

فرادرس

فراتر از یک کلاس درس
www.faradars.org

نظریه زبان ها و ماشین ها

مدرس:

فرشید شیرافکن

دانشجوی دکتری دانشگاه تهران

(کارشناسی و کارشناسی ارشد : کامپیوتر نرم افزار) (دکتری: بیوانفورماتیک)

بخش اول (قسمت سوم)

اتوماتای متناهی

FaraDars.org

ماشین (اتوماتا)

ابزارهایی هستند برای تشخیص رشته‌های زبان.

رشته را از چپ به راست بررسی کرده و نهایتاً اعلام می‌کنند که آیا رشته متعلق به زبان هست یا نه.

ماشین‌ها را می‌توان به عنوان مدل‌های ریاضی برای کامپیوترهای واقعی در نظر گرفت.

انواع اتوماتا

۱- متناهی (FA)

ماشین پذیرنده‌ای که حافظه ندارد و خروجی آن دارای دو حالت پذیرش یا عدم پذیرش است.

۲- پشته‌ای (PDA)

ماشین پذیرنده‌ای که حافظه آن به صورت پشته بوده و خروجی آن دارای دو حالت پذیرش یا عدم پذیرش است.

۳- کراندار خطی (LBA)

ماشینی دارای حافظه از دو سر محدود با قابلیت خواندن و نوشتن است.

۴- تورینگ (TM)

ماشینی دارای حافظه نامحدود با قابلیت خواندن و نوشتن است.

نکات:

۱- ماشین **متناهی**، قادر به پذیرش زبان منظم است.

۲- ماشین **پشته ای**، قادر به پذیرش زبان مستقل از متن است.

۳- ماشین **کراندار خطی**، قادر به پذیرش زبان حساس به متن است.

۴- ماشین **تورینگ تشخیص دهنده**، قادر به پذیرش زبان بازگشتی شمارش پذیر است.

ماشین های متناهی (FA) :

از آن در شناخت زبان های منظم استفاده می شود.

اتوماتای متناهی مدل مناسبی برای کامپیوتر با محدودیت شدید حافظه است.

به دو دسته معین (DFA) و نامعین (NFA) تقسیم می شوند.

DFA : Deterministic Finite Acceptor

NFA : Nondeterministic Finite Acceptor

پذیرنده متناهی معین (DFA)

پنج تایی :

$$M = (q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Q : مجموعه متناهی از حالات داخلی

Σ : مجموعه متناهی از علائمی به نام الفبای ورودی

δ : تابع انتقال ($Q \times \Sigma \rightarrow Q$)

q_0 : حالت شروع

F : مجموعه حالات پایانی

یک dfa ، دارای حالت های داخلی ، قوانینی برای انتقال از یک حالت به حالت دیگر ، تعدادی ورودی و همچنین روشهایی برای تصمیم گیری هستند.

نحوه عملکرد ماشین

اتوماتا ابتدا در حالت شروع و هد خواندن از نوار ورودی، روی آخرین سمبل از سمت چپ رشته ورودی قرار دارد. با هر یک از حرکت های اتوماتا، هد یک موقعیت به راست می رود. اگر با رسیدن به پایان رشته، اتوماتا در یکی از حالت های پایانی قرار داشته باشد، رشته پذیرفته می شود.

هد نوار در ماشین متناهی، فقط به سمت **راست** حرکت می کند.

تابع انتقال

انتقال از یک حالت به حالت دیگر،

$$\delta(q_i, a) = q_j$$

اگر dfa در حالت q_i باشد و هد بر روی a باشد، آنگاه ماشین به حالت q_j تغییر

حالت می دهد.

مثال

نمودار تغییر وضعیت DFA

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$Q = \{q_0, q_1\}$$

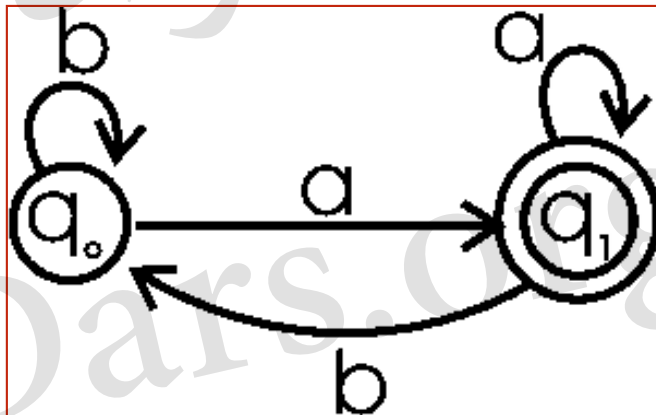
$$F = \{q_1\}$$

$$\delta(q_0, a) = q_1$$

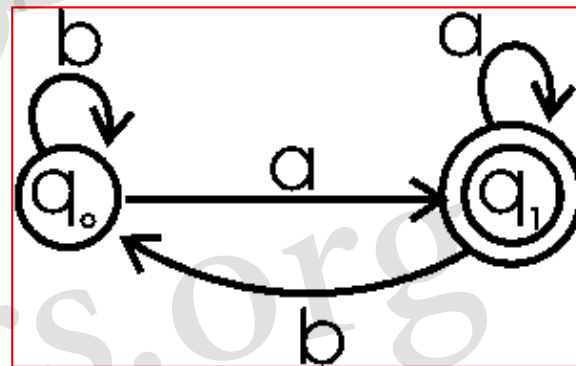
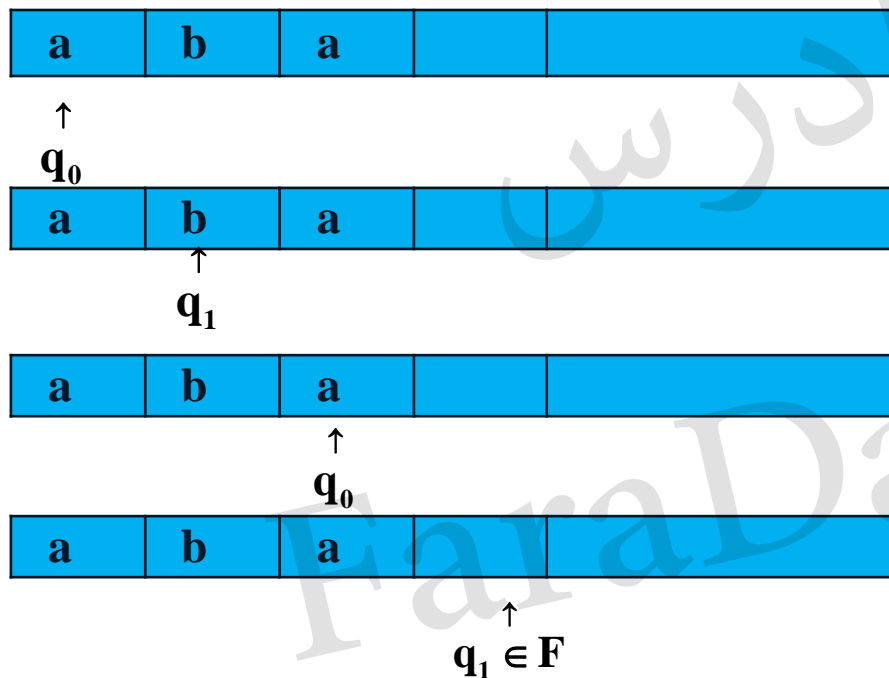
$$\delta(q_0, b) = q_0$$

$$\delta(q_1, b) = q_0$$

$$\delta(q_1, a) = q_1$$



نمایش تعلق رشته **aba** به زبان ماشین :



