

# Optymalizacja systemu sygnalizacji świetlnej w oparciu o przepływowy model ruchu pojazdów.

Michał Lis

25 czerwca 2019



# Spis treści

<b>1</b>	<b>Wprowadzenie</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Cel i zakres pracy</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Siatka czasowa i przestrzenna</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Makroskopowy model ruchu</b>	<b>11</b>
4.1	Klasyfikacja modeli ruchu drogowego . . . . .	11
4.2	Wstęp . . . . .	11
4.3	Rozwój gęstości ruchu na drodze . . . . .	12
4.4	Dyskretyzacja makroskopowego modelu ruchu . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Model sieci dróg</b>	<b>15</b>
5.1	Wstęp . . . . .	15
5.2	Wektor stanu drogi . . . . .	15
5.2.1	Przykład . . . . .	15
5.3	Rozwój wektora stanu jednej drogi . . . . .	16
5.3.1	Przykład . . . . .	16
5.4	Wektor stanu sieci dróg . . . . .	17
5.4.1	Przykład . . . . .	17
5.5	Rozwój wektora stanu sieci dróg . . . . .	18
5.5.1	Przykład . . . . .	18
5.6	Wprowadzenie sygnalizacji świetlnej . . . . .	21
5.6.1	Przykład . . . . .	21
5.7	Wprowadzenie źródeł ruchu . . . . .	24
5.7.1	Przykład dla pojedynczej drogi . . . . .	25
5.7.2	Przykład dla złożonej sieci dróg . . . . .	26
5.8	Wprowadzenie gęstości ruchu . . . . .	26
<b>6</b>	<b>Środowiska symulacyjne qwe</b>	<b>27</b>
6.1	Środowisko 4 . . . . .	27



# Rozdział 1

## Wprowadzenie

Problem zatłoczonych ulic staje się coraz bardziej powszechny na całym świecie. W ogromnym tempie wzrasta ilość pojazdów na drogach. Według danych firmy gromadzącej dane statystyczne *Statista* liczba zarejestrowanych pojazdów na świecie w roku 2006 wynosiła 947 tysięcy [?]. W 2015 roku na świecie jeździło już 1282 tysięcy pojazdów. Wzrost przez te 9 lat był niemalże liniowy. Co roku rejestrowano około 39,4 tysięcy nowych samochodów rocznie, co wyznacza stopę wzrostu liczby pojazdów na poziomie 3,7%.



Rysunek 1.1: Liczba pojazdów na świecie

W Polsce wzrost ilości pojazdów w latach 2006 - 2015 był jeszcze większy [?]. W 2006 roku według GUS w Polsce było zarejestrowanych 13,4 miliona samochodów osobowych. W 2015 roku ich liczba wynosiła już 20,7 miliona, co oznacza 5 procentowy roczny wzrost. Najbardziej zatłoczonym polskim miastem jest Łódź. Według rankingu firmy *TomTom* Łódź zajmuje bardzo wysokie 5 miejsce na świecie i 1 w Europie pod względem zatłoczenia dróg [?]. Oprócz Łodzi w pierwszej setce najbardziej zatłoczonych miast świata są inne polskie miasta:

Lublin(34), Kraków(48), Warszawa(50), Wrocław(63), Poznań(69), Bydgoszcz(83). Problem całej Europy. Spośród 100 najbardziej zatłoczonych miast świata aż 45 znajduje się w Europie. W 2008 roku Unia Europejska oszacowała, iż koszty zatłoczenia dróg kształtują się na poziomie 0,9% – 1,5% PKB unijnego [?]. Następny raport z 2017 roku może napawać optymizmem, gdyż przedstawione w nim wyliczenia określiły jedynie 0,77% straty całkowitego PKB wspólnoty [?]. Ten sam raport ocenia koszty zatorów komunikacyjnych w Polsce na poziomie 1,2% polskiego PKB. Problemy zatorów komunikacyjnych w miastach są o tyle trudniejsze do rozwiązania niż poza miastem, ponieważ na terenach zurbanizowanych brakuje często miejsca na wybudowanie dróg o większej przepustowości. Rozwiązaniem może być wprowadzenie większej ilości sygnalizacji świetlnej. Istotną kwestią jest optymalizacja ustawień sygnalizacji świetlnej. Praca moja jest poświęcona temu problemowi.

# Rozdział 2

## Cel i zakres pracy

Celem pracy jest stworzenie programu, który zoptymalizuje fazy sygnalizacji świetlnej, co przyczyni się do zwiększenia przepustowości sieci dróg.

