể tích không khí trong chiếc lều.
- Tính diện tích vải lều (không tính các mép dán), biết chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của chiếc lều là 3,18 m.



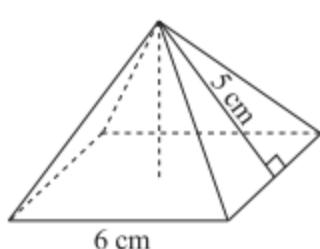
**Vận dụng 2.** Một bể kính hình hộp chữ nhật có hai cạnh đáy là 60 cm và 30 cm. Trong bể có một khối đá hình chóp tam giác đều với diện tích đáy là  $270 \text{ cm}^2$ , chiều cao 30 cm. Người ta đổ nước vào bể sao cho nước ngập khối đá và đo được mực nước là 60 cm. Khi lấy khối đá ra thì mực nước của bể là bao nhiêu?



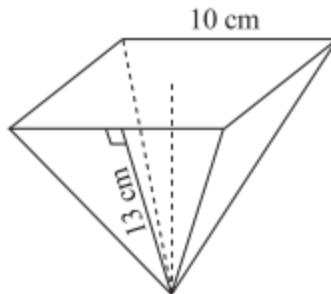
Hình 8

## BÀI TẬP

- a) Tính diện tích xung quanh của mỗi hình chóp tứ giác đều dưới đây.



a)



b)

Hình 9

- b) Cho biết chiều cao của hình chóp tứ giác đều trong Hình 9a và Hình 9b lần lượt là 4 cm và 12 cm. Tính thể tích của mỗi hình.

2. Nhân dịp Tết Trung thu, Nam dự định làm một chiếc lồng đèn hình chóp tam giác đều và một chiếc hình chóp tứ giác đều. Mỗi chiếc lồng đèn có độ dài cạnh đáy và đường cao của mặt bên tương ứng với cạnh đáy lần lượt là 30 cm và 40 cm. Em hãy giúp Nam tính xem phải cần bao nhiêu mét vuông giấy vừa đủ để dán tất cả các mặt của mỗi chiếc lồng đèn. Biết rằng nếp gấp không đáng kể.
3. a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh đáy là 10 cm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 12 cm.  
b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 72 dm, chiều cao là 68,1 dm, chiều cao của mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 77 dm.
4. Bảo tàng Louvre (Pháp) có một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều bằng kính (gọi là kim tự tháp Louvre) có chiều cao 21,3 m và cạnh đáy 34 m. Tính thể tích của kim tự tháp này.

(Nguồn: <https://www.pariscityvision.com/en/paris/museums>)



Hình 10



#### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Tính được diện tích xung quanh, thể tích của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc tính thể tích, diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều và hình chóp tứ giác đều.

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 2

### CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

Hình chóp tam giác đều có

- A. ba cạnh bên bằng nhau.
- B. các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình tam giác có ba góc bằng nhau.
- C. tất cả các cạnh bên bằng nhau và đáy là tam giác đều.
- D. tất cả các cạnh đều bằng nhau.

2. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

Hình chóp tứ giác đều có

- A. các mặt bên là tam giác đều.
- B. tất cả các cạnh bằng nhau.
- C. các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông.
- D. các mặt bên là tam giác vuông.

3. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

Chiều cao của hình chóp tam giác đều là

- A. độ dài đoạn thẳng nối từ đỉnh của hình chóp tới trung điểm của một cạnh đáy.
- B. chiều cao của mặt đáy.
- C. độ dài đường trung tuyến của một mặt bên của hình chóp.
- D. độ dài đoạn thẳng nối từ đỉnh tới trọng tâm của tam giác đáy.

4. Hình chóp tam giác đều có diện tích đáy  $30 \text{ cm}^2$ , mỗi mặt bên có diện tích  $42 \text{ cm}^2$ , có diện tích toàn phần là

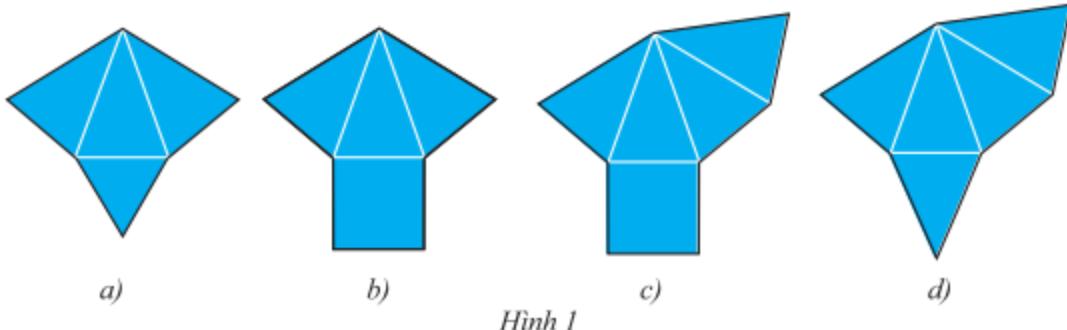
- A.  $126 \text{ cm}^2$ .
- B.  $132 \text{ cm}^2$ .
- C.  $90 \text{ cm}^2$ .
- D.  $156 \text{ cm}^2$ .

5. Hình chóp tứ giác đều có diện tích đáy  $30 \text{ m}^2$ , chiều cao  $100 \text{ dm}$ , có thể tích là

- A.  $100 \text{ m}^3$ .
- B.  $300 \text{ m}^3$ .
- C.  $1000 \text{ m}^3$ .
- D.  $300 \text{ dm}^3$ .

## BÀI TẬP TỰ LUẬN

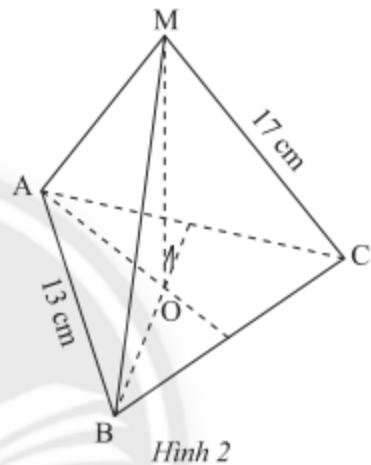
6. Trong các tấm bìa ở Hình 1, tấm bìa nào gấp được hình chóp tam giác đều, tấm bìa nào gấp được hình chóp tứ giác đều?



Hình 1

7. Quan sát hình chóp tam giác đều ở Hình 2 và cho biết:

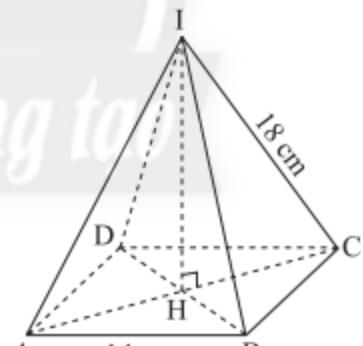
- Định, mặt đáy và các mặt bên của hình đó.
- Độ dài cạnh MA và cạnh BC.
- Đoạn thẳng nào là đường cao của hình đó.



Hình 2

8. Quan sát hình chóp tứ giác đều ở Hình 3 và cho biết:

- Mặt đáy và các mặt bên của hình đó.
- Độ dài cạnh IB và cạnh BC.
- Đoạn thẳng nào là đường cao của hình đó.

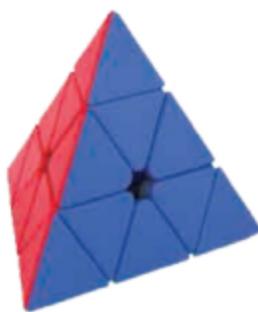


Hình 3

9. Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của:

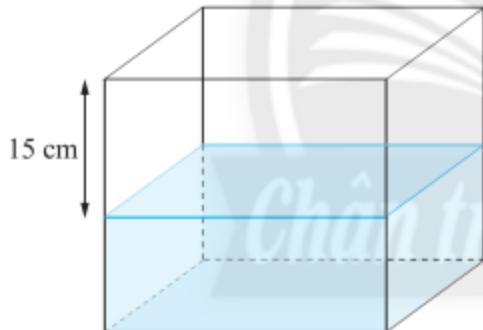
- Hình chóp tam giác đều có chiều cao là 98,3 cm; tam giác đáy có độ dài cạnh là 40 cm và chiều cao là 34,6 cm; chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tam giác đều là 99 cm.
- Hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy là 120 cm, chiều cao là 68,4 cm, chiều cao mặt bên xuất phát từ đỉnh của hình chóp tứ giác đều là 91 cm.

- 10.** Tính thể tích khối rubik có dạng hình chóp tam giác đều (Hình 4). Biết khối rubik này có bốn mặt là các tam giác đều bằng nhau cạnh  $4,7\text{ cm}$  và chiều cao  $4,1\text{ cm}$ ; chiều cao của khối rubik bằng  $3,9\text{ cm}$ .

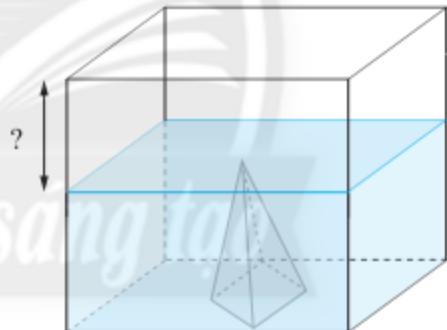


Hình 4

- 11.** Lớp bạn Na dự định gấp  $100$  hộp đựng quà dạng hình chóp tam giác đều có tất cả các mặt đều là hình tam giác đều cạnh  $5\text{ cm}$  để đựng các món quà gửi tặng cho học sinh khó khăn dịp Tết Trung thu. Cho biết chiều cao của mỗi mặt là  $4,3\text{ cm}$ . Tính diện tích giấy cần để làm hộp, biết rằng phải tốn  $20\%$  diện tích giấy cho các mép giấy và các phần giấy bị bỏ đi.
- 12.** Một bể kính hình hộp chữ nhật chứa nước có hai cạnh đáy là  $50\text{ cm}$  và  $40\text{ cm}$ , khoảng cách từ mực nước tới miệng bể là  $15\text{ cm}$ . Người ta dự định đặt vào bể một khối đá hình chóp tứ giác đều cạnh đáy là  $20\text{ cm}$ , chiều cao  $15\text{ cm}$ . Khi đó khoảng cách mực nước tới miệng bể là bao nhiêu? Biết rằng sau khi đặt khối đá vào, nước ngập khối đá và không tràn ra ngoài.



a)



b)

Hình 5

# HÌNH HỌC PHẲNG

Chương

# 3

## ĐỊNH LÍ PYTHAGORE. CÁC LOẠI TỨ GIÁC THƯỜNG GẶP

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu về định lí Pythagore, thể hiện mối liên hệ giữa độ dài ba cạnh của tam giác vuông. Chúng ta cũng sẽ học về tính chất của các tứ giác lồi thường gặp như: hình thang, hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông và đồng thời các em sẽ biết cách vận dụng các điều đã học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.



Cầu Rồng, Đà Nẵng

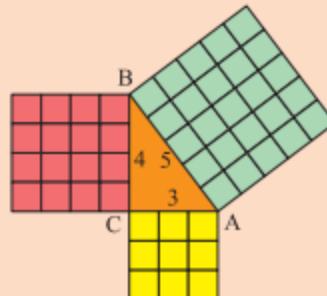
Định lí Pythagore và các tính chất của tứ giác giúp tính toán chính xác các khoảng cách trong xây dựng.

# Bài 1

## ĐỊNH LÍ PYTHAGORE



Hãy so sánh diện tích hình vuông màu xanh với tổng diện tích của hai hình vuông màu đỏ và màu vàng.

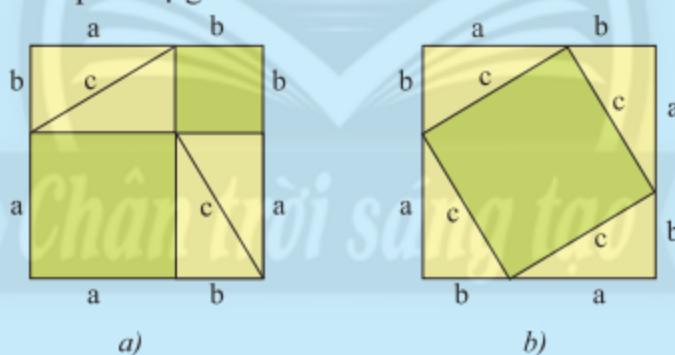


### 1. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE



Cho một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là  $a, b$  và cạnh huyền là  $c$ .

- Lấy một tờ bìa lớn, cắt tấm hình tam giác vuông bằng tam giác vuông đã cho và cắt hai hình vuông lớn cùng có cạnh bằng  $a + b$ .
- Đặt bốn tam giác vuông lên hình vuông thứ nhất như trong Hình 1a. Phần bìa không bị che lấp gồm hai hình vuông có cạnh lần lượt là  $a$  và  $b$ . Tính diện tích phần bìa đó theo  $a$  và  $b$ .
- Đặt bốn tam giác vuông còn lại lên hình vuông thứ hai như trong Hình 1b. Phần bìa không bị che lấp là hình vuông có cạnh là  $c$ . Tính diện tích phần bìa đó theo  $c$ .
- Rút ra kết luận về quan hệ giữa  $a^2 + b^2$  và  $c^2$ .



Hình 1

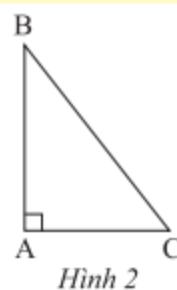
Ta có định lí sau:

#### Định lí Pythagore:



Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.

$$\begin{array}{c|c} \text{GT} & \Delta ABC, \hat{A} = 90^\circ \\ \hline \text{KL} & BC^2 = AB^2 + AC^2 \end{array}$$



Hình 2

### Ví dụ 1.

- a) Cho tam giác ABC vuông tại C có hai cạnh góc vuông là  $a = 4$  cm,  $b = 3$  cm. Tính độ dài cạnh huyền của tam giác vuông đó.
- b) Cho tam giác vuông MNP có cạnh huyền NP = 10 dm và cạnh MN = 6 dm. Tính độ dài cạnh MP.

*Giải*

- a) Gọi c là độ dài cạnh huyền của tam giác ABC vuông tại C. Áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$c^2 = a^2 + b^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2.$$

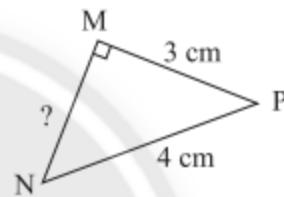
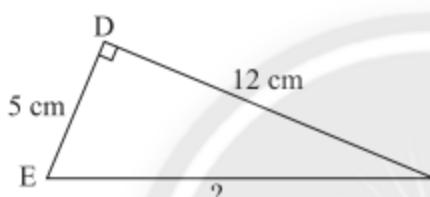
Vậy độ dài cạnh huyền là  $c = 5$  cm.

- b) Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông MNP có cạnh huyền NP, ta có:

$$NP^2 = MN^2 + MP^2, \text{ suy ra } MP^2 = NP^2 - MN^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 = 8^2.$$

Vậy  $MP = 8$  dm.

**Thực hành 1.** Tính độ dài cạnh EF, MN của các tam giác vuông trong Hình 3.



**Vận dụng 1.** Một chiếc tivi màn hình phẳng có chiều rộng và chiều dài đo được lần lượt là 72 cm và 120 cm. Tính độ dài đường chéo chiếc tivi đó theo đơn vị inch (biết 1 inch  $\approx 2,54$  cm).



Hình 4

## 2. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE ĐẢO



Vẽ vào vở tam giác ABC có  $AB = 12$  cm,  $AC = 5$  cm,  $BC = 13$  cm, rồi xác định số đo  $\widehat{BAC}$  bằng thước đo góc.

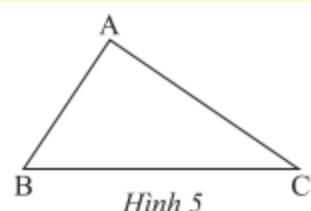
Khi biết độ dài ba cạnh của một tam giác, ta có thể kiểm tra xem tam giác đó có phải là tam giác vuông không nhờ vào định lí sau:

**Định lí Pythagore đảo:**



Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

GT	$\Delta ABC, BC^2 = AB^2 + AC^2$
KL	$\widehat{A} = 90^\circ$



Hình 5

**Ví dụ 2.** Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

- Tam giác ABC có AB = 3 cm, BC = 5 cm, AC = 4 cm.
- Tam giác MNP có MN = 20 m, NP = 12 m, PM = 16 m.
- Tam giác OHK có OH = 6 dm, OK = 8 dm, KH = 12 dm.

*Giải*

- Ta có  $5^2 = 3^2 + 4^2$ , suy ra  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ . Vậy tam giác ABC vuông tại A.
- Ta có  $20^2 = 12^2 + 16^2$ , suy ra  $MN^2 = NP^2 + PM^2$ . Vậy tam giác MNP vuông tại P.
- Ta có KH là cạnh dài nhất và  $12^2 \neq 6^2 + 8^2$ , suy ra  $KH^2 \neq OH^2 + OK^2$ .

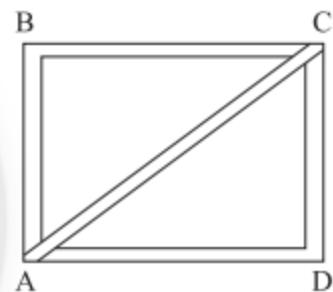
Vậy tam giác OHK không phải là tam giác vuông.

**Thực hành 2.** Tìm tam giác vuông trong các tam giác sau:

- Tam giác EFK có EF = 9 m, FK = 12 m, EK = 15 m.
- Tam giác PQR có PQ = 17 cm, QR = 12 cm, PR = 10 cm.
- Tam giác DEF có DE = 8 m, DF = 6 m, EF = 10 m.

### Vận dụng 2.

- Nam dự định làm một cái êke từ ba thanh nẹp gỗ. Nam đã có hai thanh làm hai cạnh góc vuông dài 6 cm và 8 cm. Hỏi thanh nẹp còn lại Nam phải làm có độ dài bao nhiêu? (Giả sử các mối nối không đáng kể.)
- Một khung gỗ ABCD (Hình 6) được tạo thành từ 5 thanh nẹp có độ dài như sau: AB = CD = 36 cm; BC = AD = 48 cm; AC = 60 cm. Chứng minh rằng  $\widehat{ABC}$  và  $\widehat{ADC}$  là các góc vuông.

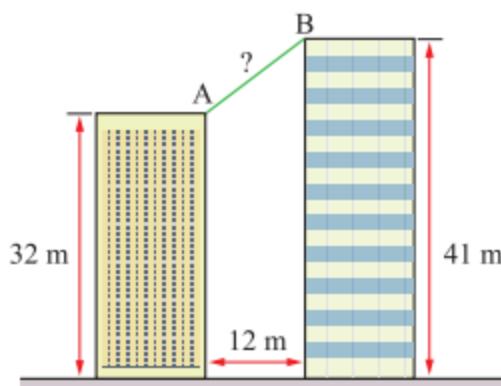


Hình 6

## 3. VẬN DỤNG ĐỊNH LÍ PYTHAGORE

Ta có thể vận dụng định lí Pythagore để tính nhiều yếu tố trong khoa học và đời sống như tính độ dài đoạn thẳng, khoảng cách giữa hai điểm, chiều dài, chiều cao của vật, ...

**Ví dụ 3.** Tính khoảng cách giữa hai điểm A, B trong Hình 7.



Hình 7

*Giải*

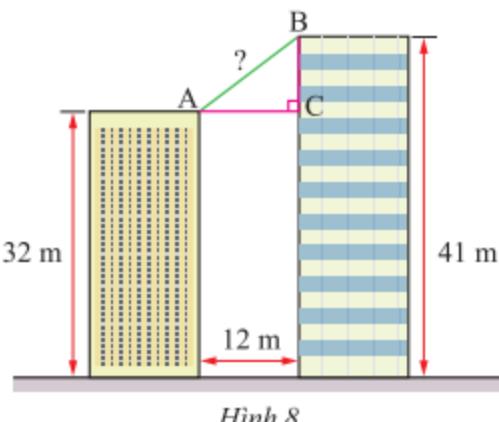
Vẽ tam giác vuông ABC như trong Hình 8, ta có:

$$AC = 12 \text{ m}; BC = 41 - 32 = 9 \text{ (m)}.$$

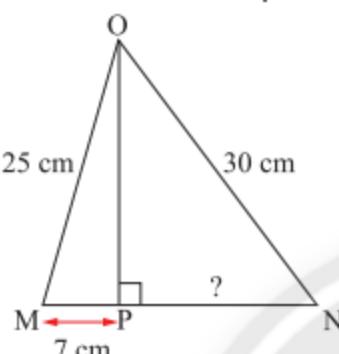
Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác ABC vuông tại C, ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 12^2 + 9^2 = 225 = 15^2.$$

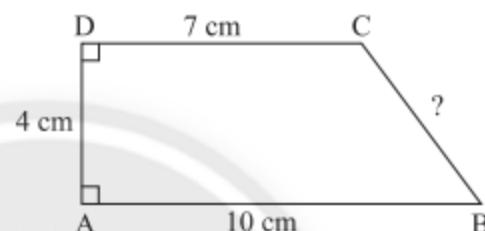
Vậy khoảng cách AB = 15 m.



**Thực hành 3.** Tính các độ dài PN và BC trong Hình 9.



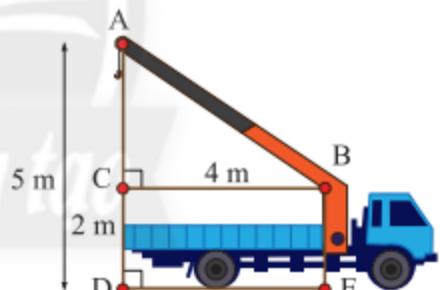
a)



b)

Hình 9

**Vận dụng 3.** Tính chiều dài cần cẩu AB trong Hình 10.

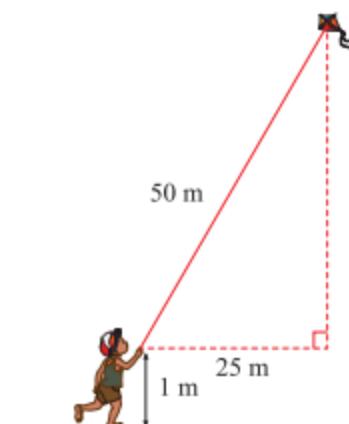


Hình 10

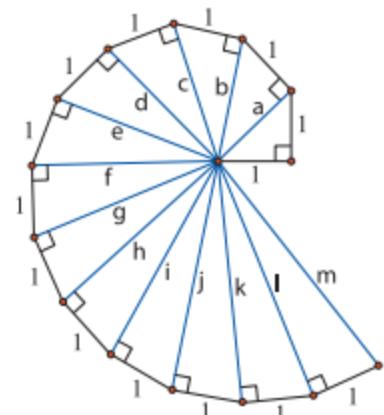
## BÀI TẬP

- Cho tam giác ABC vuông tại A.
  - Tính độ dài cạnh BC nếu biết AB = 7 cm, AC = 24 cm.
  - Tính độ dài cạnh AB nếu biết AC = 2 cm, BC =  $\sqrt{13}$  cm.
  - Tính độ dài cạnh AC nếu biết BC = 25 cm, AB = 15 cm.

2. Tính độ cao của con diều so với mặt đất (Hình 11).

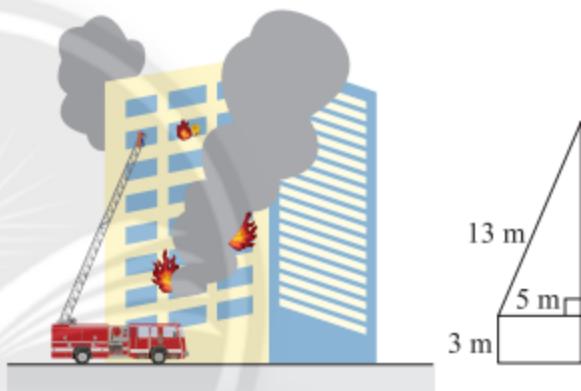


Hình 11



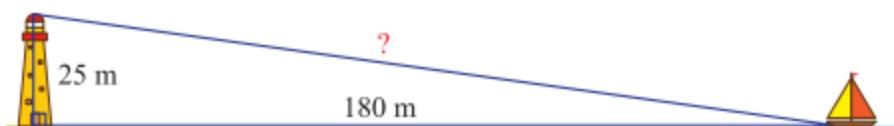
Hình 12

3. Lần lượt tính độ dài các cạnh huyền a, b, c, d của các tam giác vuông trong Hình 12. Hãy dự đoán kết quả của các cạnh huyền còn lại.
4. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông trong các trường hợp sau:
- $AB = 8 \text{ cm}$ ,  $AC = 15 \text{ cm}$ ,  $BC = 17 \text{ cm}$ ;
  - $AB = 29 \text{ cm}$ ,  $AC = 21 \text{ cm}$ ,  $BC = 20 \text{ cm}$ ;
  - $AB = 12 \text{ cm}$ ,  $AC = 37 \text{ cm}$ ,  $BC = 35 \text{ cm}$ .
5. Cho biết thang của một xe cứu hỏa có chiều dài 13 m, chân thang cách mặt đất 3 m và cách tường của tòa nhà 5 m. Tính chiều cao mà thang có thể vươn tới.



Hình 13

6. Một con thuyền đang neo ở một điểm cách chân tháp hải đăng 180 m. Cho biết tháp hải đăng cao 25 m. Hãy tính khoảng cách từ thuyền đến ngọn hải đăng.



Hình 14



### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Giải thích được định lí Pythagore. Tính được độ dài cạnh trong tam giác vuông bằng cách sử dụng định lí Pythagore.
- Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Pythagore (ví dụ: tính khoảng cách giữa hai vị trí).

