Optymalizacja systemu sygnalizacji świetlnej w oparciu o przepływowy model ruchu pojazdów.

Michał Lis

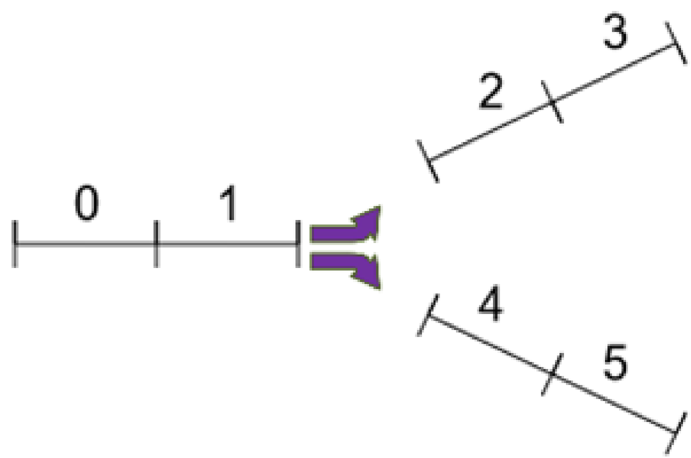
8 lipca 2019

Spis treści

Rozdział 1

Środowiska symulacyjne i ich nauka

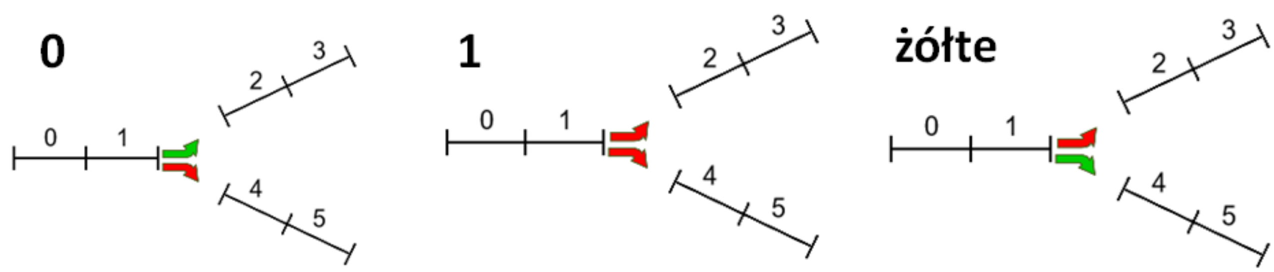
1.1 Środowisko 11



Rysunek 1.1: środowisko 11

Środowisko posiada 3 jednokierunkowe drogi. Każda droga ma 2 odcinki co daje w sumie 6 odcinków (są numerowane od 0 co widać na rysunku (1.1)). W sieci dróg znajduje się jedno skrzyżowanie. Jest do niego przypisany agent, który odpowiada za sterowanie sygnalizacją świetlną.

1.1.1 Sygnalizacje świetlne



Rysunek 1.2: środowisko 11 - fazy świateł

Skrzyżowanie posiada 3 fazy świetlne przedstawione powyżej. Fazy 0 i 1 posiadają pewne zielone światła i umożliwiają ruch. Automatycznie ustawiana jest faza żółtych świateł przez 2 interwały czasowe w przypadku podjęcia akcji zmiany aktualnej fazy. Agent może także oczywiście przedłużyć aktualną fazę.

1.1.2 Możliwe do wykonania manewry

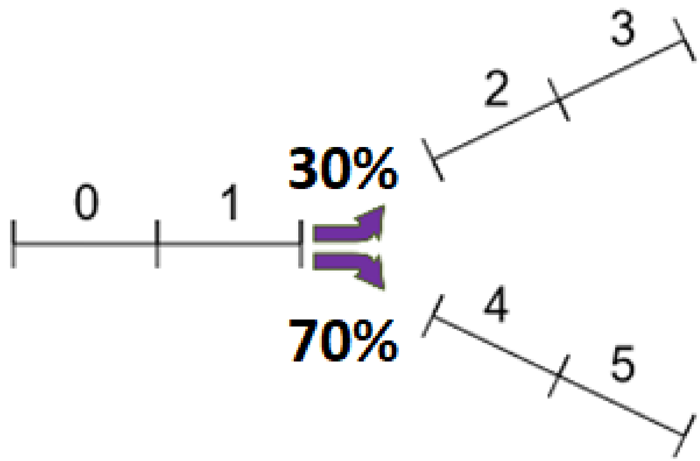
Niech wektor $[i, j]$ będzie manewrem polegającym na bezpośrednim przejeździe z odcinka i na odcinek j. Zostanie teraz zdefiniowana macierz sygnalizacji świetlnej $\mathbf{S}$. Określa ona wykonalność dowolnego manewru.