Jako środowisko zostanie stworzony symulator ruchu drogowego. Symulacje ruchu będą w pełni zgodne z makroskopowym modelem ruchu. Sam makroskopowy model ruchu zostanie przedstawiony w rozdziale X. Jest to model ciągły. Pożądanym jest dyskretny model ruchu drogowego ze względu na łatwość implementacji komputerowej. Zostanie zatem przedstawiona w sekcji X.Y dyskretyzacja makroskopowego modelu ruchu. W rozdziale X zostanie zdefiniowany model sieci dróg. Początkowy model zaplanowano jako podstawowy z pominięciem większości aspektów. W każdej kolejnej sekcji model będzie stopniowo rozwijany. Sieci dróg zdefiniowane według końcowego modelu będą środowiskiem treningowym dla algorytmów uczenia maszynowego. Rozdział X opisuje uczenie ze wzmocnieniem - algorytm treningowy procesu optymalizacji sygnalizacji świetlnej. Rozdział X przedstawia cztery modele sieci dróg, dla których został stworzony program symulacyjny. Rozdział X opisuje optymalizację sygnalizacji świetlnej dla wspomnianych sieci dróg.





## Rozdział 3

### Siatka czasowa i przestrzenna

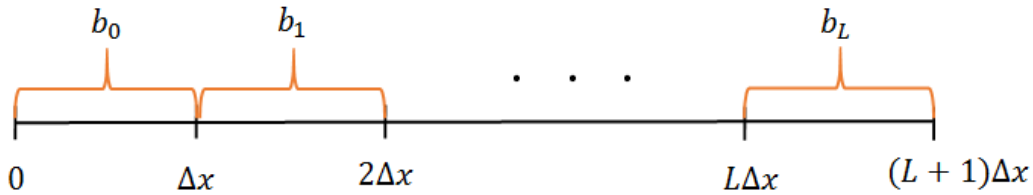
Dyskretny charakter modelu przedstawianego w pracy obliguje do określenia siatki czasowej i przestrzennej. Dla par czasu i miejsc należących do tych dwóch siatek będą określone zmienne stanu.

**Siatka czasowa** jest zdefiniowana jako skończony ciąg liczb naturalnych:

$$(0, 1, \dots, K). \quad (3.1)$$

Niech będzie ustalona droga  $e$ , która jest odcinkiem  $[0, L_e]$ . Droga zostaje podzielona na  $L + 1$  odcinków o równej długości  $\Delta x = \frac{L_e}{L+1}$ . **Siatka przestrzenna** drogi to ciąg odcinków:

$$(b_l)_{l=0}^L = [l\Delta x, (l+1)\Delta x]$$



Rysunek 3.1: Siatka przestrzenna



# Rozdział 4

## Makroskopowy model ruchu

### 4.1 Klasyfikacja modeli ruchu drogowego

Modele ruchu drogowego mają na celu ukazanie rzeczywistego przepływu pojazdów w sposób czysto matematyczny. Ważnym kryterium doboru modelu jest przystępność jego implementacji informatycznej. Powszechnie klasyfikuje się 3 podejścia modelowe dla omawianego problemu [?] - makroskopowy, mezoskopowy oraz mikroskopowy. Czasem [?] wyróżnia się także czwarte podejście - submikroskopowe. Jest to podział ze względu na poziom modelu. Najniższy poziom i najbardziej dokładny model gwarantuje podejście mikroskopowe. Rozważa ono pojazdy indywidualnie w czasoprzestrzeni. Przyspieszenie pojazdu jest wyliczane na podstawie dynamiki (prędkości, przyspieszenia) i pozycji pojazdu bezpośrednio przed nim. Model mezoskopowy zapewnia indywidualne rozróżnienie pojazdów, jednak ich zachowanie jest wyliczane na danych zagregowanych [?]. Przykładowo pojazdy są zgrupowane w grupę podróżującą z pewnego punktu startowego do celu. Inne modele [?] mezoskopowe wyliczają dynamikę ruchu na podstawie aktualnego zatłoczenia drogi. Poziom mezoskopowy jest obliczeniowo bardziej opłacalny od mikroskopowego. Wiele symulatorów stosujących model mezoskopowy oferuje symulację w czasie rzeczywistym dla sieci dróg całego miasta [?]. Ideą modelu makroskopowego jest traktowanie ruchu ulicznego identycznie jak ruchu cieczy lub gazów. Po raz pierwszy w roku 1956 M. J. Lighthill i G. B. Whitham [?] przedstawili pomysł przyrównania ruchu ulicznego na zatłoczonych drogach do przepływu wody w rzekach. Z tego powodu nie rozróżniamy w nim indywidualnie pojazdów, ani też nawet grupowo. Rozważamy natomiast gęstość ruchu w danym punkcie na drodze i czasie - czyli ilość pojazdów na danym odcinku drogi. Sposób w jaki poruszają się pojazdy jest wyliczany jedynie na podstawie gęstości ruchu. Jest to najmniej kosztowny obliczeniowo model. Właśnie w modelu makroskopowym zostało stworzone środowisko symulacyjne. Szczegóły modelu są przedstawione w następnym podrozdziale.

### 4.2 Wstęp

Istotą makroskopowego modelu ruchu jest pojęcie gęstości ruchu. Jest to zmienna stanowa określona dla każdego punktu drogi w czasie. Formalnie gęstość można rozumieć jako czynnik definiujący dynamikę ruchu. Im większa gęstość tym mniejsza prędkość ruchu. W niektórych

artykułach gęstość ruchu [?] jest przedstawiona jako iloraz ilości pojazdów znajdujących się na pewnym odcinku i długości tego odcinka drogi. Nie są to jednak czysto matematyczne formalne definicje. W makroskopowym modelu nie rozróżniamy pojedynczych pojazdów, ani nawet grup, więc taka definicja gęstości ruchu może być odebrana jako nieściśła z ideą modelu.