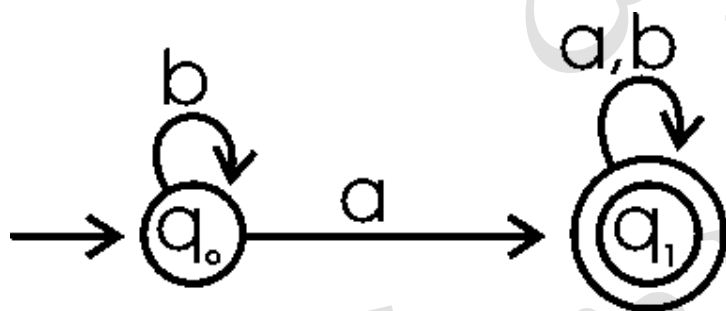
زبان و dfa

$$L(M) = \{w \in \Sigma^* : \delta^*(q_0, w) \in F\}$$

عدم پذیرش زبان : توقف dfa در یکی از حالت های غیر پایانی

مثال

عبارت منظم و DFA متناظر با آن

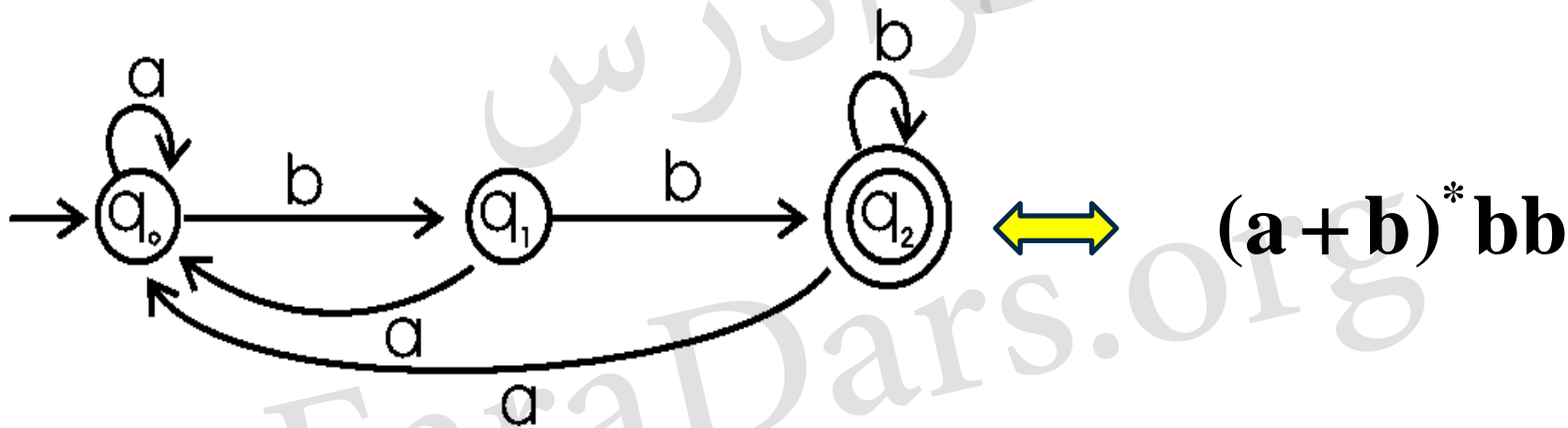


$$b^* a(a + b)^*$$

مثال

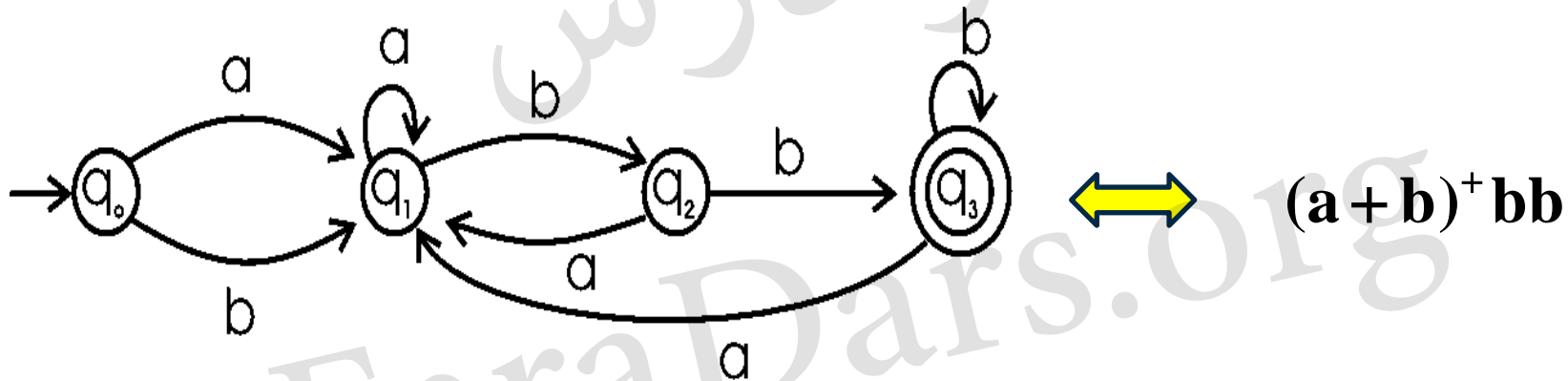
 $\Sigma = \{a, b\}$

عبارت منظم و DFA متناظر با آن



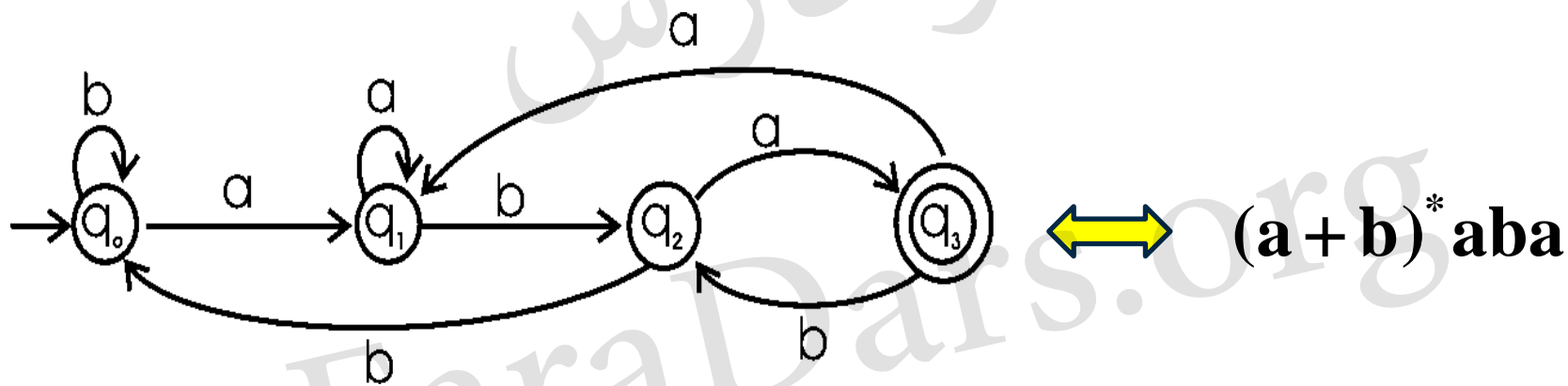
مثال

عبارت منظم و DFA متناظر با آن



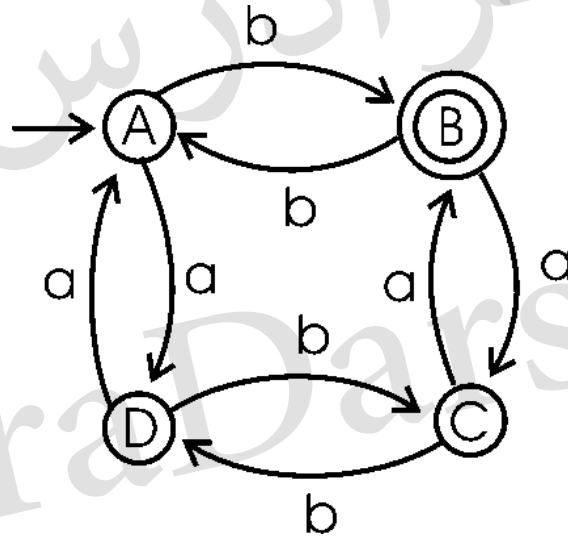
مثال

