

# 初中数学简明教程--John版权所有©

## 反比例函数

## 锐角三角函数

三角函数，通过名字可以看出，这是一个关于“角”和“函数”的东西。

### 函数(Function)

函数可以认为是一种对应关系。通俗的讲，就好像班级上的学号与同学的名字一样，通过学号我们可以知道这个学号对应的同学名字叫什么。

函数与此类似，一般的函数可以写成一个 $y$ 与 $x$ 的关系式，例如 $y = x^2$ ，这里的 $x$ 就相当于前面的学号， $y$ 便相当于名字。

### 注

函数必须满足给定一个自变量，只有一个因变量与其对应。

数学上的函数大多是数字与数字之间的对应，现在我们要学习的三角函数便是**角度和数**之间的一种对应。

在一个直角三角形中，如果一个锐角确定了，那么这个三角形的“形状”就确定了。

- 上面等价于如果两个直角三角形有一个锐角相等，则这两个三角形**相似**。(三个角之和为180)  
再根据相似的性质，得出在直角三角形中，一个锐角确定之后，其任意两条边的比值是确定的，不因三角形的大小而改变。

---

## 正弦函数sin

基于上述的论述，既然在一个锐角确定之后，这个直角三角形的任意两条边的比值不依赖于三角形的大小，只与这个锐角有关，我们可以定义这个角对应的三角函数。

### Sin

在直角三角形ABC中，角C是直角，定义角A的正弦为

$$\sin A = \frac{A\text{的对边}}{\text{斜边}}$$

- 如何求正弦函数?
  - 善用 勾股定理 [#勾股定理](#)

## 余弦函数 $\cos$

 Cos

在直角三角形中，角C是直角，定义角A的余弦为

$$\cos A = \frac{A\text{的邻边}}{\text{斜边}}$$

## 正切函数 $\tan$

 tan

在直角三角形中，角C是直角，定义角A的正切为

$$\tan A = \frac{A\text{的对边}}{A\text{的邻边}}$$

## 常用的三角函数值(须牢记)

|          | 30                   | 45                   | 60                   |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sin A$ | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos A$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| $\tan A$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |

- 可以通过直观的想象三角形的形状记忆

## 解直角三角形

 解直角三角形


给我们一个直角三角形的多少信息，我们可以完全这个直角三角形呢？

就好像去医院医生要通过一系列的检测来观察病人的身体状况，一个三角形怎么确定下来也如此。

一个直角三角形一定有一个直角，则其剩余的元素还有两个锐角和三条边。但是，我们真的需要全部知道这五个元素才能确定这个直角三角形吗？显然不是。

## 五个元素之间的关系

- 三边的关系(勾股定理)
  - $a^2 + b^2 = c^2$
- 两个锐角的关系
  - $\angle A + \angle B = 90^\circ$
- 边角关系
  - $\sin A = \frac{a}{c}$
  - $\cos A = \frac{b}{c}$
  - $\tan A = \frac{a}{b}$

 只要知道五个元素中的两个元素(至少一个是边)，就可以求出其他三个未知元素。

之前我们讨论了如果知道了一个锐角，那么这个直角三角形的“形状”就确定了，既然形状确定了，那么只需要再知道一个边，这个三角形就会完全确定。

而如果我们只知道两个角，其实是相当于一个信息是无用的，因为我们本身就可以通过一个角计算出另一个角的大小，所以无法确定这个三角形。

而如果我们知道了这个三角形的两条边，那么这个三角形的第三条边可以由勾股定理确定，三角形的三条边都确定了，三角形也就确定了。

### 注

上述知道三角形的两条边不是简单的知道三角形有两条边分别为多长，而是要知道每个边其在直角三角形中所对应的“角色”，即知道它们两个对应的是直角边还是斜边。

- 只知道一个直角三角形的两条边而不知道它们对应的“角色”，是无法确定这个三角形的。

## 应用举例

利用测角仪测量塔高

## 投影与视图

## 投影(projection)

什么是投影呢？若曾看过皮影戏，其中的小人就是一个投影。日晷也是一种利用投影来计时的工具。

投影需要两个元素，一个是光，另一个是物体，光照射到物体上便产生投影。

### ✍ 投影的分类

- 平行投影
  - 光线之间是水平的，例如太阳光
- 中心投影
  - 光线是由一个电光源产生，例如灯泡

## 正投影

- 光线垂直于投影面照射产生的投影

## 如何画投影？

想象自己沿着光线的方向去观察物体，看到的便是投影的样子。

## 三视图

视图：当我们从某个方向观察物体，所看到的平面图形叫做物体的一个**视图**。

### 💡 Tip

我们生活的世界是一个三维世界，而一个视图仅仅是一个二维图形，所以我们无法尽通过一个视图来确定一个物体的整体形状。

### ✍ 三视图

将物体在三个投影面内进行投影，在正面内得到的由前向后观察看到的视图为**主视图**；由上向下看到的视图为**俯视图**；在侧面由左向右看到的视图为**左视图**。

- 主视图和俯视图会决定物体的**长**。
- 主视图和左视图会决定物体的**高**。
- 俯视图和左视图会决定物体的**宽**。

#### 画三视图的规定

- 主视图在左上方，其正下方是俯视图，右方是左视图，要注意对正。(采用必要的辅助线辅助对齐)

### 💡 画三视图的口诀

长对正，高平齐，宽相等。

#### 注

当从一个角度观察物体时，有些部分会因为遮挡看不到，但为了描述整个立体图形，规定：

**看得见的部分的轮廓线绘制实线，因遮挡看不见的部分的轮廓线绘制虚线。**

一个立体图形的三视图是不确定的，这取决于你的主视图如何选择。例如正三棱柱。

根据三视图画出物体的形状。