### 4.3 Rozwój gęstości ruchu na drodze

Makroskopowy model ruchu jest oparty o równanie różniczkowe (4.2) wraz z warunkiem początkowym (4.1). Model makroskopowy traktuje ruch uliczny na drogach podobnie do przepływu wody w rzece[ref]. Gęstość ruchu można utożsamiać z polem powierzchni przekroju poprzecznego rzeki, co dla ustalonej szerokości rzeki - upraszcza się do wysokości wody w rzece. Istotną uwagą w tym miejscu jest zaznaczenie, iż rzeka zazwyczaj posiada pewien spadek, który zapewnia ruch cieczy ze źródła do ujścia. Ruch makroskopowy zdefiniowany przez równanie (4.2) z kolei odnosi się do rzeki która jest na całym swoim odcinku pozioma. W takim przypadku de facto nie ma zdefiniowanego zwrotu ruchu.

Dla ustalonej drogi  $e$  zmianę gęstości ruchu definiuje następujący układ równań:

$$\begin{cases} p(x, 0) = p_0(x) \\ \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial f(p(x, t))}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

Gdzie  $p(x, t)$  to gęstość ruchu w punkcie  $x$  i czasie  $t$ . Wartość funkcji gęstości należy do przedziału  $[0, p^{max}]$ .

Równanie (4.1) zakłada istnienie pewnej z góry nałożonej początkowej gęstości drogi  $p_0(x)$ . Równanie (4.2) określa wedle założeń modelu makroskopowego [?] rozwój gęstości ruchu na drodze. Funkcja płynności ruchu  $f$  powinna być wklęsła [ref]. W przedstawionym w tej pracy modelu funkcja ma następującą definicję:

$$f(p) = \begin{cases} \lambda p & \text{dla } p \in [0, p^*] \\ \lambda \cdot (2p^* - p) & \text{dla } p \in (p^*, p^{max}] \end{cases} \quad (4.3)$$

$$(4.4)$$

Gdzie  $\lambda$  jest stałym parametrem funkcji trójkątnej oraz  $p^* = \frac{1}{2}p^{max}$ .

### 4.4 Dyskretyzacja makroskopowego modelu ruchu

Niech będzie ustalona droga  $e$  oraz jej siatka przestrzenna  $b_l$ . Celem jest przedstawienie wartości gęstości dla odcinków siatki przestrzennej w chwilach  $k = 0, 1, \dots, K$ . Gęstość w odcinku  $b_l$  i czasie  $k$  jest zdefiniowana jako:

$$p_l^k = \int_{b_l} \frac{p(x, k)}{\Delta x} dx. \quad (4.5)$$

Na podstawie (4.2) można wywnioskować, że:

$$\int_{b_l} p(x, k+1) - p(x, k) dx + \int_k^{k+1} f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k) dk = 0 \quad (4.6)$$

Upraszczając otrzymujemy:

$$\Delta x(p_l^{k+1} - p_l^k) + \int_k^{k+1} (f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k)) dk = 0 = 0 \quad (4.7)$$

Wartości gęstości zmieniają się w tylko w chwilach  $k$ . Wtedy wartości  $f(b_{l+1}, k)$  i  $f(b_l, k)$  są stałe na całym przedziale całkowania  $[k, k+1)$ . Otrzymujemy równanie:

$$\Delta x(p_l^{k+1} - p_l^k) + (f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k)) = 0 \quad (4.8)$$

Rezultatem jest końcowy rekurencyjny wzór na gęstość ruchu:

$$p_l^{k+1} = p_l^k - \frac{1}{\Delta x} (f(b_{l+1}, k) - f(b_l, k)) \quad (4.9)$$



# Rozdział 5

## Model sieci dróg

### 5.1 Wstęp

Ze względu na dużą złożoność końcowego modelu zostanie przedstawiony najpierw bardzo prosty, podstawowy model. W każdej kolejnej sekcji dodawane będą zmiany przybliżające do ostatecznej postaci. Jest to podejście pozwalające na proste przedstawienie modelu, który zawiera bardzo wiele aspektów m.in: ujęcie sygnalizacji świetlnej, brak kolizyjnych manewrów, makroskopowy przepływ ruchu, przepływ ruchu na skrzyżowaniu, struktura sieci dróg. Zestawienie w jednej sekcji wszystkich tych kwestii byłoby bardzo przytłaczające.

### 5.2 Wektor stanu drogi

Wektor stanu jest strukturą w pełni przedstawiającą aktualny stan drogi. Dla każdego odcinka drogi składa się on z wartości zmiennych stanów. Początkowo zmienna stanowa jest identyfikowana jako ilość pojazdów na danym odcinku drogi.