عبارت منظم و DFA متناظر با آن



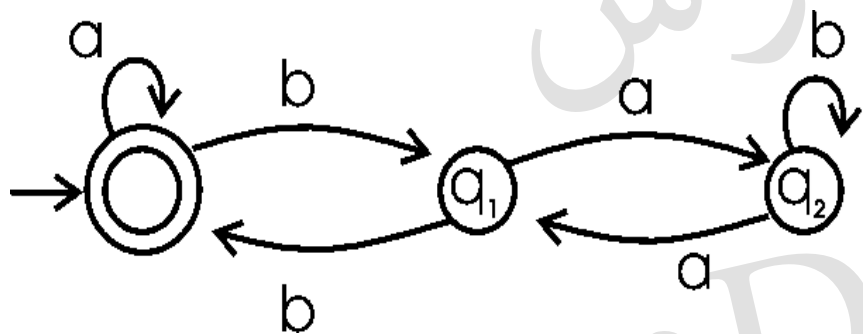
مثال

رشته هایی با تعداد زوجی a و تعداد فردی b .



مثال

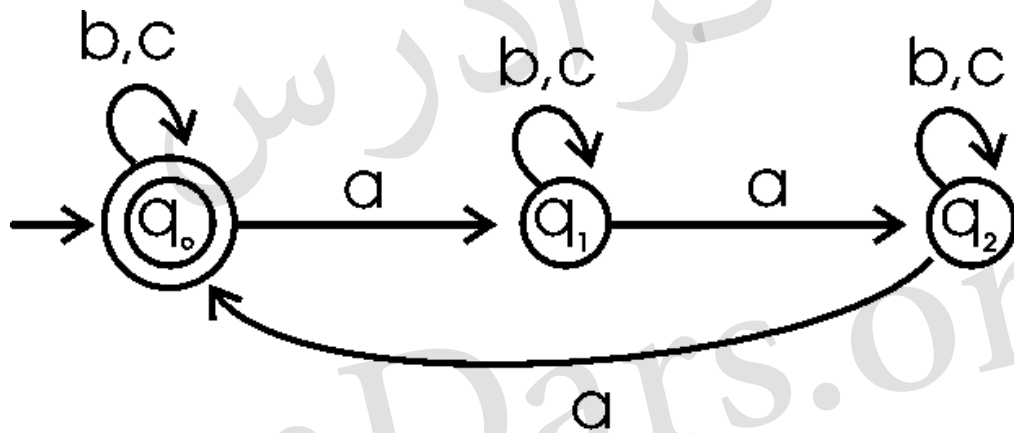
عبارت منظم و DFA متناظر با آن



$$(a + b(ab^*a)^*b)^*$$

مثال

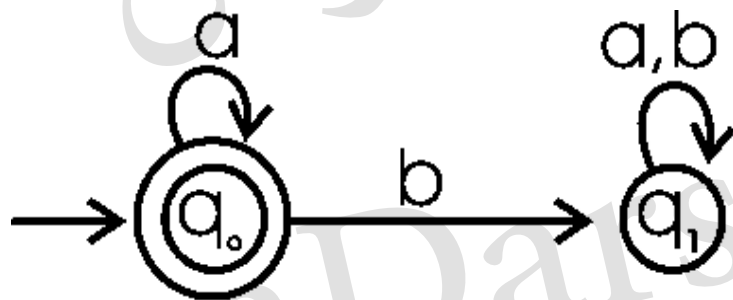
$$\Sigma = \{a, b, c\}$$



رشته هایی که تعداد a در آنها، مضرب ۳ باشد.

حالت **trap**

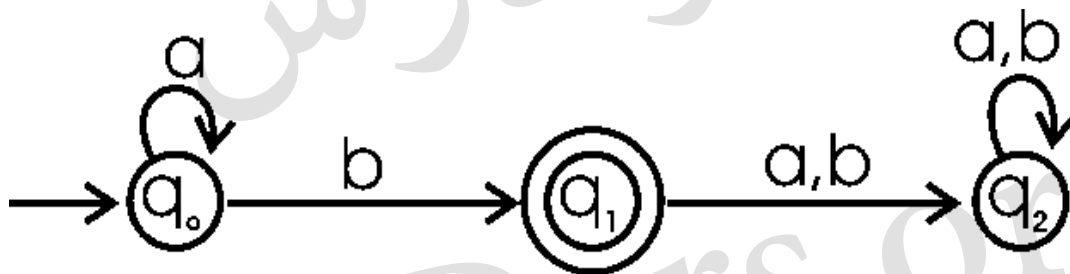
ماشینی که زبان a^* را روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ بپذیرد.