Bài  
2

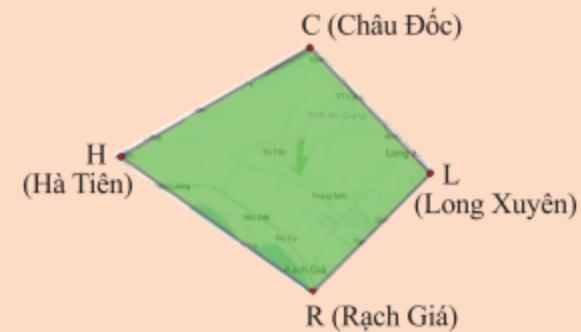
# TỨ GIÁC



Hình màu xanh bên được  
trích ra từ bản đồ được  
gọi là Tứ giác Long Xuyên.

Em hãy cho biết:

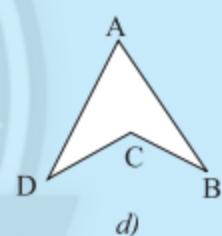
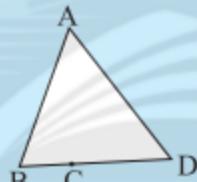
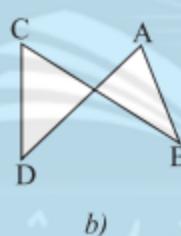
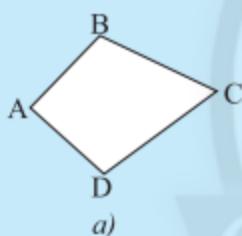
- Hình này được tạo bởi (Hà Tiên) mấy đoạn thẳng?
  - Các đoạn thẳng này nối các địa điểm nào?



## 1. TỨ GIÁC



- Trong các hình tạo bởi bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA sau đây, hình nào không có hai đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng?



Hình 1



Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

**Ví dụ 1.** Tìm các tứ giác trong Hình 1.

Giải

Trong Hình 1, hình a), b), d) là các tứ giác.

### **Đỉnh và cạnh của tứ giác**

Tứ giác ABCD còn được gọi là tứ giác DCBA, CBAD, BADC, ...

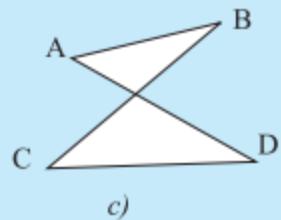
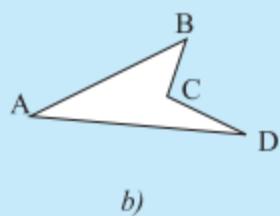
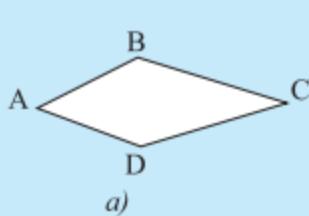
Các điểm A, B, C, D gọi là các *đỉnh*.

Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các *cạnh*.



## Tứ giác lồi

**2** Vẽ các đường thẳng lần lượt chứa mỗi cạnh của các tứ giác sau đây và nêu nhận xét của em về vị trí của các cạnh còn lại của tứ giác đối với hai phần mặt phẳng tạo bởi mỗi đường thẳng đã vẽ.

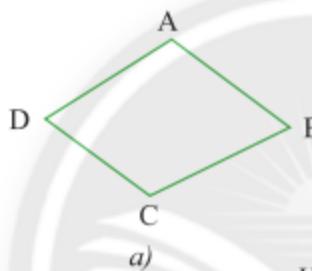


Hình 2

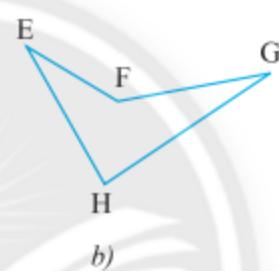


*Tứ giác lồi* là tứ giác luôn nằm trong cùng một phần mặt phẳng được phân chia bởi đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

**Ví dụ 2.** Tìm tứ giác lồi trong các hình sau.

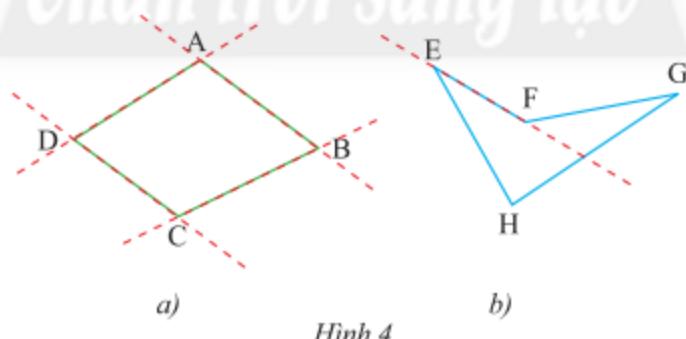


Hình 3



*Giải*

Kẻ các đường thẳng chứa các cạnh của tứ giác như trong Hình 4, ta thấy ABCD là tứ giác lồi còn EFGH không phải là tứ giác lồi.



Hình 4

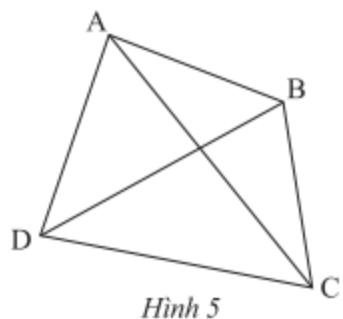
*Chú ý:* Từ nay, khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm, ta hiểu đó là tứ giác lồi.

### Cạnh, góc, đường chéo của tứ giác

Trong một tứ giác:

a) *Hai cạnh kề nhau* là hai cạnh có chung một đỉnh.

Ví dụ: Trong Hình 5, BA và BC là hai cạnh kề nhau.



Hình 5

b) Hai cạnh kề nhau tạo thành một góc của tứ giác.

Ví dụ: Trong Hình 5, tứ giác ABCD có các góc là  $\widehat{DAB}$ ,  $\widehat{ABC}$ ,  $\widehat{BCD}$ ,  $\widehat{CDA}$ . Các cặp góc  $\widehat{DAB}$  và  $\widehat{BCD}$ ;  $\widehat{ABC}$  và  $\widehat{CDA}$  được gọi là *cặp góc đối*.

c) *Hai cạnh đối nhau* là hai cạnh không có chung đỉnh nào.

Ví dụ: Trong Hình 5, AB và DC là hai cạnh đối nhau.

d) *Hai đỉnh đối nhau* là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh.

Ví dụ: Trong Hình 5, A và C là hai đỉnh đối nhau.

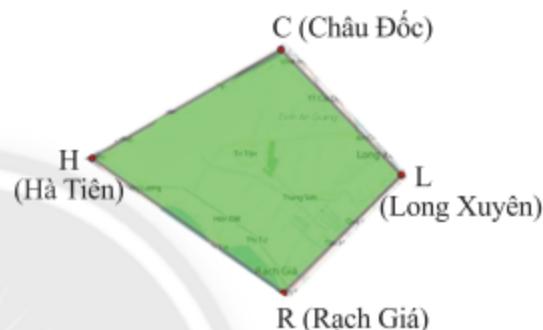
e) *Đường chéo* là đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau.

Ví dụ: Trong Hình 5, tứ giác ABCD có hai đường chéo là AC và BD.

**Thực hành 1.** Vẽ tứ giác MNPQ và tìm:

- Hai đỉnh đối nhau;
- Hai đường chéo;
- Hai cạnh đối nhau.

**Vận dụng 1.** Tìm các đỉnh, cạnh và đường chéo của tứ giác Long Xuyên CHRL (Hình 6).

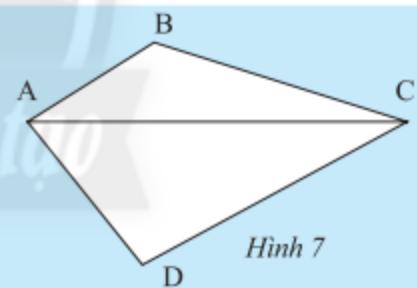


Hình 6

## 2. TỔNG CÁC GÓC CỦA MỘT TỨ GIÁC



Đường chéo AC chia tứ giác ABCD thành hai tam giác ACB và ACD (Hình 7). Tính tổng các góc của tam giác ACB và tam giác ACD. Từ đó, ta có nhận xét gì về tổng các góc của tứ giác ABCD?

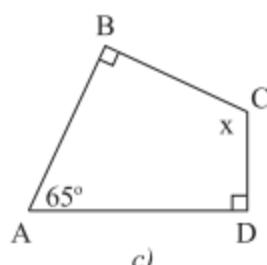
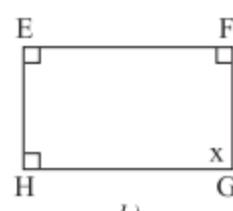
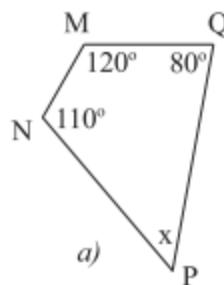


Hình 7



Tổng số đo các góc của một tứ giác bằng  $360^\circ$ .

**Ví dụ 3.** Tim số đo  $x$  ở mỗi tứ giác sau:



Hình 8

*Giải*

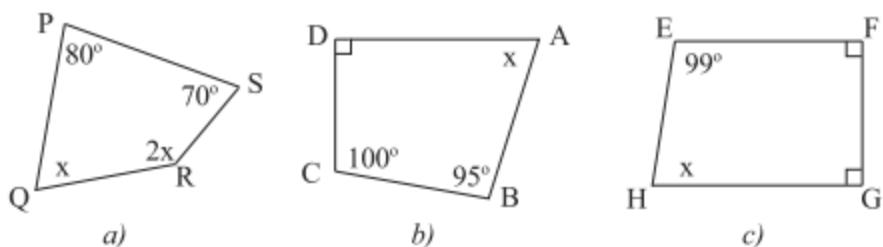
Do tổng số đo bốn góc của một tứ giác bằng  $360^\circ$  nên ta có:

Trong tứ giác MNPQ:  $x = 360^\circ - (120^\circ + 110^\circ + 80^\circ)$ , suy ra  $x = 50^\circ$ .

Trong tứ giác EFGH:  $x = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 90^\circ)$ , suy ra  $x = 90^\circ$ .

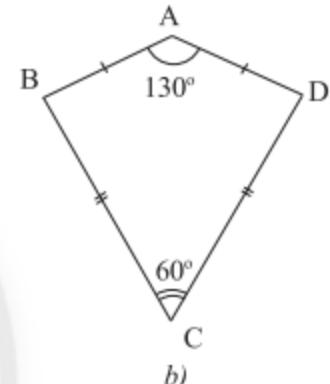
Trong tứ giác ABCD:  $x = 360^\circ - (90^\circ + 65^\circ + 90^\circ)$ , suy ra  $x = 115^\circ$ .

**Thực hành 2.** Tìm  $x$  trong mỗi tứ giác sau:



Hình 9

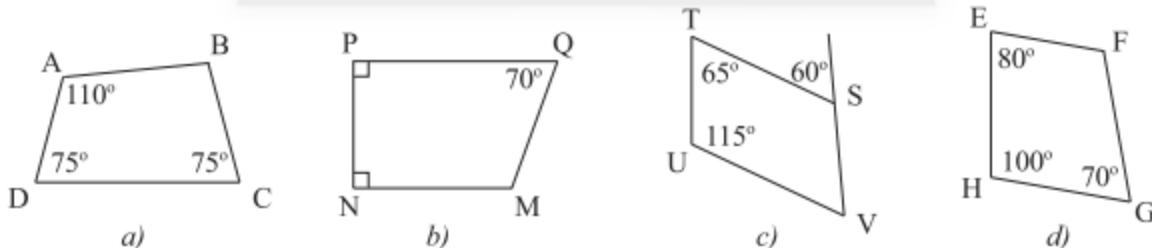
**Vận dụng 2.** Phần thân của cái điếu ở Hình 10a được vẽ lại như Hình 10b. Tìm số đo các góc chưa biết trong hình.



Hình 10

## BÀI TẬP

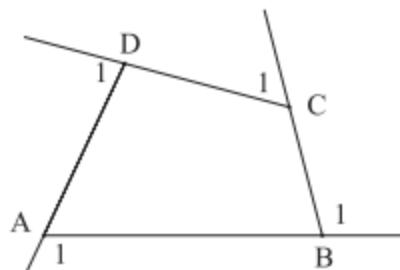
1. Tìm số đo các góc chưa biết của các tứ giác trong Hình 11.



Hình 11

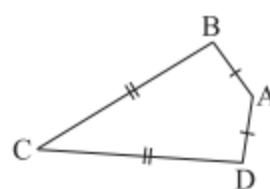
2. Góc kề bù với một góc của tứ giác được gọi là *góc ngoài* của tứ giác đó.

Hãy tính tổng số đo bốn góc ngoài  $\widehat{A}_1, \widehat{B}_1, \widehat{C}_1, \widehat{D}_1$  của tứ giác ABCD ở Hình 12.



Hình 12

3. Tứ giác ABCD có  $\hat{A} = 100^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh B bằng  $110^\circ$ ,  $\hat{C} = 75^\circ$ . Tính số đo góc D.
4. Tứ giác ABCD có góc ngoài tại đỉnh A bằng  $65^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh B bằng  $100^\circ$ , góc ngoài tại đỉnh C bằng  $60^\circ$ . Tính số đo góc ngoài tại đỉnh D.
5. Tứ giác ABCD có số đo  $\hat{A} = x$ ,  $\hat{B} = 2x$ ,  $\hat{C} = 3x$ ,  $\hat{D} = 4x$ . Tính số đo các góc của tứ giác đó.
6. Ta gọi tứ giác ABCD với  $AB = AD$ ,  $CB = CD$  (Hình 13) là hình “cái diều”.
  - a) Chứng minh rằng AC là đường trung trực của BD.
  - b) Cho biết  $\hat{B} = 95^\circ$ ,  $\hat{C} = 35^\circ$ . Tính  $\hat{A}$  và  $\hat{D}$ .



Hình 13

7. Trên bản đồ, tứ giác BDNQ với các đỉnh là các thành phố Buôn Ma Thuột, Đà Lạt, Nha Trang, Quy Nhơn.
  - a) Tìm các cạnh kề và cạnh đối của cạnh BD.
  - b) Tìm các đường chéo của tứ giác.



Hình 14

### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Mô tả được tứ giác. Nhận biết được tứ giác lồi.
- Giải thích được định lí về tổng các góc của một tứ giác lồi bằng  $360^\circ$ .

# Bài 3

## HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN



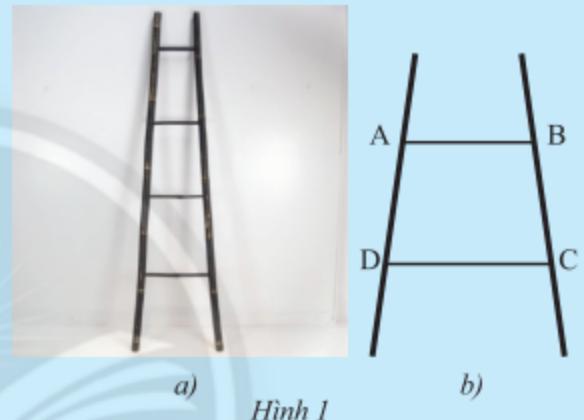
Mái ngói của trụ sở Uỷ ban nhân dân Thành phố Hồ Chí Minh có hình dạng một tứ giác ABCD. Nếu nhận xét của em về hai cạnh AB và CD của tứ giác này.



### 1. HÌNH THANG – HÌNH THANG CÂN



- 1 Tứ giác ABCD (Hình 1b) là hình vẽ minh hoạ một phần của chiếc thang ở Hình 1a. Nếu nhận xét của em về hai cạnh AB và CD của tứ giác này?



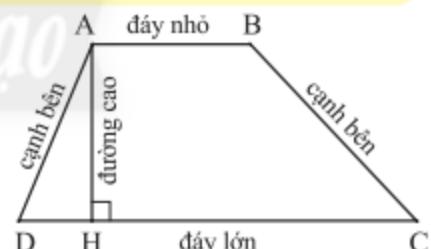
Hình 1



*Hình thang* là tứ giác có hai cạnh đối song song.

Hình 2 là hình thang ABCD với  $AB \parallel CD$ . Ta có:

- Các đoạn thẳng AB, CD gọi là các *cạnh đáy* (hoặc *đáy*).  
Nếu  $AB < CD$  thì AB là *đáy nhỏ*, CD là *đáy lớn*.
- Các đoạn thẳng AD, BC là các *cạnh bên*.
- AH là đường vuông góc kẻ từ A đến đường thẳng CD, đoạn thẳng AH gọi là *đường cao* của hình thang.



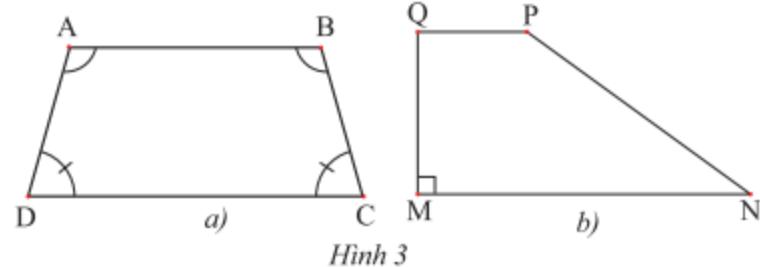
Hình 2



*Hình thang cân* là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

Hình thang cân ABCD (Hình 3a) có  $\hat{A} = \hat{B}$ ;  $\hat{C} = \hat{D}$ .

Hình thang có một góc vuông được gọi là *hình thang vuông* (Hình 3b).



Hình 3

**Ví dụ 1.** Tìm các góc chưa biết của hình thang ABCD có hai đáy là AB và CD trong các trường hợp sau:

- a)  $\hat{A} = 90^\circ$  và  $\hat{B} = 40^\circ$ ;
- b)  $\hat{C} = \hat{D} = 80^\circ$ .

*Giải*

a) Hình thang ABCD ( $AB // CD$ ) có  $\hat{A} = 90^\circ$  nên là hình thang vuông. Suy ra  $\hat{D} = \hat{A} = 90^\circ$  và  $\hat{C} = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ .

b) Hình thang ABCD ( $AB // CD$ ) có  $\hat{C} = \hat{D} = 80^\circ$  nên là hình thang cân. Suy ra  $\hat{A} = \hat{B} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ .

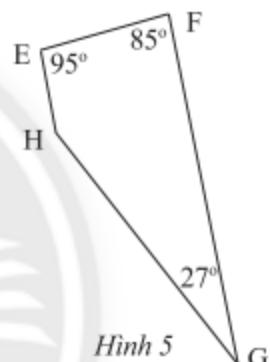
**Thực hành 1.** Tìm các góc chưa biết của hình thang MNPQ có hai đáy là MN và QP trong mỗi trường hợp sau và nêu nhận xét của em.

- a)  $\hat{Q} = 90^\circ$  và  $\hat{N} = 125^\circ$ ;
- b)  $\hat{P} = \hat{Q} = 110^\circ$ .

**Vận dụng 1.** Một mặt tường của chân tháp cột cờ Hà Nội có dạng hình thang cân ABCD (Hình 4). Cho biết  $\hat{D} = \hat{C} = 75^\circ$ . Tìm số đo  $\hat{A}$  và  $\hat{B}$ .



Hình 4



Hình 5

**Vận dụng 2.** Tứ giác EFGH có các góc cho như trong Hình 5.

- a) Chứng minh rằng EFGH là hình thang.
- b) Tìm góc chưa biết của tứ giác.

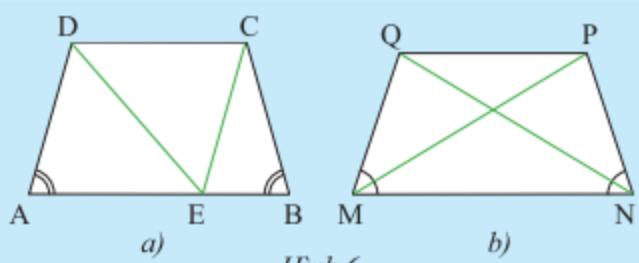
## 2. TÍNH CHẤT CỦA HÌNH THANG CÂN



- 2) a) Cho hình thang cân ABCD có hai đáy là AB và CD ( $AB > CD$ ). Qua C vẽ đường thẳng song song với AD và cắt AB tại E (Hình 6a).

- i) Tam giác CEB là tam giác gì? Vì sao?
- ii) So sánh AD và BC.

- b) Cho hình thang cân MNPQ có hai đáy là MN và PQ (Hình 6b). So sánh MP và NQ.  
Giải thích.



Hình 6

Trong hình thang cân:

- Hai cạnh bên bằng nhau.
- Hai đường chéo bằng nhau.

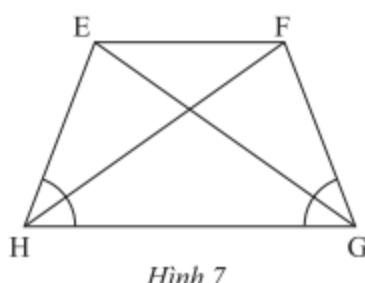
**Ví dụ 2.** Tìm các đoạn thẳng bằng nhau có trên hình thang cân EFGH ( $EF \parallel HG$ ) trong Hình 7.

*Giải*

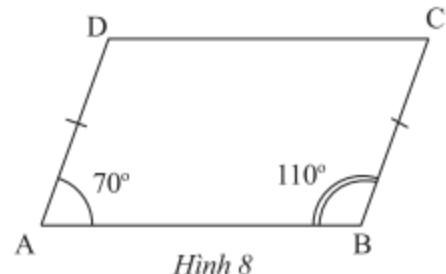
Hình thang cân EFGH có hai đáy là  $EF$  và  $HG$  nên có:

- Hai cạnh bên bằng nhau:  $EH = FG$ .
- Hai đường chéo bằng nhau:  $EG = HF$ .

*Chú ý:* Nếu một hình thang là hình thang cân thì nó có hai cạnh bên bằng nhau, nhưng một hình thang có hai cạnh bên bằng nhau thì chưa chắc là hình thang cân. Chẳng hạn như hình thang ABCD trong Hình 8 có hai đáy là  $AB$ ,  $CD$  và hai cạnh bên bằng nhau  $AD = BC$  nhưng không phải là hình thang cân vì hai góc kề đáy  $A$  và  $B$  không bằng nhau.



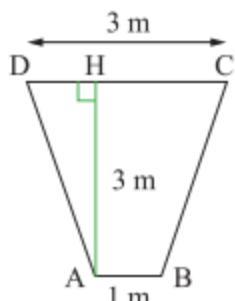
Hình 7



Hình 8

**Thực hành 2.** Tìm các đoạn thẳng bằng nhau trong hình thang cân MNPQ có hai đáy là  $MN$  và  $PQ$ .

**Vận dụng 3.** Một khung cửa sổ hình thang cân có chiều cao 3 m, hai đáy là 3 m và 1 m (Hình 9). Tìm độ dài hai cạnh bên và hai đường chéo.



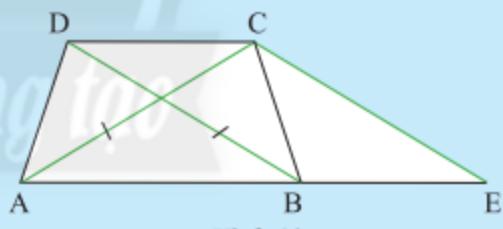
Hình 9

### 3. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT HÌNH THANG CÂN



3 Cho hình thang ABCD có hai đáy là  $AB$ ,  $CD$  và có hai đường chéo bằng nhau (Hình 10). Vẽ đường thẳng đi qua  $C$ , song song với  $BD$  và cắt  $AB$  tại  $E$ .

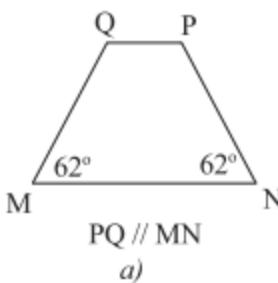
- Tam giác CAE là tam giác gì? Vì sao?
- So sánh tam giác ABD và tam giác BAC.



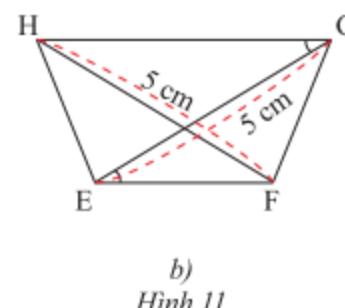
Hình 10

- Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau là hình thang cân.
- Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

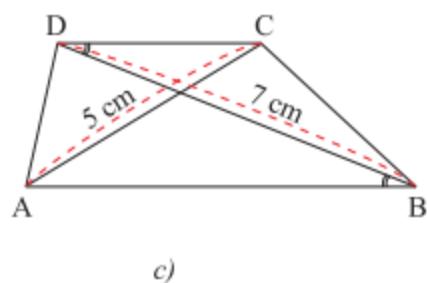
**Ví dụ 3.** Tìm hình thang cân trong các hình thang sau.



a)



b)  
Hình 11



c)

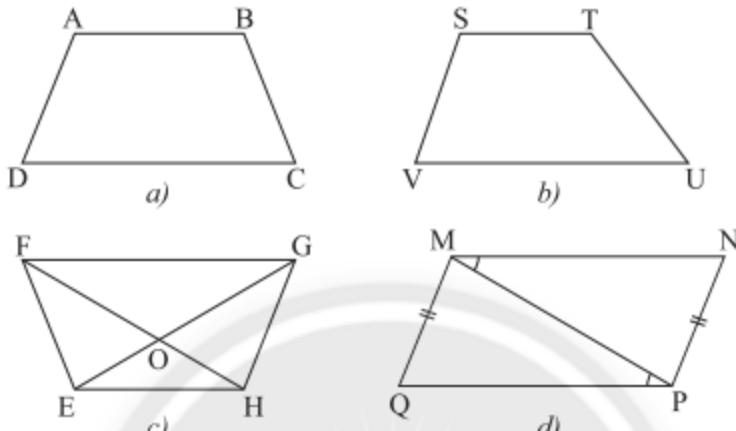
*Giải*

Hình thang MNPQ ( $PQ \parallel MN$ ) trong Hình 11a có hai góc kề một đáy bằng nhau nên là hình thang cân.