#### 5.2.1 Przykład

Niech będzie dana droga  $e$  z wydzielonymi czterema odcinkami  $b_1, b_2, b_3, b_4$ . Przykładowy wektor stanu to

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Zawiera on w sobie następujące informacje dla chwili  $t$ :

- Są 2 pojazdy na odcinku  $b_1$
- Są 4 pojazdy na odcinku  $b_2$
- Są 3 pojazdy na odcinku  $b_3$
- Nie ma żadnego pojazdu na odcinku  $b_4$



Rysunek 5.1: Droga z ilością pojazdów na poszczególnych odcinkach

### 5.3 Rozwój wektora stanu jednej drogi

Początkowy model przepływu pojazdów zakłada, iż wszystkie pojazdy w chwili  $t+1$  są o jeden odcinek dalej w swojej podróży niż w momencie  $t$ . Założone jest, iż żadne nowe pojazdy nie pojawiają się w sieci dróg, a pojazdy będące w chwili  $t$  w ostatnim odcinku drogi układ. Formalnym wzorem definiującym rozwój wektora stanu jest:

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) \quad (5.2)$$

Gdzie  $\mathbf{A}$  jest macierzą systemu. Definiuje ona sposób przepływu pojazdów.  $\mathbf{A}$  jest rzadką, kwadratową macierzą o wartościach równych 1 jedynie bezpośrednio 1 wiersz pod główną przekątną macierzy. Takie wartości gwarantują przepływ pojazdów o jeden odcinek w jednym interwale czasowym.

#### 5.3.1 Przykład

Dla przykładu przedstawionego w (5.2.1) zostanie przedstawiony rozwój wektora stanu. Niech zatem

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Macierzą systemu jest:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Wedle wzoru (5.2) wyliczone zostają kolejne wartości wektora stanu.

$$\mathbf{x}(1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$



$$\mathbf{x}(2) = \mathbf{Ax}(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{x}(3) = \mathbf{Ax}(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{x}(4) = \mathbf{Ax}(3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

## 5.4 Wektor stanu sieci dróg

W rozdziale (5.2) przedstawiony został wektor stanu dla pojedynczej drogi. W tym rozdziale zostanie sformułowany wektor stanu dla bardziej ogólnego przypadku - sieci dróg. Sposób przedstawienia wartości stanów jednak jest bardzo podobny. Każda z dróg  $e_1, \dots, e_n$  ma  $k$  wydzielonych odcinków oznaczanych jako  $b_1, \dots, b_{nk}$ . Dla każdego z odcinków definiowana jest wartość stanowa.

### 5.4.1 Przykład

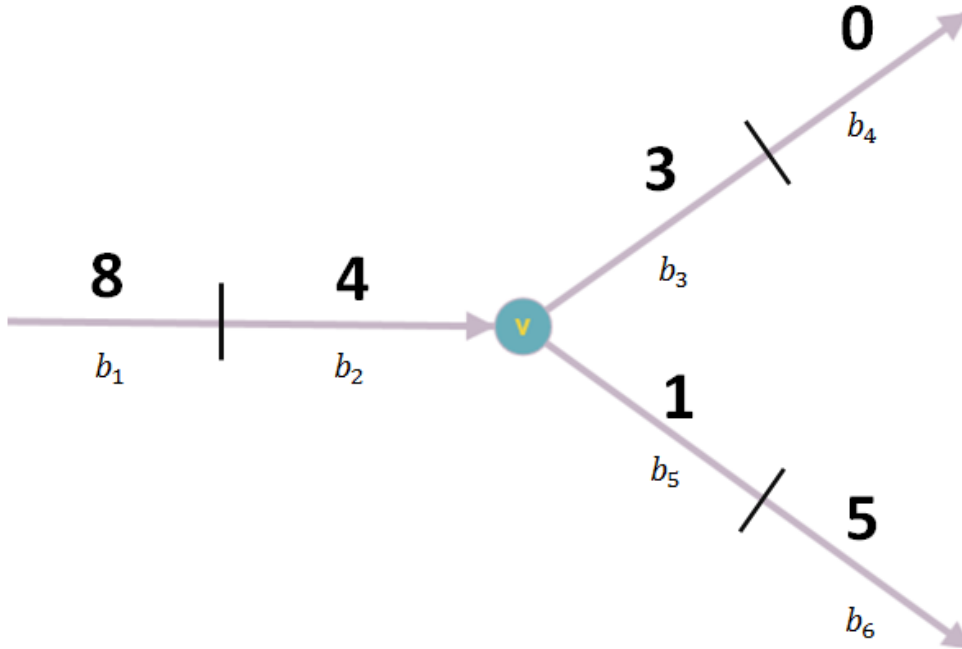
Niech będzie dana sieć składająca się z trzech dróg  $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ . Dla każdej drogi zostaną wydzielone 2 odcinki. Przykładowy wektor stanu

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Zawiera w sobie następujące informacje dotyczące ilości pojazdów na poszczególnych odcinkach w chwili  $t$ :

- $b_1$  - Na pierwszym odcinku drogi  $e_1$  jest 8 pojazdów
- $b_2$  - Na drugim odcinku drogi  $e_1$  są 4 pojazdy
- $b_3$  - Na pierwszym odcinku drogi  $e_2$  są 3 pojazdy
- $b_4$  - Na drugim odcinku drogi  $e_2$  nie ma żadnych pojazdów
- $b_5$  - Na pierwszym odcinku drogi  $e_3$  jest 1 pojazd