q_1 : وضعیت تله

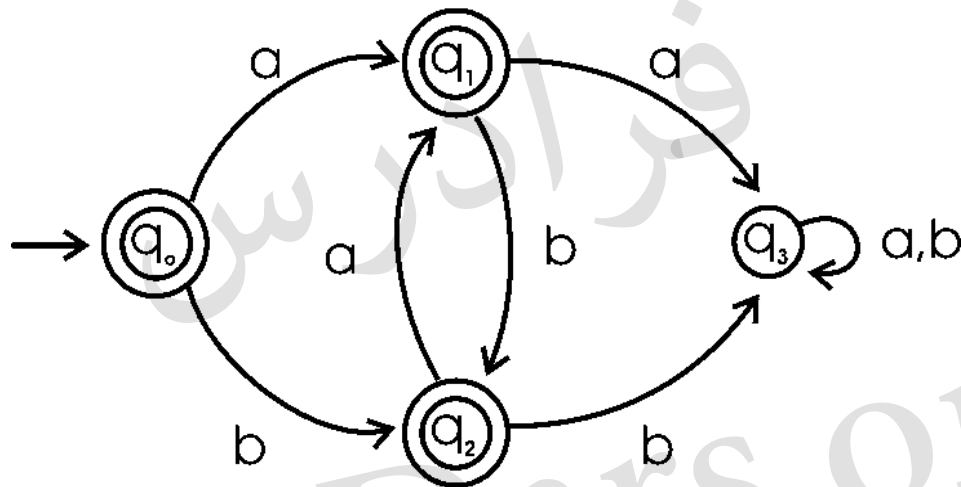
مثال

در DFA ، حالت q_2 ، trap است.



زبان ماشین a^*b است.

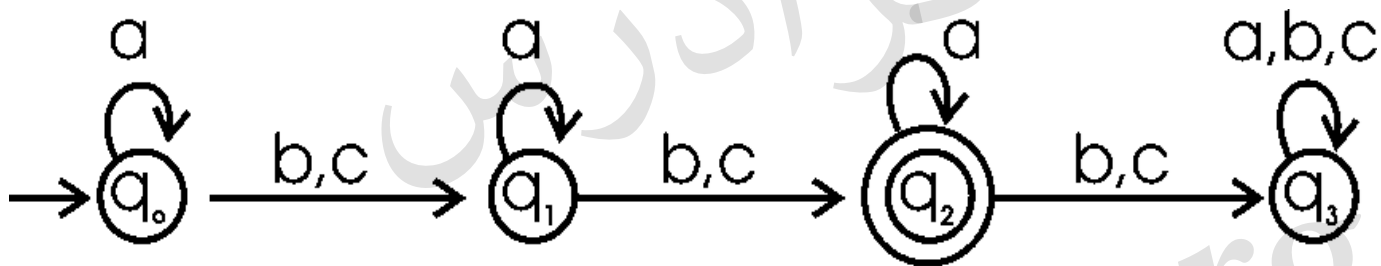
مثال



DFA پذیرنده زبانی که رشته های آن شامل **aa** یا **bb** نباشد.

مثال

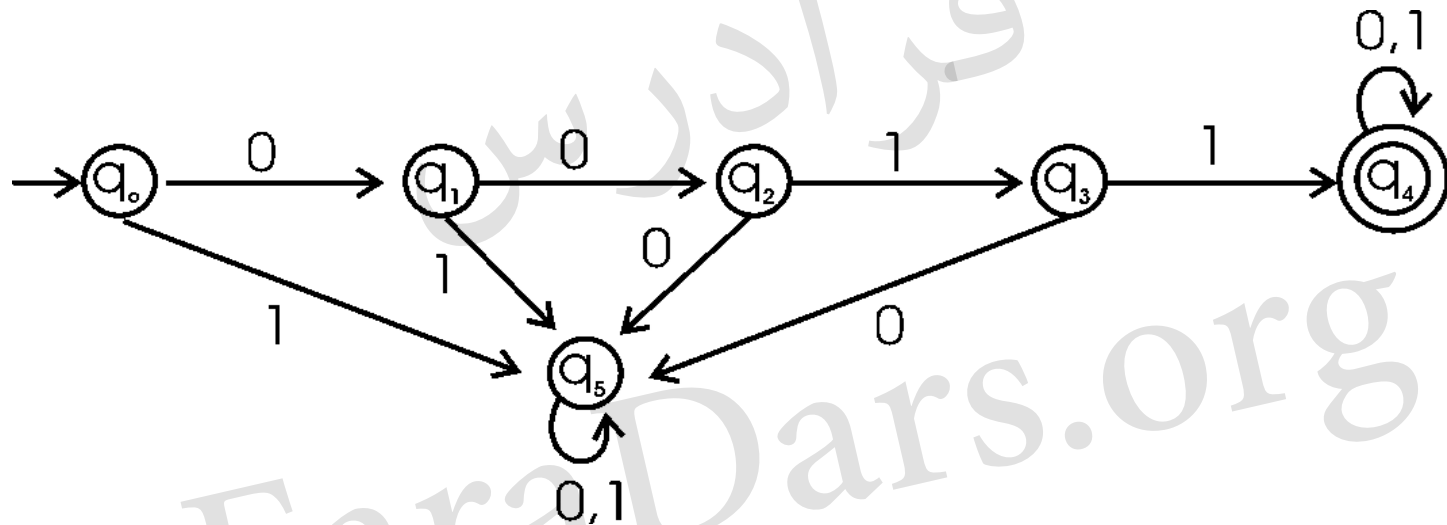
$$\Sigma = \{a, b, c\}$$



زبانی که در رشته های آن تعداد کل b ها و c ها برابر ۲ باشد را رسم کنید.

مثال

$$\Sigma = \{0,1\}$$



زبانی که رشته های آن با زیر رشته ۰۰۱۱ آغاز شود.

مکمل یک DFA

تبدیل حالت های غیر پایانی را به حالت پایانی.

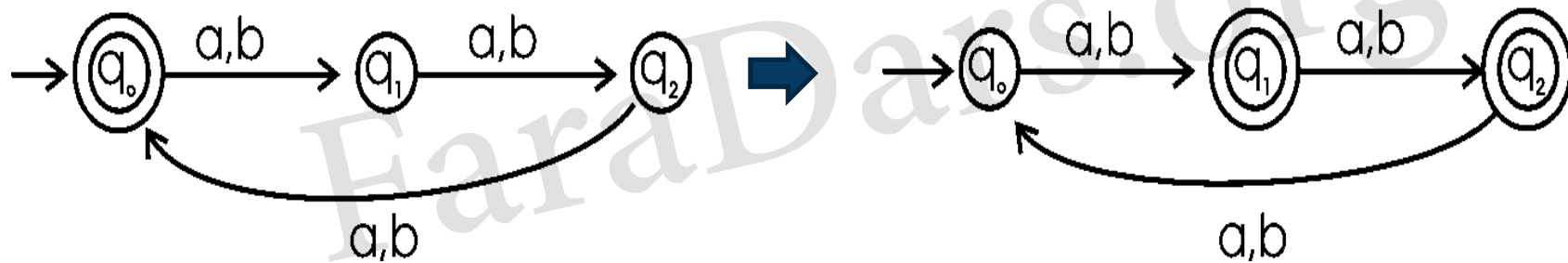
تبدیل حالت های پایانی را به حالات غیر پایانی.

