فرادرس
فراتر از یک کلاس درس
www.faradars.org

نظریه زبان ها و ماشین ها

مدرس:
فرشید شیرافکن

دانشجوی دکتری دانشگاه تهران
(کارشناسی و کارشناسی ارشد : کامپیوتر نرم افزار) (دکتری: بیو انفورماتیک)

فصل هشتم

زبان های بازگشتی

گرامر بدون محدودیت

گرامر حساس به متن

خانواده زبان‌های مرتبط با ماشین‌های تورینگ بسیار گسترده اند، چون ماشین های تورینگ قادر به انجام انواع محاسبات الگوریتمی هستند.

البته زبانی وجود دارد که توسط هیچ ماشین تورینگی پذیرفته نشود چون تعداد زبان ها، بیشتر از ماشین‌های تورینگ است.

زبان های بازگشتی (RE) و بازگشتی شمارش پذیر(REC) :

زبان بازگشتی شمارش پذیر(برشمردنی) : زبانی که ماشین تورینگی وجود داشته باشد که آنرا پذیرش کند.

زبان بازگشتی : زبانی که ماشین تورینگی باشد که آن را پذیرفته و روی هر w موجود در $\sum^{+}$ ، در یک حالت پایانی یا غیر پایانی، متوقف شود.

بین زبانی که یک ماشین تورینگ پذیرنده به ازای آن وجود دارد و زبانی که یک الگوریتم عضویت به ازای آن وجود دارد، تفاوت هست.

وجود یک ماشین تورینگ پذیرنده، به معنای وجود الگوریتم عضویت مربوطه نیست، چون ماشین‌های تورینگ لزوما برای ورودی که آنرا نمی پذیرند، توقف نمی کنند و ممکن است در حلقه بی افتند.

هر زبانی که بوسیله یک روش الگوریتمی مستقیم قابل توصیف باشد، بوسیله یک ماشین تورینگ هم قابل پذیرش بوده و بنابراین بازگشتی شمارش پذیر است.

زبان‌های بازگشتی زیر مجموعه زبان‌های بازگشتی شمارش پذیر می باشند.

هر زبان بازگشتی می تواند زبان یک ماشین تورینگ غیر قطعی باشد.

زبان‌های زیر، هم بازگشتی هستند و هم بازگشتی شمارش پذیر :

$$L = \{a^n b^n c^{2n} : n \geq 0\}$$

$$L = \left\{a^n b^n c^n d^n : n > 0\right\}$$

$$L = \{a^n b^m c^n d^m : n \geq 1, m \geq 1\}$$

$$L = \{ww : w \in \{a,b\}^+\}$$

$$L = \{w \in \{a,b,c\}^* : n_a(w) = n_b(w) = n_c(w)\}$$

$$L = \{w \in \{a,b,c\}^* : n_a(w) = n_b(w) \leq n_c(w)\}$$

مثال

چرا زبان بازگشتی شمارش پذیر، را زبان تشخیص پذیر نیز می نامند؟

پاسخ: یک تشخیص‌دهنده، الگوریتمی است که در صورت تعلق یک رشته به یک زبان می تواند تعلق آن را مشخص کند.

اگر رشته متعلق به زبان نباشد، ماشین یا در حالت غیر پایانی متوقف شده و یا در حلقه بی‌نهایت (Loop) می افتد.

بنابراین زبان بازگشتی شمارش پذیر، را زبان تشخیص پذیر نیز می نامند.

مثال

چرا زبان بازگشتی را زبان تصمیم پذیر نیز می نامند؟

پاسخ:

یک تصمیم گیرنده برای یک زبان، الگوریتمی است که مشخص می کند آیا رشته w متعلق به زبان هست یا خیر و در هر صورت ماشین نهایتا متوقف می شود.

بنابراین زبان بازگشتی را زبان تصمیم پذیر (decidable) نیز می نامند.

ویژگی‌های زبان‌های بازگشتی و بازگشتی شمارش پذیر :

۱- یک زبان بازگشتی خواهد بود اگر و تنها اگر یک الگوریتم عضویت به ازای آن وجود داشته باشد.

۲- اگر L بازگشتی باشد، لزوما L^+ هم بازگشتی است.

۳- مکمل هر زبان بازگشتی، بازگشتی است.

۴- مکمل یک زبان مستقل از متن، حتما بازگشتی است.

۵- اگر یک زبان بازگشتی شمارش پذیر نباشد، مکمل آن بازگشتی نیست.

۶- مکمل زبان بازگشتی شمارش پذیر، لزوما بازگشتی شمارش پذیر نیست.

۷- یک زبان بازگشتی شمارش پذیر وجود دارد که مکمل آن بازگشتی شمارش پذیر نیست.

نکاتی در رابطه با شمارش پذیر بودن :

۱– مجموعه اعداد حقیقی **R** ، ناشمارا می باشد، چون تناظری بین **R** و **N** موجود نیست.

۲– مجموعه تمامی دنباله های نامحدود، شمارش پذیر نیستند.

۳– تمامی زبان های سلسله مراتب چامسکی، شمارش پذیر هستند.

۴– مجموعه تمام ماشین های تورینگ، شمارش پذیر هستند.

۵– تمامی ماشین های منظم،پشته ای، **LBA** و تورینگ، نامتناهی ولی شمارش پذیر هستند.

گرامر بدون محدودیت

گرامر مفروض $G=(V,T,S,P)$ بدون محدودیت خوانده می شود، اگر تمامی قوانین آن به فرم $u \to v$ باشند که در آن ، u عضو $(V \cup T)^+$ و v عضو $(V \cup T)^*$ می باشد.

در گرامرهای بدون محدودیت، اساسا هیچ شرط و محدودیتی برای قواعد تولید قائل نمی شویم. بعلاوه هر تعداد غیر پایانی و پایانی را می‌توان با هر ترتیبی در طرفین راست و چپ قرار داد.

فقط λ نمی تواند در سمت چپ قواعد تولید رخ دهد.

این گرامر ها بسیار قدرتمندتر از گرامرهای منظم و مستقل از متن هستند.

گرامرهای بدون محدودیت، متناظر با بزرگترین خانواده زبان‌ها بوده و بوسیله ابزار مکانیکی قابل تشخیص می باشند.

مثال

زبان تولید شده توسط گرامر بدون محدودیت زیر را تعیین کنید.

$$S \to aSBC \mid \lambda$$

$$aB \to ab$$

$$bC \to bc$$

$$bB \to bb$$

$$cC \to cc$$

$$cB \to Bc$$

$$\Rightarrow \quad L = \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$$

گرامرهای بدون محدودیت، صرفا خانواده زبان های بازگشتی شمارش پذیر را ایجاد می کنند.

هر زبانی که بوسیله یک گرامر بدون محدودیت ایجاد شود، بازگشتی شمارش پذیر است.

گرامر حساس به متن

گرامر مفروض $G=(V,T,S,P)$ حساس به متن(وابسته به متن) خوانده می شود، اگر تمامی قوانین آن به فرم $y \to x$ باشند که در آن x و y عضو $(V \cup T)^+$ باشند و $|x| \le |y|$.

پس قاعده $\lambda \to x$ غیر مجاز است.

بنابراین گرامرهای حساس به متن هرگز قادر به تولید زبانهای دارای رشته تهی نمی باشند.

زبان حساس به متن

زبان مفروض $\mathbf{L}$ حساس به متن خوانده می شود، اگر گرامر حساس به متن $\mathbf{G}$ وجود داشته باشد، بطوریکه $\mathbf{L = L(G)}$ یا $\mathbf{L = L(G) \cup \{\lambda\}}$.

مثال

گرامر حساس به متن برای زبان:

$$S \to abc \mid aAbc$$
$$Ab \to bA$$
$$Ac \to Bbcc$$
$$bB \to Bb$$
$$aB \to aa \mid aaA$$

$$L = \{a^n b^n c^n : n \geq 1\}$$

مثال

گرامر حساس به متن برای زبان:

$$S \rightarrow aSBCD \mid abcd$$
$$cB \rightarrow Bc$$
$$dB \rightarrow Bd$$
$$dC \rightarrow Cd$$
$$bB \rightarrow bb$$
$$cC \rightarrow cc$$
$$dD \rightarrow dd$$

$$\Rightarrow \quad L = \{a^n b^n c^n d^n : n > 0\}$$

مثال

گرامر حساس به متن برای زبان:

$$S \rightarrow aAcD \mid aBcD$$
$$A \rightarrow aAc \mid aBc$$
$$Bc \rightarrow cB$$
$$Bb \rightarrow bB$$
$$BD \rightarrow Ed$$
$$cE \rightarrow Ec$$
$$bE \rightarrow Eb$$
$$aE \rightarrow ab$$

$$\Rightarrow \quad L = \{a^n b^m c^n d^m : n \geq 1, m \geq 1\}$$

به ازای هر زبان L حساس به متن دارای λ، یک اتومات کراندار خطی M وجود دارد بطوریکه L=L(M).

اگر زبان L بوسیله یک اتومات کراندار خطی مفروض به نام M پذیرفته شود، آنگاه یک گرامر حساس به متن وجود دارد که L را تولید می کند.

اتوماتای کراندار خطی عملا ضعیف‌تر از ماشین‌های تورینگ بوده و فقط قادر به پذیرش یکی از زیر مجموعه‌های مناسب زبان های بازگشتی می باشند.

ارتباط بین زبان ها، گرامر ها و ماشین ها:

جدول زیر ارتباط بین زبان ها، گرامرها و ماشین ها را نشان می دهد :

گرامر	زبان	ماشین
منظم	منظم	متناهی (FA)
خطی	خطی	
	مستقل از متن معین	پشته ای معین (DPDA)
مستقل از متن	مستقل از متن	پشته ای (PDA)
حساس به متن	حساس به متن	کراندار خطی (LBA)
	بازگشتی	تورینگ تصمیم گیرنده
بدون محدودیت	بازگشتی شمارش پذیر	تورینگ تشخیص دهنده

ماشین های تورینگ تشخیص دهنده، قدرت بیشتری از ماشین های تورینگ تصمیم گیرنده دارند.

سلسله مراتب چامسکی:

نوام چامسکی زبان ها را در چهار گروه، از نوع صفر تا نوع سه، دسته بندی کرد.

زبان های نوع صفر : شامل زبان‌های بازگشتی شمارش پذیر، می‌باشند.

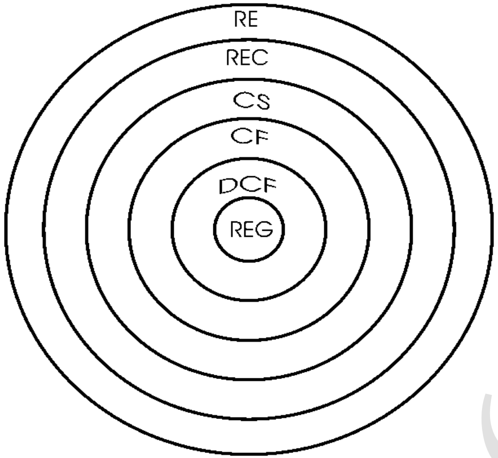
زبان های نوع یک : شامل زبان‌های حساس به متن می‌باشند.

زبان های نوع دو : شامل زبان‌های مستقل از متن می‌باشند.

زبان های نوع سه : شامل زبان‌های منظم می‌باشند.

هر یک از خانواده‌های زبان‌های نوع i ، یکی از زیر مجموعه های مناسب خانواده نوع i-1 محسوب می شوند.

نمودار زیر این رابطه را مشخص می کند :



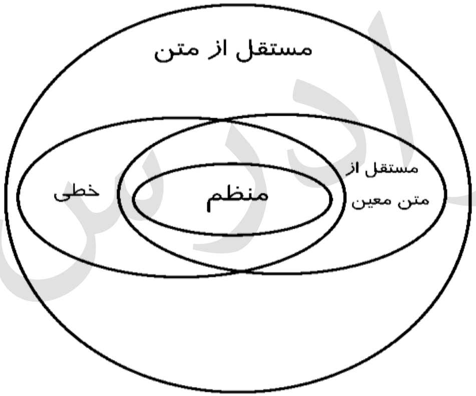
ارتباط بین زبان‌ها را می‌توان به کمک رابطه زیر نمایش داد :

$$\mathbf{REG} \subseteq \mathbf{DCF} \subseteq \mathbf{CF} \subseteq \mathbf{CS} \subseteq \mathbf{REC} \subseteq \mathbf{RE}$$

منظم ⊆ مستقل از متن معین ⊆ مستقل از متن ⊆ حساس به متن ⊆ بازگشتی ⊆ بازگشتی شمارش پذیر

هر زبان منظمی، زبانی مستقل از متن است. (چون زبان‌های منظم حالت خاصی از زبانهای مستقل از متن می‌باشند.)

در شکل زیر جایگاه زبان‌های خطی و مستقل از متن معین (قطعی) نشان داده شده است.



با توجه به شکل می توان گفت که :

الف: تمامی زبان های خطی، مستقل از متن نیز هستند.

ب: زبان خطی وجود دارد که مستقل از متن معین نیست. مانند : $L=\{a^nb^n\}\cup\{a^nb^{2n}\}$

پ: زبان مستقل از متن معینی وجود دارد که خطی نیست. مانند : $L=\{w: n_a(w)=n_b(w)\}$

بررسی بسته بودن زبان ها تحت عملگرها :

جدول زیر خواص بسته بودن شش نوع زبان را تحت عملگرهای مختلف نشان می دهد :

	منظم	مستقل از متن معین	مستقل از متن	حساس به متن	بازگشتی	بازگشتی شمارش پذیر
الحاق	✓	–	✓	✓	✓	✓
اجتماع	✓	–	✓	✓	✓	✓
اشتراک	✓	–	–	✓	✓	✓
مکمل	✓	✓	–	✓	✓	–
معکوس	✓	–	✓	✓	✓	✓
بستار ستاره	✓	–	✓	✓	✓	✓
همریختی	✓	–	✓	–	–	✓

بخش اول :

عبارت منظم – زبان منظم– گرامر منظم– ماشین متناهی

بخش دوم:

زبان مستقل از متن– گرامر مستقل از متن – ماشین پشته ای

بخش سوم :

ماشین تورینگ – زبان بازگشتی – زبان حساس به متن

مشاوره مستقیم با مدرس شیرافکن :   ۰۹۱۲۱۹۷۲۰۲۸

این اسلاید ها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس

«نظریه زبان ها و ماشین ها»

تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

faradars.org/fvsft110