- $b_6$  - Na drugim odcinku drogi  $e_3$  jest 5 pojazdów



Rysunek 5.2: Sieć dróg z ilościami pojazdów na poszczególnych odcinkach

## 5.5 Rozwój wektora stanu sieci dróg

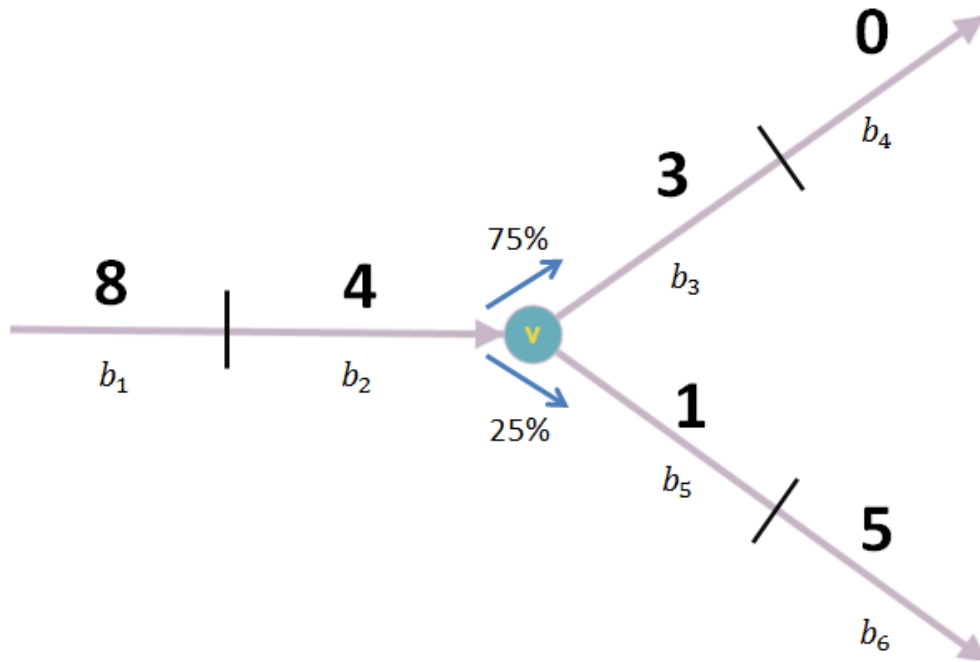
Przepływ pojazdów niezmiennie jest oparty o założenie, iż w trakcie trwania jednego interwału czasowego pojazdy pokonują 1 odcinek drogi. Równaniem systemu pozostaje  $\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t)$ , gdyż do układu niezmiennie nie wpływają nowe pojazdy.

Macierz systemu  $\mathbf{A}$  powinna uwzględnić przepływy pojazdów na skrzyżowaniach. W tym momencie należy przedstawić następującą definicję macierzy  $\mathbf{A}$ :

Wartości macierzy  $\mathbf{A}$  określają jaką część pojazdów z odcinka zadanego przez indeks kolumny przejeżdża do odcinka zadanego przez indeks wiersza.

### 5.5.1 Przykład

Dla przykładu (5.4.1) przedstawiony zostanie rozwój wektora stanu. Założone zostaje, iż 75% pojazdów będących na odcinku  $b_2$  opuszcza skrzyżowanie na odcinku  $b_3$  a pozostałe 25% przejeżdża do  $b_5$ .



Rysunek 5.3:

Wtedy:

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{matrix} \end{matrix} \quad (5.10)$$

Niech zatem zgodnie z rysunkiem 5.3:

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Kolejne wartości wektora stanu to:

$$\mathbf{x}(1) = \mathbf{Ax}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}(2) = \mathbf{Ax}(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}(3) = \mathbf{Ax}(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25\% & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

## 5.6 Wprowadzenie sygnalizacji świetlnej

Kolejnym etapem rozwoju modelu jest wprowadzenie sygnalizacji świetlnej. Warto zauważyć, że do tej pory rozważane układy były pozbawione jakiegokolwiek sterowania, czego bezpośrednim skutkiem była niezmienność macierzy  $\mathbf{A}$  w czasie. W chwili pojawienia się sygnalizacji świetlnej macierz systemu będzie oparta o aktualną fazę sygnalizacji świetlnej. Równanie systemu pozostaje takie samo jak w przypadku braku sygnalizacji świetlnej z jedną małą różnicą:

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) \quad (5.11)$$

Macierz systemu jest zmienna w czasie, zatem w miejsce  $\mathbf{A}$  pojawiło się  $\mathbf{A}(t)$ .