Hình thang EFGH ( $EF \parallel HG$ ) trong Hình 11b có hai đường chéo  $EG$  và  $FH$  bằng nhau nên là hình thang cân.

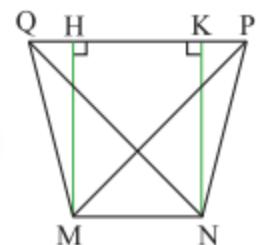
Hình thang ABCD trong Hình 11c có hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  không bằng nhau nên không là hình thang cân.

**Thực hành 3.** Sử dụng thước đo góc và thước đo độ dài để tìm hình thang cân trong các tứ giác ở Hình 12.



Hình 12

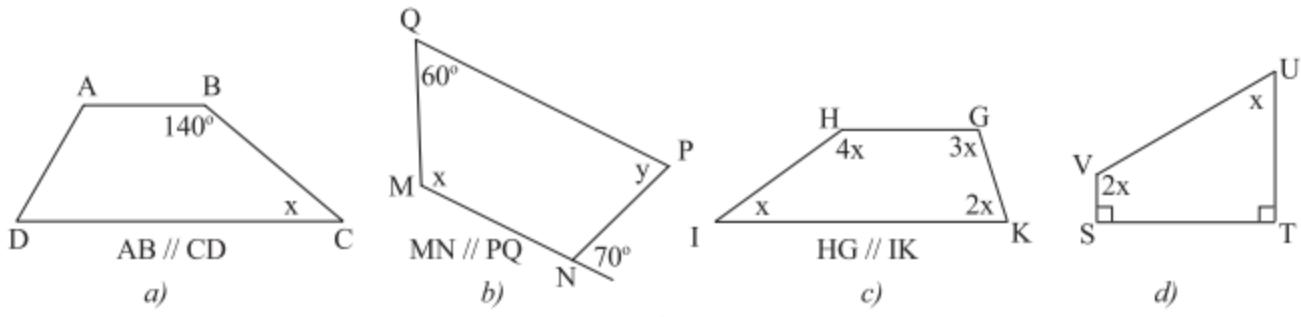
**Vận dụng 4.** Mặt cắt của một li giấy đựng bóng ngô có dạng hình thang cân MNPQ (Hình 13) với hai đáy  $MN = 6\text{ cm}$ ,  $PQ = 10\text{ cm}$  và độ dài hai đường chéo  $MP = NQ = 8\sqrt{2}\text{ cm}$ . Tính độ dài đường cao và cạnh bên của hình thang.



Hình 13

## BÀI TẬP

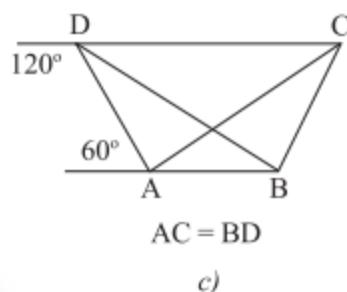
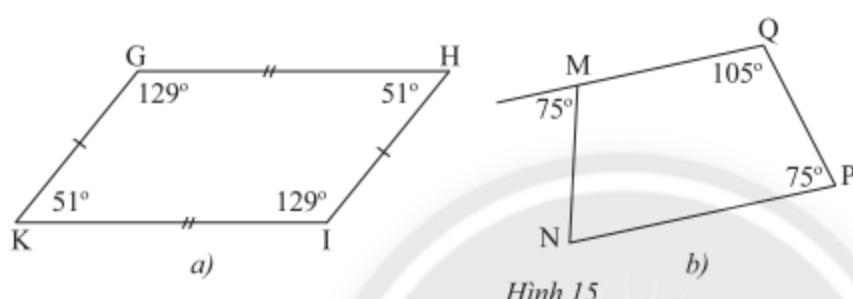
1. Tìm  $x$  và  $y$  ở các hình sau.



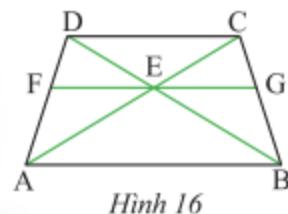
Hình 14

2. Cho tứ giác ABCD có  $AB = AD$ , BD là tia phân giác của góc B. Chứng minh rằng ABCD là hình thang.

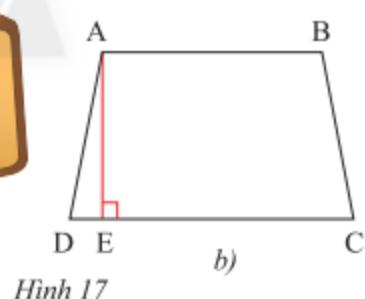
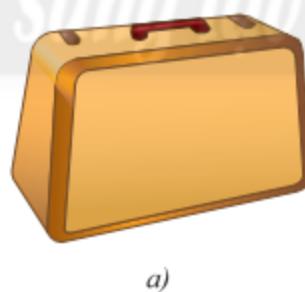
3. Cho tam giác nhọn ABC có AH là đường cao. Tia phân giác của góc B cắt AC tại M. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với AH và cắt AB tại N. Chứng minh rằng:
- Tứ giác BCMN là hình thang;
  - $BN = MN$ .
4. Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Tia phân giác của góc B cắt AC tại D. Trên BC lấy điểm E sao cho  $BE = BA$ .
- Chứng minh rằng  $\Delta ABD = \Delta EBD$ .
  - Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Chứng minh rằng tứ giác ADEH là hình thang vuông.
  - Gọi I là giao điểm của AH với BD, đường thẳng EI cắt AB tại F. Chứng minh rằng tứ giác ACEF là hình thang vuông.
5. Tứ giác nào trong Hình 15 là hình thang cân?



6. Cho hình thang cân ABCD có  $AB // CD$ . Qua giao điểm E của AC và BD, ta vẽ đường thẳng song song với AB và cắt AD, BC lần lượt tại F và G (Hình 16). Chứng minh rằng EG là tia phân giác của góc CEB.



7. Mặt bên của một chiếc vali (Hình 17a) có dạng hình thang cân và được vẽ lại như Hình 17b. Biết hình thang đó có độ dài đường cao là 60 cm, cạnh bên là 61 cm và đáy lớn là 92 cm. Tính độ dài đáy nhỏ.



### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Nhận biết hình thang, hình thang cân, hình thang vuông.
- Giải thích được tính chất về góc kề một đáy, cạnh bên, đường chéo của hình thang cân.
- Nhận biết được dấu hiệu để một hình thang là hình thang cân (ví dụ: hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân).

## Bài 4

# HÌNH BÌNH HÀNH – HÌNH THOI



Quan sát hình chụp các mái nhà ở phố cổ Hội An, em thấy các cạnh đối của tứ giác ABCD có gì đặc biệt?



## 1. HÌNH BÌNH HÀNH

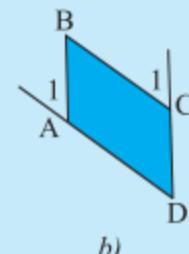
### Định nghĩa



1 Hình 1a là hình ảnh của một thước vẽ truyền dùng để phóng to hay thu nhỏ một hình vẽ có sẵn. Dùng thước đo góc để đo số đo của các cặp góc  $\widehat{A_1}$  và  $\widehat{D}$ ,  $\widehat{C_1}$  và  $\widehat{D}$  của tứ giác ABCD (Hình 1b) rồi rút ra nhận xét về mối quan hệ giữa các cặp cạnh AB và CD; AD và BC.



Hình 1



*Hình bình hành* là tứ giác có các cạnh đối song song.

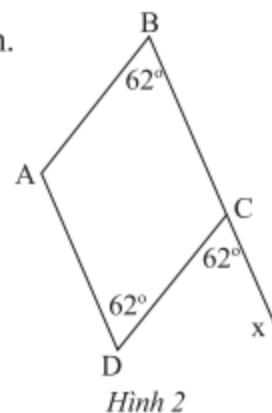
**Ví dụ 1.** Chứng minh tứ giác ABCD trong Hình 2 là hình bình hành.

*Giải*

Ta có:

$AD \parallel BC$  (vì có hai góc so le trong bằng nhau  $\widehat{ADC} = \widehat{DCx}$ ),  
 $AB \parallel DC$  (vì có hai góc đồng vị bằng nhau  $\widehat{ABC} = \widehat{DCx}$ ).

Tứ giác ABCD có các cạnh đối song song, suy ra ABCD là hình bình hành.



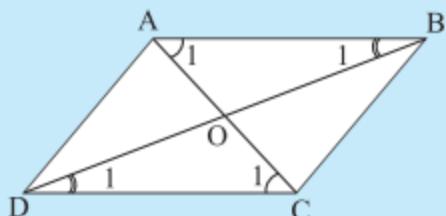
Hình 2

## Tính chất



**2** Cho tứ giác ABCD có các cạnh đối song song. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Hãy chứng tỏ:

- Tam giác ABC bằng tam giác CDA.
- Tam giác OAB bằng tam giác OCD.



Hình 3

### Định lí



Trong hình bình hành:

- Các cạnh đối bằng nhau.
- Các góc đối bằng nhau.
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

**Ví dụ 2.** Tìm các đoạn thẳng và các góc bằng nhau có trong hình của **2**.

*Giải*

Trong hình bình hành ABCD với O là giao điểm của hai đường chéo, ta có:

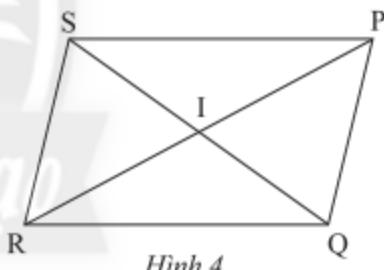
$$AB = CD; AD = BC; OA = OC; OB = OD;$$

$$\widehat{BAD} = \widehat{BCD}; \widehat{ABC} = \widehat{ADC}; \widehat{BAC} = \widehat{ACD};$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{ACB}; \widehat{ABD} = \widehat{BDC}; \widehat{DBC} = \widehat{BDA};$$

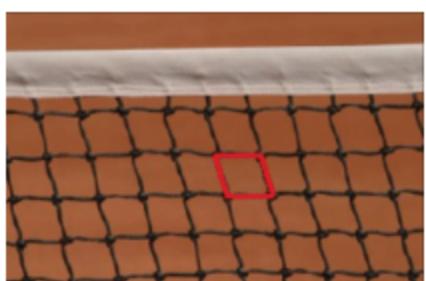
$$\widehat{AOB} = \widehat{COD}; \widehat{AOD} = \widehat{COB}.$$

**Thực hành 1.** Cho hình bình hành PQRS với I là giao điểm của hai đường chéo (Hình 4). Hãy chỉ ra các đoạn thẳng bằng nhau và các góc bằng nhau có trong hình.



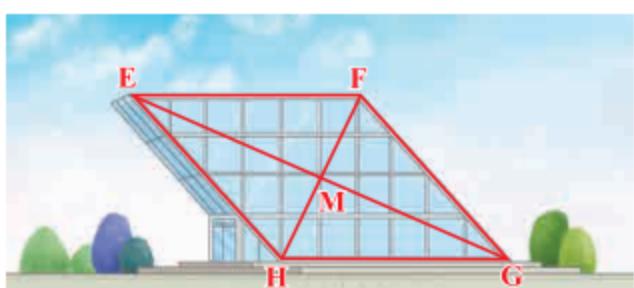
Hình 4

**Vận dụng 1.** Mắt lưới của một lưới bóng chuyền có dạng hình tứ giác có các cạnh đối song song. Cho biết độ dài hai cạnh của tứ giác này là 4 cm và 5 cm. Tìm độ dài hai cạnh còn lại.



Hình 5

**Vận dụng 2.** Mặt trước của một công trình xây dựng được làm bằng kính có dạng hình bình hành EFGH với M là giao điểm của hai đường chéo (Hình 6). Cho biết EF = 40 m, EM = 36 m, HM = 16 m. Tính độ dài cạnh HG và độ dài hai đường chéo.



Hình 6

## Dấu hiệu nhận biết



3 Cho tứ giác ABCD có P là giao điểm của hai đường chéo. Giải thích tại sao  $AB \parallel CD$  và  $AD \parallel BC$  trong mỗi trường hợp sau:

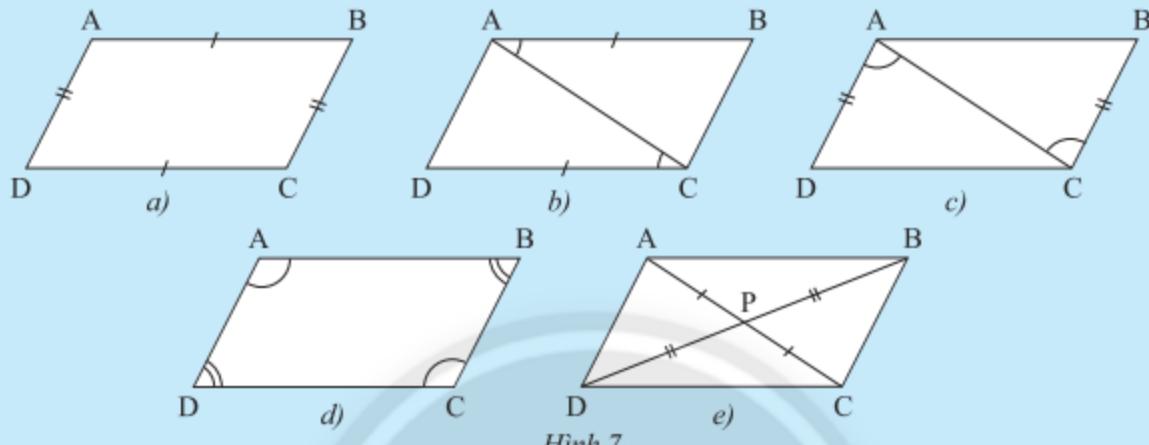
Trường hợp 1:  $AB = CD$  và  $AD = BC$  (Hình 7a).

Trường hợp 2:  $AB \parallel CD$  và  $AB = CD$  (Hình 7b).

Trường hợp 3:  $AD \parallel BC$  và  $AD = BC$  (Hình 7c).

Trường hợp 4:  $\hat{A} = \hat{C}$ ,  $\hat{B} = \hat{D}$  (Hình 7d).

Trường hợp 5:  $PA = PC$ ,  $PB = PD$  (Hình 7e).



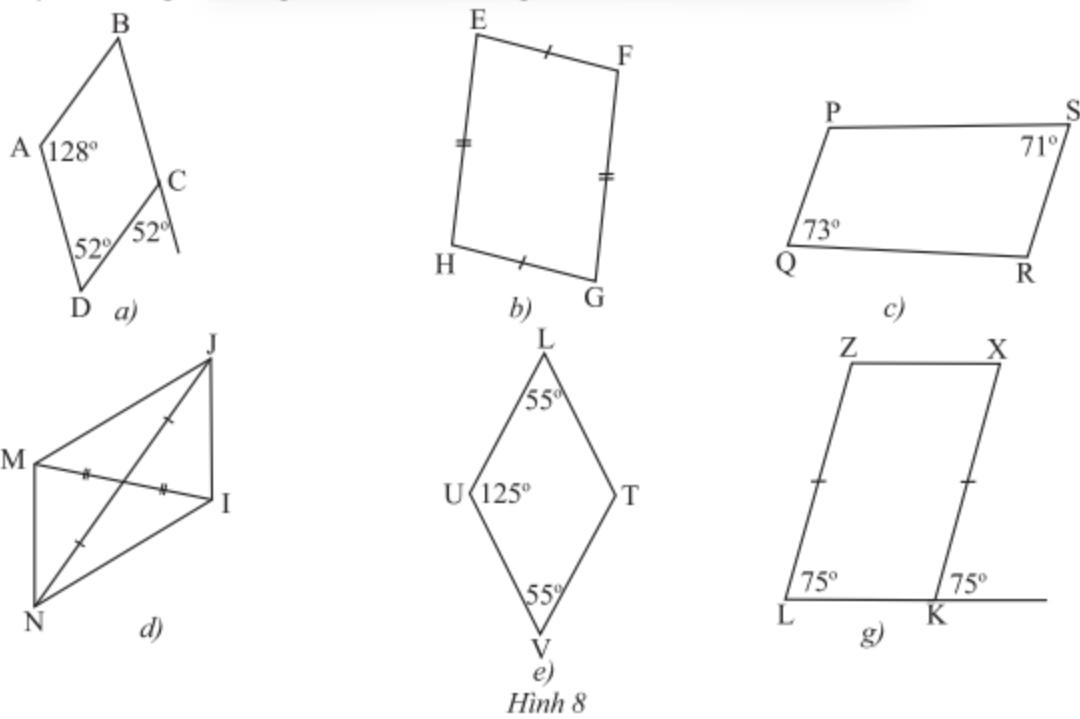
Hình 7

Ta có các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình bình hành như sau:



1. Tứ giác có các cạnh đối song song là hình bình hành.
2. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
3. Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành.
4. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình bình hành.
5. Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình bình hành.

**Ví dụ 3.** Trong các tứ giác ở Hình 8, tứ giác nào là hình bình hành?

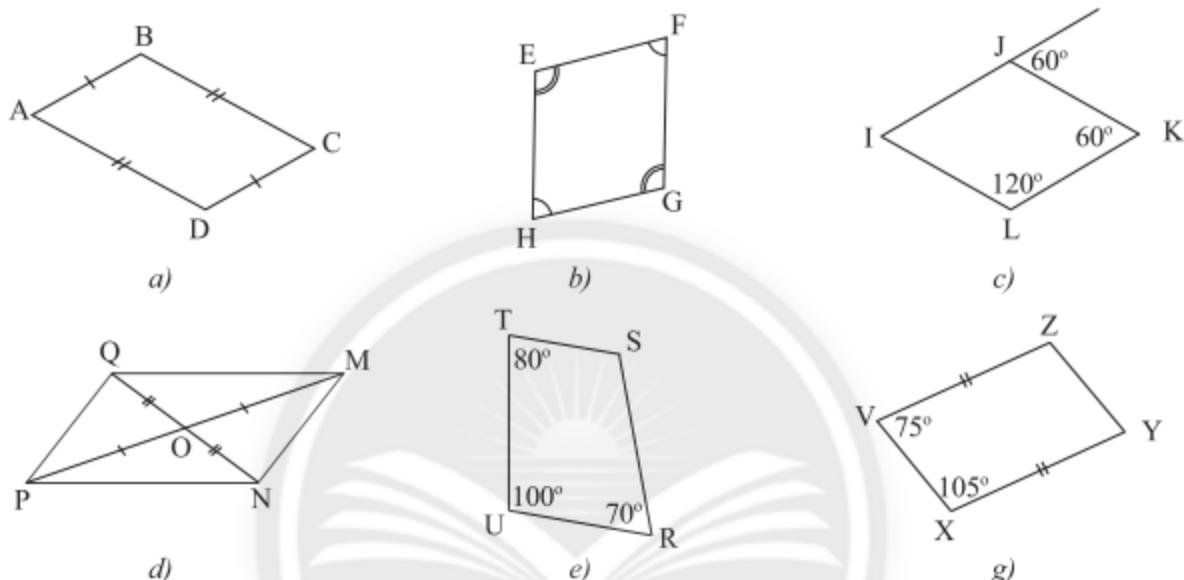


Hình 8

*Giải*

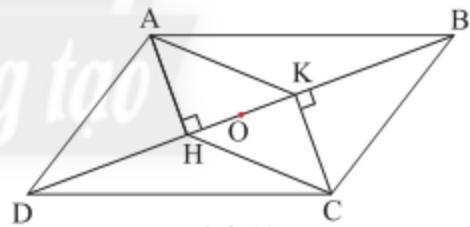
- Tứ giác ABCD có các cạnh đối song song nên là hình bình hành.
- Tứ giác EFGH có các cạnh đối bằng nhau nên là hình bình hành.
- Tứ giác PQRS có hai góc đối không bằng nhau nên không là hình bình hành.
- Tứ giác MNJL có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên là hình bình hành.
- Tứ giác UVTL có các góc đối bằng nhau nên là hình bình hành.
- Tứ giác LKXZ có hai cạnh đối LZ và KX vừa song song vừa bằng nhau nên là hình bình hành.

**Thực hành 2.** Trong các tứ giác ở Hình 9, tứ giác nào không là hình bình hành?



Hình 9

**Vận dụng 3.** Quan sát Hình 10, cho biết ABCD và AKCH đều là hình bình hành. Chứng minh ba đoạn thẳng AC, BD và HK có cùng trung điểm O.



## 2. HÌNH THOI

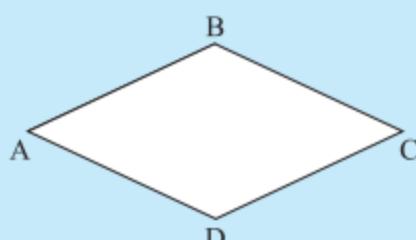
### Định nghĩa



4 Hình 11a là hình chụp tấm lưới thép được đan thành nhiều mắt. Hình 11b là hình vẽ phóng to của một mắt lưới. Đo độ dài các cạnh của tứ giác ABCD và rút ra nhận xét.



a)

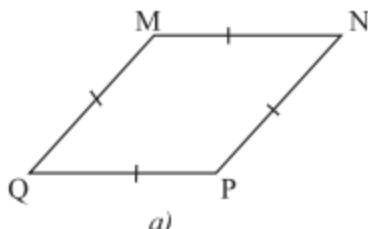


Hình 11

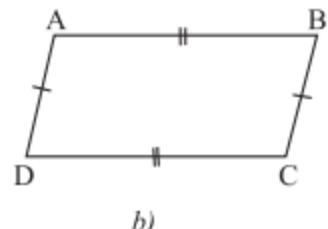


*Hình thoi* là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

**Ví dụ 4.** Trong các tứ giác ở Hình 12, tứ giác nào là hình thoi?



a)



b)

Hình 12

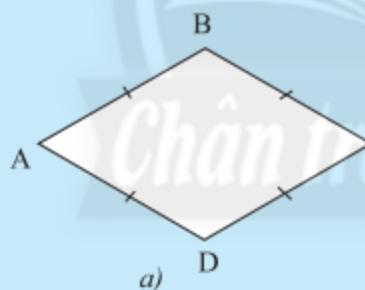
*Giải*

- Tứ giác MNPQ có bốn cạnh bằng nhau nên là hình thoi.
- Tứ giác ABCD chỉ có các cạnh đối bằng nhau nên chỉ là hình bình hành và không phải là hình thoi.

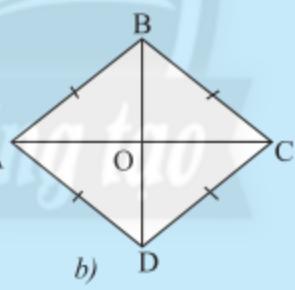
### Tính chất



- Chứng minh hình thoi cũng là một hình bình hành.
- Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo (Hình 13b). Chứng minh bốn tam giác OAB, OCB, OCD, OAD bằng nhau.



a)



b)

Hình 13

Hình thoi cũng là hình bình hành nên hình thoi có đầy đủ các tính chất của một hình bình hành.

### Định lí



Trong hình thoi:

- Hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi.

**Ví dụ 5.** Cho hình thoi ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo.

- Tính AB khi biết  $OA = 4\text{ cm}$  và  $OB = 3\text{ cm}$ .
- Tính  $\widehat{BAD}$  khi biết  $\widehat{BAO} = 32^\circ$ .

*Giải*

a) Do hai đường chéo của hình thoi vuông góc với nhau nên áp dụng định lí Pythagore vào tam giác OAB vuông tại O ta có:

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\text{ (cm)}.$$

b) Do hai đường chéo là các đường phân giác của các góc của hình thoi nên ta có:

$$\widehat{BAD} = 2\widehat{BAO} = 64^\circ.$$

**Thực hành 3.** Cho hình thoi MNPQ có I là giao điểm của hai đường chéo.

- Tính MP khi biết  $MN = 10\text{ dm}$ ,  $IN = 6\text{ dm}$ .
- Tính  $\widehat{IMN}$  khi biết  $\widehat{MNP} = 128^\circ$ .

**Vận dụng 4.** Tính độ dài cạnh của các khuy áo hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là  $3,2\text{ cm}$  và  $2,4\text{ cm}$ .



Hình 15

### Dấu hiệu nhận biết



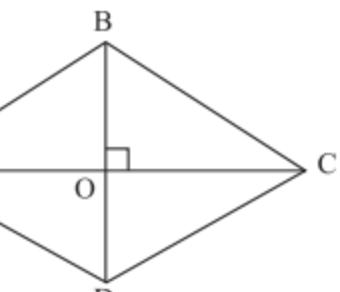
Cho ABCD là một hình bình hành. Giải thích tại sao tứ giác ABCD có bốn cạnh bằng nhau trong mỗi trường hợp sau:

Trường hợp 1:  $AB = AD$ .

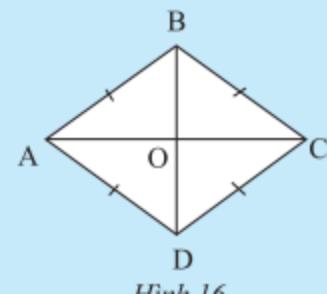
Trường hợp 2: AC vuông góc với BD.

Trường hợp 3: AC là phân giác góc BAD.

Trường hợp 4: BD là phân giác góc ABC.



Hình 14



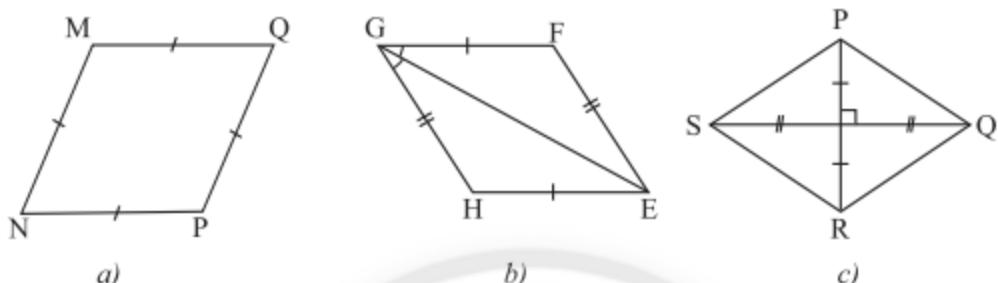
Hình 16

Ta có các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình thoi như sau:



1. Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
2. Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
3. Hình bình hành có một đường chéo là phân giác của một góc là hình thoi.

