



فرادرس

فراتر از یک کلاس درس  
www.faradars.org

# نظریه زبان ها و ماشین ها

مدرس:

**فرشید شیرافکن**

دانشجوی دکتری دانشگاه تهران

(کارشناسی و کارشناسی ارشد : کامپیوتر نرم افزار) (دکتری: بیوانفورماتیک)

## منابع

۱- پتر لینز

۲- مایکل سیپسر

۳- شیرافکن

## فهرست

### بخش اول:

عبارت منظم - زبان منظم - گرامر - گرامر منظم - اتوماتای متناهی (DFA , NFA)

### بخش دوم:

زبان و گرامر مستقل از متن - ابهام - ساده سازی - فرم های نرمال - اتوماتای پشته ای (PDA)

### بخش سوم:

ماشین های تورینگ - زبان های بازگشتی - گرامر بدون محدودیت - گرامر حساس به متن

## تعریف

عبارت منظم: ترکیبی است از سمبل ها از قبیل الفبا، پرانتز، عملگر بستار و عملگر الحاق .

FaraDars.org

عبارت منظم  $a^+b$

رشته‌هایی که با یک یا چند حرف  $a$  شروع شده و به  $b$  ختم می شوند.

مانند  $ab$  ،  $aab$  و  $aaab$  .

$$\Sigma = \{a, b\}$$

## مثال

 $ab^+$ 

رشته‌هایی که با یک حرف  $a$  شروع شده و به یک یا چند  $b$  ختم می‌شوند.

مانند :  $ab$  ،  $abb$  و  $abb$ .

FaraDars.org

## مثال

 $ab^*$ 

رشته‌هایی که با یک حرف  $a$  شروع شده و به صفر یا یک یا چند  $b$  ختم می شوند.

یعنی از  $b$  می توان استفاده نکرد و رشته  $a$  را تولید کرد.

## مثال

با فرض  $\Sigma = \{a\}$  :

$$\Sigma^+ = \{a, aa, aaa, \dots\}$$

$$\Sigma^* = \{\lambda, a, aa, aaa, \dots\}$$



## مثال

رشته‌های تولید شده با طول ۳ توسط  $(0 + 1)^+$ :

{000,001,010,011,100,101,110,111}

## مثال

تولید رشته  $baaababbaa$  از  $(bab^*aa)^+$

دو بار استفاده از عبارت داخل پرانتز :

بار اول  $baaa$

بار دوم  $babbaa$

## مثال

تولید رشته  $abaaabba$  از  $(ab^*a + ab)^+$

سه بار استفاده از عبارت داخل پرانتز :

بار اول  $ab$

بار دوم  $aa$

بار سوم  $abba$

## قوانین

$$(a^+)^* = a^*$$

$$(a^*)^+ = a^*$$

$$(a^*)^* = a^*$$

## قوانین

$$\phi^+ = \phi$$

$$\lambda^* - \phi^* = \phi$$

$$\phi^* = \{\lambda\}$$

$$\lambda - \phi^* = \phi$$

$$\lambda^* = \lambda$$

$$\lambda^* . \phi^* = \lambda$$

## قوانین

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* + \beta)^*$$

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* + \beta^*)^*$$

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha + \beta^*)^*$$

## قوانین

$$(\alpha + \beta)^* = (\alpha^* \beta^*)^*$$

$$(\alpha + \beta)^* = (\beta^* \alpha^*)^*$$

$$(\alpha + \beta)^* = \beta^* (\alpha \beta^*)^*$$

## معکوس عبارت منظم

$$(\alpha^*)^R = (\alpha^R)^*$$

$$(\alpha + \beta)^R = \alpha^R + \beta^R$$

$$(\alpha\beta)^R = \beta^R \alpha^R$$



## مثال

معکوس

 $ab(c + de)$ 

$$[(ab).(c + de)]^R$$

$$= (c + de)^R . (ab)^R$$

$$= (c^R + (de)^R).(b.a)$$

$$= (c + ed).ba$$

$$= (ed + c).ba$$

## تعریف

زبان : مجموعه ای از رشته‌های روی یک الفبای

FaraDars.org

## عملیات

عملیات قابل انجام بر روی زبان ها :

اجتماع

اشتراک

تفاضل

اتصال

معکوس

مکمل

همریختی

تقسیم راست.

## مثال

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

زبان

شامل رشته‌هایی با تعداد برابر  $a$  و  $b$  می‌باشد.