Dla rozważanej sieci dróg zostaje przedstawiona **macierz topologii** układu  $\mathbf{T}$ . Jej wartości podobnie jak macierzy  $\mathbf{A}$  odnoszą się do tego jaka część pojazdów z odcinka zadanego przez indeks kolumny przejeżdża do odcinka zadanego przez indeks wiersza. Macierz  $\mathbf{A}$  dotyczy jednak możliwych przejazdów w konkretnej fazie sygnalizacji świetlnej. Natomiast macierz topologii  $\mathbf{T}$  odnosi się do wszystkich możliwych przejazdów - uwzględniając wszystkie fazy sygnalizacji świetlnej i jest stała w czasie.

**Macierz sterowania** (sygnalizacją świetlną) oznaczana będzie jako  $\mathbf{S}(t)$ . Ustala ona macierz systemu na podstawie następującej równości:

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{S}(t)\mathbf{T} \quad (5.12)$$

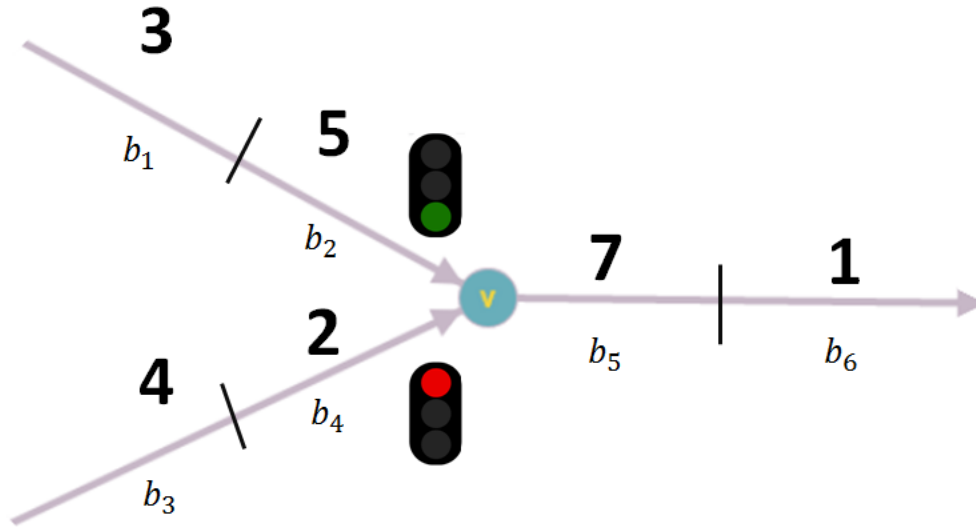
Jeśli  $S(t)$  określa przejazdy, które są rzeczywiście możliwe w układzie, to:

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{S}(t) \quad (5.13)$$

Zatem celem wprowadzenia macierzy topologii oprócz przedstawienia wszystkich możliwych przejazdów jest także walidacja przejazdów zadanych przez macierz sterowania  $\mathbf{S}(t)$ .

### 5.6.1 Przykład

Rozważony zostanie przykład sieci trzech dróg  $e_1, e_2, e_3$ . Każda z nich jest podzielona na dwa odcinki. Drogi  $e_1$  i  $e_2$  zbiegają się na skrzyżowaniu z sygnalizacją świetlną. Założone jest, że sygnalizacja zmienia się w każdym kroku czasowym, jednak w międzyczasie przez jeden interwał czasowy jest żółte światło dla obydwu dróg. Matematycznie ujmując żółte światło jest równoważne czerwonemu - pojazdy czekają na skrzyżowaniu. Początkowy stan sieci przedstawia rysunek:

Rysunek 5.4: Sieć dróg z sygnalizacją świetlną w chwili  $t=0$ 

Należy zastanowić się nad macierzą topologii układu  $\mathbf{T}$ . Jest ona następująca:

$$\mathbf{T} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{l} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{array} \end{array} \quad (5.14)$$

- Wartości w kolumnach  $b_1, b_3, b_5$  są równe 1 tylko w wierszach odpowiadającym odcinkom  $b_2, b_4, b_6$ , co wynika z tego, że pojazdy będące na odcinkach  $b_1, b_3, b_5$  mają tylko możliwość przejazdu do odpowiednio  $b_2, b_4, b_6$ .
- Wartości w kolumnie  $b_6$  są zerowe, gdyż pojazdy z odcinku  $b_6$  opuszczają układ.
- Najbardziej interesujące są kolumny  $b_2$  i  $b_4$ . Odpowiadają one odcinkom leżącym bezpośrednio przed skrzyżowaniem. Obydwie kolumny posiadają dwie wartości 1, gdyż pojazdy będące na odcinkach  $b_2, b_4$  mają dwie możliwości przejazdu. Pojazdy będące na odcinku  $b_2$  mogą przejechać przez skrzyżowanie i wjechać na  $b_5$ , albo pozostać dalej na  $b_2$  w przypadku czerwonego światła. Analogiczna sytuacja dotyczy pojazdów na odcinku  $b_4$ . Zielone i czerwone tło określają przy jakiej sygnalizacji świetlnej opisany przejazd jest możliwy.

Początkowy wektor stanu (zgodny z rysunkiem 5.4) to:

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Macierz stanu w momentach  $t = 0, 4$  uwzględnia zielone światło dla drogi  $e_1$  oraz czerwone dla  $e_2$ .

$$\mathbf{A}_{e_1} = \begin{array}{cccccc} b_1 & \textcolor{green}{b_2} & b_3 & \textcolor{red}{b_4} & b_5 & b_6 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \textcolor{red}{0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \textcolor{red}{1} & 0 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{1} & 0 & \textcolor{green}{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{matrix} \end{array} \quad (5.15)$$

Macierz stanu w momentach  $t = 1, 3, 5$  uwzględnia żółte światło zarówno dla  $e_1$  jak i  $e_2$ . Jak zostało już wspomniane, jest ono równoważne czerwonemu światłu.

$$\mathbf{A}_{yellow} = \begin{array}{cccccc} b_1 & \textcolor{red}{b_2} & b_3 & \textcolor{red}{b_4} & b_5 & b_6 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \textcolor{red}{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \textcolor{red}{1} & 0 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & 0 & \textcolor{green}{0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{matrix} \end{array} \quad (5.16)$$

Macierz stanu w momencie  $t = 2$  uwzględnia zielone światło dla drogi  $e_2$  oraz czerwone dla  $e_1$ .

$$\mathbf{A}_{e_2} = \begin{array}{cccccc} b_1 & \textcolor{red}{b_2} & b_3 & \textcolor{green}{b_4} & b_5 & b_6 \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \textcolor{red}{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \textcolor{red}{0} & 0 & 0 \\ 0 & \textcolor{green}{0} & 0 & \textcolor{green}{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ b_5 \\ b_6 \end{matrix} \end{array} \quad (5.17)$$

t	$x(t)$	$A(t)$	Rysunek stanu układu
0	$\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
1	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 6 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
2	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
3	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
4	$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	
5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	

## 5.7 Wprowadzenie źródeł ruchu

Wszystkie poprzednie przykłady układów ruchu drogowego szybko kończyły się stanem w którym nie było już żadnych pojazdów na drogach. W tym rozdziale zostanie przedstawiony sposób napływania nowych pojazdów do układu. Drogi układu, które nie rozpoczynają się na



skrzyżowaniu będą nazywane drogami źródłowymi. Niech zbiór wszystkich dróg źródłowych to  $E_s = e_1, \dots, e_k$ . Wektorem źródła w chwili  $t$  nazywany będzie wektor:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_k \end{bmatrix}$$

Równanie systemu uwzględniające źródła ruchu to:

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (5.18)$$

Gdzie  $B$  jest macierzą odpowiedzialną za zrzutowanie pojazdów napływających do dróg źródłowych do odpowiednich odcinków.

### 5.7.1 Przykład dla pojedynczej drogi

Niech dana będzie droga  $e$  podzielona na 4 odcinki  $b_1, b_2, b_3, b_4$ . Początkowo niech wektor stanu to

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dane są następujące wektory źródłowe:

$$\mathbf{u}(0) = [7] \quad \mathbf{u}(1) = [3] \quad \mathbf{u}(2) = [5]$$

Są to wektory o wymiarze 1, gdyż w układzie jest tylko 1 droga. Spodziewany następny wektor stanu to:

$$\mathbf{x}(1) = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

gdyż na pierwszym odcinku pojawia się 7 pojazdów ze źródła  $\mathbf{u}(0)$ , a pozostałe pojazdy przejeżdżają jeden odcinek drogi. Oczywiście  $\mathbf{A}\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}^T$ , zatem konieczne  $\mathbf{B}\mathbf{u}(0) = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$  Macierz  $\mathbf{B}$  zatem musi być dla tego układu następująca:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

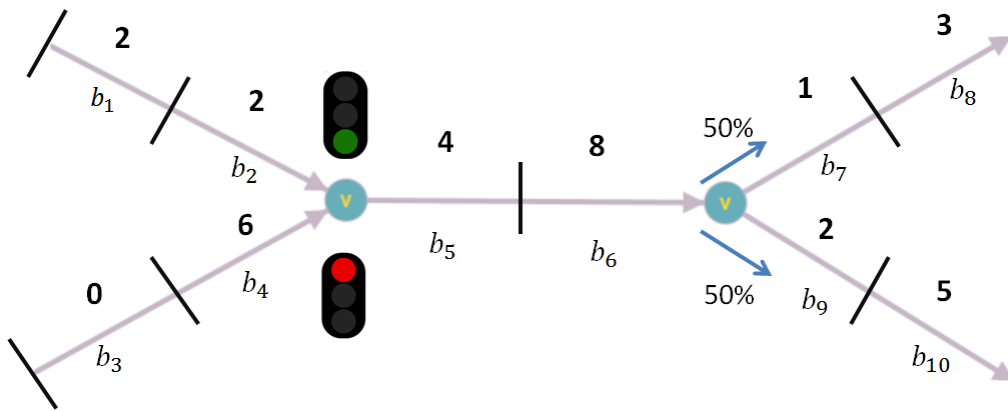
Jest ona stała w czasie. Wartości kolejnych wektorów stanu wyznaczone ze wzoru (5.18) to:

$$\mathbf{x}(2) = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}(3) = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$

### 5.7.2 Przykład dla złożonej sieci dróg

Niech dany będzie układ składający się z 5 dróg, z czego każda jest podzielona na dwa odcinki. Strukturę sieci dróg przedstawia poniższy rysunek.



Rysunek 5.5: Złożona sieć dróg

Dalszy rozwój ruchu- Do zrobienia :)

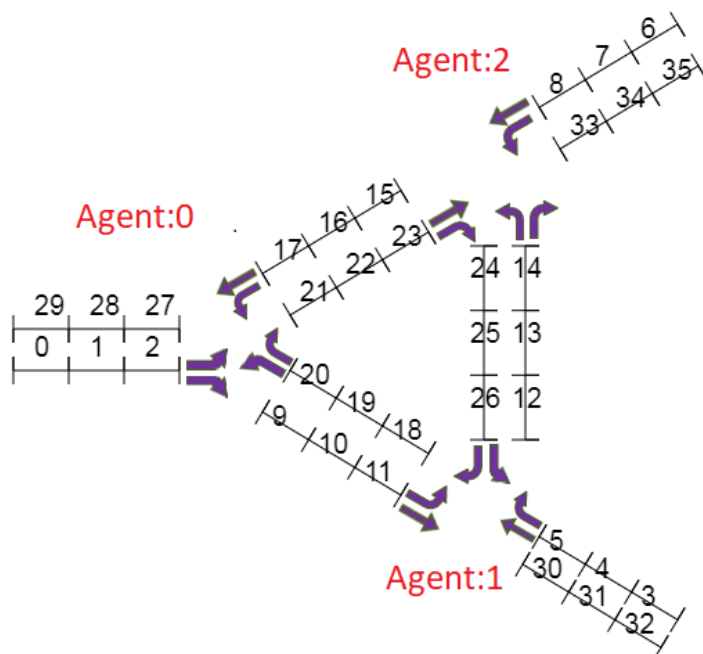
## 5.8 Wprowadzenie gęstości ruchu

Do zrobienia :)

# Rozdział 6

## środowiska symulacyjne qwe

### 6.1 Środowisko 4

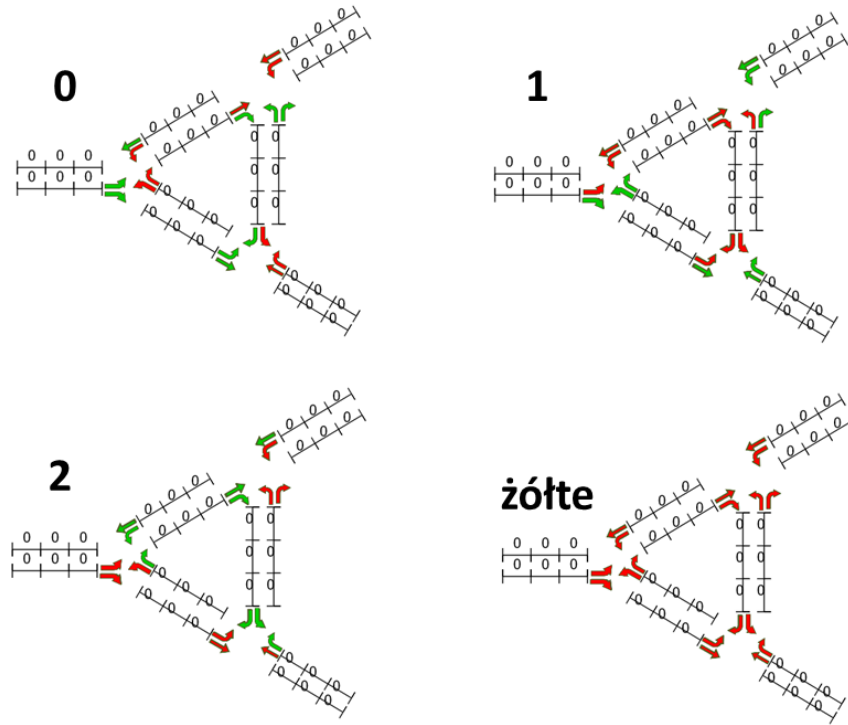


Rysunek 6.1: środowisko 4

środowisko posiada 12 jednokierunkowych dróg. Każda droga ma 3 odcinki co daje w sumie 36 odcinków (są numerowane od 0 co widać na rysunku 6.1). W sieci dróg znajdują się 3 skrzyżowania. Do każdego z nich jest przypisany agent, który odpowiada za sterowanie sygnalizacją świetlną.

Model ruchu: Pojazdy w jednym interwale czasowym pokonują jeden odcinek. Na skrzyżowaniach w przypadku zielonego światła przejeżdża maksymalnie 10 pojazdów w jedną stronę. Fazy świetlne: Każde skrzyżowanie posiada 4 fazy świetlne przedstawione poniżej. Fazy 0,1 i 2 są fazami, które posiadają pewne zielone światła. Agent podejmuje decyzję o

zmianie tych faz. Zmiana ta nie jest natychmiastowa i następuje dopiero po 2 interwałach fazy żółtych światel.



Rysunek 6.2: środowisko 4 - fazy światel