**Ví dụ 6.** Chứng minh các tứ giác trong Hình 17 là hình thoi.



Hình 17

*Giải*

- Tứ giác MNPQ có bốn cạnh bằng nhau nên là hình thoi.
- Tứ giác EFGH là hình bình hành có đường chéo là phân giác của một góc nên là hình thoi.
- Tứ giác PQRS là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau nên là hình thoi.

**Vận dụng 5.** Một hoa văn trang trí được ghép bởi ba hình tứ giác có độ dài mỗi cạnh đều bằng 2 cm (Hình 18). Gọi tên các tứ giác này và tính chu vi của hoa văn.

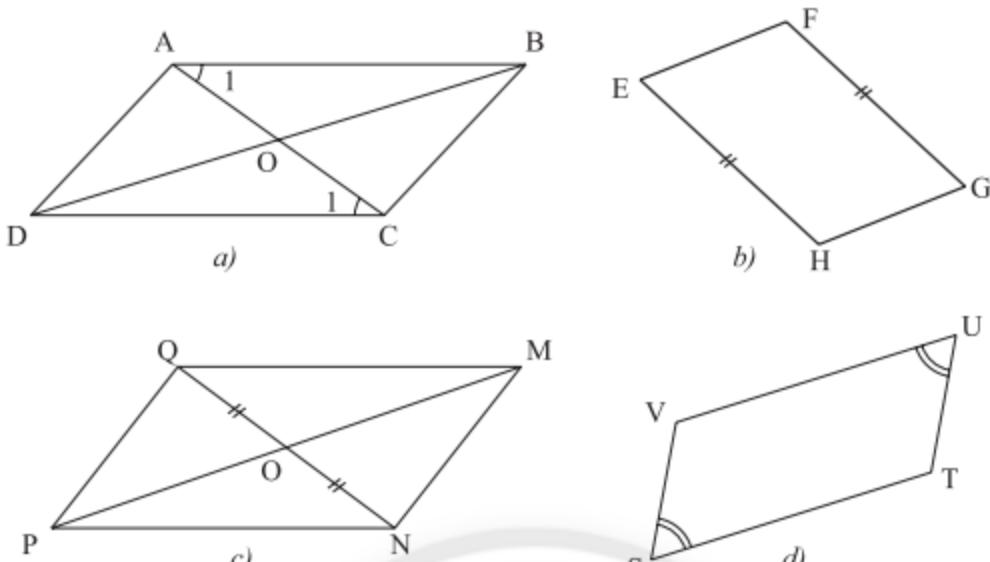


Hình 18

**Vận dụng 6.** Một tứ giác có chu vi là 52 cm và một đường chéo là 24 cm. Tìm độ dài của mỗi cạnh và đường chéo còn lại nếu biết hai đường chéo vuông góc tại trung điểm của mỗi đường.

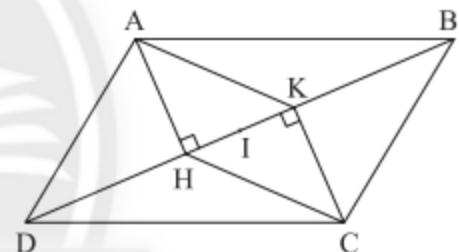
## BÀI TẬP

1. Cần thêm một điều kiện gì để mỗi tứ giác trong Hình 19 trở thành hình bình hành?



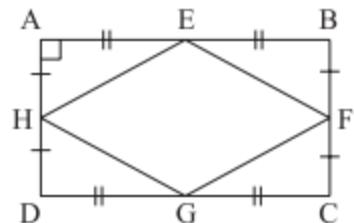
Hình 19

2. Cho hình bình hành ABCD, kẻ AH vuông góc với BD tại H và CK vuông góc với BD tại K (Hình 21).
- Chứng minh tứ giác AHCK là hình bình hành.
  - Gọi I là trung điểm của HK. Chứng minh IB = ID.
3. Cho hình bình hành ABCD. Gọi E là trung điểm của AD, F là trung điểm của BC.
- Chứng minh rằng tứ giác EBFD là hình bình hành.
  - Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng ba điểm E, O, F thẳng hàng.
4. Cho hình bình hành ABCD ( $AB > BC$ ). Tia phân giác của góc D cắt AB tại E, tia phân giác của góc B cắt CD tại F.
- Chứng minh  $DE \parallel BF$ .
  - Tứ giác DEBF là hình gì?
5. Cho hình bình hành ABCD. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD; E và F lần lượt là giao điểm của AK và CI với BD.
- Chứng minh tứ giác AEFI là hình thang.
  - Chứng minh  $DE = EF = FB$ .

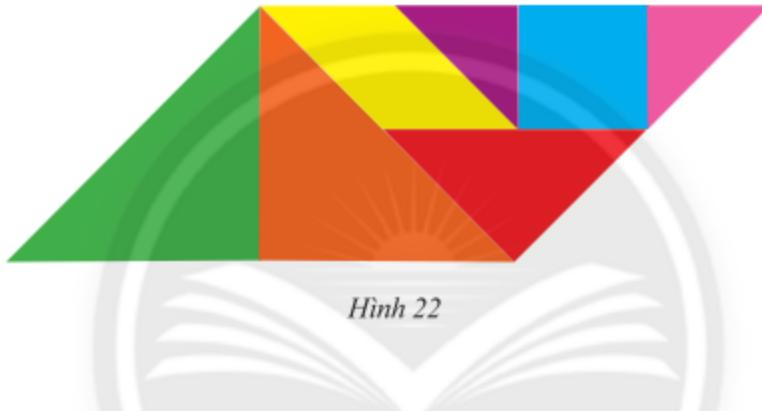


Hình 20

6. Quan sát Hình 21. Chứng minh rằng tứ giác EFGH là hình thoi.
7. Cho hình thoi ABCD, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Biết  $AC = 6\text{ cm}$ ,  $BD = 8\text{ cm}$ . Tính độ dài cạnh của hình thoi ABCD.
8. Cho tam giác ABC cân tại A, gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm D đối xứng với điểm A qua BC.
  - a) Chứng minh tứ giác ABDC là hình thoi.
  - b) Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC, lấy điểm O sao cho E là trung điểm của OM. Chứng minh hai tam giác AOB và MBO vuông và bằng nhau.
  - c) Chứng minh tứ giác AEMF là hình thoi.
9. Tìm các hình bình hành và hình thang có trong Hình 22.



Hình 21



Hình 22



#### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

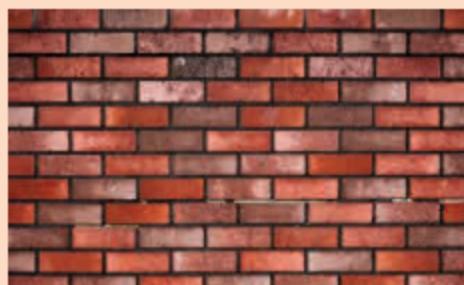
- Giải thích được tính chất về cạnh đối, góc đối, đường chéo của hình bình hành.
- Nhận biết được dấu hiệu để một tứ giác là hình bình hành.
- Giải thích được tính chất về đường chéo của hình thoi.
- Nhận biết được dấu hiệu để một hình bình hành là hình thoi.

# Bài 5

## HÌNH CHỮ NHẬT – HÌNH VUÔNG



Mỗi viên gạch trong hình bức tường có bề mặt hình chữ nhật được minh họa bởi hình bên. Hãy vẽ hình tứ giác ABCD mô phỏng bề mặt một viên gạch vào vở của em.

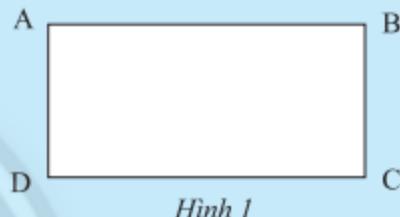


### 1. HÌNH CHỮ NHẬT

#### Định nghĩa



1 Dùng thước đo góc để đo số đo các góc  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$  ở Hình 1 và rút ra nhận xét về số đo của chúng.



Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

**Ví dụ 1.** Cho tứ giác MNPQ có ba góc  $\hat{M}$ ,  $\hat{N}$ ,  $\hat{P}$  vuông. Chứng minh MNPQ là hình chữ nhật.

*Giải*

Trong tứ giác MNPQ, ta có  $\hat{M} + \hat{N} + \hat{P} + \hat{Q} = 360^\circ$ . Do  $\hat{M} = \hat{N} = \hat{P} = 90^\circ$ , suy ra  $\hat{Q} = 90^\circ$ . Tứ giác MNPQ có bốn góc vuông nên là hình chữ nhật.

#### Tính chất

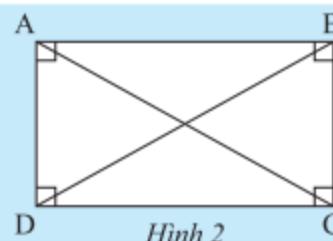


2 Cho ABCD là hình chữ nhật.

a) Chứng minh AB // CD và AD // BC.

b) Tam giác ABD và tam giác BAC có bằng nhau không?

Vì sao?



Hình 2

Hình chữ nhật cũng là hình thang cân và cũng là hình bình hành nên có tất cả các tính chất của hình thang cân, hình bình hành. Từ đó ta có định lí sau:

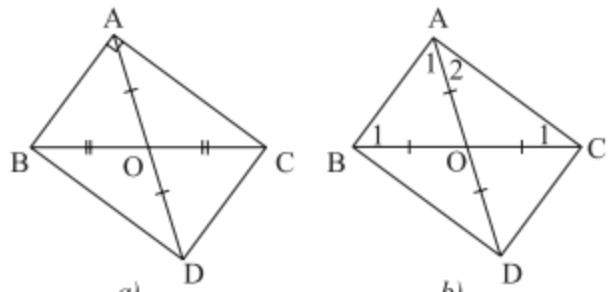
#### Định lí



Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

**Ví dụ 2.** a) Cho tam giác ABC vuông tại A, O là trung điểm của BC. Lấy điểm D đối xứng với A qua O (Hình 3a). Chứng minh rằng tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

b) Cho tam giác ABC có điểm O thuộc BC sao cho  $OA = OB = OC$ . Lấy điểm D đối xứng với A qua O (Hình 3b). Chứng minh rằng tứ giác ABDC là hình chữ nhật.



Hình 3

*Giải*

a) Ta có D đối xứng với A qua O, suy ra  $OA = OD$ , mà  $OB = OC$ , suy ra tứ giác ABDC có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình bình hành.

Ta có  $AB \parallel CD$  và  $\widehat{BAC}$  vuông, suy ra  $\widehat{ACD}$  vuông. Do ABDC là hình bình hành nên  $\widehat{BDC} = \widehat{BAC} = 90^\circ$  và  $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$ , suy ra ABDC là hình chữ nhật.

b) Ta có  $OA = OB = OC$ , suy ra hai tam giác OAB và OAC cân tại O.

Ta có:  $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1; \widehat{A}_2 = \widehat{C}_1$  và  $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ$  (tổng ba góc trong  $\Delta ABC$ ), suy ra  $\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 90^\circ$ , suy ra  $\widehat{BAC} = \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 = 90^\circ$ . Ta có  $\widehat{BAC}$  vuông và D đối xứng với A qua O nên theo câu a, tứ giác ABDC là hình chữ nhật.

*Chú ý:*

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền thì bằng nửa cạnh huyền.
- Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

**Thực hành 1.** Cho biết a, b, d lần lượt là độ dài các cạnh và đường chéo của một hình chữ nhật. Thay dấu ? trong bảng sau bằng giá trị thích hợp.

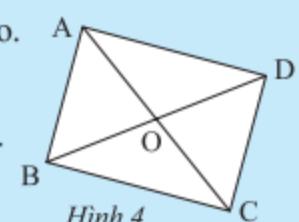
a	8	$\sqrt{15}$	?
b	6	?	5
d	?	$\sqrt{24}$	13

**Vận dụng 1.** Tìm bốn ví dụ về hình chữ nhật trong thực tế.

### Dấu hiệu nhận biết

3 Cho hình bình hành ABCD có O là giao điểm của hai đường chéo. Giải thích các khẳng định sau:

- Nếu  $\widehat{BAD}$  là góc vuông thì  $\widehat{ADC}$  và  $\widehat{ABC}$  cũng là góc vuông.
- Nếu  $AC = BD$  thì  $\widehat{BAD}$  vuông.



Ta có dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình chữ nhật như sau:

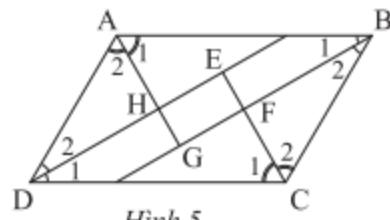


1. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
2. Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

*Chú ý:*

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

**Ví dụ 3.** Cho hình bình hành ABCD. Các tia phân giác của các góc  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$ ,  $\hat{D}$  cắt nhau tại các điểm E, F, G, H như Hình 5. Chứng minh rằng EFGH là một hình chữ nhật.



*Giải*

Vì ABCD là hình bình hành nên  $AD \parallel BC$  và  $\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ . Mà AH, BF lần lượt là tia phân giác của  $\widehat{BAD}$ ,  $\widehat{ABC}$  nên  $\hat{A}_1 = \frac{\widehat{BAD}}{2}$ ,  $\hat{B}_1 = \frac{\widehat{ABC}}{2}$ . Do đó  $\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$ .  
Suy ra  $\widehat{AGB} = 90^\circ$ . (1)

Chứng minh tương tự, ta có  $\widehat{DEC} = 90^\circ$ . (2)

Chứng minh tương tự, ta cũng có  $\widehat{AHD} = 90^\circ$  nên  $\widehat{EHG} = 90^\circ$ . (3)

Từ (1), (2), (3), ta suy ra tứ giác EFGH có ba góc vuông nên là hình chữ nhật.

**Thực hành 2.** Chỉ được sử dụng compa, hãy kiểm tra tứ giác ở Hình 6 có phải là hình chữ nhật hay không.



Hình 6

**Vận dụng 2.** a) Hãy sử dụng eke sao cho chỉ sau ba lần đo ta có thể xác định khung cửa sổ ở Hình 7 có phải là hình chữ nhật hay không.

b) Hãy sử dụng một cuộn dây, xác định khung khung cửa sổ trong Hình 7 có là hình chữ nhật hay không.



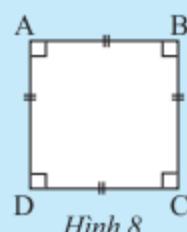
Hình 7

## 2. HÌNH VUÔNG

**Định nghĩa**



4 Cho tứ giác ABCD có bốn góc bằng nhau và có bốn cạnh bằng nhau. Hãy chứng tỏ ABCD vừa là hình thoi vừa là hình chữ nhật.



Hình 8



*Hình vuông* là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

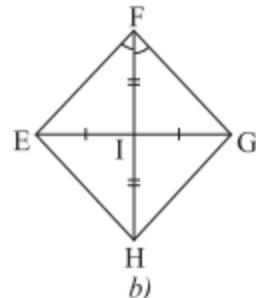
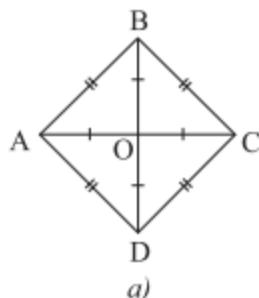
## Tính chất



5 Cho hình vuông MNPQ. Chứng minh MNPQ vừa là hình chữ nhật vừa là hình thoi.

Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi.

**Ví dụ 4.** Tìm hình vuông trong hai hình sau:



Hình 9

*Giải*

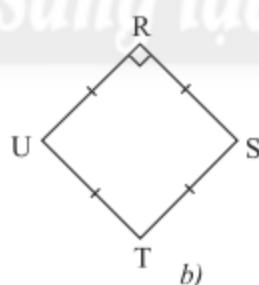
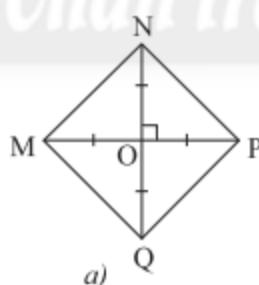
Xét tứ giác ABCD (Hình 9a), ta có BD và AC cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, suy ra ABCD là hình bình hành. Ta lại có  $AC = BD$  nên ABCD là hình chữ nhật, suy ra  $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D} = 90^\circ$ . (1)

Mặt khác, ta có  $AB = BC = CD = DA$ . (2)

Từ (1) và (2), suy ra ABCD là hình vuông.

Xét tứ giác EFGH (Hình 9b), ta có độ dài hai đường chéo EG và HF khác nhau nên tứ giác này không phải là hình chữ nhật, do đó nó không có bốn góc vuông. Vì vậy EFGH không phải là hình vuông.

**Thực hành 3.** Tìm hình vuông trong hai hình sau:



Hình 10

**Vận dụng 3.** Tìm bốn ví dụ về hình vuông trong thực tế.

## Dấu hiệu nhận biết



6 Cho hình chữ nhật ABCD. Giải thích tại sao ABCD là hình vuông trong mỗi trường hợp sau:  
Trường hợp 1:  $AB = BC$ .

Trường hợp 2: AC vuông góc với BD.

Trường hợp 3: AC là đường phân giác của góc BAD.



7 Cho hình thoi ABCD. Hãy chứng tỏ:

- Nếu  $\widehat{BAD}$  là góc vuông thì ba góc còn lại của hình thoi cũng là góc vuông.
- Nếu  $AC = BD$  thì  $\widehat{BAD}$  là góc vuông.

Ta có các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình vuông như sau:



- Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

*Chú ý:*

- Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.
- Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.

**Ví dụ 5.** Chứng minh tứ giác OHCK trong Hình 11 là hình vuông.

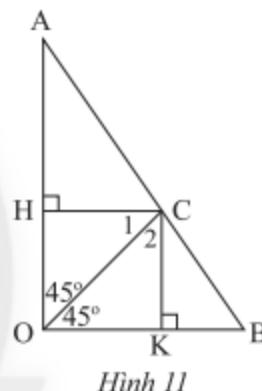
*Giải*

Ta có  $\widehat{HOK} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ .

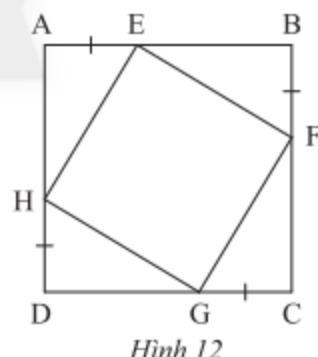
Như vậy  $\widehat{CHO} = \widehat{HOK} = \widehat{OKC} = 90^\circ$ , nên OHCK là hình chữ nhật. (1)

Ta lại có OC là tia phân giác của  $\widehat{HOK}$ . (2)

Từ (1) và (2), suy ra OHCK là hình vuông.



Hình 11



Hình 12

**Thực hành 4.** Trong Hình 12, cho biết ABCD là một hình vuông. Chứng minh rằng:

- Tứ giác EFGH có ba góc vuông;
- $HE = HG$ ;
- Tứ giác EFGH là một hình vuông.

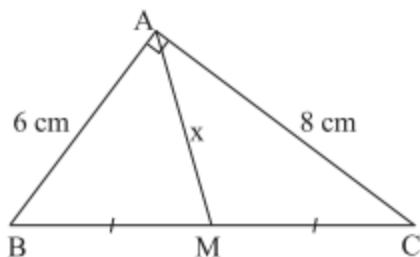


Hình 13

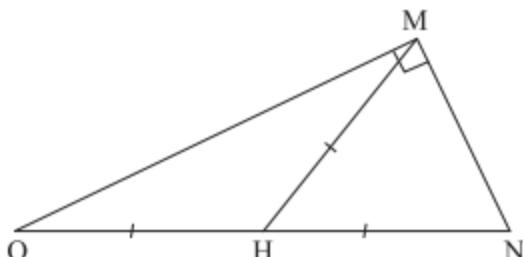
**Vận dụng 4.** Bạn Nam kiểm tra mặt kính của chiếc đồng hồ để bàn và nhận thấy có ba góc vuông và hai cạnh kề bằng nhau (Hình 13). Hãy cho biết mặt kính đồng hồ có hình gì?

## BÀI TẬP

1. Cho Hình 14. Tìm x.

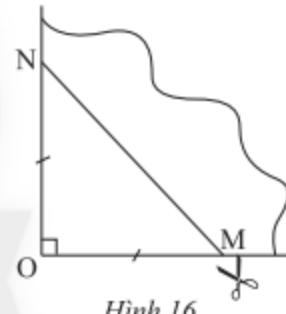


Hình 14



Hình 15

2. Cho Hình 15. Vẽ thêm điểm P để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật.
3. Cho tam giác ABC có đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC, E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K.
- Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật.
  - Chứng minh  $HG = GK = KE$ .
4. Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Gọi D là trung điểm của BC. Vẽ  $DE \parallel AB$ ,  $vẽ DF \parallel AC$  ( $E \in AC$ ,  $F \in AB$ ). Chứng minh rằng:
- Tứ giác AEDF là hình chữ nhật;
  - Tứ giác BFED là hình bình hành.
5. Lấy một tờ giấy, gấp làm tư để có một góc vuông như trong Hình 16, dùng kéo cắt theo đường MN sao cho  $OM = ON$ . Mở phần giấy cắt được ra ta được một tứ giác.  
Tứ giác đó là hình gì? Giải thích kết luận của em.



Hình 16

**Sau bài học này, em đã làm được những gì?**

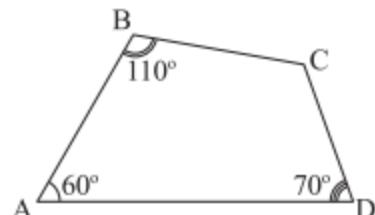
- Giải thích được tính chất về hai đường chéo của hình chữ nhật và hình vuông.
- Nhận biết được dấu hiệu để một hình bình hành là hình chữ nhật.
- Nhận biết được dấu hiệu để một hình chữ nhật là hình vuông.

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 3

### CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Bạn Nam dùng 6 đoạn tre vót thăng để làm khung diều hình thoi. Trong đó có 2 đoạn tre dài 60 cm và 80 cm để làm hai đường chéo của cái diều, 4 đoạn tre còn lại là 4 cạnh của cái diều. Khi đó tổng độ dài 4 đoạn tre dùng làm cạnh của cái diều hình thoi là  
A. 5 m.      B. 1 m.      C. 1,5 m.      D. 2 m.
2. Cho hình thang cân ABCD ( $AB // CD$ ) có  $\hat{A} = 65^\circ$ . Số đo góc C là  
A.  $115^\circ$ .      B.  $95^\circ$ .      C.  $65^\circ$ .      D.  $125^\circ$ .
3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?  
A. Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.  
B. Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.  
C. Hình bình hành có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường là hình chữ nhật.  
D. Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành.
4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường trung tuyến AM. Biết  $AB = 8\text{ cm}$ ;  $AC = 15\text{ cm}$ . Độ dài đoạn AM là  
A.  $8,5\text{ cm}$ .      B.  $8\text{ cm}$ .      C.  $7\text{ cm}$ .      D.  $7,5\text{ cm}$ .
5. Cho hình thoi ABCD có cạnh bằng  $13\text{ cm}$ , độ dài đường chéo AC là  $10\text{ cm}$ . Độ dài đường chéo BD là  
A.  $24\text{ cm}$ .      B.  $12\text{ cm}$ .      C.  $16\text{ cm}$ .      D.  $20\text{ cm}$ .
6. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?  
A. Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.  
B. Hình thoi có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.  
C. Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.  
D. Hình chữ nhật có một góc vuông là hình vuông.
7. Cho tứ giác ABCD, biết  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $\hat{B} = 110^\circ$ ,  $\hat{D} = 70^\circ$ . Khi đó số đo góc C là  
A.  $120^\circ$ .      B.  $110^\circ$ .  
C.  $130^\circ$ .      D.  $80^\circ$ .



## BÀI TẬP TỰ LUẬN

8. Cho hình bình hành ABCD. Các điểm E, F thuộc đường chéo AC sao cho  $AE = EF = FC$ . Gọi M là giao điểm của BF và CD, N là giao điểm của DE và AB. Chứng minh rằng:
- M, N theo thứ tự là trung điểm của CD, AB;
  - EMFN là hình bình hành.
9. Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi H, D lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AB. Chứng minh rằng tứ giác ADHC là hình thang.
- Gọi E là điểm đối xứng với H qua D. Chứng minh rằng tứ giác AHBE là hình chữ nhật.
  - Tia CD cắt AH tại M và cắt BE tại N. Chứng minh rằng tứ giác AMBN là hình bình hành.
10. Cho tam giác ABC vuông tại A ( $AB < AC$ ). Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC.
- Chứng minh rằng tứ giác ANEB là hình thang vuông.
  - Chứng minh rằng tứ giác ANEM là hình chữ nhật.
  - Qua M kẻ đường thẳng song song với BN cắt tia EN tại F. Chứng minh rằng tứ giác AFCE là hình thoi.
  - Gọi D là điểm đối xứng của E qua M. Chứng minh rằng A là trung điểm của DF.
11. Cho hình bình hành ABCD có  $AB = 2AD$ . Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD, I là giao điểm của AF và DE, K là giao điểm của BF và CE.
- Chứng minh rằng tứ giác AECF là hình bình hành.
  - Tứ giác AEFD là hình gì? Vì sao?
  - Chứng minh rằng tứ giác EIFK là hình chữ nhật.
  - Tìm điều kiện của hình bình hành ABCD để tứ giác EIFK là hình vuông.
12. Cho hình bình hành ABCD có  $AD = 2AB$ . Từ C vẽ CE vuông góc với AB tại E. Nối E với trung điểm M của AD. Từ M vẽ MF vuông góc với CE tại F, MF cắt BC tại N.
- Tứ giác MNCD là hình gì?
  - Chứng minh tam giác EMC cân tại M.
  - Chứng minh rằng  $\widehat{BAD} = 2\widehat{AEM}$ .
- Hướng dẫn:*
- Chứng minh  $EN = NC = NB = \frac{1}{2}BC$ .
  - Chứng minh  $\widehat{AEM} = \widehat{EMN} = \widehat{NMC} = \widehat{MCD} = \frac{1}{2}\widehat{NCD}$ .