جهت یالها و مقدار برچسب آنها تغییری نمی کند.

مثال

dfa ای رسم کنید که رشته‌هایی که طول آنها مضربی از ۳ نباشد را بپذیرد.

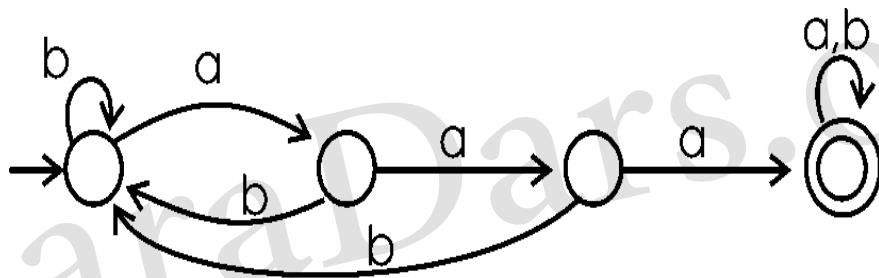
ابتدا DFA ای رسم می‌کنیم که رشته‌هایی را بپذیرد که طول آنها مضربی از ۳ باشد. سپس آن را مکمل می‌کنیم.



مثال

DFA ای رسم نمایید که زبان $\{aaa\}$ در آن وجود ندارد : $L = \{w\}$ را بپذیرد.

ابتدا **DFA** ای رسم می کنیم که زبان $\{aaa\}$ زیر رشته ای از w باشد : $L = \{w\}$ را بپذیرد:



سپس **DFA** بالا را مکمل می کنیم.

پذیرنده های متناهی نامعین (NFA)

در ماشین نامعین (Nondeterministic) در هر لحظه ممکن است چندین انتخاب مختلف موجود باشد.

ماشین نامعین می تواند به ازای دریافت یک ورودی در هر حالت، به چندین حالت مختلف تغییر حالت دهد.

پذیرنده های متناهی نامعین (غیرقطعی)، پیچیده تر از انواع معین خود هستند.

اگر به ازای هر حالت ماشین و هر نماد ورودی به صورت منحصر بفردی حالت بعدی مشخص باشد به آن معین می گویند.

NFA

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

$$Q \times \Sigma \cup \{\lambda\} \rightarrow 2^Q$$

تفاوت بین NFA و DFA

در NFA :

۱- محدوده تابع δ در مجموعه توانی 2^Q است. مثلاً: $\delta(q_0, a) = \{q_1, q_2\}$

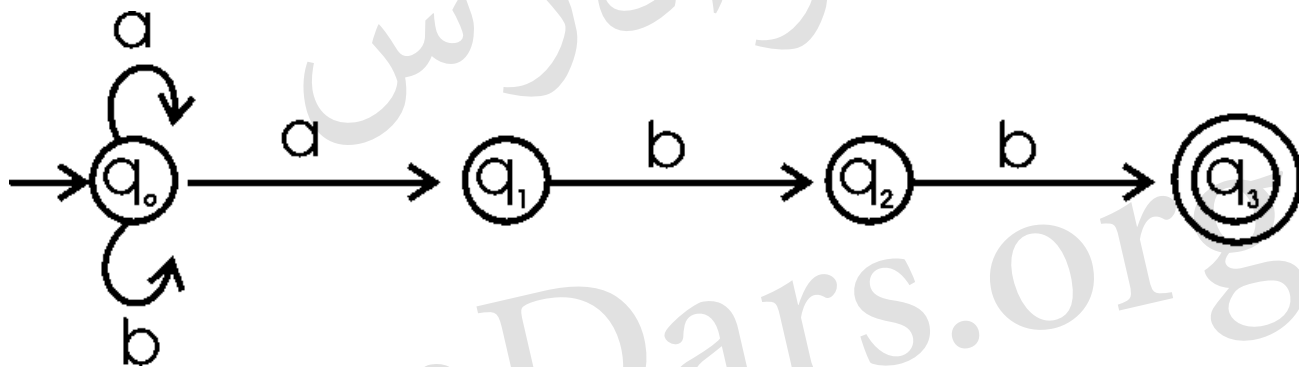
۲- λ بعنوان ورودی قابل قبول است. یعنی NFA می تواند بدون استفاده از سمبل ورودی،

دست به انتقال بزند. هد می تواند در بعضی انتقال ها حرکت نکند.

۳- $\delta(q_i, a)$ می تواند تهی باشد، یعنی هیچ انتقالی برای این وضعیت خاص تعریف نشده است.

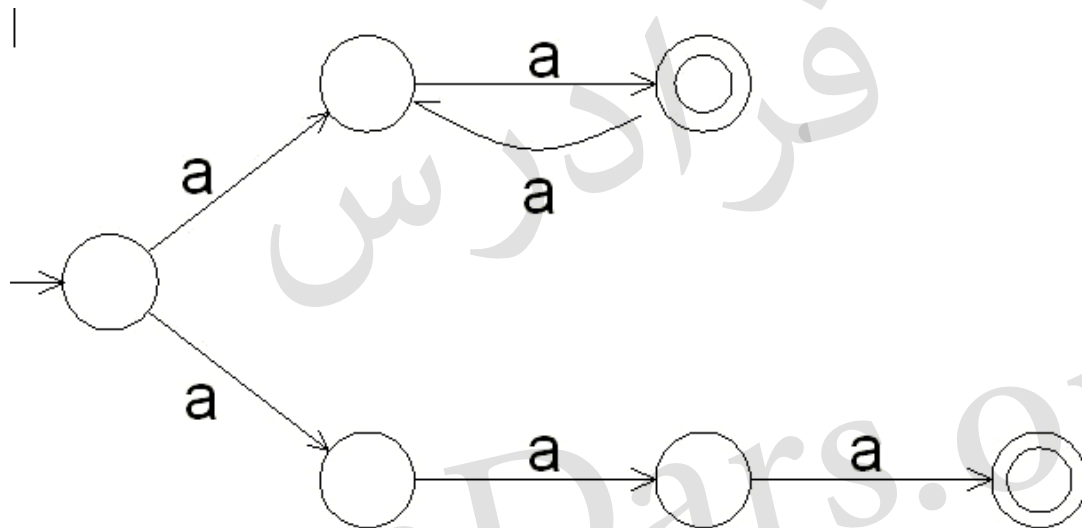
مثال

ماشین NFA زیر چه زبانی را می پذیرد؟



رشته‌هایی را که به زیر رشته **abb** ختم شوند.

