

# Optymalizacja systemu sygnalizacji świetlnej w oparciu o przepływowy model ruchu pojazdów.

Michał Lis

5 lipca 2019



# Spis treści

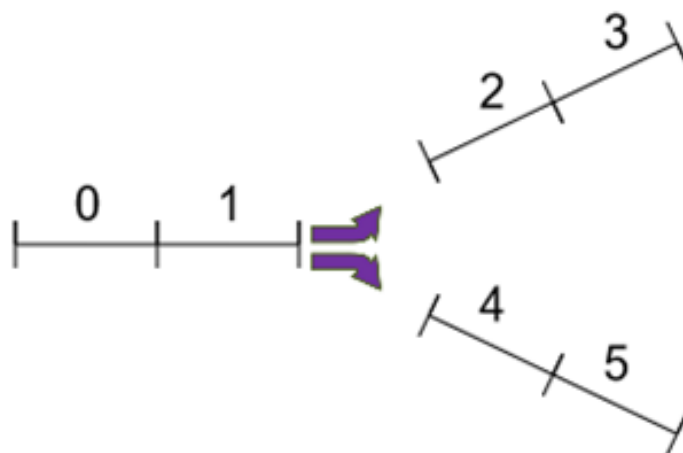
<b>1</b>	<b>Środowiska symulacyjne i ich nauka</b>	<b>5</b>
1.1	Środowisko 11 . . . . .	5
1.1.1	Sygnalizacje świetlne . . . . .	6
1.1.2	Możliwe do wykonania manewry . . . . .	6
1.1.3	Przepływ pojazdów . . . . .	7
1.1.4	Pojęcie zatoru . . . . .	9
1.1.5	Przykład przepływu pojazdów na zatłoczonych drogach . . . . .	9



# Rozdział 1

## Środowiska symulacyjne i ich nauka

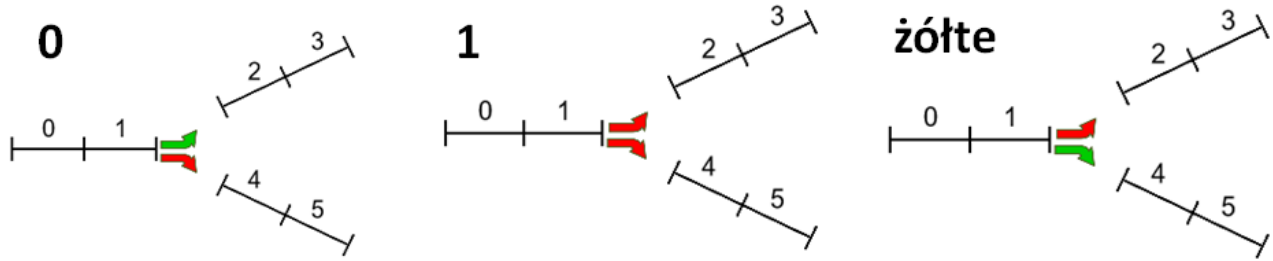
### 1.1 Środowisko 11



Rysunek 1.1: środowisko 11

Środowisko posiada 3 jednokierunkowe drogi. Każda droga ma 2 odcinki co daje w sumie 6 odcinków (są numerowane od 0 co widać na rysunku (1.1)). W sieci dróg znajduje się jedno skrzyżowanie. Jest do niego przypisany agent, który odpowiada za sterowanie sygnalizacją świetlną.

### 1.1.1 Sygnalizacje świetlne



Rysunek 1.2: środowisko 11 - fazy świateł

Skrzyżowanie posiada 3 fazy świetlne przedstawione powyżej. Fazy 0 i 1 posiadają pewne zielone światła i umożliwiają ruch. Automatycznie ustawiana jest faza żółtych świateł przez 2 interwały czasowe w przypadku podjęcia akcji zmiany aktualnej fazy. Agent może także oczywiście przedłużyć aktualną fazę.