# Phần MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT

## Chương 4

### MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

Trong chương này, các em sẽ tìm hiểu kĩ hơn về việc thu thập, phân loại dữ liệu và cách lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu. Chúng ta cũng sẽ học cách phân tích dữ liệu để phát hiện được vấn đề hoặc quy luật đơn giản, nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong các môn học khác, đồng thời vận dụng các kiến thức này vào việc giải quyết một số vấn đề thực tiễn.



Lựa chọn biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu sẽ giúp chúng ta phát hiện ra các quy luật nhằm giải quyết vấn đề hiệu quả hơn.

# THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU



Em đã biết những cách nào để thu thập dữ liệu?

## 1. THU THẬP DỮ LIỆU

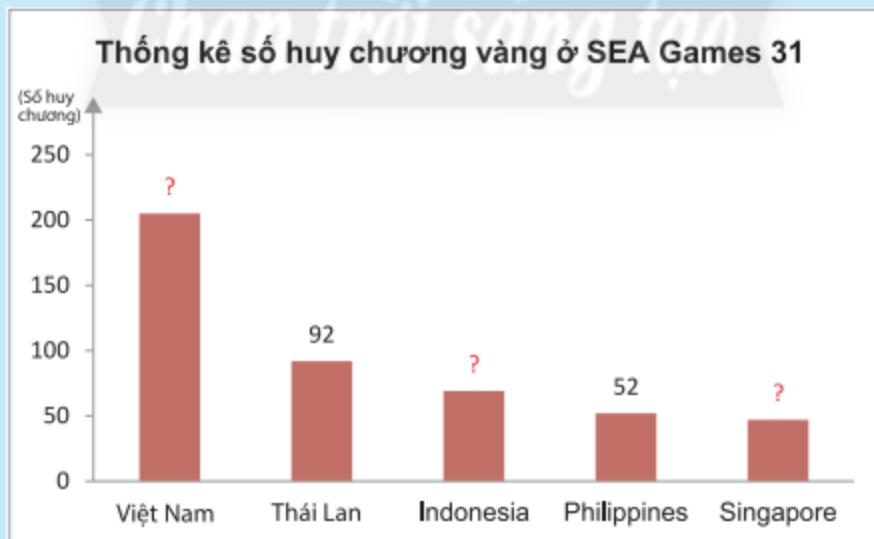


- 1 Bạn Tú đã tìm hiểu về năm quốc gia có số huy chương vàng cao nhất ở SEA Games 31 từ bảng thống kê sau:

	Gold	Silver	Bronze	Total
Việt Nam	205	125	116	446
Thái Lan	92	103	137	332
Indonesia	69	91	81	241
Philippines	52	70	105	227
Singapore	47	46	73	166

(Nguồn: <https://seagames2021.com>)

- a) Em hãy giúp bạn Tú tìm thông tin để hoàn thiện biểu đồ sau vào vở:



b) Theo em, bạn Tú đã dùng phương pháp nào trong các phương pháp sau để thu thập dữ liệu?

STT	Tên phương pháp
1	Quan sát trực tiếp
2	Làm thí nghiệm
3	Lập phiếu thăm dò
4	Thu thập từ những nguồn có sẵn như sách, báo, Internet

**Nhận xét:** Có nhiều cách để thu thập dữ liệu như: thu thập từ các nguồn có sẵn, phỏng vấn, lập phiếu câu hỏi, quan sát, làm thí nghiệm, .... Chúng ta cần tìm phương pháp phù hợp với lĩnh vực, mục đích cần thu thập.

### Ví dụ 1.

Dữ liệu về	Phương pháp có thể sử dụng
Địa lí, Lịch sử	Thu thập từ nguồn có sẵn
Thực tiễn (môi trường, tài chính, y tế, giá cả thị trường)	Phỏng vấn, lập phiếu hỏi, thu thập từ nguồn có sẵn, Internet
Mức độ hài lòng của công dân	Quan sát, phỏng vấn, lập phiếu khảo sát

**Thực hành 1.** Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

- a) Sản lượng gạo và cà phê xuất khẩu của Việt Nam trong bốn năm gần nhất.
- b) Ý kiến của học sinh khối 8 về chất lượng bữa ăn bán trú.

**Vận dụng 1.** Sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh Tây Nguyên: Kon Tum, Gia Lai, Đăk Lăk, Đăk Nông, Lâm Đồng.

**Vận dụng 2.** Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu và lí giải về việc lấy ý kiến học sinh lớp em đối với các tiết mục văn nghệ dự thi “Giai điệu tuổi hồng” của lớp.

## 2. PHÂN LOẠI DỮ LIỆU THEO CÁC TIÊU CHÍ



Thông tin về 5 bạn học sinh trong câu lạc bộ cầu lông của trường Trung học cơ sở Quang Trung tham gia giải đấu của tỉnh được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Khối	Chiều cao (cm)	Giới tính	Kỹ thuật phát cầu	Số nội dung thi đấu
Trần Văn Long	9	165	Nam	Tốt	3
Nguyễn Trí Tín	8	162	Nam	Khá	2
Lê Thị Thọ	8	168	Nữ	Tốt	2
Nguyễn Thị Thuý	7	160	Nữ	Khá	1
Lý Thành Anh	6	140	Nam	Trung bình	2

- a) Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là số đếm?



Dữ liệu định tính được chia thành hai loại:

- Dữ liệu định danh là dữ liệu thể hiện cách gọi tên. Ví dụ: giới tính, màu sắc, nơi ở, nơi sinh, ...
- Dữ liệu biểu thị thứ bậc là dữ liệu thể hiện sự hơn kém. Ví dụ: mức độ hài lòng, trình độ tay nghề, khối lớp, ...

Dữ liệu định lượng nhận giá trị thực và được chia thành hai loại:

- Loại rời rạc là dữ liệu chỉ nhận hữu hạn giá trị hoặc biểu thị số đếm. Ví dụ: cỡ giày, số học sinh, số ngày công, số vật nuôi, ...
- Loại liên tục là dữ liệu có thể nhận mọi giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ: chiều dài, khối lượng, thu nhập, thời gian, ...

**Ví dụ 2.** Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Môn thể thao yêu thích của một số bạn học sinh lớp 8C: bóng đá, cầu lông, bóng chuyền, ...
  - Chiều cao (tính theo cm) của một số bạn học sinh lớp 8C: 152,7; 148,5; 160,2; ...
  - Xếp loại học tập của một số bạn học sinh lớp 8C: tốt, chua đạt, đạt, khá, ...
  - Điểm kiểm tra môn Toán của một số bạn học sinh lớp 8C: 5; 10; 8; 4; ...
  - Trình độ tay nghề của các công nhân trong phân xưởng A gồm các bậc: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.
- a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.
  - b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
  - c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc? Vì sao?

*Giải*

- a) Môn thể thao yêu thích và xếp loại học tập là các dữ liệu định tính.

Chiều cao, điểm kiểm tra môn Toán và trình độ tay nghề là các dữ liệu định lượng.

- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, chỉ dữ liệu xếp loại học tập có thể so sánh hơn kém.

- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được thì điểm kiểm tra môn Toán của học sinh là rời rạc vì nó chỉ nhận hữu hạn giá trị.

**Thực hành 2.** Cho các loại dữ liệu sau đây:

- Danh sách một số loại trái cây: cam, xoài, mít, ...
- Khối lượng (tính theo g) của một số trái cây: 240; 320; 1200; ...
- Độ chín của trái cây: rất chín, vừa chín, hơi chín, còn xanh, ...

- Hàm lượng vitamin C (tính theo mg) có trong một số trái cây: 95; 52; 28; ...
- Mức độ tươi ngon của trái cây: loại 1, loại 2, loại 3.
- a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong các dữ liệu trên.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?

**Vận dụng 3.** Thông kê về các loại lồng đèn mà các bạn học sinh lớp 8C làm được để trao tặng cho trẻ em khuyết tật nhân dịp Tết Trung thu được cho trong bảng dữ liệu sau:

STT	Tên lồng đèn	Loại	Số lượng	Màu sắc
1	Con cá	Lớn	2	Vàng
2	Thiên nga	Vừa	6	Xanh
3	Con thỏ	Nhỏ	10	Nâu
4	Ngôi sao	Lớn	2	Đỏ
5	Đèn xếp	Nhỏ	15	Cam

- a) Tìm dữ liệu định tính và dữ liệu định lượng trong bảng dữ liệu trên.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là rời rạc?

### 3. TÍNH HỢP LÍ CỦA DỮ LIỆU



Tìm những điểm chưa hợp lí trong bảng dữ liệu sau:

**Thông kê số học sinh lớp 8A2 tham gia câu lạc bộ thể thao  
(mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)**

Câu lạc bộ thể thao	Số học sinh
Bóng bàn	12
Cầu lông	15
Bóng rổ	Nhiều học sinh tham gia
Đá cầu	120



Có thể kiểm tra định dạng của dữ liệu hoặc mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu thống kê để nhận biết tính hợp lí của dữ liệu và các kết luận dựa trên các dữ liệu thống kê đó.

**Ví dụ 3.** Nêu nhận xét về tính hợp lí của các dữ liệu trong bảng thống kê sau.

Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia câu lạc bộ văn nghệ (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ văn nghệ	Số học sinh
Guitar	6
Organ	9
Múa	Cá tò 1
Hợp ca	80

*Giải*

- Dữ liệu Cá tò 1: Không đúng định dạng (dữ liệu phải là số).
- Số liệu 80 không hợp lí vì vượt quá phạm vi sĩ số của một lớp học trong trường Trung học cơ sở.

**Ví dụ 4.** Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm lựa chọn đối với bốn nhãn hiệu tập vở trong số 200 học sinh được phỏng vấn.

Nhãn hiệu tập vở ghi bài	Tỉ số phần trăm
A	40%
B	45%
C	10%
D	5%

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở A:

- a) A là nhãn hiệu được đa số học sinh lựa chọn.
- b) A là nhãn hiệu có tỉ lệ học sinh lựa chọn cao nhất.
- c) A là một trong những nhãn hiệu có tỉ lệ được chọn cao nhất.

*Giải*

- a) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì tỉ lệ học sinh chọn A ít hơn 50%.
- b) Quảng cáo không hợp lí so với số liệu thống kê vì tỉ lệ học sinh chọn B nhiều hơn A.
- c) Quảng cáo là hợp lí vì phản ánh đúng dữ liệu của bảng thống kê.

**Thực hành 3.** Bảng thống kê sau cho biết dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8A1 (mỗi học sinh chỉ thực hiện một hoạt động).

Hoạt động	Số học sinh
Đọc sách	90
Ôn bài	10

Chơi cầu lông	18
Đá cầu	12
Chơi cờ vua	8
Nhảy dây	Tất cả các bạn nữ

Nêu nhận xét của em về tính hợp lý của các dữ liệu trong bảng thống kê trên.

**Vận dụng 4.** Thị phần của một sản phẩm là phần thị trường tiêu thụ mà sản phẩm đó chiếm lĩnh so với tổng số sản phẩm tiêu thụ của thị trường. Bảng thống kê sau cho biết tỉ số phần trăm thị phần của 4 loại bút trên thị trường.

Loại bút	Tỉ số phần trăm
X	10%
Y	20%
Z	40%
T	30%

Xét tính hợp lý của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu bút Z:

- a) Là loại bút được mọi người dùng lựa chọn.
- b) Là loại bút chiếm thị phần cao nhất.

## BÀI TẬP

1. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:
  - a) Ý kiến của cha mẹ học sinh khối 8 về chất lượng đồng phục của trường em.
  - b) Tỉ số giữa số lần ra mặt sấp và số lần ra mặt ngửa khi tung đồng xu 100 lần.
  - c) So sánh số huy chương nhận được ở SEA Games 31 của Việt Nam và Thái Lan.
  - d) Tổng số sản phẩm quốc nội của mỗi nước thuộc ASEAN.
2. Hãy sử dụng phương pháp thích hợp để thu thập dữ liệu và lập bảng thống kê dân số các tỉnh khu vực miền Đông Nam Bộ của Việt Nam.
3. Nêu nhận xét về tính hợp lý của các dữ liệu trong bảng thống kê sau:

Thống kê số học sinh lớp 8C tham gia các câu lạc bộ võ thuật (mỗi học sinh chỉ tham gia một câu lạc bộ)	
Câu lạc bộ võ thuật	Số học sinh
Karate	14
Vovinam	32
Taekwondo	Cả tổ 3
Judo	25

4. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 học sinh về bốn nhãn hiệu tập vở.

Nhãn hiệu tập vở	Số học sinh
A	22
B	56
C	13
D	9

Xét tính hợp lí của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu tập vở B:

- a) Là sự lựa chọn của mọi học sinh.
- b) Là sự lựa chọn hàng đầu của học sinh.

5. Thông tin về 5 bạn học sinh của trường Trung học sơ sở Kết Đoàn tham gia Hội khoẻ Phù Đổng được cho bởi bảng thống kê sau:

Họ và tên	Cân nặng (kg)	Môn bơi sở trường	Kỹ thuật bơi	Số nội dung thi đấu
Nguyễn Kinh Ngu	60	Bơi éch	Tốt	3
Trần Văn Mạnh	58	Bơi sải	Khá	1
Lê Hoàng Phi	45	Bơi bướm	Tốt	2
Nguyễn Ánh Vân	50	Bơi éch	Đạt	2
Đỗ Hải Hà	48	Bơi tự do	Tốt	3

- a) Phân loại các dữ liệu trong bảng thống kê trên dựa trên hai tiêu chí định tính và định lượng.
- b) Trong số các dữ liệu định tính tìm được, dữ liệu nào có thể so sánh hơn kém?
- c) Trong số các dữ liệu định lượng tìm được, dữ liệu nào là liên tục?



#### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Thực hiện và lí giải được việc thu thập, phân loại dữ liệu theo các tiêu chí cho trước từ nhiều nguồn khác nhau.
- Nhận biết được mối liên hệ toán học đơn giản giữa các số liệu đã được biểu diễn. Từ đó, nhận biết được số liệu không chính xác trong những ví dụ đơn giản.
- Chứng tỏ được tính hợp lí của dữ liệu theo các tiêu chí toán học đơn giản.

## Bài 2

# LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU



Hãy gọi tên các loại biểu đồ có trong bức hình dưới đây.



## 1. LỰA CHỌN DẠNG BIỂU ĐỒ ĐỂ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU



1 Ghép cặp các mục đích biểu diễn dữ liệu sau với loại biểu đồ phù hợp.

Mục đích biểu diễn dữ liệu	Loại biểu đồ
1. Thể hiện tỉ lệ phần trăm của mỗi thành phần đối tượng so với toàn thể.	A. Biểu đồ tranh
2. So sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại.	B. Biểu đồ cột
3. Sử dụng các chiều cao của các hình chữ nhật để biểu diễn số liệu.	C. Biểu đồ cột kép
4. Biểu diễn sự thay đổi số liệu của đối tượng theo thời gian.	D. Biểu đồ hình quạt tròn
5. Muốn tạo sự dễ hiểu, đơn giản và lôi cuốn.	E. Biểu đồ đoạn thẳng



Biểu đồ cho chúng ta hình ảnh cụ thể về số liệu. Việc chọn loại biểu đồ phù hợp sẽ giúp chúng ta thể hiện số liệu thống kê một cách rõ ràng, trực quan, dễ đọc và dễ hiểu.

– Ta thường chọn biểu đồ tranh khi số liệu ở dạng đơn giản và muốn tạo sự lôi cuốn, thu hút bằng hình ảnh.

– Với những số liệu phức tạp hơn, số liệu lớn, sự sai khác giữa các số liệu cũng lớn và để thuận tiện trong việc so sánh thì ta thường chọn biểu đồ cột.

– Nếu muốn có sự so sánh một cách trực quan từng cặp số liệu của hai bộ dữ liệu cùng loại, người ta ghép hai biểu đồ cột thành một biểu đồ cột kép.

– Để biểu thị tỉ lệ phần trăm của từng loại số liệu so với toàn thể, ta thường sử dụng biểu đồ hình quạt tròn.

– Khi biểu diễn sự thay đổi số liệu của một đối tượng theo thời gian, ta thường dùng biểu đồ đoạn thẳng.

**Ví dụ 1.** Bảng thống kê sau đây cho biết thời lượng tự học tại nhà trong 5 ngày của bạn Trí.

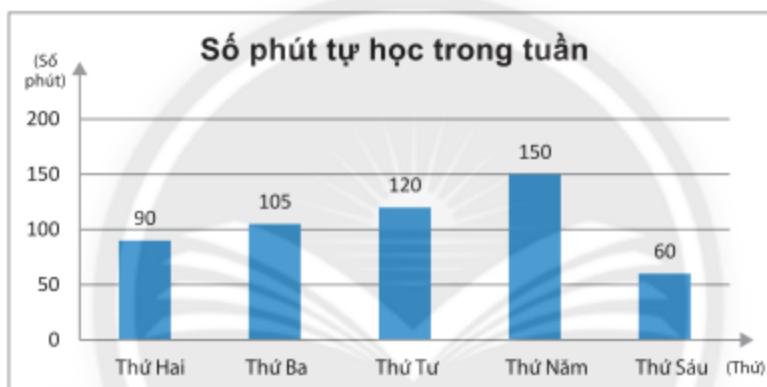
Ngày trong tuần	Số phút tự học
Thứ Hai	90
Thứ Ba	105
Thứ Tư	120
Thứ Năm	150
Thứ Sáu	60

Em hãy lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu từ bảng thống kê trên và vẽ biểu đồ đó.

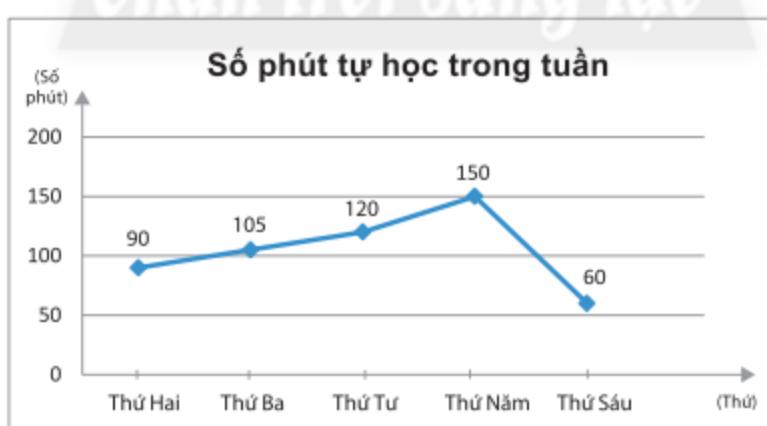
*Giải*

Ta có thể dùng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn dữ liệu trên.

– Biểu đồ cột:



– Biểu đồ đoạn thẳng:



**Thực hành 1.** Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn dữ liệu trong các bảng thống kê sau:

a) Bảng thống kê về cân nặng trung bình (đơn vị: kg) của nam, nữ tại một số nước trong khối ASEAN như sau:

Quốc gia	Indonesia	Malaysia	Thái Lan	Việt Nam
Nam	61,4	71,5	69,8	61,2
Nữ	56,2	64,4	63,3	54

(Nguồn: [worlddata.info](http://worlddata.info))

b) Bảng thống kê tỉ lệ phần trăm số tiết học các nội dung trong môn Toán lớp 8:

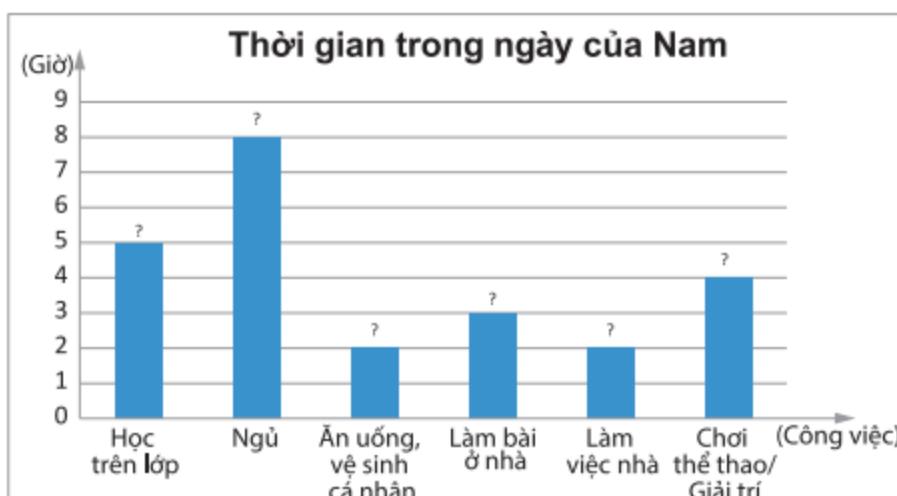
Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thống kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
Tỉ lệ phần trăm số tiết học	43%	36%	14%	7%

**Vận dụng 1.** Bảng thống kê sau đây cho biết việc sử dụng thời gian của bạn Nam trong ngày.

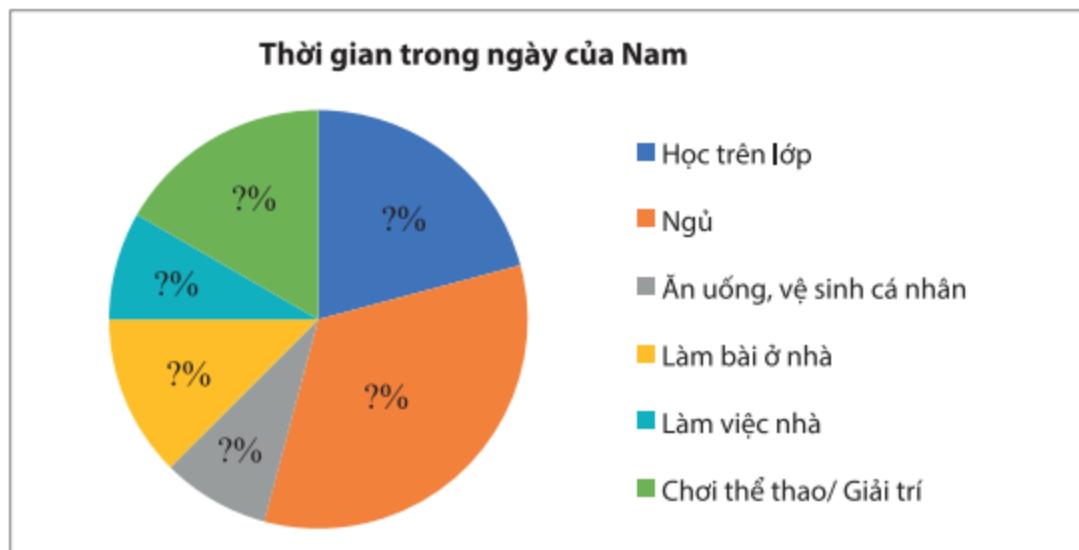
Thống kê việc sử dụng thời gian trong ngày của Nam	
Công việc	Thời gian (giờ)
Học trên lớp	5
Ngủ	8
Ăn uống, vệ sinh cá nhân	2
Làm bài ở nhà	3
Làm việc nhà	2
Chơi thể thao/ Giải trí	4

Hãy biểu diễn dữ liệu trong bảng trên vào các dạng biểu đồ sau:

a) Biểu đồ cột:



b) Biểu đồ hình quạt tròn:



## 2. CÁC DẠNG BIỂU DIỄN KHÁC NHAU CHO MỘT TẬP DỮ LIỆU



Biểu đồ trong Hình 1 biểu diễn dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Lan. Em hãy giúp bạn Lan hoàn thành việc chuyển dữ liệu trên sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau:

**Nguyên tắc chi tiêu ngân sách 50/20/30**

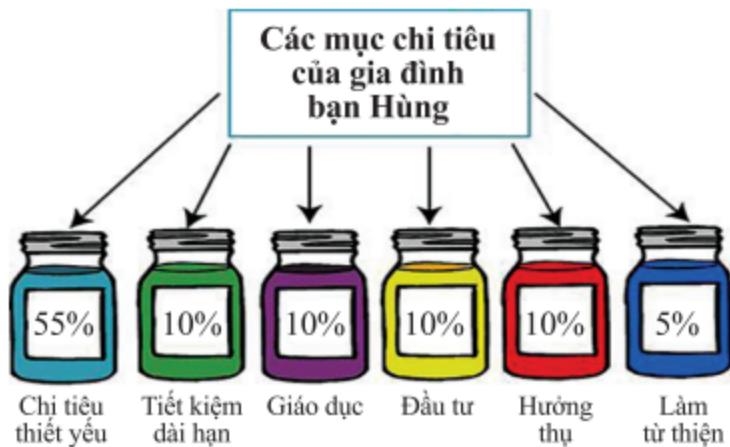


Mục chi tiêu	Liệt kê chi tiết	Tỉ lệ phần trăm ngân sách
Chi tiêu thiết yếu	Tiền ăn, tiền ờ, đi lại, hoá đơn tiện ích	?
Chi tiêu tài chính	Trả nợ, tiết kiệm, dự phòng	20%
Chi tiêu cá nhân	?	30%



Một tập dữ liệu có thể biểu diễn dưới các dạng khác nhau. Chuyển đổi dữ liệu giữa các dạng giúp công việc thuận lợi và đạt hiệu quả hơn.

**Ví dụ 2.** Hình 2 minh họa dữ liệu về chi tiêu ngân sách của gia đình bạn Hùng.



Hình 2

a) Em hãy giúp bạn ấy hoàn thành việc chuyển dữ liệu đó sang dạng bảng thống kê theo mẫu sau:

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hướng thu	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	?	?	?	?	?	?

b) Hãy biểu diễn dữ liệu trong Hình 2 vào biểu đồ hình quạt tròn sau:

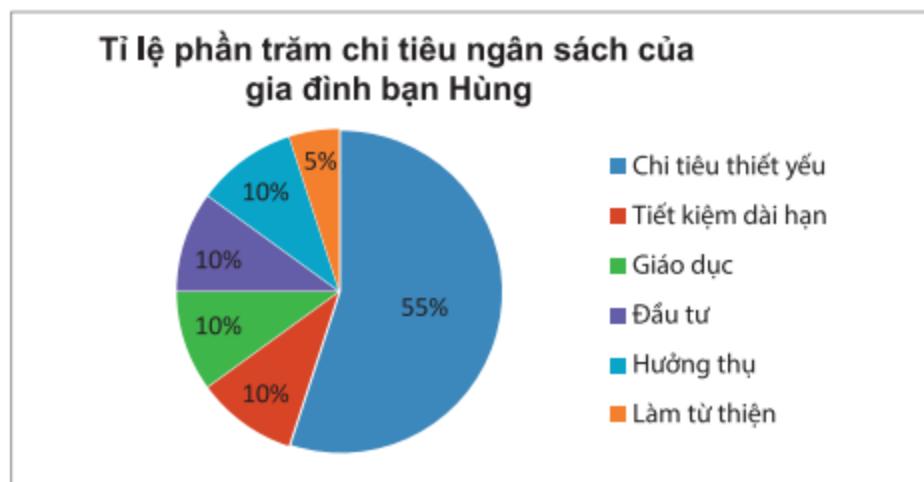


*Giải*

a) Chuyển dữ liệu trong Hình 2 sang dạng bảng thống kê, ta có:

Mục chi tiêu	Chi tiêu thiết yếu	Tiết kiệm dài hạn	Giáo dục	Đầu tư	Hướng thu	Làm từ thiện
Tỉ lệ phần trăm	55%	10%	10%	10%	10%	5%

b) Biểu diễn dữ liệu trong Hình 2 vào biểu đồ hình quạt tròn:

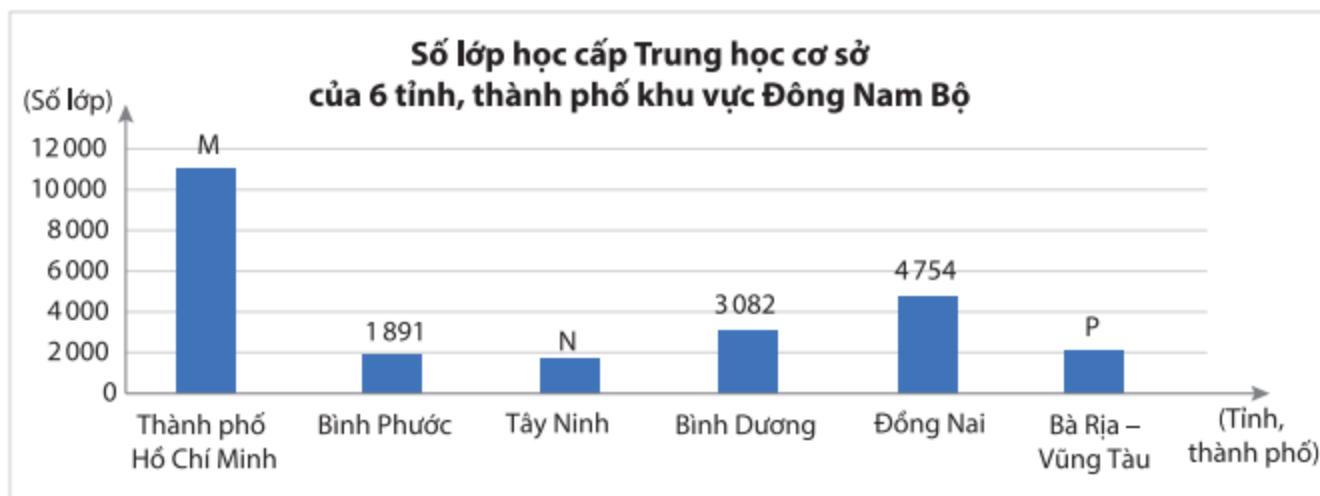


**Ví dụ 3.** Số liệu về số lớp học cấp Trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

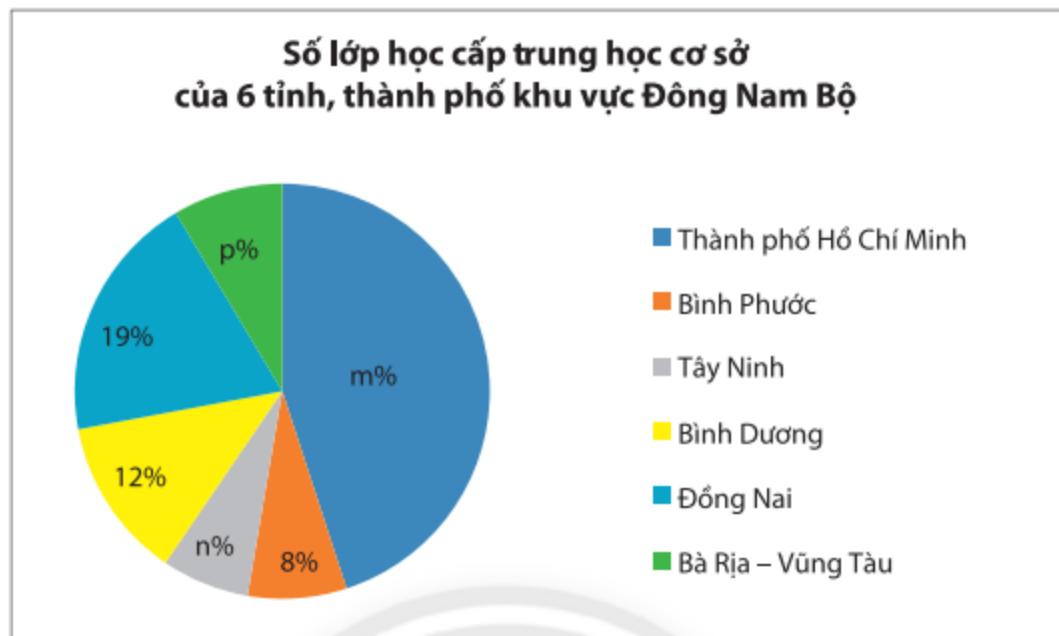
Tỉnh, thành phố	Số lớp học
Thành phố Hồ Chí Minh	11 046
Bình Phước	1 891
Tây Ninh	1 678
Bình Dương	3 082
Đồng Nai	4 754
Bà Rịa – Vũng Tàu	2 105

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột sau. Hãy tìm các giá trị của M, N, P trong biểu đồ.



b) Số liệu từ bảng thống kê trên được vào biểu đồ hình quạt tròn như sau. Hãy tìm các giá trị của m, n, p trong biểu đồ.



c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

*Giải*

a)  $M = 11\,046; N = 1\,678; P = 2\,105.$

b) Tổng số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ là:

$$11\,046 + 1\,891 + 1\,678 + 3\,082 + 4\,754 + 2\,105 = 24\,556 \text{ (lớp)}.$$

Suy ra  $m\% = \frac{11\,046}{24\,556} \cdot 100\% \approx 45\%; n\% = \frac{1\,678}{24\,556} \cdot 100\% \approx 7\%;$

$$p\% = \frac{2\,105}{24\,556} \cdot 100\% \approx 9\%.$$

c) Biểu đồ cột cho ta thấy sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có đông số lớp học nhất, Tây Ninh có ít số lớp học nhất và số lớp học của Thành phố Hồ Chí Minh nhiều hơn số lớp học của Tây Ninh là  $11\,046 - 1\,678 = 9\,368$  (lớp).

Trong khi đó, biểu đồ hình quạt ngoài việc cho biết sự so sánh hơn kém về số lớp học cấp trung học cơ sở của 6 tỉnh, thành phố khu vực Đông Nam Bộ còn cho biết tỉ lệ phần trăm số lớp học của mỗi tỉnh thành so với toàn thể khu vực. Ví dụ: Thành phố Hồ Chí Minh có số lớp học nhiều gấp 5 lần số lớp học của Bà Rịa – Vũng Tàu và chiếm 45% so với tổng số lớp học của khu vực Đông Nam Bộ.

**Thực hành 2.** Cho bảng thống kê số tiết học các nội dung trong môn Toán của hai khối lớp 6 và lớp 8 như sau:

Phần	Số và Đại số	Hình học và Đo lường	Một số yếu tố Thông kê và Xác suất	Hoạt động thực hành và trải nghiệm
<b>Khối lớp 6</b>	68	40	22	10
<b>Khối lớp 8</b>	60	50	20	10

Hãy biểu diễn tập dữ liệu trên dưới dạng:

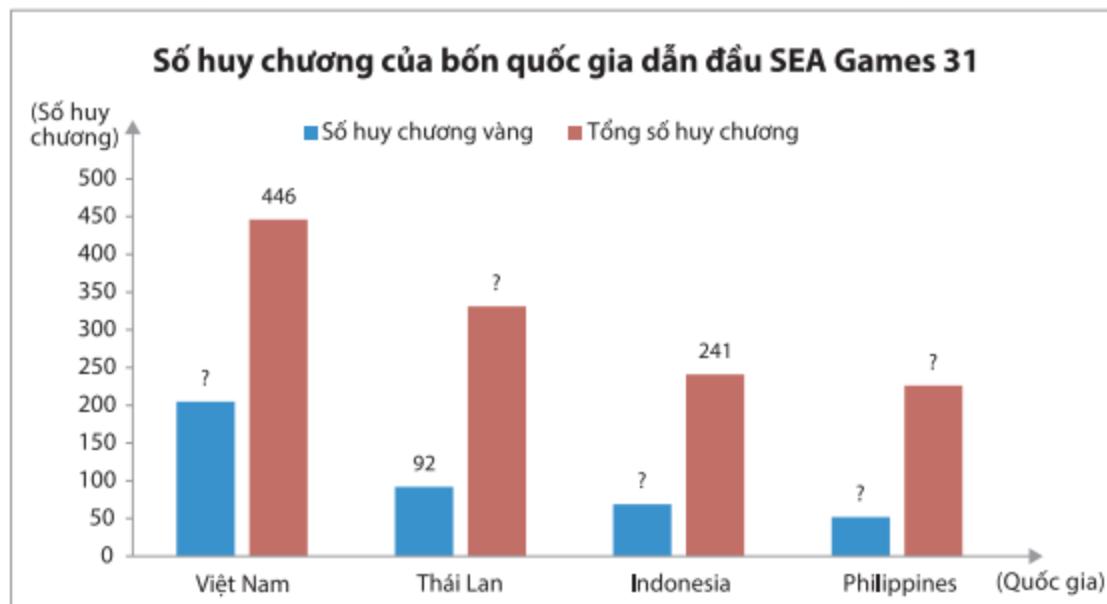
- a) Hai biểu đồ cột.
- b) Một biểu đồ cột kép.

**Vận dụng 2.** Thông kê số huy chương bốn quốc gia dẫn đầu SEA Games 31 được cho trong bảng số liệu sau:

Quốc gia	Số huy chương vàng	Tổng số huy chương
Việt Nam	205	446
Thái Lan	92	332
Indonesia	69	241
Philippines	52	227

Hãy chuyển dữ liệu đã cho vào bảng thống kê theo mẫu dưới đây và vào biểu đồ cột kép tương ứng.

Quốc gia	Việt Nam	Thái Lan	Indonesia	Philippines
Số huy chương vàng	205	?	?	52
Tổng số huy chương	?	332	?	?



## BÀI TẬP

1. Kết quả học tập học kì 1 của học sinh lớp 8A và 8B được ghi lại trong bảng sau:

Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Lớp 8A	5%	45%	44%	6%
Lớp 8B	10%	50%	37%	3%

Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên và trả lời các câu hỏi sau:

- a) So sánh tỉ lệ học sinh xếp loại học tập Tốt và Chưa đạt của hai lớp 8A và 8B.
- b) Tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8B bằng bao nhiêu phần trăm tổng số học sinh xếp loại học tập Tốt và Khá của lớp 8A.
2. Một giáo viên dạy Giáo dục thể chất đã thống kê thời gian chạy 100 m (tính theo giây) của 20 học sinh nam và ghi lại trong bảng số liệu ban đầu như sau:

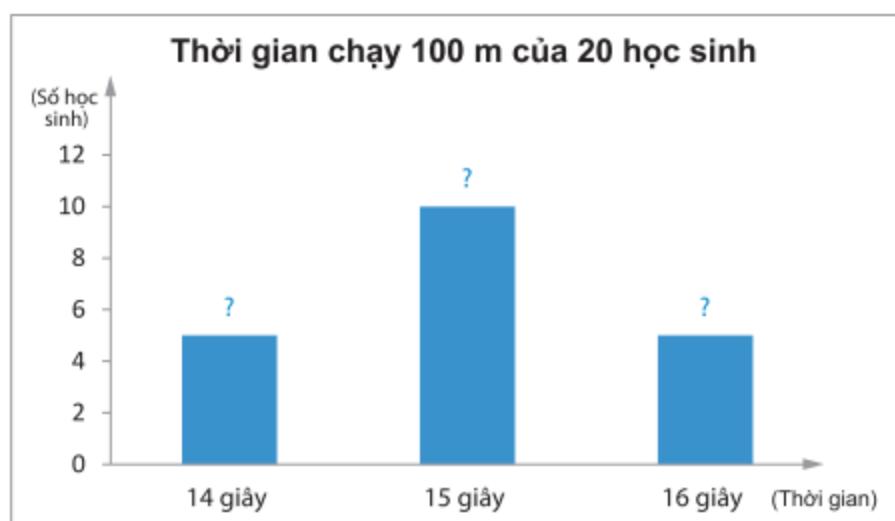
15	14	15	16	14	16	16	15	14	15
15	15	16	15	15	15	14	16	14	15

a) Chuyển dữ liệu từ bảng số liệu ban đầu ở trên sang dạng bảng thống kê sau đây:

Thời gian chạy (giây)	14	15	16
Số học sinh	?	?	?
Tỉ lệ phần trăm	?	?	?

b) Hãy chuyển dữ liệu từ bảng thống kê ở câu a sang dạng biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn sau đây:

Biểu đồ cột:



Biểu đồ hình quạt tròn:



3. Bảng điều tra sau đây cho biết sự yêu thích của 50 khán giả đối với 6 chương trình truyền hình:

Chương trình truyền hình được yêu thích	Kiểm đếm	Số khán giả chọn
A		
B		
C		
D		
E		
G		

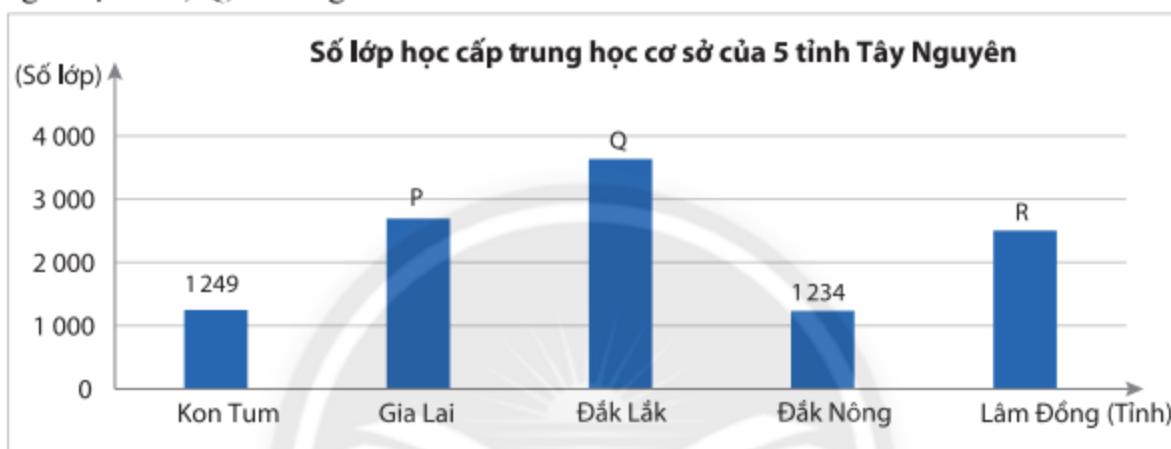
- a) Hoàn thành bảng thống kê trên vào vở và lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn.  
b) Nêu tên chương trình truyền hình được yêu thích nhất.  
c) Nêu tên hai chương trình truyền hình được yêu thích ngang nhau.  
d) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng số liệu trên.
4. Thu thập bốn loại biểu đồ khác nhau đã được xuất bản và trưng bày trong lớp của em. Hãy tìm hiểu những thông tin trong các biểu đồ đó.
5. Cùng với các bạn trong tổ thảo luận để tìm ra thêm ba tình huống có thể thu thập được dữ liệu. Hãy sắp xếp các dữ liệu đó vào các bảng và biểu diễn chúng bằng dạng biểu đồ thích hợp.

6. Số liệu về số lớp học cấp trung học cơ sở của 5 tỉnh Tây Nguyên tính đến ngày 30/9/2021 được cho trong bảng thống kê sau:

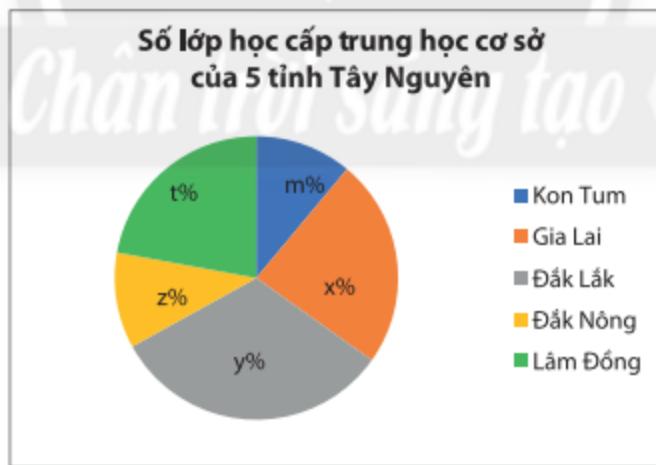
Tỉnh	Số lớp học
Kon Tum	1 249
Gia Lai	2 692
Đăk Lăk	3 633
Đăk Nông	1 234
Lâm Đồng	2 501

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Số liệu từ bảng thống kê trên được biểu diễn vào biểu đồ cột như sau. Hãy tìm các giá trị của P, Q, R trong biểu đồ.



- b) Biểu đồ cột ở câu a) được chuyển sang biểu đồ hình quạt tròn như dưới đây. Hãy tìm các giá trị của x, y, z, t, m trong biểu đồ.



- c) So sánh ý nghĩa của hai loại biểu đồ trên.

#### Sau bài học này, em đã làm được những gì?

- Lựa chọn và biểu diễn được dữ liệu vào biểu đồ thích hợp.
- So sánh được các dạng biểu diễn khác nhau cho một tập dữ liệu.
- Mô tả được cách chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

# Bài 3

## PHÂN TÍCH DỮ LIỆU



Bà Sáu đã ghi lại số trái sầu riêng bán được theo từng tháng trong năm trước như bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số trái sầu riêng bán được	32	25	65	70	124	110	80	50	45	54	65	36

Từ bảng trên, bà Sáu nhận định rằng: Hàng năm, số trái sầu riêng bán được vào tháng 5 và tháng 6 nhiều hơn các tháng còn lại. Nhờ vậy, tháng 5 năm nay bà Sáu nhập sầu riêng nhiều hơn và bán được nhiều hơn các năm qua. Hãy thảo luận nhóm để tìm hiểu các lợi ích của việc phân tích dữ liệu thống kê.

### 1. PHÁT HIỆN VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH DỮ LIỆU THỐNG KÊ



Phân tích bảng thống kê sau để tìm số học sinh nữ và tổng số học sinh của lớp 8A.

Thống kê môn thể thao yêu thích của học sinh lớp 8A (mỗi học sinh chọn 1 môn)

Môn thể thao	Nam	Nữ
Bóng đá	17	4
Bóng chuyền	3	2
Bóng bàn	1	7
Cầu lông	4	4

Phân tích dữ liệu thống kê giúp ta phát hiện các vấn đề cần quan tâm.

**Ví dụ 1.** Phân tích bảng thống kê ở



và cho biết môn thể thao nào có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

*Giải*

Phân tích bảng thống kê ở



Môn thể thao	Nam	Nữ	Chênh lệch
Bóng đá	17	4	13
Bóng chuyền	3	2	1
Bóng bàn	1	7	6
Cầu lông	4	4	0

Vậy bóng đá là môn thể thao có chênh lệch nam nữ chọn cao nhất.

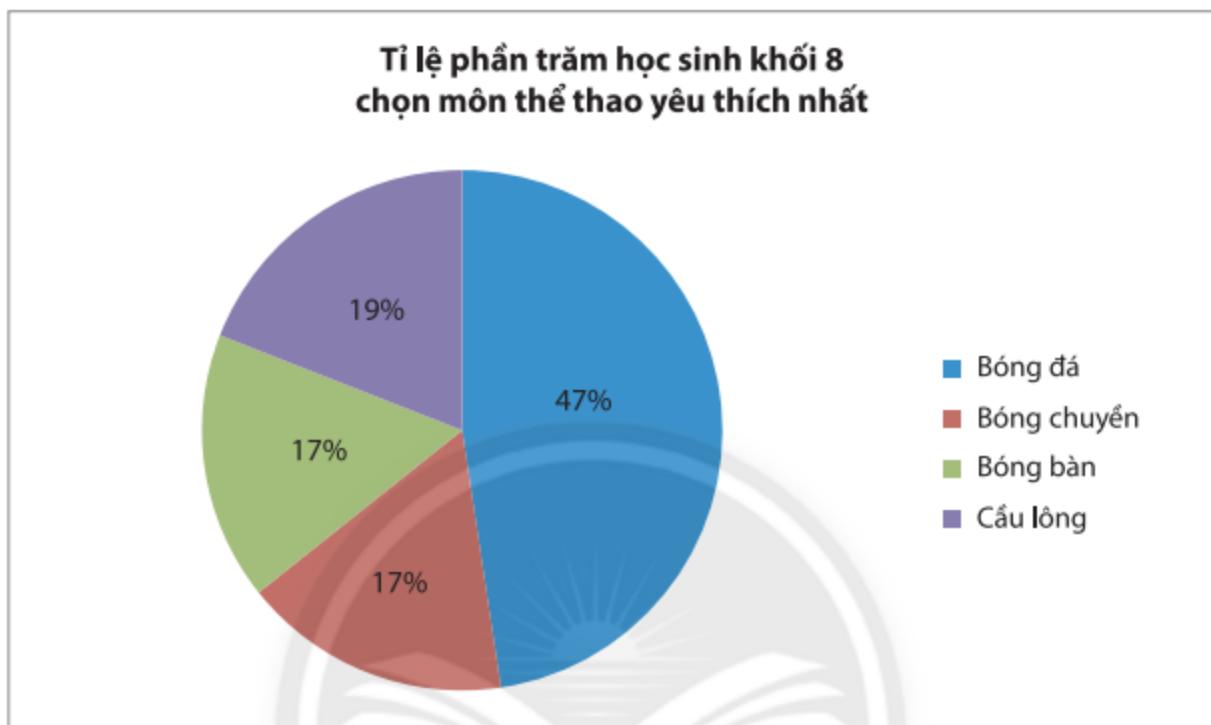
**Thực hành 1.** Hãy phân tích bảng thống kê ở



và cho biết môn thể thao nào có tỉ lệ số học sinh nữ chọn so với số học sinh nam chọn cao nhất.

**Vận dụng 1.** Phân tích biểu đồ thống kê bên dưới và cho biết:

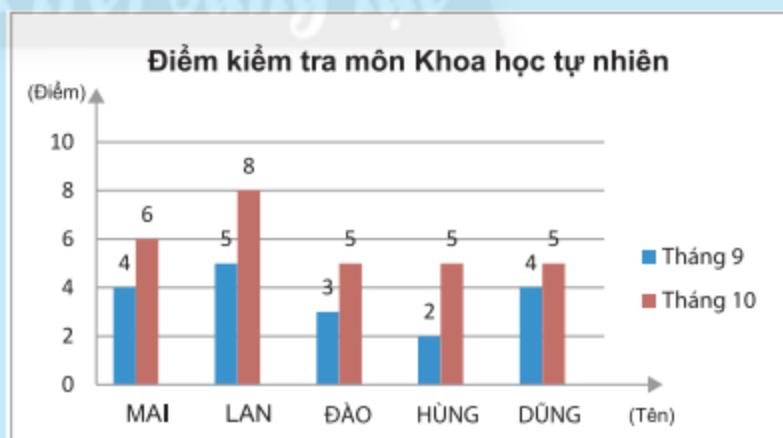
- Môn thể thao được yêu thích nhất của học sinh khối 8.
- Tỉ lệ học sinh yêu thích môn bóng đá so với các môn thể thao còn lại của học sinh khối 8.



## 2. GIẢI QUYẾT CÁC VẤN ĐỀ QUA PHÂN TÍCH BIỂU ĐỒ THỐNG KÊ



- 2 Thầy giáo dạy môn Khoa học tự nhiên lớp 8C thực hiện giáo dục STEM từ tháng 10 và biểu diễn điểm kiểm tra của năm học sinh cần giúp đỡ của lớp trong tháng 9 và tháng 10 dưới dạng biểu đồ như bên. Em hãy đọc biểu đồ đó và so sánh kết quả học tập của các bạn trước và sau khi thầy giáo thực hiện giáo dục STEM. Theo em, thầy giáo có nên tiếp tục thực hiện giáo dục STEM không?



Việc phân tích biểu đồ thống kê giúp ta nắm bắt thông tin nhanh chóng, từ đó có những lựa chọn hoặc ra quyết định hợp lý hơn.

**Ví dụ 2.** Hãy trả lời câu hỏi trong .

*Giải*

Biểu đồ cột kép trong cho thấy các bạn học sinh đều có kết quả học tập tiến bộ hơn.

Vì vậy, có thể thầy giáo sẽ quyết định sẽ tiếp tục thực hiện giáo dục STEM trong các tháng kế tiếp.

**Thực hành 2.** Số lượng giờ trái cây bán được trong mùa hè vừa qua của sáu cửa hàng được biểu diễn trong biểu đồ sau:

Cửa hàng	Số giờ trái cây bán được
Bốn Mùa	
Tươi Xanh	
Miệt Vườn	
Phù Sa	
Xanh Sạch	
Quả Ngọt	

( = 100 giờ trái cây; = 50 giờ trái cây)

Trong tình huống những cửa hàng bán được dưới 200 giờ trái cây buộc phải đóng cửa hoặc chuyển sang kinh doanh mặt hàng khác, em hãy cho biết đó có thể là cửa hàng nào.

**Vận dụng 2.** Trong tình huống của Thực hành 2, có thêm thông tin cho biết những cửa hàng bán được từ 500 giờ trái cây trở lên dự định sẽ đầu tư xây một nhà kho bảo quản. Em hãy cho biết đó có thể là những cửa hàng nào.

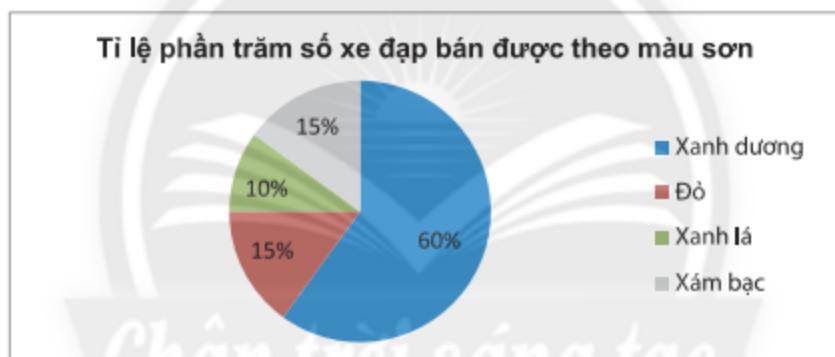
## BÀI TẬP

- Hãy phân tích bảng thống kê sau để tìm:
  - Số học sinh bình quân trên một giáo viên;
  - Số học sinh bình quân trong một lớp.



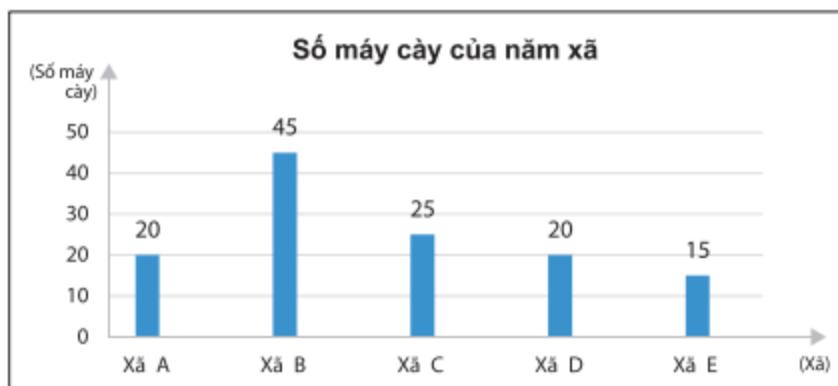
(Nguồn: *Niên giám thống kê năm 2020*)

- Quan sát biểu đồ tỉ lệ phần trăm số xe đạp một cửa hàng đã bán được theo màu sơn trong tháng sau đây:



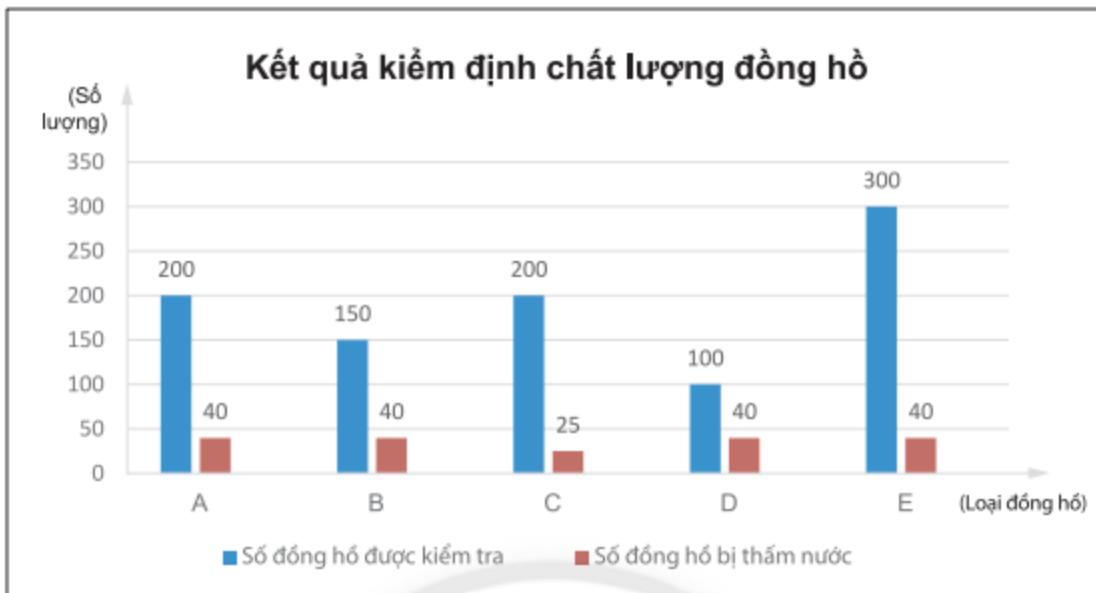
Theo em, chủ cửa hàng nên đặt hàng thêm cho xe đạp màu gì?

- Đọc biểu đồ biểu diễn số máy cày có trong năm xã sau đây và trả lời các câu hỏi bên dưới.



- Xã nào có nhiều máy cày nhất? Xã nào có ít máy cày nhất?
- Trong tình huống những xã có trên 20 máy cày cần đầu tư một trạm bảo trì và sửa chữa riêng, theo em đó có thể là những xã nào?

4. Một số công ty sản xuất đồng hồ đeo tay quảng cáo rằng đồng hồ của họ chống thấm nước. Sau khi cơ quan kiểm định chất lượng kiểm tra, kết quả được công bố như biểu đồ sau:



Từ biểu đồ cột kép trên, hãy tính tỉ số giữa số đồng hồ bị thấm nước và số đồng hồ đem kiểm tra của mỗi loại đồng hồ và dự đoán loại đồng hồ nào chống thấm nước tốt nhất.

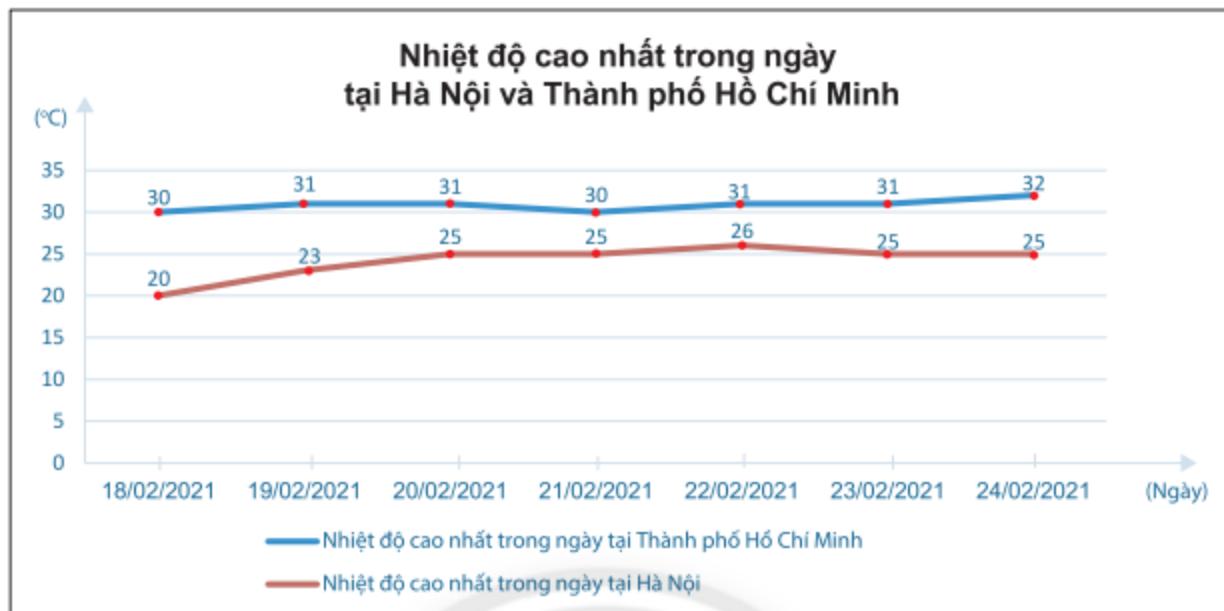
5. Kết quả thống kê phương tiện đi đến trường của học sinh trường Trung học cơ sở Nguyễn Du như sau:

Phương tiện di chuyển	Số học sinh
Xe ô tô	2笑脸
Xe đạp điện	10笑脸
Xe buýt	5笑脸
Xe đạp	8笑脸
Đi bộ	5笑脸

(笑脸 = 10 học sinh)

Bãi để xe cho học sinh hiện có sức chứa khoảng 100 xe. Theo em, nhà trường có cần bố trí thêm chỗ để xe cho học sinh hay không?

6. Hãy phân tích dữ liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau để tìm ngày có nhiệt độ chênh lệch nhiều nhất và ngày có nhiệt độ chênh lệch ít nhất giữa hai thành phố.



(Nguồn: Trung tâm Dự báo khí tượng thuỷ văn quốc gia)

**Sau bài học này, em đã làm được những gì?**

- Phát hiện được vấn đề hoặc quy luật đơn giản dựa trên phân tích các số liệu thu được ở dạng bảng thống kê và các loại biểu đồ đã học.
- Nhận biết được mối liên hệ giữa thống kê với những kiến thức trong thực tiễn.
- Giải quyết được những vấn đề đơn giản liên quan đến các số liệu thu được.

## BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG 4

### CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Chọn phương án đúng.

1. Phương pháp nào là phù hợp để thống kê dữ liệu về số huy chương của một đoàn thể thao trong một kì Olympic?
- A. Làm thí nghiệm.
  - B. Thu thập từ nguồn có sẵn như sách báo, Internet.
  - C. Phỏng vấn.
  - D. Quan sát trực tiếp.

Dùng bảng thống kê sau đây để trả lời các câu 2, 3, 4.

Thống kê xếp loại học tập của học sinh lớp 8A1

1	Xếp loại học tập	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
2	Số học sinh	10	15	10	5
3	Tỉ lệ phần trăm	25%	38%	25%	12%

2. Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại dữ liệu định tính và có thể so sánh?
- A. 2.
  - B. 3.
  - C. 2 và 3.
  - D. 1.
3. Dữ liệu ở dòng nào thuộc loại định lượng và có thể lập tỉ số?
- A. 2 và 3.
  - B. 2.
  - C. 3.
  - D. 1.
4. Loại biểu đồ nào là thích hợp để biểu diễn dữ liệu ở dòng 3?
- A. Biểu đồ tranh.
  - B. Biểu đồ đoạn thẳng.
  - C. Biểu đồ cột kép.
  - D. Biểu đồ hình quạt tròn.

Dùng bảng thống kê sau để trả lời các câu 5 và 6.

Thống kê huy chương SEA Games 31

	Gold	Silver	Brass	Total
Việt Nam	205	125	116	446
Thái Lan	92	103	137	332
Indonesia	69	91	81	241
Philippines	52	70	105	227
Singapore	47	46	73	166
Malaysia	39	45	90	174
Myanmar	9	18	35	62
Campuchia	9	13	41	63
Lào	2	7	33	42
Brunei Darussalam	1	1	1	3
Timor Leste	0	3	2	5

(Nguồn: <https://seagames2021.com>)

5. Loại biểu đồ nào thích hợp để so sánh số lượng ba loại huy chương Vàng, Bạc, Đồng của hai đoàn Việt Nam và Thái Lan?

A. Biểu đồ hình quạt tròn.      B. Biểu đồ cột.

C. Biểu đồ cột kép.      D. Biểu đồ đoạn thẳng.

6. Biểu đồ nào thích hợp để biểu diễn tỉ lệ phần trăm số huy chương vàng của mỗi đoàn so với tổng số huy chương vàng đã trao trong đại hội?

A. Biểu đồ hình quạt tròn.      B. Biểu đồ cột.

C. Biểu đồ tranh.      D. Biểu đồ đoạn thẳng.

BÀI TẬP TƯ LUÂN

7. Em hãy đề xuất phương pháp thu thập dữ liệu cho các vấn đề sau:

  - a) Ý kiến của học sinh về 3 mẫu logo của trường em.
  - b) Tỉ số giữa số lần xuất hiện mặt có số chấm là số chẵn và số lần xuất hiện mặt có số chấm là số lẻ khi gieo một con xúc xắc 20 lần.
  - c) So sánh dân số ba nước Đông Dương.
  - d) Lượng mưa trung bình 12 tháng trong năm của một địa phương.

8. Bảng thống kê sau cho biết sự lựa chọn của 100 khách hàng mua điện thoại di động.

Thương hiệu điện thoại di động	Số khách hàng chọn
N	38
S	35
H	15
I	12

Xét tính hợp lý của các quảng cáo sau đây đối với nhãn hiệu điện thoại I:

- a) Là sự lựa chọn của mọi người dùng điện thoại.  
b) Là sự lựa chọn hàng đầu của người dùng điện thoại.

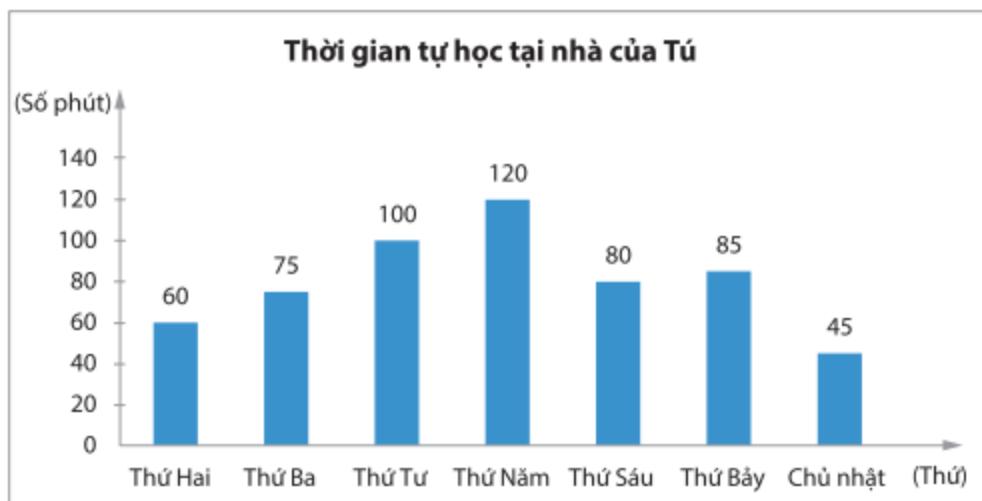
9. Sau phỏng vấn thăm dò ý kiến của 100 bạn học sinh khối 8 về chủ trương “Xin phép mặc đồng phục riêng của lớp khi đi cắm trại”, ban Thoa đã thu được bảng thống kê sau:

Ý kiến	Số học sinh
Đồng ý	33
Không đồng ý	54
Không có ý kiến	13

Kết luận nào sau đây có thể đại diện hợp lý cho dữ liệu thống kê trên:

- a) Đa số học sinh khối 8 đồng ý.
  - b) Đa số học sinh khối 8 không đồng ý.
  - c) Đa số học sinh khối 8 không có ý kiến.

10. Thời gian tự học tại nhà của bạn Tú trong một tuần được biểu diễn trong biểu đồ cột sau đây. Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng tương ứng.



11. Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn các thông tin từ bảng thống kê sau:

Thông kê môn thể thao ưa thích nhất của học sinh lớp 8B		
Môn thể thao	Số học sinh chọn	Tỉ số phần trăm
Bóng đá	20	47%
Bóng chuyền	7	17%
Bóng bàn	7	17%
Cầu lông	8	19%

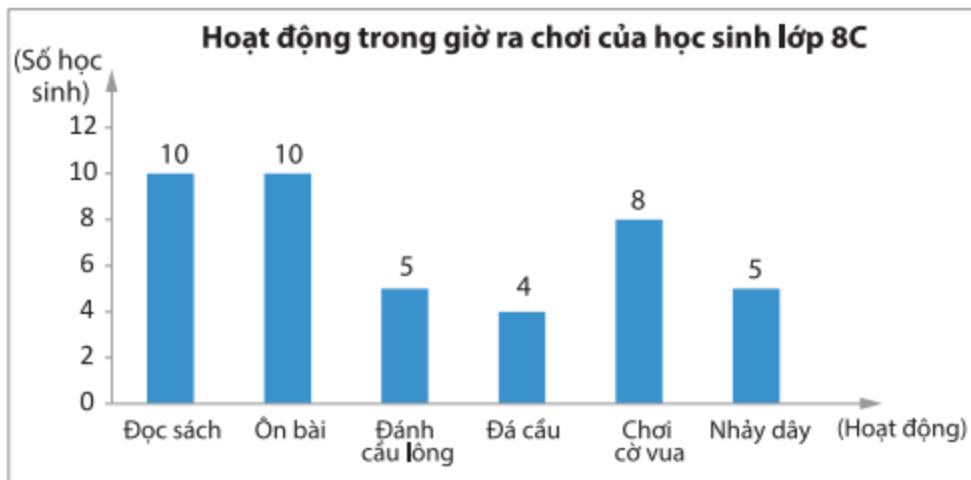
12. Bảng số liệu sau cung cấp giá vé xe buýt giữa các địa điểm (đơn vị: đồng).

Địa điểm	I	II	III	IV	V
I	—	10 000	5 000	15 000	10 000
II	10 000	—	7 000	25 000	20 000
III	5 000	7 000	—	20 000	15 000
IV	15 000	25 000	20 000	—	10 000
V	10 000	20 000	15 000	10 000	—

Hãy phân tích dữ liệu từ bảng thống kê trên để trả lời các câu hỏi sau:

- Trong các tuyến đi từ địa điểm IV, tuyến nào có giá vé thấp nhất?
- Hành khách từ địa điểm II đi đến địa điểm nào có giá vé cao nhất?

13. Biểu đồ sau đây biểu diễn dữ liệu về hoạt động trong giờ ra chơi của học sinh lớp 8C.



a) Hãy phân tích dữ liệu từ biểu đồ trên để so sánh số học sinh tham gia hoạt động tại chỗ (đọc sách, ôn bài, chơi cờ vua) và hoạt động vận động (đánh cầu lông, đá cầu, nhảy dây) trong giờ ra chơi.

b) Theo em các bạn lớp 8C nên tăng cường loại hoạt động nào để có lợi cho sức khoẻ?

14. Giá trị (triệu USD) xuất khẩu cà phê và gạo của Việt Nam trong các năm 2015, 2018, 2019, 2020 được cho trong bảng thống kê sau:

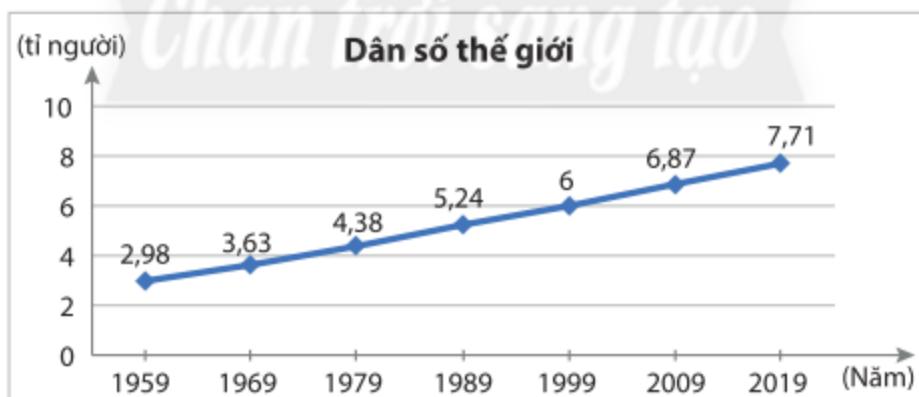
Năm	2015	2018	2019	2020
Cà phê	2 671	3 536,4	2 863,8	2 742
Gạo	2 796,3	3 060,2	2 806,4	3 120

(Nguồn: *Tổng cục Thống kê*)

a) Lựa chọn dạng biểu đồ thích hợp để biểu diễn bảng thống kê trên.

b) Tìm các năm giá trị xuất khẩu cà phê vượt giá trị xuất khẩu gạo.

15. Quan sát biểu đồ đoạn thẳng dưới đây.



(Nguồn: <https://danso.org>)

a) Từ biểu đồ trên, lập bảng số liệu dân số thế giới theo mẫu sau:

Năm	1959	1969	1979	1989	1999	2009	2019
Dân số (tỉ người)	?	?	?	?	?	?	?

b) Tính dân số thế giới tăng lên trong mỗi thập kỉ: 1960 – 1969; 1970 – 1979; ...; 2010 – 2019.

c) Trong các thập kỉ trên, thập kỉ nào có dân số thế giới tăng nhiều nhất, ít nhất?

# HOẠT ĐỘNG THỰC HÀNH VÀ TRẢI NGHIỆM

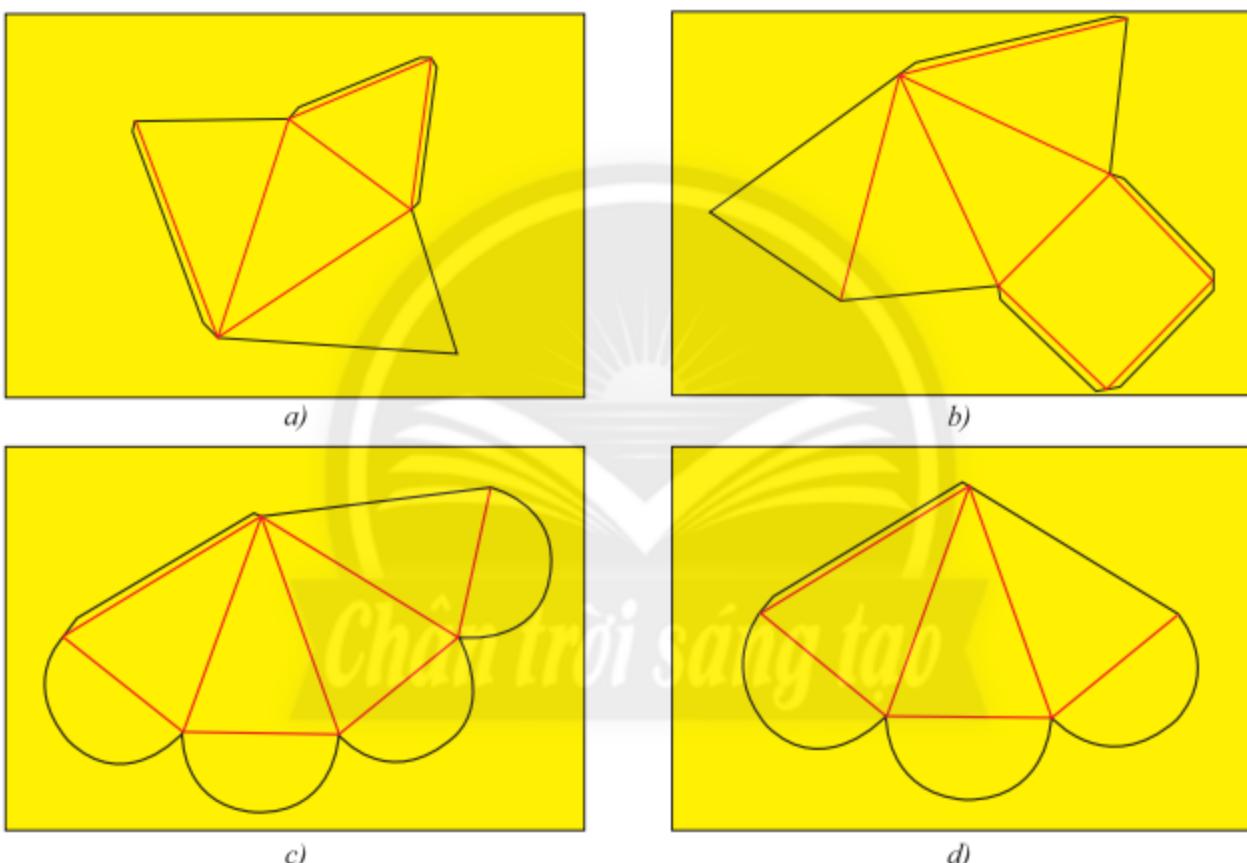
## Hoạt động 1. DÙNG VẬT LIỆU TÁI CHẾ GẤP HỘP QUÀ TẶNG

### MỤC TIÊU

Biết cách gấp hộp quà hình chóp tam giác đều, hình chóp tứ giác đều từ các vật liệu đơn giản như tấm bìa hay tờ lịch cũ.

### CHUẨN BỊ

- Tấm bìa, thước kẻ, bút chì, kéo, keo dán, compa.
- Sách giáo khoa Toán 8, tập một.



Hình 1

### TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG

#### 1. Hướng dẫn cách làm

Bước 1. Uớc lượng chiều dài cạnh đáy là chiều dài cạnh bên để chọn kích thước giấy thích hợp.

Bước 2. Vẽ các hình tam giác cân và mép dán như Hình 1a, Hình 1b. Vẽ các hình tam giác cân, các nửa đường tròn và mép dán như Hình 1c, Hình 1d.

Bước 3. Miết giấy rồi gấp theo các nếp gấp.

Bước 4. Dùng keo dán các mép giấy vào các mặt (Hình 1a, Hình 1b). Dùng keo dán mép giấy vào mặt bên rồi gấp các nửa hình tròn lại với nhau (Hình 1c, Hình 1d).