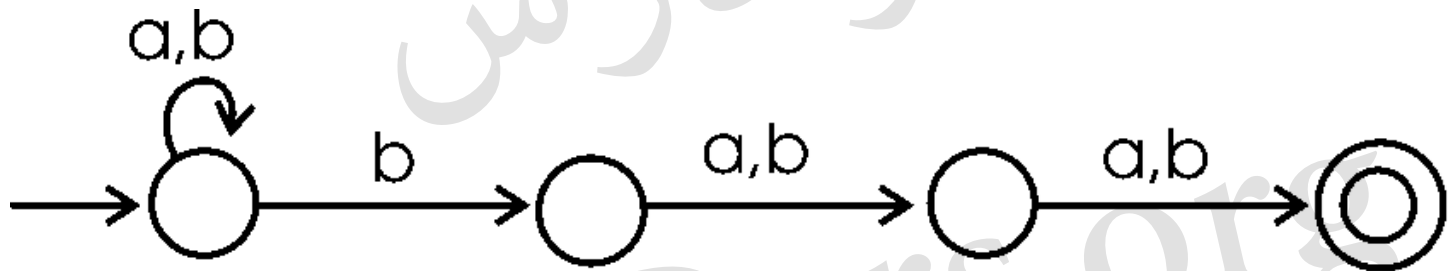
مثالی از یک NFA :



$$L = \{a^{2n} : n \geq 1\} \cup \{a^3\}$$

مثال

ماشین NFA زیر چه زبانی را می پذیرد ؟



رشته هایی که سومین نماد از سمت راست آنها، b باشد.

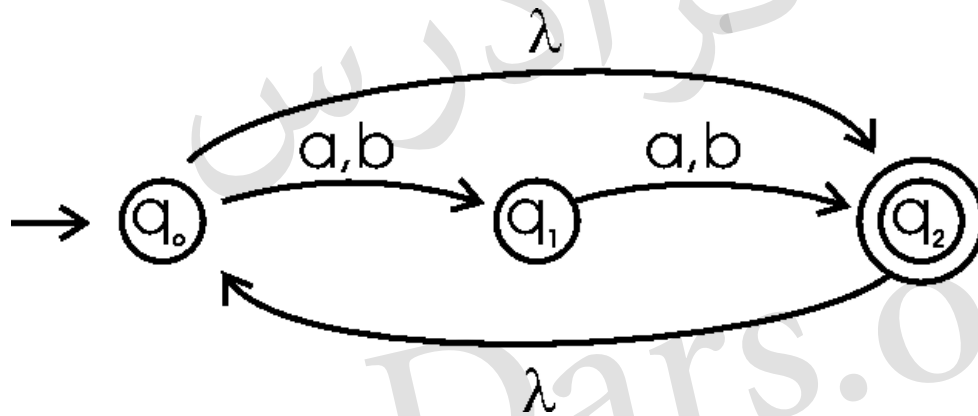
در تعریف NFA اجازه داشتن یال با برچسب λ را داریم.
به عبارتی λ بعنوان ورودی قابل قبول است.

یعنی ماشین می تواند بدون استفاده از سمبل ورودی، دست به انتقال بزند.

هد می تواند در بعضی انتقال ها حرکت نکند.

مثال

ماشین NFA زیر چه زبانی را می پذیرد ؟

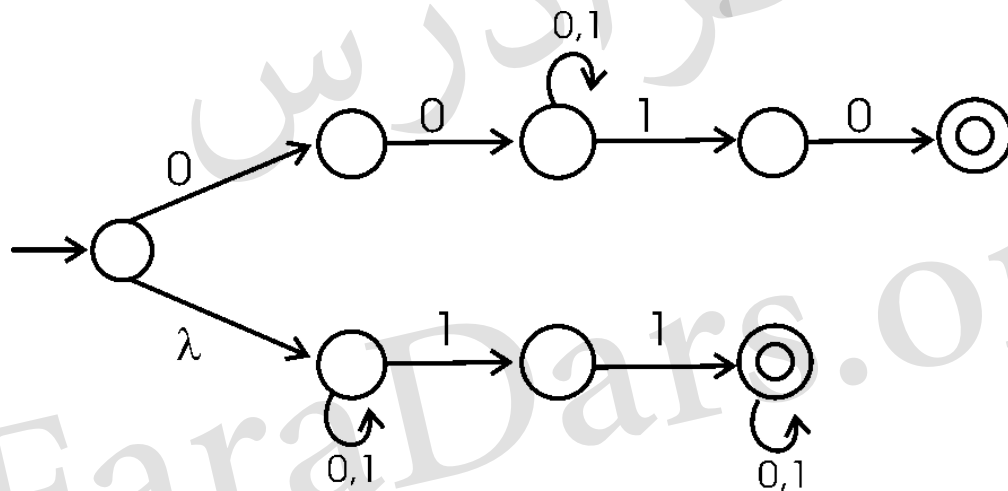


ماشین داده شده، رشته‌هایی با طول زوج را می پذیرد.

مثال

$$\Sigma = \{0,1\}$$

ماشین NFA زیر چه زبانی را می پذیرد؟



رشته‌هایی که با ۰۰ شروع و به ۱۰ ختم شوند یا شامل زیر رشته ۱۱ باشند.

برای به دست آوردن مکمل یک **NFA** از روی نمودار
حالت، باید ابتدا **NFA** را به **DFA** تبدیل کرده و سپس
مکمل **DFA** را بدست آورد.

هم ارزی DFA و NFA

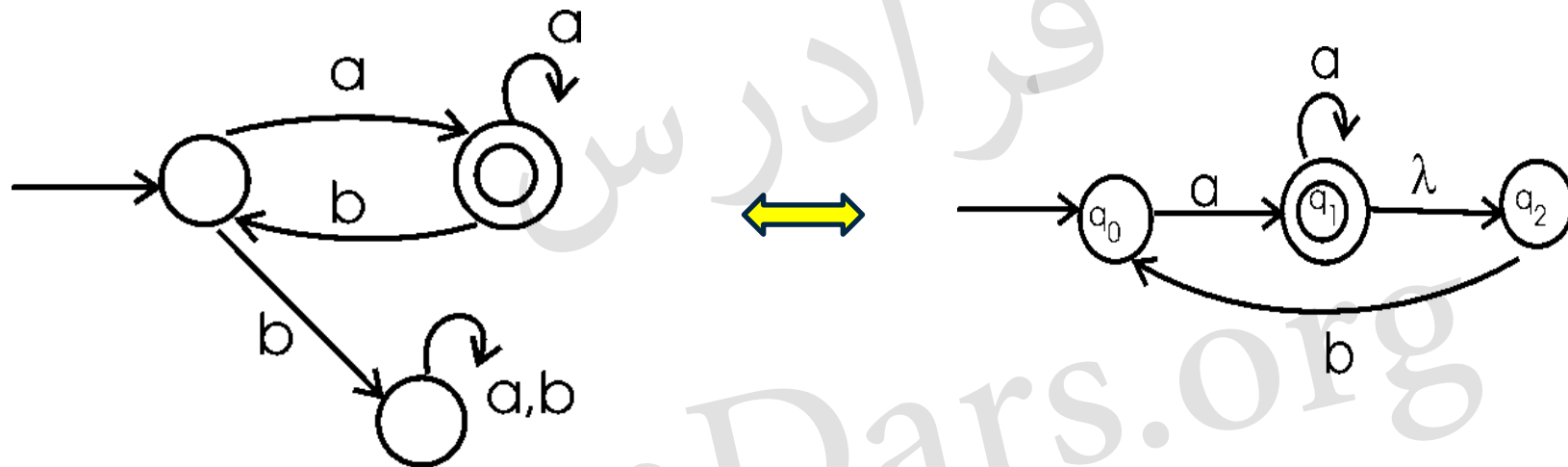
دو ماشین متناهی را هم ارز می گویند، اگر هر دو زبانی یکسان را بپذیرند.