$$S_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla niemożliwego manewru} \quad (1.1) \\ 0 & \text{dla manewru wstrzymanego przez czerwone światło} \quad (1.2) \\ 1 & \text{dla manewru zezwolonego przez zielone światło} \quad (1.3) \\ 1 & \text{dla manewru nie wymagającego sygnalizacji świetlnej} \quad (1.4) \end{cases}$$

Przykłady poszczególnych manewrów są następujące:

- (1.1) Niemożliwym manewrem jest np. $[0, 2]$, gdyż nie ma możliwości bezpośredniego przejazdu z odcinka 0 do 2.
- (1.2) - Dla fazy świetlnej 0 manewrem zatrzymanym przez czerwone światło jest $[1, 4]$.
- (1.3) - Manewrem zezwolonym przez zielone światło dla fazy 0 jest $[1, 2]$.
- (1.4) - Prawidłowym manewrem bez sygnalizacji świetlnej są manewry $[0, 1]$, $[2, 3]$, $[4, 5]$.

1.1.3 Przepływ pojazdów



Rysunek 1.3: środowisko 11 - fazy świateł

Pojazdy pokonują jeden odcinek podczas jednego pełnego interwału czasowego. Skrzyżowanie posiada dwa możliwe manewry do wykonania. Dla każdego pojazdu prawdopodobieństwo skrętu w prawo to 70 procent. Jazda w lewo z kolei to pozostałe 30 procent prawdopodobieństwa. Taki sposób przepływu definiuje rzadką macierz prawdopodobieństwa **P** o wymiarach 6 na 6.

- $\mathbf{P}[1,2] = 0.3$ wyznacza manewr skrętu w lewo
- $\mathbf{P}[1,4] = 0.7$ wyznacza manewr skrętu w prawo
- $\mathbf{P}[0,1] = 1 \quad \mathbf{P}[2,3] = 1 \quad \mathbf{P}[4,5] = 1$ co wynika z przepływu pojazdów pomiędzy sekcjami na jednej drodze
- Pozostałe wartości macierzy **P** to zera

Macierz stanowa A jest określona następująco:

$$A_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla } S[i,j] = 0 \vee i \in 3,5 \quad (1.5) \\ P[i,j] & \text{dla } S[i,j] = 1 \quad (1.6) \\ 1 - \delta(i) & \text{dla } i = j \wedge i \notin 3,5 \quad (1.7) \end{cases}$$

Gdzie delta jest sumą wszystkich pozostałych liczb kolumny i rozważanej macierzy, czyli:

$$\delta(i) = \sum_{j \in \{0,\ldots,5\}, j!=i} P[i,j] \tag{1.8}$$

Dla rozważanego środowiska macierz stanowa jest następująca:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1-\delta(0) & P[1,0] & P[2,0] & 0 & P[4,0] & 0 \\ P[0,1] & 1-\delta(1) & P[2,1] & 0 & P[4,1] & 0 \\ P[0,2] & P[1,2] & 1-\delta(2) & 0 & P[4,2] & 0 \\ P[0,3] & P[1,3] & P[2,3] & 0 & P[4,3] & 0 \\ P[0,4] & P[1,4] & P[2,4] & 0 & 1-\delta(4) & 0 \\ P[0,5] & P[1,5] & P[2,5] & 0 & P[4,5] & 0 \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

Macierz **P** jest zależna od aktualnej fazy świetlnej. Jeśli aktualną fazą jest 0 to macierz stanowa jest następująca:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

Dla fazy 1 macierz stanowa jest równa:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.11}$$

Końcowe równanie stanu jest następujące:

$$\mathbf{x[t]} = \mathbf{Ax[t\text{-}1]} + \mathbf{u[t\text{-}1]} \tag{1.12}$$

Gdzie $\mathbf{u[t]}$ to wektor pojazdów napływających do układu. Wektor określa źródła ruchu drogowego. Dla rozważanego środowiska jedynie pierwszy element wektora **u** jest niezerowy i określa on ilość pojazdów napływających do odcinka 0 z poza układu.