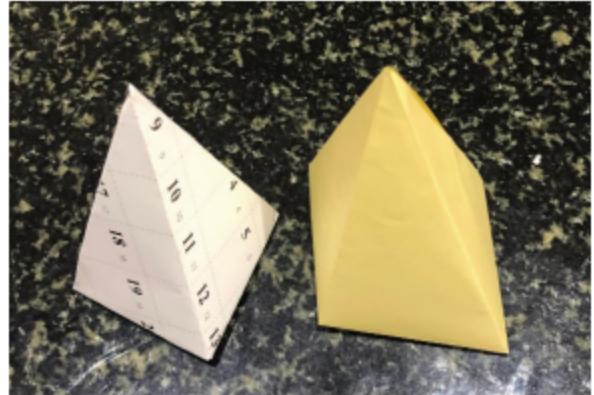
## 2. Tổ chức thực hiện

- Có thể tổ chức theo tổ: Mỗi tổ chọn 2 trong 4 mẫu ở trên để thực hiện.
- Mỗi HS đều phải làm sản phẩm của riêng mình.
- Các thành viên trong mỗi tổ có thể trao đổi thảo luận để có sản phẩm vừa đúng vừa đẹp.

## 3. Kiểm tra đánh giá

Hình đúng chuẩn: đáy phải là tam giác đều hoặc là hình vuông; mặt bên phải là tam giác cân tại đỉnh.

Để hình có tính thẩm mĩ có thể trang trí thêm các hoa văn hoặc các dòng chữ thích hợp. Chẳng hạn: Chúc mừng sinh nhật; Vui trung thu; Chúc mừng năm mới . . .



Hình 2

# Hoạt động 2. LÀM TRANH TREO TƯỜNG MINH HOẠ CÁC LOẠI HÌNH TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT

## MỤC TIÊU

Vận dụng các kiến thức đã học về tứ giác để làm ra các sản phẩm đẹp mắt, vừa giúp trang trí góc học tập vừa giúp hỗ trợ ôn tập Toán.

## CHUẨN BỊ

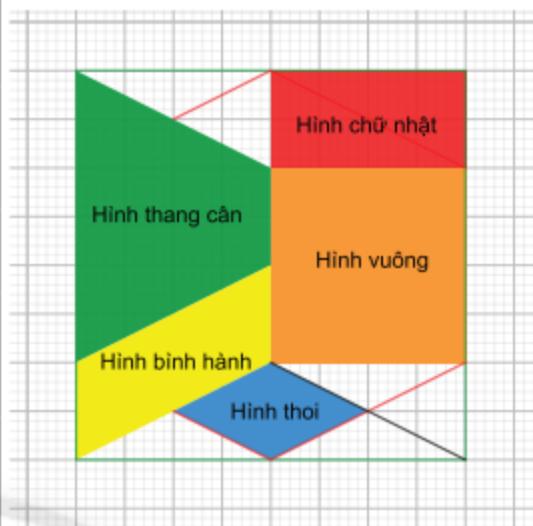
- Giấy trắng có kẻ ô li, bút chì, màu sáp, thước;
- Sách giáo khoa Toán 8, tập một.

## TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG

1. Mỗi học sinh dùng bút chì và thước vẽ hình mẫu hoa văn theo mẫu đã có trong sách giáo khoa.
2. Tìm trong mẫu hoa văn các hình ứng với các loại tứ giác đã học: Hình thang cân, hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông, . . .
3. Tô các màu khác nhau cho các loại tứ giác khác nhau.
4. Ghi chú tên và định nghĩa mỗi loại tứ giác trên mép tờ giấy.

*Ví dụ:* Dưới đây là sản phẩm của một học sinh:

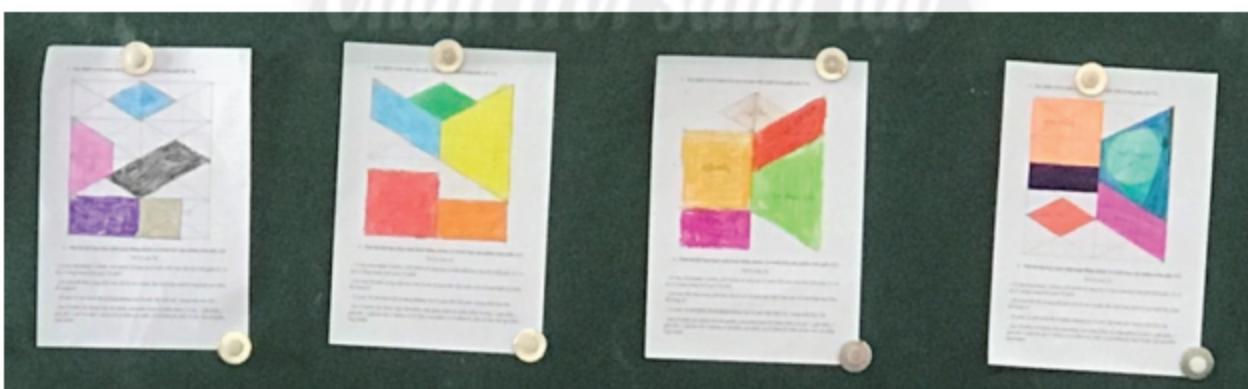
Tên	Định nghĩa
Hình thang cân	Tứ giác có hai cạnh đối song song và có hai góc kề một đáy bằng nhau.
Hình bình hành	Tứ giác có các cạnh đối song song.
Hình thoi	Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.
Hình chữ nhật	Tứ giác có bốn góc vuông.
Hình vuông	Tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

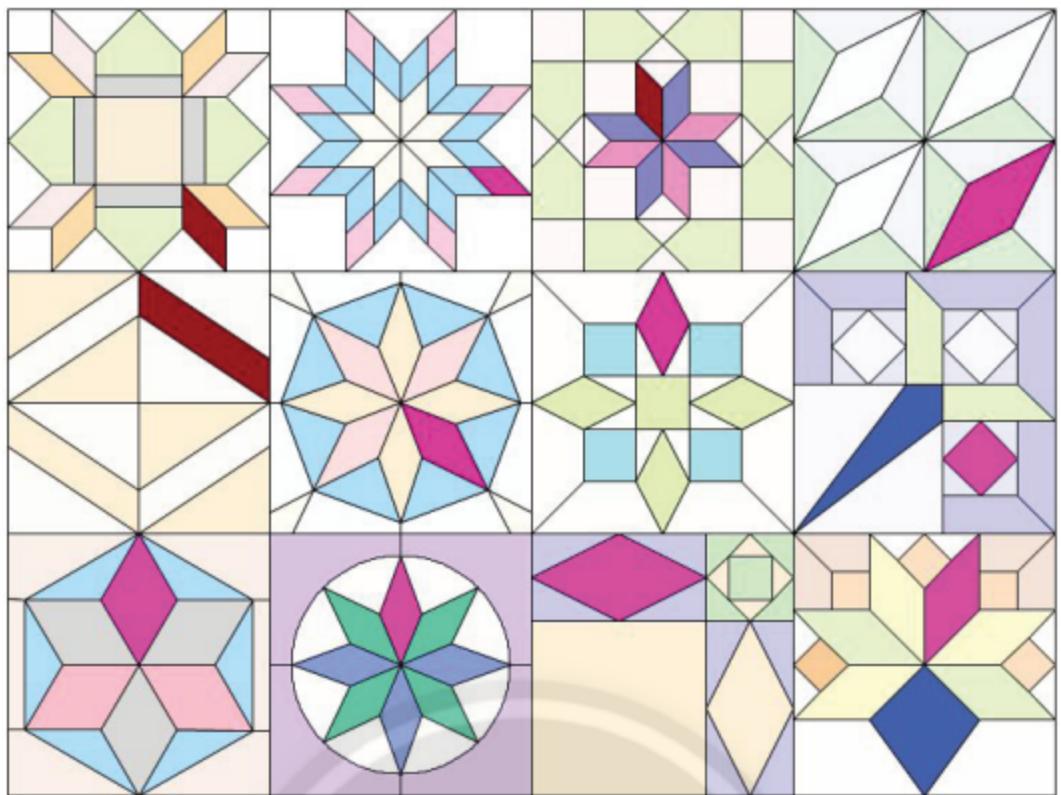


**5.** Giáo viên chỉ định một vài học sinh giới thiệu sản phẩm vừa làm cho cả lớp.

*Chú ý:*

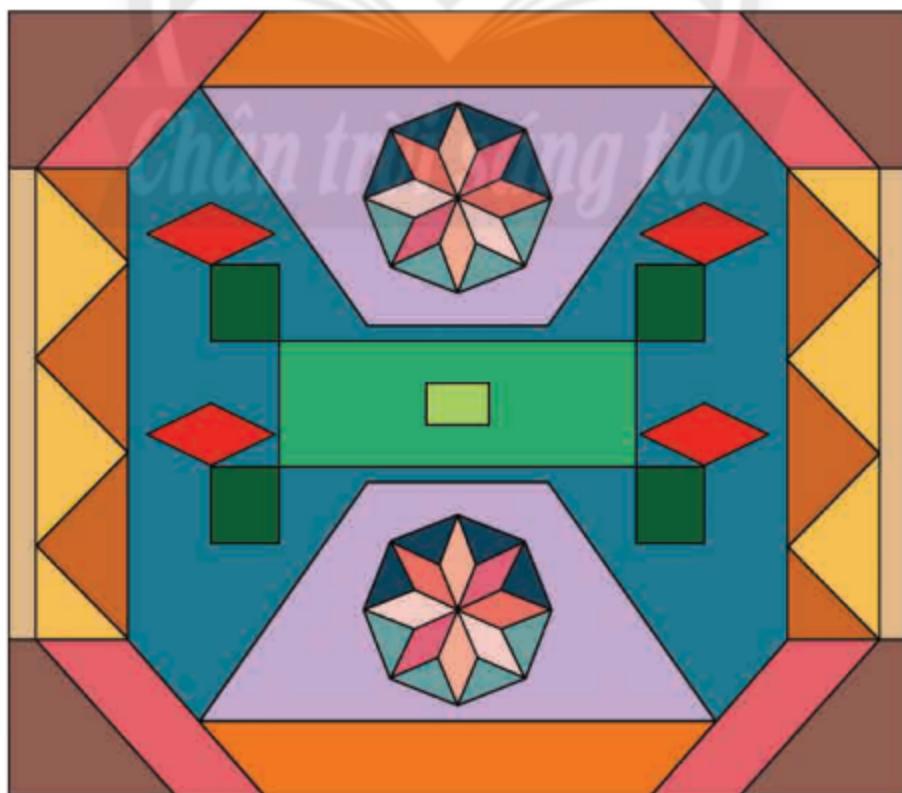
- Giáo viên khuyến khích mỗi học sinh sáng tạo các mẫu khác với ví dụ trong sách giáo khoa.
- Học sinh có thể trình bày sản phẩm dưới dạng trang trình chiếu.
- Giáo viên có thể tìm kiếm trên Internet các hình khác có liên quan đến trường học hoặc địa phương thay cho hình mẫu trong sách giáo khoa, chẳng hạn như hình dưới đây:





d) Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh tự vẽ mẫu hoa văn đơn giản bằng phần mềm GeoGebra.

6. Giáo viên đánh giá, nhận xét kết quả và kết luận.



## Hoạt động 3. THIẾT LẬP KẾ HOẠCH CHO MỘT MỤC TIÊU TIẾT KIỆM

### MỤC TIÊU

Vận dụng các kiến thức đã học về thống kê để lập kế hoạch tiết kiệm tài chính nhằm đạt một mục tiêu của cá nhân hoặc của nhóm.



### CHUẨN BỊ

- Giáo viên cung cấp cho mỗi tổ một tờ giấy A3 để làm áp phích.
- Mỗi học sinh chuẩn bị máy tính cầm tay, thước thẳng, bút bi, bút chì màu.
- Sách giáo khoa Toán 8, tập một.

### TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG

1. Giáo viên chia lớp thành 4 nhóm.

2. Nhóm trưởng:

- Lấy ý kiến các bạn về một mục tiêu của nhóm, chẳng hạn: Muốn mua một trái bóng đá, bóng rổ, cặp vợt cầu lông dùng chung của nhóm, tổ chức một chuyến tham quan hoặc đi làm từ thiện chung của lớp.
  - Phân công các bạn lập kế hoạch tiết kiệm cụ thể hằng ngày.
  - Lập bảng thống kê theo dõi tiến độ từ lúc bắt đầu cho đến khi đạt mục tiêu.
  - Vẽ biểu đồ thống kê biểu diễn các dữ liệu trong kế hoạch của nhóm (theo mẫu gợi ý).
  - Phân công vẽ khâu hiệu và trang trí áp phích.
3. Mỗi nhóm lên trước bục để thuyết trình giới thiệu sản phẩm của nhóm.



Chú ý:

- a) Các nhóm có thể trình bày sản phẩm dưới dạng trang trình chiếu nếu nhà trường có điều kiện.
- b) Giáo viên có thể yêu cầu học sinh trong mỗi nhóm tự thiết lập một mục tiêu tiết kiệm cá nhân và bình chọn trong nhóm ra một học sinh tiêu biểu để báo cáo.
- c) Giáo viên có thể tổ chức cho cả lớp thiết lập một mục tiêu tiết kiệm chung cho cả lớp, chẳng hạn như một chuyến đi chơi dã ngoại cuối học kì 2 để tăng sự hứng thú cho học sinh.

**Ví dụ:**

Kế hoạch tài chính của nhóm 1, lớp 8A:

Mục tiêu tiết kiệm: Đi thăm các bạn học sinh mồ côi tại địa phương.

Kì vọng tiết kiệm được của cả nhóm 10 học sinh: 4 000 000 đồng.

Thời gian dự kiến: 7 tháng (từ ngày 1/11 năm nay đến ngày 30/5 năm sau).

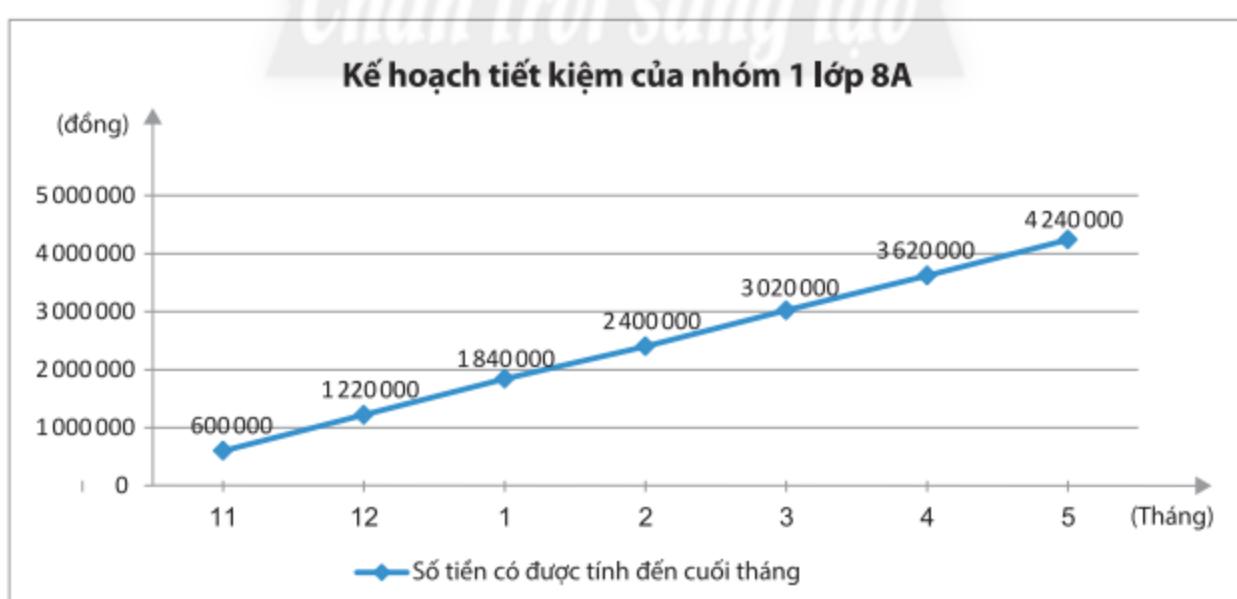
Mỗi học sinh tiết kiệm mỗi ngày: 2 000 đồng.

Nhóm 1 tiết kiệm mỗi ngày:  $2\ 000 \cdot 10 = 20\ 000$  (đồng).

Bảng số liệu thống kê của nhóm:

Tháng	Số ngày	Số tiền tiết kiệm trong tháng (đồng)	Số tiền có được tính đến cuối tháng (đồng)
11	30	$20\ 000 \cdot 30 = 600\ 000$	600 000
12	31	$20\ 000 \cdot 31 = 620\ 000$	1 220 000
1	31	$20\ 000 \cdot 31 = 620\ 000$	1 840 000
2	28	$20\ 000 \cdot 28 = 560\ 000$	2 400 000
3	31	$20\ 000 \cdot 31 = 620\ 000$	3 020 000
4	30	$20\ 000 \cdot 30 = 600\ 000$	3 620 000
5	31	$20\ 000 \cdot 31 = 620\ 000$	4 240 000

Biểu đồ biểu diễn:



# BẢNG GIẢI THÍCH THUẬT NGỮ

## Bậc của đa thức

là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

## Bậc của đơn thức

là tổng số mũ của tất cả các biến có trong đơn thức đó.

## Bình phương của một tổng, một hiệu

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

## Đa thức

là một tổng của những đơn thức.

## Đa thức thu gọn

là đa thức không chứa hai hạng tử nào đồng dạng.

## Định lí Pythagore

Trong một tam giác vuông, bình phương độ dài của cạnh huyền bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh góc vuông.

## Định lí Pythagore đảo

Nếu một tam giác có bình phương độ dài của một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

## Đơn thức

là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

## Đơn thức thu gọn

là đơn thức chỉ gồm tích của một số với các biến mà mỗi biến chỉ xuất hiện một lần dưới dạng luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

## Đồng nhất thức

Đẳng thức  $A = B$  được gọi là một đồng nhất thức khi đẳng thức luôn đúng với mọi giá trị của biến.

## Hai cạnh đối nhau của tứ giác

là hai cạnh không có chung một đỉnh nào.

## Hai đỉnh đối nhau của tứ giác

là hai đỉnh không cùng nằm trên một cạnh.

## Hai đơn thức đồng dạng

là hai đơn thức có hệ số khác 0 và có cùng phân biến.

## Hạng tử

Mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

## Hiệu của hai bình phương

$$A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$$

## Hình bình hành

là tứ giác có các cạnh đối song song.

## Hình chóp tam giác đều

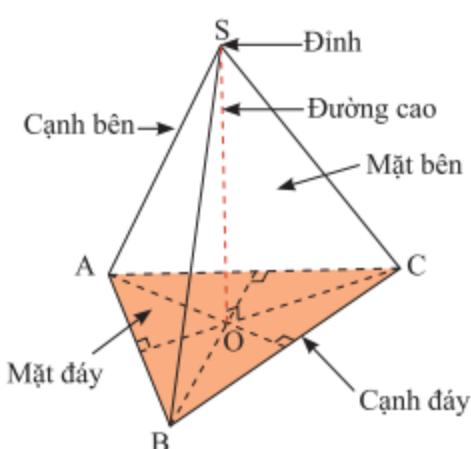
Hình chóp tam giác đều S.ABC có: S gọi là đỉnh.

ABC là tam giác đều và gọi là mặt đáy. SA, SB, SC bằng nhau và gọi là các cạnh bên.

SAB, SBC, SCA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là ba mặt bên.

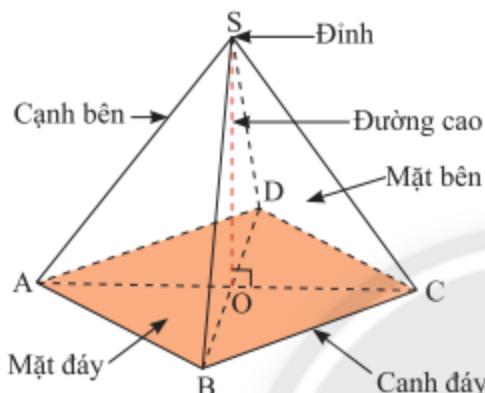
AB, BC, CA là các cạnh đáy.

SO là đường cao.



### Hình chóp tứ giác đều

Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có:  
S gọi là đỉnh.  
ABCD là hình vuông và gọi là mặt đáy.  
SA, SB, SC, SD bằng nhau và gọi là các cạnh bên.  
SAB, SBC, SCD, SDA là các tam giác cân bằng nhau và được gọi là bốn mặt bên.  
AB, BC, CD, DA gọi là các cạnh đáy.  
SO là đường cao.



### Hình chữ nhật

là tứ giác có bốn góc vuông.

### Hình thang

là tứ giác có hai cạnh đối song song.

### Hình thang cân

là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

### Hình thang vuông

là hình thang có một góc vuông.

### Hình thoi

là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

### Hình vuông

là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

### Lập phương của một tổng, một hiệu

$$(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

### Phân thức bằng nhau

Hai phân thức  $\frac{A}{B}$  và  $\frac{C}{D}$  được gọi là bằng nhau nếu  $A \cdot D = B \cdot C$ .

### Phân thức đại số

Một phân thức đại số (hay nói gọn là phân thức) là một biểu thức có dạng  $\frac{A}{B}$ , trong đó A, B là những đa thức và B khác đa thức không.

### Phân tích đa thức thành nhân tử

là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

### Quy đồng mẫu thức

là biến đổi các phân thức ấy thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.

### Tổng và hiệu của hai lập phương

$$A^3 + B^3 = (A + B) \cdot (A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 - B^3 = (A - B) \cdot (A^2 + AB + B^2)$$

### Tứ giác

Tứ giác ABCD là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD và DA, trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không cùng nằm trên một đường thẳng.

### Tứ giác lồi

là tứ giác luôn nằm trong một phần mặt phẳng có bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của tứ giác.

# BẢNG TRA CỨU THUẬT NGỮ

	<b>Thuật ngữ</b>	<b>Trang</b>		<b>Thuật ngữ</b>	<b>Trang</b>	
<b>B</b>	Bậc của đa thức	10		Hình chóp tứ giác đều	44	
	Bậc của đơn thức	8		Hình chữ nhật	82	
	Bình phương của một tổng, một hiệu	18		Hình thang	68	
<b>D</b>	Đa thức	6		Hình thang cân	68	
	Đa thức thu gọn	10		Hình thang vuông	68	
	Định lí Pythagore	58		Hình thoi	77	
	Định lí Pythagore đảo	59		Hình vuông	84	
	Đơn thức	6		Lập phương của một tổng, một hiệu	20	
Đơn thức thu gọn	8		<b>M</b>	Mẫu thức	26	
Đồng nhất thức	18			Mẫu thức chung	32	
<b>H</b>	Hai cạnh đối nhau	65			Phân thức bằng nhau	28
	Hai đỉnh đối nhau	65		Phân thức đại số	26	
	Hai đơn thức đồng dạng	9		Phân thức nghịch đảo	38	
	Hằng đẳng thức	18		Phân tích đa thức thành nhân tử	23	
	Hạng tử	6		<b>Q</b>	Quy đồng mẫu thức	32
	Hiệu của hai bình phương	20			Tổng và hiệu của lập phương	21
	Hình bình hành	73			Tứ giác	63
	Hình chóp tam giác đều	43			Tứ giác lồi	64
				Tử thức	26	

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

#### **Chiu trách nhiệm xuất bản:**

## Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI

## Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

#### **Chiu trách nhiệm nội dung:**

Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THO – ĐĂNG THỊ THUÝ

Biên tập mĩ thuật: ĐĂNG NGỌC HÀ

Thiết kế sách: HOÀNG CAO HIỀN – BÙI XUÂN DƯƠNG

Trình bày bìa: ĐĂNG NGỌC HÀ – TÔNG THANH THẢO

Minh họa: NGỌC HÀ – CAO HIẾN – MANH HÙNG – TRỌNG SƠN

Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ - NGUYỄN THỊ PHƯỚC THO - ĐĂNG THỊ THUÝ

Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XBGD GIA ĐÌNH

Bản quyền © (2023) thuộc Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Xuất bản phẩm đã đăng kí quyền tác giả. Tất cả các phần của nội dung cuốn sách này đều không được sao chép, lưu trữ, chuyển thể dưới bất kì hình thức nào khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

**TOÁN 8 – TẬP MỘT** (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

Mã số: .....

In ..... bản, (QĐ in số ....) khổ 19 x 26,5 cm

Đơn vị in: .....

Địa chỉ: .....

Số ĐKXB: .....

Số QĐXB: ...., ngày ... tháng ... năm 20...

In xong và nộp lưu chiểu tháng ... năm 20...

Mã số ISBN: Tập một: .....

Tập hai: .....



HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



## BỘ SÁCH GIÁO KHOA LỚP 8 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

- |   |  |
|---|--|
| 1. NGỮ VĂN 8 – TẬP MỘT                        | 10. CÔNG NGHỆ 8                                  |
| 2. NGỮ VĂN 8 – TẬP HAI                        | 11. GIÁO DỤC THỂ CHẤT 8                          |
| 3. TOÁN 8 – TẬP MỘT                           | 12. ÂM NHẠC 8                                    |
| 4. TOÁN 8 – TẬP HAI                           | 13. MĨ THUẬT 8 (1)                               |
| 5. TIẾNG ANH 8<br>Friends Plus - Student Book | 14. MĨ THUẬT 8 (2)                               |
| 6. GIÁO DỤC CÔNG DÂN 8                        | 15. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,<br>HƯỚNG NGHIỆP 8 (1) |
| 7. KHOA HỌC TỰ NHIÊN 8                        | 16. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,<br>HƯỚNG NGHIỆP 8 (2) |
| 8. LỊCH SỬ VÀ ĐỊA LÍ 8                        |  |
| 9. TIN HỌC 8                                  |  |

### Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam  
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: <http://hanhtrangso.nxbgd.vn>

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem  
để nhận mã số. Truy cập <http://hanhtrangso.nxbgd.vn>  
và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