مانند:

$\{\lambda, ab, aabb, aaabbbb, \dots\}$

## اشتراک

$$L_1 = \{a^n b^n c^m : n \geq 0, m \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^n b^m c^m : n \geq 0, m \geq 0\}$$

چند جمله از زبان :

$$L_1 = \{\lambda, abc, abc^5, a^6 b^6 c^2, a^4 b^4 c^4, \dots\}$$

$$L_2 = \{\lambda, abc, a^4 b^5 c^5, a^4 b^4 c^4, a^3 b^6 c^6, \dots\}$$

$$L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n : n \geq 0\}$$

## اجتماع

$$L_1 = \{a^n b^m : n \geq 0, m \geq 0\}$$

$$L_2 = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

چند جمله از زبان :

$$L_1 = \{\lambda, ab, a^5 b^2, a^7 b^7, \dots\}$$

$$L_2 = \{\lambda, ab, a^2 b^2, a^5 b^5, a^7 b^7, \dots\}$$

زبان  $L_2$  زیر مجموعه  $L_1$  است. در نتیجه اجتماع آنها  $L_1$  است.

## اتصال

$$L_1.L_2 = \{xy : x \in L_1, y \in L_2\}$$

FaraDars.org

## مثال

$$L_1 = \{10,1\}$$

$$L_2 = \{01,011,11\}$$

$$L_1 L_2 = \{1001,10011,1011,101101,1011111\}$$



## مثال

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\}$$

$$L^2 = \{a^n b^n a^k b^k : n \geq 0, k \geq 0\}$$

## مثال

$$L = \{awa : w \in \{a,b\}^*\}$$

$$L^2 = \{aw_1aaw_2a : w_1, w_2 \in \{a,b\}^*\}$$

## روابط

$$L_1 L_2 \neq L_2 L_1$$

$$L_1 (L_2 \cup L_3) = L_1 L_2 \cup L_1 L_3$$

$$L_1 (L_2 \cap L_3) \neq L_1 L_2 \cap L_1 L_3$$

## معکوس زبان

$$L^R = \{w^R : w \in L\}$$

روابط

$$(L^R)^R = L$$

$$((L^R)^n)^R = L^n$$

$$(L^R)^n = (L^n)^R$$

$$(L_1 L_2)^R = L_2^R L_1^R$$

## مثال

$$L = \{a^n b^n : n \geq 0\} \rightarrow L^R = \{b^n a^n : n \geq 0\}$$

مکمل

$$\overline{L} = \Sigma^* - L$$

## مثال

$$L = \{a^n b^n : n \in N\} \rightarrow \bar{L} = \{a^x b^y : x \neq y\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$



## مثال

$$L = \{0^n 1^n 0^n : n \in N\} \quad \Rightarrow \quad \bar{L} = \{0^n 1^m 0^k : n \neq m \neq k\}$$

$$\Sigma = \{0,1\}$$

## مثال

$$L = \{aa, bb\}$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\bar{L} = \{\lambda, a, b, ab, ba\} \cup \{w \in \{a, b\}^* : |w| \geq 3\}$$

## تقسیم راست

اگر  $L_1$  و  $L_2$  زبان های تعریف شده بر روی یک الفبای یکسان باشند، تقسیم راست  $L_1$  به  $L_2$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$L_1/L_2 = \{x:y \in L_2 \mid xy \in L_1\}$$

## مثال

$$L_1 = \{001101, 0101010, 0011100, 10101010\}$$

$$L_2 = \{01, 10\}$$

$$L_1 = \{\underline{001101}, \underline{0101010}, 011100, \underline{10101010}\}$$

$$L_1 / L_2 = \{0011, 01010, 101010\}$$

## هم ریختی (homomorphism)

با فرض اینکه  $\Sigma$  و  $\Gamma$  دو الفبا باشند، آنگاه تابع  $h : \Sigma \rightarrow \Gamma^*$  همریختی نامیده می شود.

یک نوع جایگزینی است که در آن به جای یک سمبل، از یک رشته استفاده می شود.

تصویر همریختی زبان  $L$ :

$$h(L) = \{h(w) : w \in L\}$$

## مثال

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$\Gamma = \{a, b, c\}$$

$$h(bba) = ?$$

$$h(a) = abc$$

$$h(b) = cb$$

$$h(bba) = cbcbabc$$

پاسخ:

فرادرس  
پایان

FaraDars.org

این اسلاید ها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس  
«نظریه زبان ها و ماشین ها»  
تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

**faradars.org/fvsft110**