### 1.1.2 Możliwe do wykonania manewry

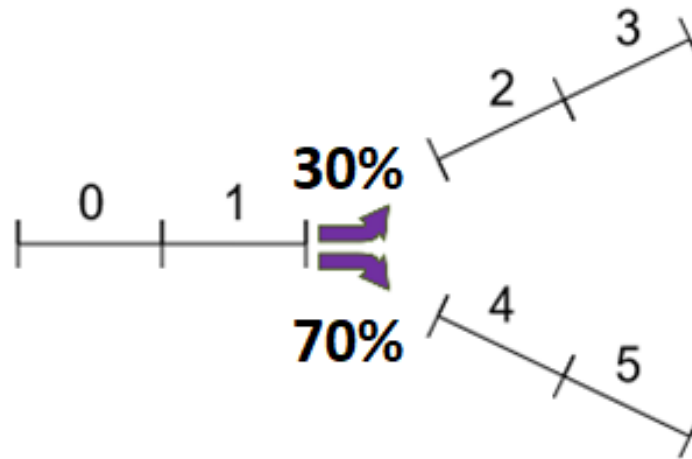
Niech wektor  $[i, j]$  będzie manewrem polegającym na bezpośrednim przejeździe z odcinka  $i$  na odcinek  $j$ . Zostanie teraz zdefiniowana macierz sygnalizacji świetlnej  $S$ . Określa ona wykonalność dowolnego manewru.

$$S_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla niemożliwego manewru} & (1.1) \\ 0 & \text{dla manewru wstrzymanego przez czerwone światło} & (1.2) \\ 1 & \text{dla manewru zezwolonego przez zielone światło} & (1.3) \\ 1 & \text{dla manewru nie wymagającego sygnalizacji świetlnej} & (1.4) \end{cases}$$

Przykłady poszczególnych manewrów są następujące:

- (1.1) Niemożliwym manewrem jest np.  $[0, 2]$ , gdyż nie ma możliwości bezpośredniego przejazdu z odcinka 0 do 2.
- (1.2) - Dla fazy świetlnej 0 manewrem zatrzymanym przez czerwone światło jest  $[1, 4]$ .
- (1.3) - Manewrem zezwolonym przez zielone światło dla fazy 0 jest  $[1, 2]$ .
- (1.4) - Prawidłowym manewrem bez sygnalizacji świetlnej są manewry  $[0, 1]$ ,  $[2, 3]$ ,  $[4, 5]$ .

### 1.1.3 Przepływ pojazdów



Rysunek 1.3: środowisko 11 - fazy świateł

Pojazdy pokonują jeden odcinek podczas jednego pełnego interwału czasowego. Skrzyżowanie posiada dwa możliwe manewry do wykonania. Dla każdego pojazdu prawdopodobieństwo skrętu w prawo to 70 procent. Jazda w lewo z kolei to pozostałe 30 procent prawdopodobieństwa. Taki sposób przepływu definiuje rzadką macierz prawdopodobieństwa  $\mathbf{P}$  o wymiarach 6 na 6.

- $\mathbf{P}[1, 2] = 0.3$  wyznacza manewr skrętu w lewo
- $\mathbf{P}[1, 4] = 0.7$  wyznacza manewr skrętu w prawo
- $\mathbf{P}[0, 1] = 1$   $\mathbf{P}[2, 3] = 1$   $\mathbf{P}[4, 5] = 1$  co wynika z przepływu pojazdów pomiędzy sekcjami na jednej drodze
- Pozostałe wartości macierzy  $\mathbf{P}$  to zera

Macierz stanowa  $A$  jest określona następująco:

$$A_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla } S[i, j] = 0 \vee i \in 3, 5 \\ P[i, j] & \text{dla } S[i, j] = 1 \\ 1 - \delta(i) & \text{dla } i = j \wedge i \notin 3, 5 \end{cases} \quad (1.5)$$

$$(1.6)$$

$$(1.7)$$

Gdzie delta jest sumą wszystkich pozostałych liczb kolumny i rozważanej macierzy, czyli:

$$\delta(i) = \sum_{j \in \{0, \dots, 5\}, j \neq i} P[i, j] \quad (1.8)$$

Dla rozważanego środowiska macierz stanowa jest następująca:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \delta(0) & P[1, 0] & P[2, 0] & 0 & P[4, 0] & 0 \\ P[0, 1] & 1 - \delta(1) & P[2, 1] & 0 & P[4, 1] & 0 \\ P[0, 2] & P[1, 2] & 1 - \delta(2) & 0 & P[4, 2] & 0 \\ P[0, 3] & P[1, 3] & P[2, 3] & 0 & P[4, 3] & 0 \\ P[0, 4] & P[1, 4] & P[2, 4] & 0 & 1 - \delta(4) & 0 \\ P[0, 5] & P[1, 5] & P[2, 5] & 0 & P[4, 5] & 0 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Macierz  $\mathbf{P}$  jest zależna od aktualnej fazy świetlnej. Jeśli aktualną fazą jest 0 to macierz stanowa jest następująca:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

Dla fazy 1 macierz stanowa jest równa:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Końcowe równanie stanu jest następujące:

$$\mathbf{x}[t] = \mathbf{A}\mathbf{x}[t-1] + \mathbf{u}[t-1] \quad (1.12)$$

Gdzie  $\mathbf{u}[t]$  to wektor pojazdów napływających do układu. Wektor określa źródła ruchu drogowego. Dla rozważanego środowiska jedynie pierwszy element wektora  $\mathbf{u}$  jest niezerowy i określa on ilość pojazdów napływających do odcinka 0 z poza układu.



### 1.1.4 Pojęcie zatoru

Powyższe przedstawienie macierzy stanowej nie zawiera w sobie jeszcze pojęcia zatoru drogowego. W jednym interwale czasowym może przejechać przez skrzyżowanie astronomiczna wręcz liczba pojazdów. Dodane zostanie zatem ograniczenie do maksymalnie 10 pojazdów przejeżdżających wedle ustalonego manewru w trakcie jednego interwału czasowego. Ograniczenie to nie będzie dotyczyło jedynie manewru opuszczenia układu przez pojazdy. Należy sformułować funkcję, która określi przepływ z uwzględnieniem tworzenia się zatoru w przypadku większej liczby pojazdów. Niech  $[i, j]$  będzie manewrem przejazdu z odcinka  $i$  na odcinek  $j$ . Wtedy funkcja zatoru jest następująca:

$$f(i, j) = \begin{cases} 0 & \text{dla } \mathbf{S}[i, j] = 0 - \text{niemożliwy przejazd} \\ \mathbf{P}[i, j] & \text{dla } \mathbf{S}[i, j] = 1 \wedge \mathbf{P}[i, j]x[i] < 10 - \text{przejazd bez zatoru} \\ \frac{10}{x[i]} & \text{dla } \mathbf{S}[i, j] = 1 \wedge \mathbf{P}[i, j]x[i] \geq 10 - \text{przejazd z zatorem} \end{cases} \quad (1.13)$$

Macierz stanowa  $\mathbf{A}$  z uwzględnieniem zatorów dla układu z  $n$  odcinkami przedstawia się następująco:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \delta(0) & f(1, 0) & \dots & f(n, 0) \\ f(0, 1) & 1 - \delta(1) & \dots & f(n, 1) \\ f(0, 2) & f(1, 2) & \dots & f(n, 2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(0, n) & f(35, 1) & \dots & 1 - \delta(n) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Gdzie  $\delta$  w tym przypadku to:

$$\delta(i) = \sum_{j \in \{0, \dots, n\}, j \neq i} f(i, j) \quad (1.17)$$

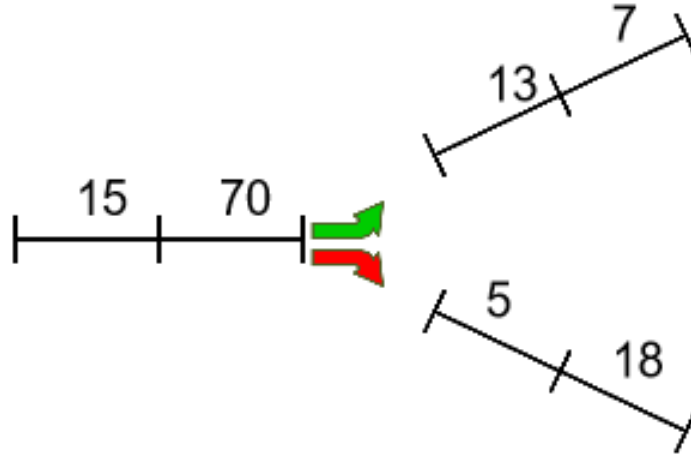
Dla rozważanego środowiska macierz  $\mathbf{A}$  wedle powyższego wzoru (1.16) to:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \delta(0) & f(1, 0) & f(2, 0) & 0 & f(4, 0) & 0 \\ f(0, 1) & 1 - \delta(1) & f(2, 1) & 0 & f(4, 1) & 0 \\ f(0, 2) & f(1, 2) & 1 - \delta(2) & 0 & f(4, 2) & 0 \\ f(0, 3) & f(1, 3) & f(2, 3) & 0 & f(4, 3) & 0 \\ f(0, 4) & f(1, 4) & f(2, 4) & 0 & 1 - \delta(4) & 0 \\ f(0, 5) & f(1, 5) & f(2, 5) & 0 & f(4, 5) & 0 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Równanie stanu  $\mathbf{x}[t] = \mathbf{A}\mathbf{x}[t-1] + \mathbf{u}[t-1]$  zgodne z powyżej zdefiniowaną (1.16) macierzą stanu  $\mathbf{A}$  opisuje ruch uliczny z uwzględnieniem możliwych zatorów.

### 1.1.5 Przykład przepływu pojazdów na zatłoczonych drogach

Rozważmy poniższą sytuację na drodze w chwili  $t - 1$ :



- Zatory są na odcinkach 0,1,2 i 5 (odpowiednio ilości pojazdów 15,70,13,18).
- Obecna faza świetlna to 0.

Prześledźmy rozwój sieci dróg. W tym celu ustalone zostaną macierze  $\mathbf{S}$  oraz  $\mathbf{A}$  dla powyższej sytuacji.

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Macierz  $\mathbf{A}$  jest następująca:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - \delta(0) & f(1,0) & f(2,0) & 0 & f(4,0) & 0 \\ f(0,1) & 1 - \delta(1) & f(2,1) & 0 & f(4,1) & 0 \\ f(0,2) & f(1,2) & 1 - \delta(2) & 0 & f(4,2) & 0 \\ f(0,3) & f(1,3) & f(2,3) & 0 & f(4,3) & 0 \\ f(0,4) & f(1,4) & f(2,4) & 0 & 1 - \delta(4) & 0 \\ f(0,5) & f(1,5) & f(2,5) & 0 & f(4,5) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{10}{15} & \frac{60}{70} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{10}{70} & \frac{3}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

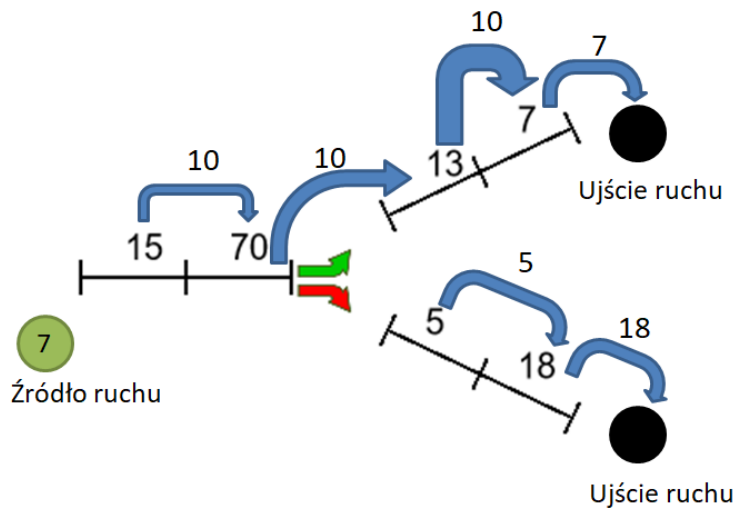
Dla przykładu szczegółowo zostaną policzone wartości zerowej kolumny macierzy  $\mathbf{A}$ , która dotyczy pojazdów wyjeżdżających z odcinka 0. Pozostałe wartości są liczone analogicznie.

- Korzystając ze wzoru (1.15) ustalone zostaje  $f(0,1) = \frac{10}{15}$ . Jest to przypadek zatoru i jedynie 10 pojazdów z 15 przemieszcza się do następnego odcinka.
- Wartości  $f(0,2)$ ,  $f(0,3)$ ,  $f(0,4)$ ,  $f(0,5)$  są równe 0, gdyż są to przypadki (1.13) nieistniejących manewrów.
- $A[0,0] = 1 - \delta(0) = 1 - f(0,1) - f(0,2) - f(0,3) - f(0,4) - f(0,5) = 1 - \frac{10}{15} - 0 - 0 - 0 - 0 = \frac{5}{15}$ .

Ustalono zostaje, że do odcinka 0 wjeżdża z poza układu 7 pojazdów co jest przedstawione w wektorze  $\mathbf{u}[\mathbf{t-1}]$ . Stan w momencie  $t$  wyliczony z równania stanu jest następujący:

$$\mathbf{x}[\mathbf{t}] = \mathbf{A}[\mathbf{t-1}]\mathbf{x}[\mathbf{t-1}] + \mathbf{u}[\mathbf{t-1}] = \begin{bmatrix} \frac{5}{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{10}{15} & \frac{60}{70} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{15}{15} & \frac{70}{70} & \frac{3}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10}{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 15 \\ 70 \\ 13 \\ 7 \\ 5 \\ 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 70 \\ 13 \\ 10 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Poniższy obraz przedstawia sytuację w środowisku w chwili  $t-1$  oraz przepływ pojazdów, który miał miejsce między momentem  $t-1$  a  $t$ .



W rezultacie w chwili  $t$  obecny jest następujący stan:

