Un paseo por el espacio modular con lagrangianos especiales

John Liu Anta
Tutor: Wieland Staessens

6 de septiembre de 2017

Objetivo

- Teoría de cuerdas unifica las interacciones gauge con la gravedad
- Deseable obtener el Modelo Estándar a bajas energías
- Consideramos un formalismo concreto: Intersecciones de D6-branas en la teoría Tipo IIA (Ibañez, Uranga '12)
- Estudiamos las subvariedades sobre las que se enrollan las D6-branas (lagrangianos especiales):
  - Topología + Deformaciones
  - Intersecciones
  - Volumen
- En este trabajo, espacio compactificado en la quíntica aplicando la proyección orientifold

Compactificaciones de la teoría Tipo IIA

- Necesitamos reducir las 10 dimensiones a 4 dimensiones espacio-temporales
- Espacio total es $M_4 \times X$, espacio interno una variedad de Calabi-Yau X
- Una **variedad de Calabi-Yau** (CY) es una variedad equipada con una estructura compleja J, una forma de Kähler k, una tres forma Ω_3 y una métrica g que satisface $R_{ab}[g] = 0$ Deformaciones de k y J definen el **espacio modular**. (Green, Schwarz, Witten '88)
- Ejemplo CY: la **quíntica de Fermat**, una subvariedad de $\mathbb{CP}^4$
- $\mathbb{CP}^4$ se define como $(z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) \in \mathbb{C}^5 \backslash 0$ módulo la relación de equivalencia $(\lambda z_1, \lambda z_2, \lambda z_3, \lambda z_4, \lambda z_5) \sim (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5)$
- La quíntica de Fermat se define como:

$$z_1^5 + z_2^5 + z_3^5 + z_4^5 + z_5^5 = 0$$

Compactificaciones de la teoría Tipo IIA

- Otro punto del espacio modular de la quíntica es:

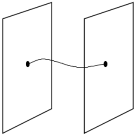
  $$z_1^5 + z_2^5 + z_3^5 + z_4^5 + z_5^5 - 5\psi z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 = 0$$

  ψ es complejo
- Compactificaciones de la teoría Tipo II en CY no permiten una teoría efectiva con fermiones quirales
- Necesario aplicar la **proyección orientifold**: tomamos el espacio cociente $X/\Omega\mathcal{R}$. Ω invierte la orientación de las cuerdas. $\mathcal{R}$ es una simetría $\mathbb{Z}_2$.
  En la quíntica $\mathcal{R}$ es la conjugación compleja de coordenadas: $z \to \bar{z}$
- Efecto de la proyección orientifold sobre el espacio modular:

  $$z_1^5 + z_2^5 + z_3^5 + z_4^5 + z_5^5 - 5\psi z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 = 0$$

  ψ ha de ser real

D-branas



- Elementos fundamentales de la teoría Tipo IIA: cuerdas abiertas y Dp-branas
- Dp-branas: generalización de cuerdas a objetos $(p+1)$-dimensionales
- Consideramos solo D6-branas, se extienden en M_4 y se enrollan en 3 dimensiones internas
- Excitaciones de cuerdas abiertas con extremos en D6-branas describen partículas
- Cuerdas con extremos en N D6-branas apiladas describen como partículas no masivas bosones gauge $U(N)$
- Cuerdas con extremos en una pila de N_1 D6-branas y otra de N_2 D6-branas que se intersecan se localizan en la intersección. Describen como partículas no masivas fermiones en la representación $(\mathbf{N_1}, \bar{\mathbf{N}}_\mathbf{2})$ de $U(N_1) \times U(N_2)$.

Lagrangianos especiales en la quíntica

- Las branas han de enrollarse en una subvariedad particular: **lagrangianos especiales** Π. Definidos como $k|_\Pi = 0$ y $\mathrm{Im}(e^{-i\phi}\Omega)|_\Pi = 0$.
  En la quíntica con la proyección orientifold, 125 lagrangianos especiales dados por puntos que satisfacen z real. 500 lagrangianos especiales adicionales se obtienen mediante rotaciones $\mathbb{Z}_5^4$: $z_i \to e^{i\frac{2\pi}{5}} z_i$
  (Becker, Becker, Strominger '95)
- La topología de los lagrangianos especiales obtenidos en la quíntica es $\mathbb{RP}^3$. Esta topología implica que los lagrangianos especiales no admiten deformaciones $\implies$ las branas se mantienen rígidas

Lagrangianos especiales en la quíntica

- En la quíntica no hay ninguna intersección entre lagrangianos especiales que preserve la supersimetría $\implies$ No hay fermiones quirales.(Brunner et al. '00)
  Solución posible: tomar combinaciones lineales de lagrangianos espaciales no supersimétricos (Blumenhagen et al. '12)
- Acoplo de la teoría gauge de la D-brana determinado por el volumen del lagrangiano especial: $V \sim 1/g^2$
- En la quíntica no sabemos resolver la integral del volumen. Limitamos el dominio de integración a las coordenadas positivas para obtener una cota inferior:

$$V \geq \frac{\Gamma\left(\frac{1}{5}\right)\Gamma\left(\frac{3}{10}\right)\Gamma\left(\frac{11}{10}\right)\Gamma\left(\frac{6}{5}\right)}{5 \times 2^{1/5}\pi} \approx 0{,}61$$

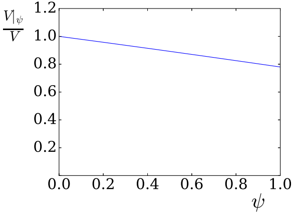
Deformaciones de la quíntica

- Hay 101 deformaciones posibles de la quíntica de Fermat. Consideramos

$$z_1^5 + z_2^5 + z_3^5 + z_4^5 + z_5^5 - 5\psi z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 = 0$$

- Propiedades topológicas permanecen invariantes: rigidez de los lagrangianos especiales, no hay intersecciones
- El volumen depende de ψ. Comparamos la cota inferior del volumen dividiendo entre el volumen sin deformar

$$V_\psi / V \approx 1 - 0{,}21\psi - 0{,}01\psi^2 + O(\psi^3)$$



Conclusión

- Lagrangianos especiales supersimétricos en la quíntica son rígidos. Sin embargo, nunca se intersecan, por lo que no describen fermiones quirales
- Podríamos aplicar un tratamiento similar para otras compactificaciones
- Interesante estudiar el resto de deformaciones de la quíntica y un método para el cálculo preciso del volumen de los lagrangianos especiales

GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN

Deformaciones de lagrangianos especiales

-