Πολυμέσα
ΑΣΚΗΣΗ 1

Ιωάννης Πρίφτη 3321

Άσκηση 1

Μέρος 1ο

~~Αρχ~~ Πρέπει να βρω πως σχετίζεται μαθηματικά το $G(u)$ και το $F(u)$.

$$G(u)=\sum_{x=0}^{2N-1} g(x)\cdot e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}}=\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\cdot e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}}+\sum_{x=N}^{2N-1} f(2N-1-x)\cdot e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}} \quad (*)$$

Θέτω $x' = 2N-1-x \Rightarrow x = 2N-1-x'$ $\qquad x=N \to x'=N-1$, $\quad x=2N \to x'=0$

Άρα, έχω: $\displaystyle\sum_{x=0}^{N-1} f(x')\cdot \boxed{e^{-j\frac{2\pi(2N-1-x')\cdot u}{2N}}}$

$$\to e^{-j\frac{2\pi(2N-1-x')\cdot u}{2N}} = \underbrace{e^{-j\frac{2\pi 2N u}{2N}}}_{\cos(2\pi u)-j\sin(2\pi u)=1}\cdot e^{+j\frac{2\pi(x'+1)\cdot u}{2N}} = e^{+j\frac{2\pi(x'+1)u}{2N}}$$

Άρα, από την $(*)$ έχουμε:

$$G(u)=\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\cdot e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}}+\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\, e^{+j\frac{2\pi(x+1)u}{2N}} =$$

$$=\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\cdot\Big[\underbrace{e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}}+e^{j\frac{2\pi(x+1)u}{2N}}}_{(**)}\Big]$$

Πρέπει να σχηματίσω το:

$$\cos\left[\frac{(2x+1)\pi u}{2N}\right]=\frac{1}{2}\left[e^{j\frac{(2x+1)\pi u}{2N}}+e^{-j\frac{(2x+1)\pi u}{2N}}\right]$$

Συνεπώς, από την σχέση (**) έχουμε:

$$e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}} + e^{+j\frac{2\pi(x+1)u}{2N}} =$$

$$= e^{-j\frac{2\pi(x+1-1)u}{2N}} + e^{+j\frac{2\pi(x+1)u}{2N}} =$$

$$= e^{-j\frac{\pi(2x+2-2)u}{2N}} + e^{+j\frac{\pi(2x+2)u}{2N}} =$$

$$= e^{-j\frac{\pi(2x+1-1)u}{2N}} + e^{+j\frac{\pi(2x+1+1)u}{2N}} =$$

$$= e^{-j\frac{\pi(2x+1)u+\pi(-1)u}{2N}} + e^{+j\frac{\pi(2x+1)u+\pi(+1)u}{2N}} =$$

$$= e^{-j\frac{(2x+1)\pi u}{2N} + j\frac{\pi u}{2N}} + e^{+j\frac{(2x+1)\pi u}{2N} + j\frac{\pi u}{2N}} =$$

$$= e^{-j\frac{(2x+1)\pi u}{2N}} \cdot e^{j\frac{\pi u}{2N}} + e^{+j\frac{(2x+1)\pi u}{2N}} \cdot e^{+j\frac{\pi u}{2N}} =$$

$$= e^{+j\frac{\pi u}{2N}} \cdot \left[e^{-j\cdot\frac{(2x+1)\pi u}{2N}} + e^{+j\frac{(2x+1)\pi u}{2N}} \right] =$$

$$= e^{+j\frac{\pi u}{2N}} \cdot \left[2 \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)\pi u}{2N}\right]\right]$$

Άρα, $G(u) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot \left[e^{-j\frac{2\pi x u}{2N}} + e^{+j\frac{2\pi(x+1)u}{2N}} \right] =$

$$= \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot \left[e^{+j\frac{\pi u}{2N}} \cdot 2 \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)\pi u}{2N}\right]\right] =$$

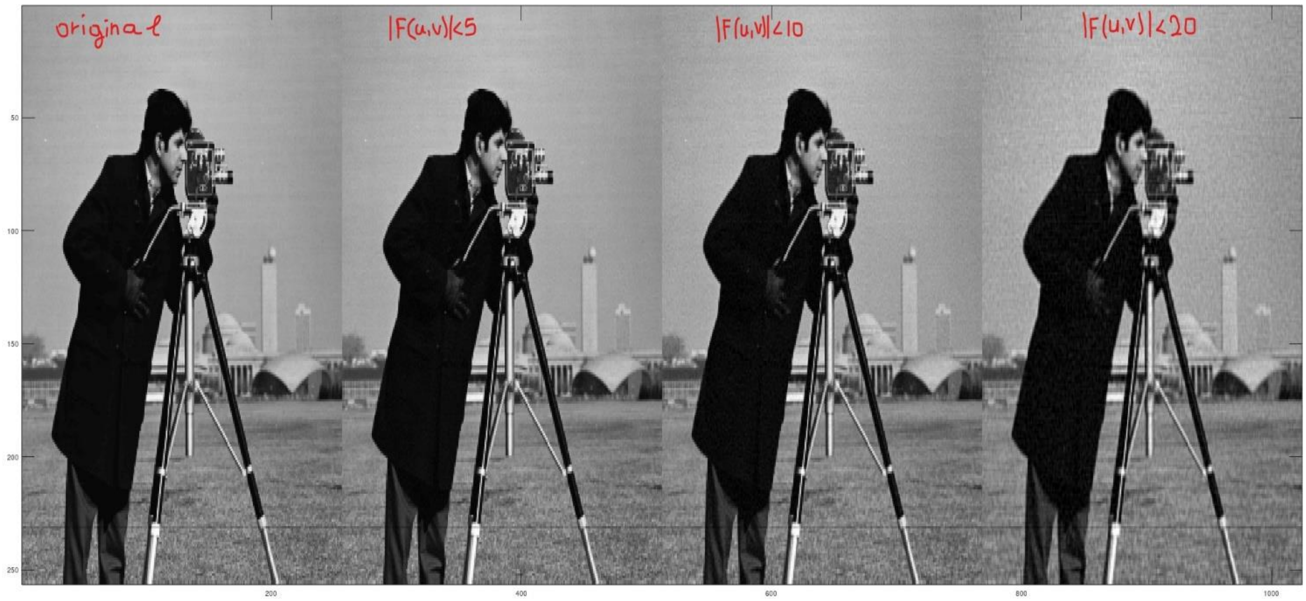
$$= 2 \cdot e^{+j\frac{\pi u}{2N}} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)\pi u}{2N}\right]$$

$$\sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)\cdot\pi u}{2N}\right] = \frac{1}{2} \cdot e^{-j\frac{\pi u}{2N}} \cdot G(u) \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow w(u) \cdot \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)\pi u}{2N}\right] = w(u) \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-j\frac{\pi u}{2N}} \cdot G(u) \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{F(u) = w(u) \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{-j\frac{\pi u}{2N}} \cdot G(u)}$$ όπου $u = 0, \ldots, N-1$

Μέρος 2



Παρατηρούμε ότι από την αρχική εικόνα έχει συμπιεστεί σε έναν βαθμό για |F(u,v)|<5 και |F(u,v)|<10 χωρίς να υπάρχει σημαντική απώλεια στην ποιότητα ενώ παρατηρούμε ότι η απώλεια στην ποιότητα γίνεται πιο εμφανής για |F(u,v)|<20 ειδικά βλέπουμε ότι το background έχει αρχίσει να πιξελιάζει. Είναι φυσικό γιατί όπως θα δούμε και στα αποτελέσματα παρακάτω οι συντελεστές που μηδενίστηκαν για |F(u,v)|<20 είναι περίπου διπλάσιοι σε σχέση με την εικόνα για |F(u,v)|<5 όπως επίσης και το psnr είναι αρκετά πιο χαμηλό. Παραθέτω τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την γραμμή εντολών του octave:

```
>> code_2

PSNR FOR |F(u,v)|<5 = 43.5854
The zeros = 23240
----------------------------------------------------
PSNR FOR |F(u,v)|<10 = 36.0918
The zeros = 38919
----------------------------------------------------
PSNR FOR |F(u,v)|<20 = 30.3896
The zeros = 52836
----------------------------------------------------
>> |
```

Μέρος 3

Εδώ παρατηρούμε δεν υπάρχει σχεδόν καμία εμφανής απώλεια στις συμπιεσμένες εικόνες σε σχέση με την αρχική και αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι συντελεστές που μηδενίστηκαν είναι πολύ λίγοι, περίπου 63 και το psnr είναι αρκετά καλό. Επιπλέον, η συμπίεση ήταν σχετικά πιο γρήγορη απ’ ότι στο Μέρος 2. Παραθέτω τα αντίστοιχα αποτελέσματα από την γραμμή εντολών του octave:

```
>> meros3

PSNR FOR |F(u,v)|<5 = 43.6544
Zeros FOR |F(u,v)|<5 = 44190
----------------------------------------------------
PSNR FOR |F(u,v)|<10 = 38.7438
Zeros FOR |F(u,v)|<10 = 51386
----------------------------------------------------
PSNR FOR |F(u,v)|<20 = 33.5395
Zeros FOR |F(u,v)|<20 = 57618
----------------------------------------------------
>> |
```

Άρα είναι πολύ καλύτερο να πάρουμε DCT για μπλοκς 8*8 γιατί πετυχαίνουμε καλύτερη συμπίεση και με πολύ μικρή απώλεια στην ποιότητα απ’ ότι για DCT για ολόκληρη την εικόνα.