La entropía de los agujeros negros y el problema de Hagedorn

John Liu Anta
Tutor: Miguel Ángel Ramos Osorio

22 de julio de 2016

Objetivo

- Temperatura Hagedorn: temperatura a partir de la cual la descripción termodinámica de cuerdas parece perder sentido
- Muy estudiada en espacios planos
- ¿Qué pasa si hay curvatura debido a la gravedad?
- Para agujeros negros, encontramos que la temperatura de Hagedorn coincide con la temperatura de Hawking

Motivación

- Teoría de cuerdas: Consideramos una teoría cuántica relativista en la cual las entidades fundamentales son cuerdas, no partículas
- Cuerdas bosónicas y cuerdas supersimétricas (incluyen fermiones)
- La cuerdas se pueden excitar. Cada excitación de la cuerda corresponde a un estado

Temperatura de Hagedorn

- Hay distintos estados de vibración con la misma energía
- Densidad de estados $\omega(E)$: $\omega(E)\delta E$ número de estados en el intervalo $(E, E+\delta E)$
- Para cuerdas

$$\omega(E) \approx \frac{e^{\beta_H E}}{E^{D/2+1}}$$

- Temperatura de Hagedorn para cuerdas bosónicas cerradas

$$\beta_H = \frac{1}{k_B T_H} = 4\pi\sqrt{\alpha'}, \qquad \alpha' = \frac{1}{2\pi \cdot \text{tensión}}$$

$$T_H \approx 10^{30}\,\mathrm{K} \quad !$$

Temperatura de Hagedorn

- Cuerda en contacto con una fuente de calor a temperatura β
- Probabilidad de que un estado con energía E esté ocupado es

$$p(E) = \frac{e^{-\beta E}}{Z}, \quad \text{Z: función de partición (normalización)}$$

Temperatura de Hagedorn

- Cuerda en contacto con una fuente de calor a temperatura β
- Probabilidad de que un estado con energía E esté ocupado es

$$p(E) = \frac{e^{-\beta E}}{Z}, \quad \text{Z: función de partición (normalización)}$$

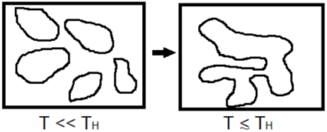
- ¡PROBLEMA! Si $T > T_H$, la probabilidad de que la cuerda tenga energía E crece con E

$$p(E)\omega(E) \approx e^{(\beta_H - \beta)E}$$

  y Z diverge
- Divergencia debida a los estados muy masivos

¿Qué ocurre cerca de la temperatura de Hagedorn?

- ¿Temperatura límite?
- Las cuerdas tiende a unirse en una sola cuerda muy larga

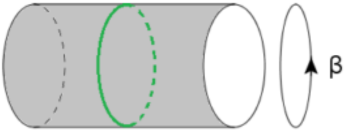


- La energía libre también diverge

$$F(\beta) = E - TS$$

Enfoque alternativo

- Suponemos un tiempo imaginario con periodo β
- Calculamos la energía libre mediante la integral de camino: hacemos una "suma"sobre todas las posibles configuraciones de la cuerda
- Estado que se enrolla en el tiempo causa la divergencia de Hagedorn



$$m^2 = \frac{\beta^2 - \beta_H^2}{4\pi^2\alpha'^2}$$

- Pasa a tener masa imaginaria si $T > T_H$ (estado taquiónico)

Radiación de Hawking

- Horizonte de sucesos: superficie de la cual nada puede escapar
- Un agujero negro debería emitir radiación de cuerpo negro a la temperatura de Hawking

$$T_{haw} = \frac{\hbar c^3}{8\pi k_B G M}$$

- Temperatura muy pequeña, para un agujero negro con la masa del Sol, 60 nK.

Cuerdas cerca de agujeros negros

- Asumimos que la divergencia de Hagedorn se sigue debiendo al estado taquiónico
- Calculamos la integral de camino asociada a un campo taquiónico T
- Partimos de la acción

$$S = \frac{1}{2} \int d^d x \sqrt{G} e^{-2\Phi} \left(G^{\mu\nu} \partial_\mu T \partial_\nu T + m^2 T^2 \right),$$

- Haciendo un desarrollo de Fourier e integrando por partes

$$S \approx \int d^{d-1} x \sqrt{G} e^{-2\Phi} T^* \widehat{O} T$$

donde

$$\widehat{O} = -G^{ij} \nabla_i \partial_j - G^{ij} \frac{\partial_j \sqrt{G_{00}}}{\sqrt{G_{00}}} \partial_i + m^2_{efectiva}(x)$$

Cuerdas cerca de agujeros negros

- La integral de camino de la acción obtenida es

$$Z = \int \mathcal{D}T e^{-S/\hbar} = \det \widehat{O}^{-1}$$

- La energía libre es

$$F = -\frac{1}{\beta}\ln Z = \frac{1}{\beta}\operatorname{Tr}\ln \widehat{O}$$

$$F = -\frac{1}{\beta}\int_0^\infty \frac{dT}{T}\operatorname{Tr} e^{-T\widehat{O}}$$

- Sustituimos $\widehat{O}$ para las proximidades de un agujero negro (de Schwarzschild) y buscamos sus valores propios

$$ds^2 = \frac{\rho^2}{(4GM)^2}d\tau^2 + d\rho^2 + d\mathbf{x}_\perp^2$$

$$\widehat{O} = -\partial_\rho^2 - \frac{1}{\rho}\partial_\rho - \frac{2}{\alpha'} + \frac{\beta^2}{4\pi^2\alpha'^2}\frac{\rho^2}{(4GM)^2}$$

- Los valores propios son

$$\lambda_n = \frac{\beta(1+2n)}{(4GM)^2} - 2\pi$$

$$F \sim -\frac{1}{\beta}\int_0^\infty \frac{dT}{T}\left(\frac{1}{T^4}\right)e^{T\frac{c^3}{4GM}(\beta_{haw}-\beta)}$$

- La divergencia de la energía libre se produce a la temperatura de Hawking

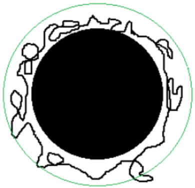
$$T_H = T_{haw}$$

Entropía de agujeros negros

- Un observador externo percibiría que la materia que ha atravesado el horizonte se acerca eternamente al horizonte sin cruzarlo. Nunca se alcanza el equilibrio
- Se podría acumular una cantidad infinita de materia (información) en el horizonte
- No sucede lo mismo con cuerdas. La función de onda es

$$\psi(\rho) \sim e^{-\frac{\rho^2}{2L^2}}$$

- Las cuerdas alcanzan el equilibrio en el entorno del agujero negro



Entropía de agujeros negros

- Supongamos que cae una cuerda con energía δE al agujero negro

$$\delta S = \delta(k_B \ln \omega) = \frac{\delta E}{T_H}$$

$$\delta S = c^2 \frac{\delta M}{T_{haw}} = \frac{8\pi k_B G M}{\hbar c} \delta M$$

- Integrando, recuperamos la entropía de Bekenstein-Hawking

$$S = k_B \frac{c^3 A}{4\hbar G},$$

proporcional al área del agujero negro $A = 4\pi \left(\frac{2GM}{c^2}\right)^2$

Conclusión

- Cálculos con mayor rigor
  - Correcciones a orden superior
  - Geometrías más generales
- Cálculo de la entropía con branas (Strominger y Vafa)
- Problema de la información, fuzzballs, firewalls...

GRACIAS POR VUESTRA ATENCIÓN