چون به ازای هر زبان معمولاً تعداد زیادی پذیرنده وجود دارد، بنابراین هر dfa

یا nfa نیز تعداد زیادی پذیرنده هم ارز دارد.

FaraDars.org

دو ماشین هم ارز



چند نکته :

۱- به ازای هر زبانی که توسط یک NFA پذیرفته می شود، یک DFA هم وجود دارد که آن را می پذیرد.

۲- قدرت کلاس DFA و NFA یکسان است.

۳- برای هر NFA با هر تعداد دلخواه حالت پایانی، یک DFA با فقط یک حالت پایانی، هم ارز با آن NFA وجود دارد.

ارتباط گرامر منظم با ماشین متناهی

می توان با داشتن انتقالات یک ماشین متناهی، گرامر منظم مربوط به زبان تولید شده توسط ماشین را مشخص کرد و بر عکس.

$$q_i \rightarrow aq_j \quad \longrightarrow \quad \delta(q_i, a) = q_j$$

مثال

گرامر منظمی برای زبان با DFA به صورت زیر بنویسید. (q_0 حالت شروع و پایانی است).

$$\delta(q_0, a) = q_1, \delta(q_0, b) = q_2$$

$$\delta(q_1, a) = q_0, \delta(q_1, b) = q_3$$

$$\delta(q_2, a) = q_3, \delta(q_2, b) = q_0$$

$$\delta(q_3, a) = q_2, \delta(q_3, b) = q_1$$



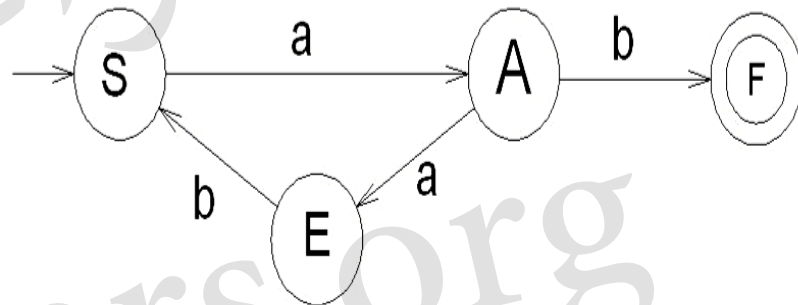
$$q_0 \rightarrow aq_1 \mid bq_2 \mid \lambda$$

$$q_1 \rightarrow aq_0 \mid bq_3$$

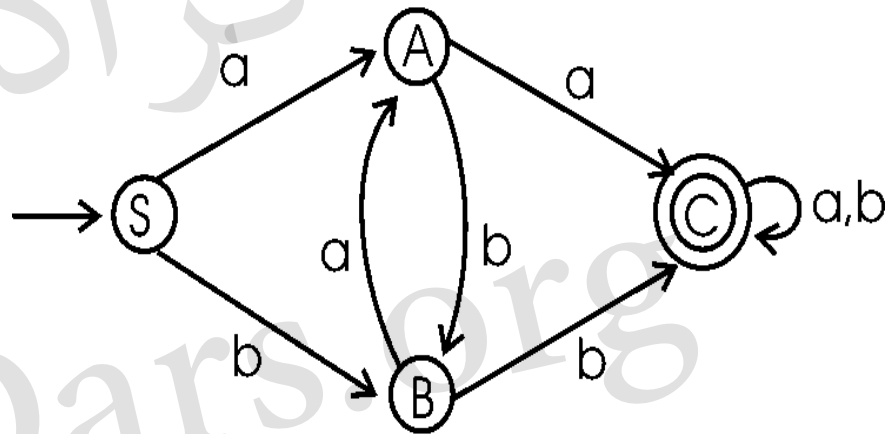
$$q_2 \rightarrow aq_3 \mid bq_0$$

$$q_3 \rightarrow aq_2 \mid bq_1$$

مثال

$$S \rightarrow aA$$
$$A \rightarrow abS \mid b$$


مثال

$$S \rightarrow aA \mid bB$$
$$A \rightarrow aC \mid bB \mid a$$
$$C \rightarrow aC \mid bC \mid a \mid b$$
$$B \rightarrow aA \mid bC \mid b$$


کاهش تعداد حالات در ماشین های متناهی

هر **dfa** یک زبان منحصر بفرد را تعریف می کند.

برای یک زبان ممکن است چند **dfa** وجود داشته باشد.

در عمل ممکن است از بین چند **dfa** که برای یک زبان وجود دارد، یکی را انتخاب کرد. معمولاً این

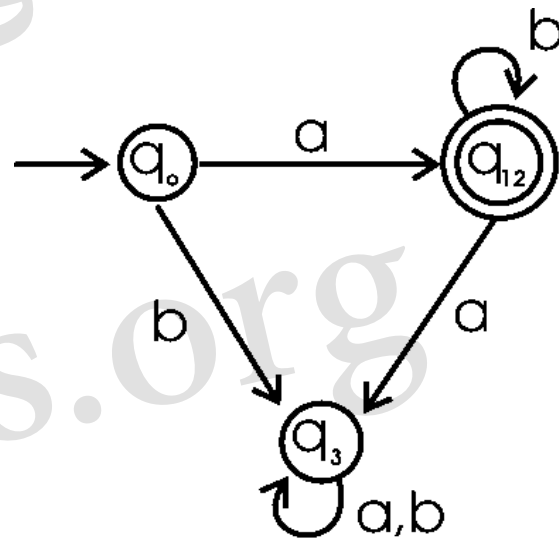
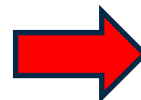
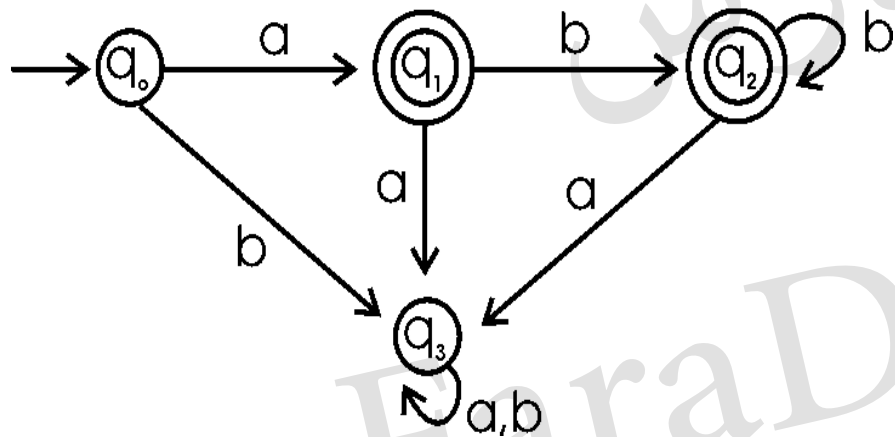
dfa دارای حالات کمتری می باشد.