1.1.4 Pojęcie zatoru

Powyzsze przedstawienie macierzy stanowej nie zawiera w sobie jeszcze pojecia zatoru drogowego. W jednym interwale czasowym moze przejechac przez skrzyzowanie astronomiczna wręcz liczba pojazdów. Dodane zostanie zatem ograniczenie do maksymalnie 10 pojazdów przejezdzajacych wedle ustalonego manewru w trakcie jednego interwału czasowego. Ograniczenie to nie będzie dotyczyło jedynie manewru opuszczenia układu przez pojazdy. Nalezy sformułowac funkcje, która okresli przepływ z uwzglednieniem tworzenia sie zatoru w przypadku wiekszej liczby pojazdów. Niech $[i, j]$ będzie manewrem przejazdu z odcinka i na odcinek j. Wtedy funkcja zatoru jest nastepujaca:

$$f(i,j) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \mathbf{S}[i,j] = 0 \text{ - niemożliwy przejazd} & (1.13) \\ \mathbf{P}[i,j] & \text{dla } \mathbf{S}[i,j] = 1 \wedge \mathbf{P}[i,j]x[i] < 10 \text{ - przejazd bez zatoru} & (1.14) \\ \dfrac{10}{x[i]} & \text{dla } \mathbf{S}[i,j] = 1 \wedge \mathbf{P}[i,j]x[i] \geq 10 \text{ - przejazd z zatorem} & (1.15) \end{cases}$$

Macierz stanowa A z uwzględnieniem zatorów dla układu z n odcinkami przedstawia się następująco:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1-\delta(0) & f(1,0) & ... & f(n,0) \\ f(0,1) & 1-\delta(1) & ... & f(n,1) \\ f(0,2) & f(1,2) & ... & f(n,2) \\ ... & ... & ... & ... \\ f(0,n) & f(35,1) & ... & 1-\delta(n) \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

Gdzie δ w tym przypadku to:

$$\delta(i) = \sum_{j \in \{0,...,n\}, j!=i} f(i,j) \tag{1.17}$$

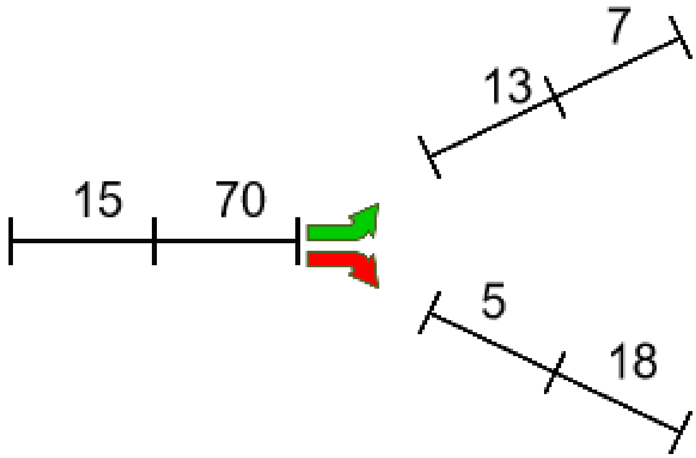
Dla rozważanego środowiska macierz $\mathbf{A}$ wedle powyższego wzoru (1.16) to:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1-\delta(0) & f(1,0) & f(2,0) & 0 & f(4,0) & 0 \\ f(0,1) & 1-\delta(1) & f(2,1) & 0 & f(4,1) & 0 \\ f(0,2) & f(1,2) & 1-\delta(2) & 0 & f(4,2) & 0 \\ f(0,3) & f(1,3) & f(2,3) & 0 & f(4,3) & 0 \\ f(0,4) & f(1,4) & f(2,4) & 0 & 1-\delta(4) & 0 \\ f(0,5) & f(1,5) & f(2,5) & 0 & f(4,5) & 0 \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

Równanie stanu $\mathbf{x[t]} = \mathbf{Ax[t\text{-}1]} + \mathbf{u[t\text{-}1]}$ zgodne z powyżej zdefiniowaną (1.16) macierzą stanu $\mathbf{A}$ opisuje ruch uliczny z uwzględnieniem możliwych zatorów.

