

# Optymalizacja systemu sygnalizacji świetlnej w oparciu o przepływowy model ruchu pojazdów.

Michał Lis

3 marca 2019



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Cel pracy</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Zakres pracy</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Siatka czasowa i przestrzenna</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Makroskopowy model ruchu</b>	<b>13</b>
5.1	Klasyfikacja modeli ruchu drogowego . . . . .	13
5.2	Wstęp . . . . .	13
5.3	Rozwój gęstości ruchu na drodze . . . . .	14
5.4	Dyskretyzacja makroskopowego modelu ruchu . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Model sieci dróg</b>	<b>17</b>
6.1	Wstęp . . . . .	17
6.2	Symbole i notacja obliczeniowa . . . . .	17
6.3	Sieć dróg . . . . .	17
6.4	Przykładowe skrzyżowanie . . . . .	19
6.5	Macierz stanowa sieci dróg . . . . .	19
6.6	Model przepływu - przykład . . . . .	20
6.7	Model przepływu - ogólny wzór . . . . .	21
6.8	Model przepływu z sygnalizacją świetlną - przykład . . . . .	22
6.9	Model przepływu z sygnalizacją świetlną - ogólny wzór . . . . .	23



# Rozdział 1

## Wprowadzenie



## Rozdział 2

### Cel pracy





## Rozdział 3

### Zakres pracy



## Rozdział 4

### Siatka czasowa i przestrzenna

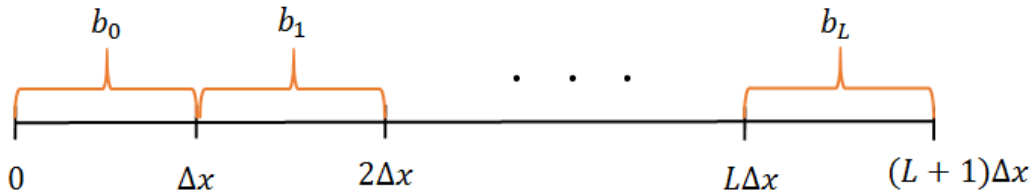
Dyskretny charakter modelu przedstawianego w pracy obliguje do określenia siatki czasowej i przestrzennej. Dla par czasu i miejsc należących do tych dwóch siatek będą określone zmienne stanowe.

**Siatka czasowa** jest zdefiniowana jako skończony ciąg liczb naturalnych:

$$(0, 1, \dots, K). \quad (4.1)$$

Niech będzie ustalona droga  $e$ , która jest odcinkiem  $[0, L_e]$ . Droga zostaje podzielona na  $L + 1$  odcinków o równej długości  $\Delta x = \frac{L_e}{L+1}$ . **Siatka przestrzenna** drogi to ciąg odcinków:

$$(b_l)_{l=0}^L = [l\Delta x, (l+1)\Delta x]$$



Rysunek 4.1: Siatka przestrzenna



# Rozdział 5

## Makroskopowy model ruchu

### 5.1 Klasyfikacja modeli ruchu drogowego

Modele ruchu drogowego mają na celu ukazanie rzeczywistego przepływu pojazdów w sposób czysto matematyczny. Ważnym kryterium doboru modelu jest przystępność jego implementacji informatycznej. Powszechnie klasyfikuje się 3 podejścia modelowe dla omawianego problemu [1] - makroskopowy, mezoskopowy oraz mikroskopowy. Czasem [2] wyróżnia się także czwarte podejście - submikroskopowe. Jest to podział ze względu na poziom modelu. Najniższy poziom i najbardziej dokładny model gwarantuje podejście mikroskopowe. Rozważa ono pojazdy indywidualnie w czasoprzestrzeni. Przyspieszenie pojazdu jest wyliczane na podstawie dynamiki (prędkości, przyspieszenia) i pozycji pojazdu bezpośrednio przed nim. Model mezoskopowy zapewnia indywidualne rozróżnienie pojazdów, jednak ich zachowanie jest wyliczane na danych zagregowanych [3]. Przykładowo pojazdy są zgrupowane w grupę podróżującą z pewnego punktu startowego do celu. Inne modele [4] mezoskopowe wyliczają dynamikę ruchu na podstawie aktualnego zatłoczenia drogi. Poziom mezoskopowy jest obliczeniowo bardziej opłacalny od mikroskopowego. Wiele symulatorów stosujących model mezoskopowy oferuje symulację w czasie rzeczywistym dla sieci dróg całego miasta [5]. Ideą modelu makroskopowego jest traktowanie ruchu ulicznego identycznie jak ruchu cieczy lub gazów. Po raz pierwszy w roku 1956 M. J. Lighthill i G. B. Whitham [6] przedstawili pomysł przyrównania ruchu ulicznego na zatłoczonych drogach do przepływu wody w rzekach. Z tego powodu nie rozróżniamy w nim indywidualnie pojazdów, ani też nawet grupowo. Rozważamy natomiast gęstość ruchu w danym punkcie na drodze i czasie - czyli ilość pojazdów na danym odcinku drogi. Sposób w jaki poruszają się pojazdy jest wyliczany jedynie na podstawie gęstości ruchu. Jest to najmniej kosztowny obliczeniowo model. Właśnie w modelu makroskopowym zostało stworzone środowisko symulacyjne. Szczegóły modelu są przedstawione w następnym podrozdziale.

### 5.2 Wstęp

Istotą makroskopowego modelu ruchu jest pojęcie gęstości ruchu. Jest to zmienna stanowa określona dla każdego punktu drogi w czasie. Formalnie gęstość można rozumieć jako czynnik definiujący dynamikę ruchu. Im większa gęstość tym mniejsza prędkość ruchu. W niektórych

artykułach gęstość ruchu [7] jest przedstawiona jako iloraz ilości pojazdów znajdujących się na pewnym odcinku i długości tego odcinka drogi. Nie są to jednak czysto matematyczne formalne definicje. W makroskopowym modelu nie rozróżniamy pojedynczych pojazdów, ani nawet grup, więc taka definicja gęstości ruchu może być odebrana jako nieściśła z ideą modelu.

### 5.3 Rozwój gęstości ruchu na drodze

Makroskopowy model ruchu jest oparty o równanie różniczkowe (5.2) wraz z warunkiem początkowym (5.1). Model makroskopowy traktuje ruch uliczny na drogach podobnie do przepływu wody w rzece[ref]. Gęstość ruchu można utożsamiać z polem powierzchni przekroju poprzecznego rzeki, co dla ustalonej szerokości rzeki - upraszcza się do wysokości wody w rzece. Istotną uwagą w tym miejscu jest zaznaczenie, iż rzeka zazwyczaj posiada pewien spadek, który zapewnia ruch cieczy ze źródła do ujścia. Ruch makroskopowy zdefiniowany przez równanie (5.2) z kolei odnosi się do rzeki która jest na całym swoim odcinku pozioma. W takim przypadku de facto nie ma zdefiniowanego zwrotu ruchu.

Dla ustalonej drogi  $e$  zmianę gęstości ruchu definiuje następujący układ równań:

$$\begin{cases} p(x, 0) = p_0(x) \\ \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial f(p(x, t))}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Gdzie  $p(x, t)$  to gęstość ruchu w punkcie  $x$  i czasie  $t$ . Wartość funkcji gęstości należy do przedziału  $[0, p^{max}]$ .

Równanie (5.1) zakłada istnienie pewnej z góry nałożonej początkowej gęstości drogi  $p_0(x)$ . Równanie (5.2) określa wedle założeń modelu makroskopowego [6] rozwój gęstości ruchu na drodze. Funkcja płynności ruchu  $f$  powinna być wklęsła [ref]. W przedstawionym w tej pracy modelu funkcja ma następującą definicję:

$$f(p) = \begin{cases} \lambda p & \text{dla } p \in [0, p^*] \\ \lambda \cdot (2p^* - p) & \text{dla } p \in (p^*, p^{max}] \end{cases} \quad (5.3)$$

$$(5.4)$$

Gdzie  $\lambda$  jest stałym parametrem funkcji trójkątnej oraz  $p^* = \frac{1}{2}p^{max}$ .

### 5.4 Dyskretyzacja makroskopowego modelu ruchu

Niech będzie ustalona droga  $e$  oraz jej siatka przestrzenna  $b_l$ . Celem jest przedstawienie wartości gęstości dla odcinków siatki przestrzennej w chwilach  $k = 0, 1, \dots, K$ . Gęstość w odcinku  $b_l$  i czasie  $k$  jest zdefiniowana jako:

$$p_l^k = \int_{b_l} \frac{p(x, k)}{\Delta x} dx. \quad (5.5)$$

Na podstawie (5.2) można wywnioskować, że:

$$\int_{b_l} p(x, k+1) - p(x, k) dx + \int_k^{k+1} f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k) dk = 0 \quad (5.6)$$

Upraszczając otrzymujemy:

$$\Delta x(p_l^{k+1} - p_l^k) + \int_k^{k+1} (f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k)) dk = 0 = 0 \quad (5.7)$$

Wartości gęstości zmieniają się w tylko w chwilach  $k$ . Wtedy wartości  $f(b_{l+1}, k)$  i  $f(b_l, k)$  są stałe na całym przedziale całkowania  $[k, k+1)$ . Otrzymujemy równanie:

$$\Delta x(p_l^{k+1} - p_l^k) + (f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k)) = 0 \quad (5.8)$$

Rezultatem jest końcowy rekurencyjny wzór na gęstość ruchu:

$$p_l^{k+1} = p_l^k - \frac{1}{\Delta x} (f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k)) \quad (5.9)$$





# Rozdział 6

## Model sieci dróg

### 6.1 Wstęp

Ze względu na dużą złożoność końcowego modelu zostanie przedstawiony najpierw bardzo prosty, podstawowy model. W każdej kolejnej sekcji dodawane będą zmiany przybliżające do ostatecznej postaci. Jest to podejście pozwalające na proste przedstawienie modelu, który zawiera bardzo wiele aspektów m.in: ujęcie sygnalizacji świetlnej, brak kolizyjnych manewrów, makroskopowy przepływ ruchu, przepływ ruchu na skrzyżowaniu, struktura sieci dróg. Zestawienie w jednej sekcji wszystkich tych kwestii byłoby bardzo przytłaczające.

### 6.2 Symbole i notacja obliczeniowa

Obliczenia w tym rozdziale będą wykonywane głównie na macierzach. Zazwyczaj macierze będą wyrazem ciągu, którego indeksem jest czas. Przykładowo  $P(k)$  odnosi się do wartości w chwili  $k$ . Notacja  $P(k, l)$  odnosi się do  $l$ -tej kolumny macierzy  $P(k)$ .

$\overrightarrow{P(k)}$  jest następującą operacją macierzową:

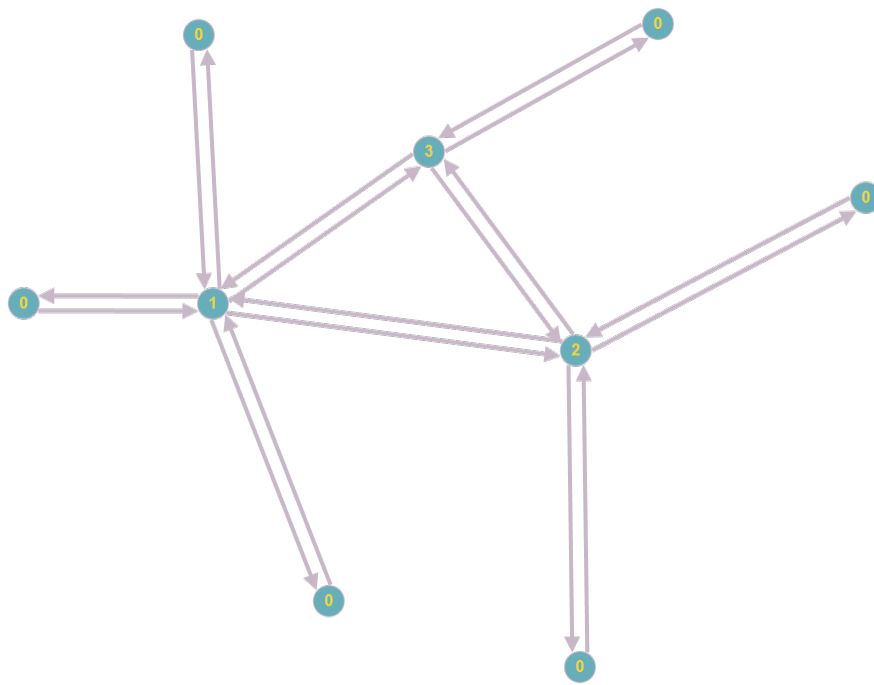
$$\overrightarrow{\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} 0 & a_{11} & \dots & a_{1m-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_{n1} & \dots & a_{nm-1} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Jak łatwo zauważyć przesuwana ona wszystkie kolumny o jeden indeks w prawo. Pierwsza kolumna jest zerowa.

### 6.3 Sieć dróg

Sieć dróg przedstawia uporządkowana dwójka  $G = (V, E)$ , gdzie:

- $V$  to zbiór skrzyżowań
- $E$  to zbiór dróg



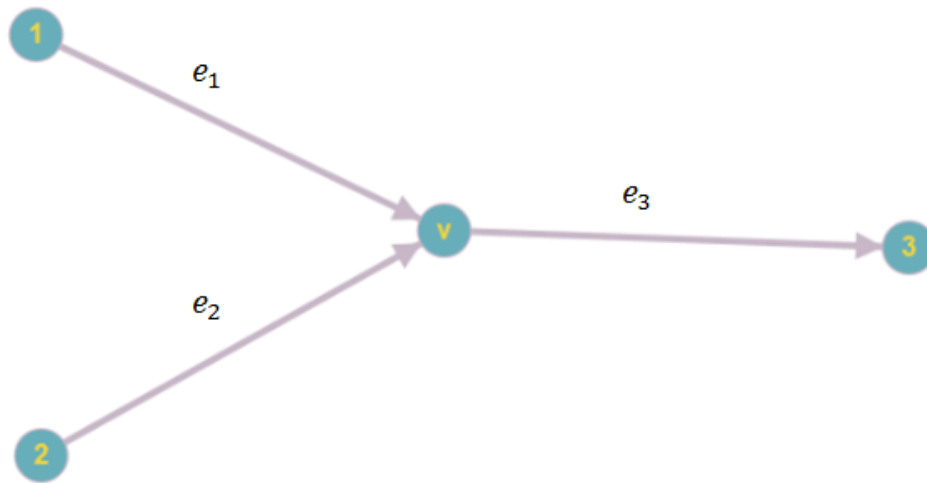
Skrzyżowania są oznaczone numerami: 1,2,3. Punkty z numerem 0 są jedynie początkami i końcami dróg.

Rysunek 6.1: Przykładowa sieć dróg

## 6.4 Przykładowe skrzyżowanie

Niech dane będzie skrzyżowanie dwóch dróg wlotowych  $e_1, e_2$  i jednej wylotowej  $e_3$ . Każda z dróg jest jednakowej długości. Struktura skrzyżowania jest przedstawiona na rysunku 6.2. Macierz  $B$  jest **macierzą przejścia** skrzyżowania  $v$ . Wartości 1 oznaczają możliwy przejazd na skrzyżowaniu z drogi odpowiadającej indeksowi kolumny do drogi zadanej przez indeks wiersza.

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (6.2)$$



Rysunek 6.2: Skrzyżowanie 1

## 6.5 Macierz stanowa sieci dróg

Strukturą przedstawiającą stan sieci dróg jest **macierz stanowa**  $P(k)$ . Składa się ona ze zmiennych stanowych w danym momencie  $k$ . Każdy wiersz macierzy odpowiada jednej drodze  $e$ . Indeks kolumny określa konkretny odcinek tej drogi.

Wartość zmiennej stanowej początkowo jest ilością pojazdów na danym odcinku. Jako przykład zostanie przedstawiona początkowa macierz stanowa skrzyżowania z rysunku 6.2. Niech siatki przestrzenne dróg składają się z 4 odcinków. Początkowa macierz stanu  $P(0)$  może być przedsta-

wiona jako:

$$P(0) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \end{array} \quad (6.3)$$

Powyższa macierz przekazuje informację iż w chwili 0 pojazdy są na następujących drogach:

- $e_1$  - na odcinkach  $b_1, b_3$
- $e_2$  - na odcinku  $b_3$
- $e_3$  - na odcinku  $b_0$

## 6.6 Model przepływu - przykład

Początkowy model przepływu pojazdów zakłada, iż wszystkie pojazdy w chwili  $k + 1$  są o jeden odcinek dalej w swojej podróży niż w momencie  $k$ . Założone jest iż żadne nowe pojazdy nie pojawiają się w sieci dróg, a pojazdy będące w chwili  $k$  w ostatnim odcinku drogi  $e_3$  opuszczają układ. Wtedy kolejne macierze stanowe dla przykładu 6.3 są następujące:

$$P(1) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \end{array} \quad (6.4)$$

$$P(2) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \end{array} \quad (6.5)$$

$$P(3) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \end{array} \quad (6.6)$$

$$P(4) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} & \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \end{array} \quad (6.7)$$

## 6.7 Model przepływu - ogólny wzór

W poprzedniej sekcji został przedstawiony przykład wyliczenia macierzy stanowej dla kolejnych momentów w czasie. Następnym krokiem jest przedstawienie rozwiązania dla ogólnego przypadku.

Ogólny wzór przedstawiający rozwój macierzy stanowej to:

$$P(k+1) = \overrightarrow{P(k)} + S(k) \quad (6.8)$$

Macierz  $S(k)$  nazywana będzie **macierzą źródła**. Dotyczy ona ruchu wpływającego do poszczególnych dróg w momencie  $k+1$ . Jest to macierz rzadka, istotna obliczeniowo jest jedynie pierwsza kolumna, a pozostałe wartości są zerowe by osiągnąć wymiar macierzy pozwalający na dodawanie z  $\overrightarrow{P(k)}$ . Pierwsza kolumna jest zdefiniowana w oparciu o ostatnią kolumnę macierzy  $P(k)$  i jest równa:

$$S(k,0) = B \cdot P(k,l) \quad (6.9)$$

Dla przykładu z poprzedniej sekcji, gdzie

$$P(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dla kolejnego momentu  $k=1$  korzystając ze wzoru (6.8):

$$P(1) = \overrightarrow{P(0)} + S(0) \quad (6.10)$$

Należy wyliczyć macierz źródła, jej pierwsza kolumna to:

$$S(0,0) = B \cdot P(0,l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Zatem

$$S(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Oczywiście

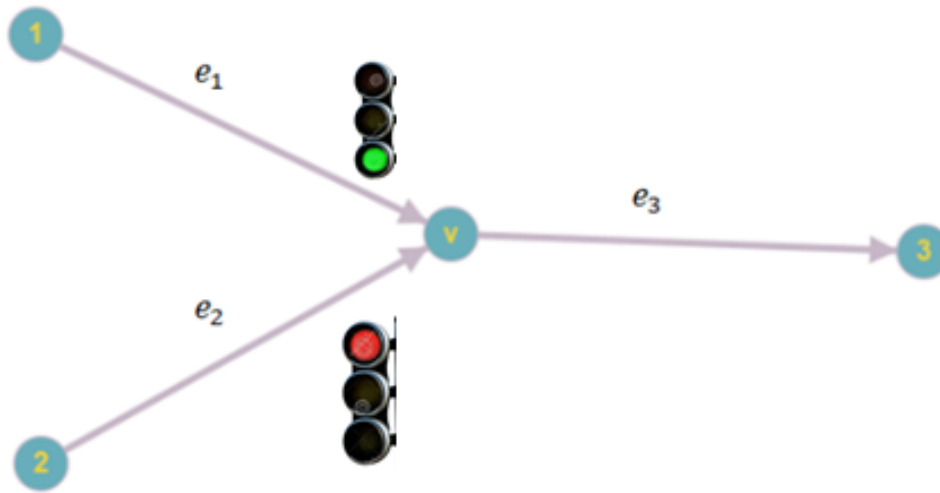
$$\overrightarrow{P(0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ostatecznie ze wzoru (6.10) wynika, że

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Warto zauważyć, że w chwili 0 na obydwu drogach wlotowych  $e_1, e_2$  pojazdy znajdowały się na końcowym odcinku. Problemem okazuje się kolizyjność manewrów wjazdu na drogę  $e_3$  z dróg odpowiednio  $e_1$  i  $e_2$ . Początkowo ta kwestia została ona pominięta. Następna sekcja przedstawia rozwiązanie tego problemu.

## 6.8 Model przepływu z sygnalizacją świetlną - przykład



Rysunek 6.3: Skrzyżowanie 1 z sygnalizacją świetlną w chwili 0

Wprowadzona zostaje sygnalizacja świetlna dla dwóch dróg wlotowych  $e_1, e_2$ . Sygnalizacja świetlna będzie oparta o ciąg **macierzy sygnalizacji**. Określają one z której drogi pojazdy będą mogły wjechać na drogę  $e_3$ . Dla chwili 0 przyjęte jest, że zgodnie z rysunkiem 6.3 pojazdy na ostatnim odcinku drogi  $e_2$  będą musiały poczekać. Przykładowa początkowa macierz to:

$$M(0) = \begin{matrix} & \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{matrix} \end{matrix} \quad (6.11)$$

Przekazuje ona informację, że:

- Jest zielone światło na drodze  $e_1$  w chwili 0
- Jest czerwone światło na drodze  $e_2$  w chwili 0

Poniższy przykład obrazuje rozwój macierzy stanowej dla skrzyżowania z sygnalizacją świetlną.

$$P(0) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & e_1 \\ & e_2 \\ & e_3 \end{array} \quad (6.12)$$

Zgodnie z rysunkiem 6.3 czerwone światło na drodze  $e_2$  powoduje, że pojazdy nie opuszczają ostatniego odcinka tej drogi. Z kolei pojazdy ostatniego odcinka drogi  $e_1$  wjeżdżają na drogę  $e_3$ . Zatem:

$$P(1) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & e_1 \\ & e_2 \\ & e_3 \end{array} \quad (6.13)$$

Sygnalizacja świetlna nie zmienia się w chwili 1. Dochodzi do sytuacji gdy ruch kumuluje się na ostatnim odcinku drogi  $e_2$ .

$$P(2) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} & e_1 \\ & e_2 \\ & e_3 \end{array} \quad (6.14)$$

Niech w chwili 2 będzie zielone światło dla drogi  $e_2$ , czyli

$$M(2) = \begin{array}{ccc} & e_1 & e_2 & e_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & 0 \end{bmatrix} & e_1 \\ & e_2 \\ & e_3 \end{array} \quad (6.15)$$

Początkowo założone jest, że wszystkie pojazdy na ostatnim odcinku drogi przejeżdżają przez skrzyżowanie. Wtedy:

$$P(3) = \begin{array}{cccc} & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} & e_1 \\ & e_2 \\ & e_3 \end{array} \quad (6.16)$$

## 6.9 Model przepływu z sygnalizacją świetlną - ogólny wzór

Następnym krokiem jest wyznaczenie ogólnego wzoru macierzy stanowej z uwzględnieniem sygnalizacji świetlnej.

Macierz źródła z uwzględnieniem sygnalizacji świetlnej jest przedstawiona wzorem:

$$S(k, 0) = M(k) \cdot P(k, l) \quad (6.17)$$

Oprócz pierwszej kolumny macierz  $S$  dalej posiada wartości zerowe.

Wprowadzony zostanie ciąg  $W(k)$  pomocniczych **macierzy oczekujących pojazdów**. Będą to macierze rzadkie z wartościami innymi niż 0 tylko w ostatniej kolumnie. Macierze te będą składowały informację o pojazdach oczekujących na zielone światło w swojej ostatniej kolumnie. Jest ona zdefiniowana jako:

$$W(k, l) = P(k, l) - S(k, 0)$$

Wzór określający rozwój macierzy stanowej jest następujący:

$$P(k+1) = \overrightarrow{P(k)} + S(k) + W(k) \quad (6.18)$$



Dla wcześniej przedstawionego przykładu w tabeli są wypisane obliczenia wedle wzoru (6.18).

Tablica 6.1: Rozwój macierzy stanowej na skrzyżowaniu 1 z sygnalizacją świetlną

k	M(k)	P(k)	$\overrightarrow{P(k)}$	S(k,0)	W(k,1)
0	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{2} \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
3		$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$			

Pogrubione wartości odnoszą się do pojazdów, które przejeżdżają w momencie  $k$  przez skrzyżowanie.



# Bibliografia

- [1] S. Boubaker, F. Rehim, and A. Kalboussi, “Comparative analysis of microscopic models of road traffic data,” in *Logistics (LOGISTIQUA), 2011 4th International Conference on*. IEEE, 2011, pp. 474–478.
- [2] P. Kumar, R. Merzouki, B. Conrard, V. Coelen, and B. O. Bouamama, “Multilevel modeling of the traffic dynamic,” *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol. 15, no. 3, pp. 1066–1082, 2014.
- [3] W. Burghout, H. N. Koutsopoulos, and I. Andreasson, “A discrete-event mesoscopic traffic simulation model for hybrid traffic simulation,” in *Intelligent Transportation Systems Conference, 2006. ITSC’06. IEEE*. IEEE, 2006, pp. 1102–1107.
- [4] M. Ben-Akiva, M. Bierlaire, D. Burton, H. N. Koutsopoulos, and R. Mishalani, “Network state estimation and prediction for real-time traffic management,” *Networks and spatial economics*, vol. 1, no. 3-4, pp. 293–318, 2001.
- [5] V. A. Vu and G. Tan, “High-performance mesoscopic traffic simulation with gpu for large scale networks,” in *Proceedings of the 21st International Symposium on Distributed Simulation and Real Time Applications*. IEEE Press, 2017, pp. 127–135.
- [6] M. J. Lighthill and G. B. Whitham, “On kinematic waves ii. a theory of traffic flow on long crowded roads,” *Proc. R. Soc. Lond. A*, vol. 229, no. 1178, pp. 317–345, 1955.
- [7] D. Helbing, A. Hennecke, V. Shvetsov, and M. Treiber, “Master: macroscopic traffic simulation based on a gas-kinetic, non-local traffic model,” *Transportation Research Part B: Methodological*, vol. 35, no. 2, pp. 183–211, 2001.
- [8] S. Göttlich, M. Herty, and U. Ziegler, “Modeling and optimizing traffic light settings in road networks,” *Computers & operations research*, vol. 55, pp. 36–51, 2015.