در **dfa** می توان حالتی که دسترس پذیر نباشد را حذف کرد و بعضی از حالتها را که ادغام پذیر هستند

را با هم ادغام کرد.

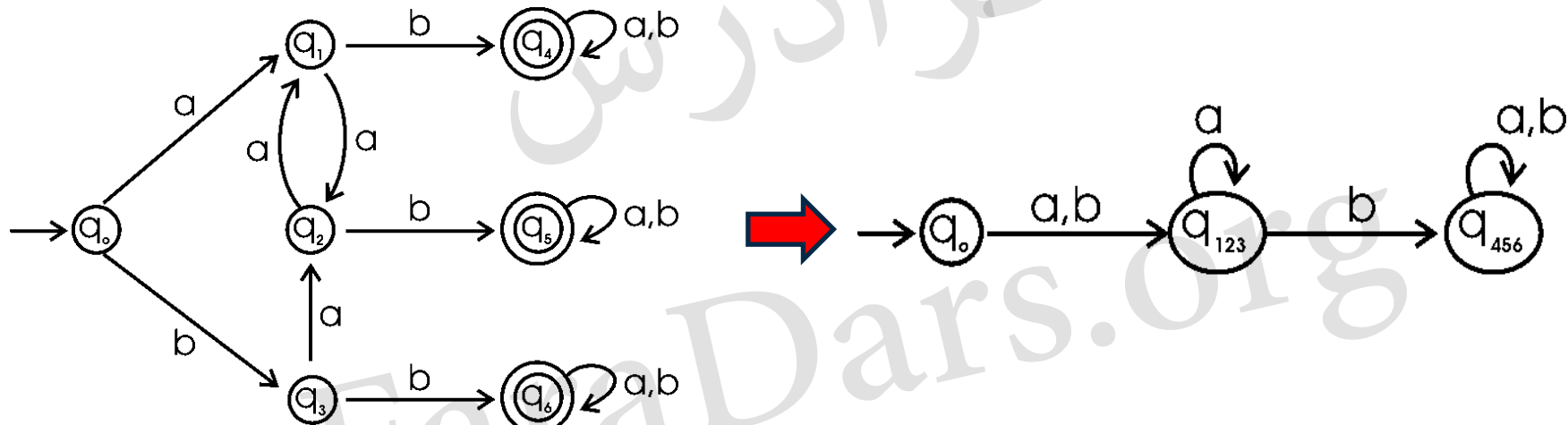
مثال

DFA زیر را کمینه نمایید.



مثال

DFA زیر را کمینه نمایید.



نحوه تشخیص منظم بودن یک زبان

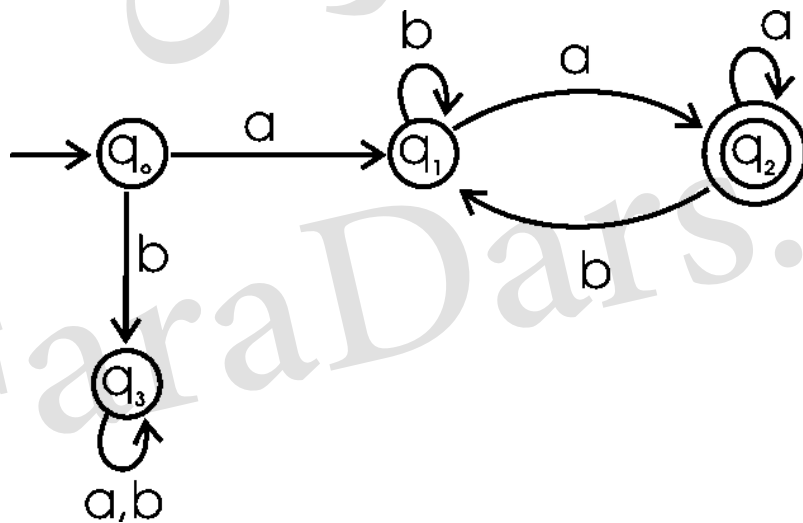
یک راه برای اینکه نشان دهیم یک زبان منظم است، این است که بتوان برای آن یک ماشین متناهی پیدا کرد.

زبان L منظم است اگر و فقط اگر یک DFA مانند M وجود داشته باشد به طوریکه $L = L(M)$.

مثال

نشان دهید که زبان $L = \{awa : w \in \{a,b\}^*\}$ منظم است.

کافی است که یک DFA برای آن پیدا کنیم.

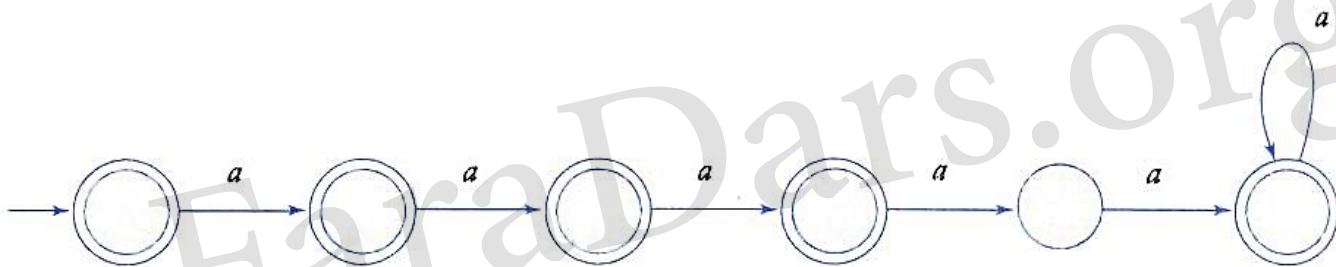


مثال

نشان دهید که زبان زیر منظم است؟ ($\Sigma = \{a\}$)

$$L = \{a^n : n \geq 0, n \neq 4\}$$

کافی است که یک DFA برای آن رسم کنیم :



پایان بخش اول

این اسلاید ها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس
«نظریه زبان ها و ماشین ها»
تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

faradars.org/fvsft110