1.1.5 Przykład przepływu pojazdów na zatłoczonych drogach

Rozważmy poniższą sytuację na drodze w chwili $t-1$:



- Zatory są na odcinkach 0,1,2 i 5 (odpowiednio ilości pojazdów 15,70,13,18).
- Obecna faza świetlna to 0.

Prześledźmy rozwój sieci dróg. W tym celu ustalone zostaną macierze **S** oraz **A** dla powyższej sytuacji.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.19}$$

Macierz A jest następująca:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1-\delta(0) & f(1,0) & f(2,0) & 0 & f(4,0) & 0 \\ f(0,1) & 1-\delta(1) & f(2,1) & 0 & f(4,1) & 0 \\ f(0,2) & f(1,2) & 1-\delta(2) & 0 & f(4,2) & 0 \\ f(0,3) & f(1,3) & f(2,3) & 0 & f(4,3) & 0 \\ f(0,4) & f(1,4) & f(2,4) & 0 & 1-\delta(4) & 0 \\ f(0,5) & f(1,5) & f(2,5) & 0 & f(4,5) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{10}{15} & \frac{60}{70} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{10}{70} & \frac{3}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.20}$$

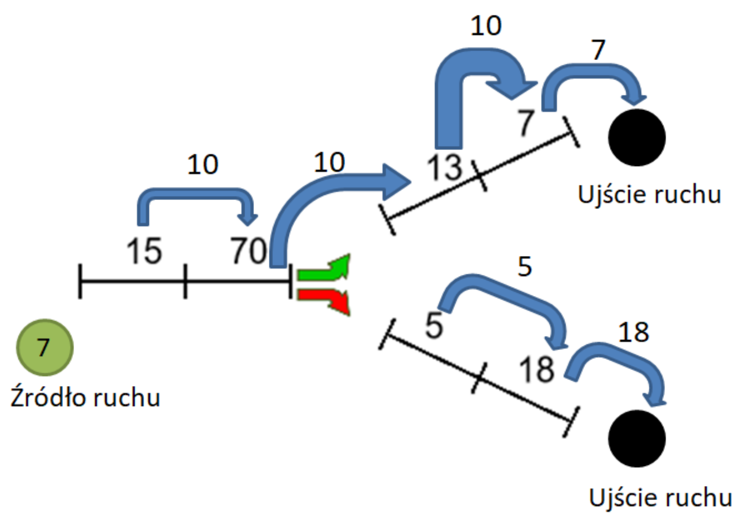
Dla przykładu szczegółowo zostaną policzone wartości zerowej kolumny macierzy **A**, która dotyczy pojazdów wyjeżdżających z odcinka 0. Pozostałe wartości są liczone analogicznie.

- Korzystając ze wzoru (1.15) ustalone zostaje $f(0,1) = \frac{10}{15}$. Jest to przypadek zatoru i jedynie 10 pojazdów z 15 przemieszcza się do następnego odcinka.
- Wartości $f(0,2),(0,3),(0,4),(0,5)$ są równe 0, gdyż są to przypadki (1.13) nieistniejących manewrów.
- $A[0,0] = 1-\delta(0) = 1-f(0,1)-f(0,2)-f(0,3)-f(0,4)-f(0,5) = 1-\frac{10}{15}-0-0-0-0 = \frac{5}{15}$

Ustalone zostaje, że do odcinka 0 wjeżdża z poza układu 7 pojazdów co jest przedstawione w wektorze **u[t-1]**. Stan w momencie t wyliczony z równania stanu jest następujący:

$$\mathbf{x}[\mathbf{t}] = \mathbf{A}[\mathbf{t\text{-}1}]\mathbf{x}[\mathbf{t\text{-}1}] + \mathbf{u}[\mathbf{t\text{-}1}] = \begin{bmatrix} \frac{5}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{10}{15} & \frac{60}{70} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{10}{70} & \frac{3}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 15 \\ 70 \\ 13 \\ 7 \\ 5 \\ 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 70 \\ 13 \\ 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Poniższy obraz przedstawia sytuację w środowisku w chwili t-1 oraz przepływ pojazdów, który miał miejsce między momentem $t-1$ a t.



W rezultacie w chwili t obecny jest następujący stan: