

**Grafisches Ableiten**

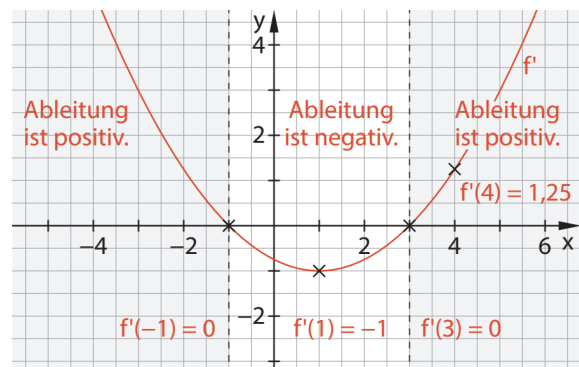
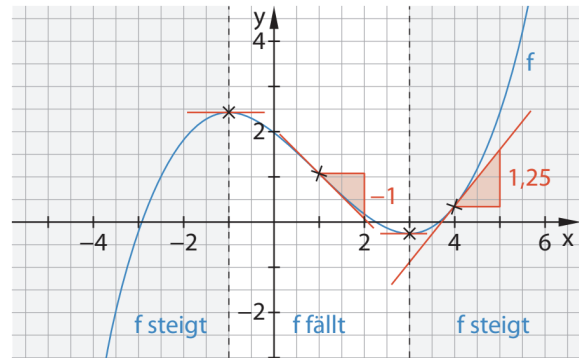
Der Funktionswert der Ableitungsfunktion  $f'$  an einer Stelle  $x$  entspricht der Steigung des Graphen von  $f$  an dieser Stelle.

In den Intervallen, in denen der Graph von  $f$  steigt (bzw. fällt), in denen also die Steigung positiv (bzw. negativ) ist, verläuft der Graph von  $f'$  oberhalb (bzw. unterhalb) der  $x$ -Achse.

An den Hoch- und Tiefpunkten (hier bei  $x = -1$  und  $x = 3$ ) hat der Graph von  $f$  eine waagerechte Tangente. Die Steigung ist 0,  $f'$  hat eine Nullstelle.

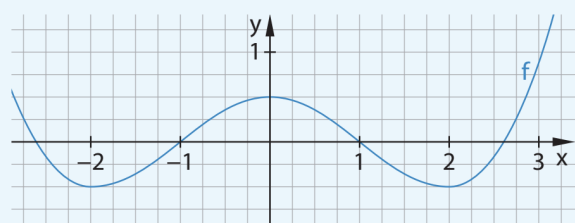
Ab  $x = 3$  wird der Graph von  $f$  immer steiler, die Funktionswerte von  $f'$  also immer größer. Der Graph von  $f$  fällt bei  $x = 1$  am steilsten ab. An dieser Stelle hat der Graph von  $f'$  einen Tiefpunkt.

Die Tangente bei  $x = 4$  hat die Steigung 1,25. Der Graph von  $f'$  verläuft durch den Punkt  $L(4|1,25)$ .



**Beispiel 2:** Skizzieren Sie zum abgebildeten Graphen von  $f$  den Graphen der Ableitungsfunktion  $f'$ .

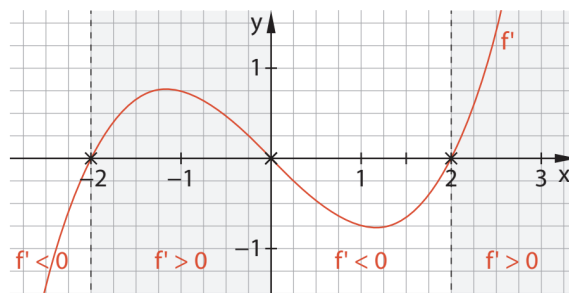
Markieren Sie die Nullstellen von  $f'$  sowie die Intervalle, in denen die Ableitung positiv bzw. negativ ist.

**Lösung:**

Der Graph von  $f$  hat Tiefpunkte bei  $x = -2$  und  $x = 2$  sowie einen Hochpunkt bei  $x = 0$ . An diesen Stellen hat  $f'$  daher Nullstellen.

In den Bereichen  $x < -2$  und  $0 < x < 2$  fällt der Graph von  $f$ , hier ist  $f'(x)$  negativ.

In den Bereichen  $-2 < x < 0$  und  $x > 2$  steigt der Graph von  $f$ , hier ist  $f'(x)$  positiv.

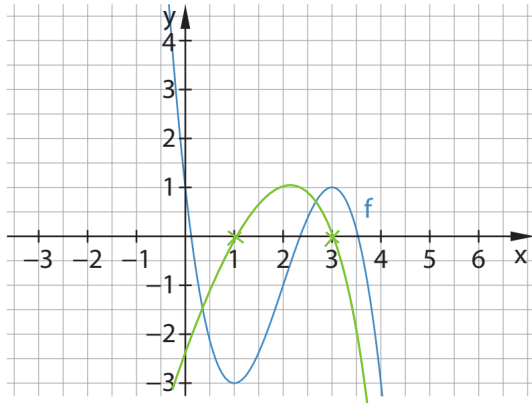
**Hinweis:**

$f' < 0$  ist die Kurzschreibweise für  $f'(x) < 0$  für alle  $x$  im betrachteten Intervall.

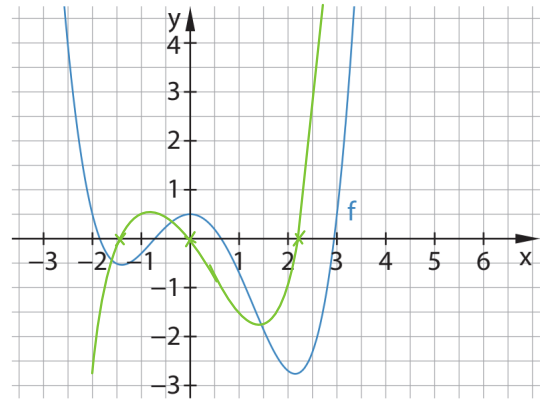
## Übung1

Skizzieren Sie den Graphen von  $f'$  zum abgebildeten Graphen von  $f$ .

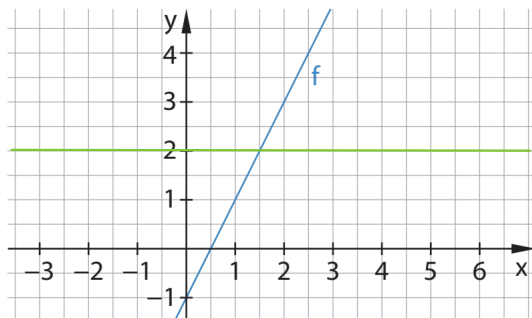
a)  $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$



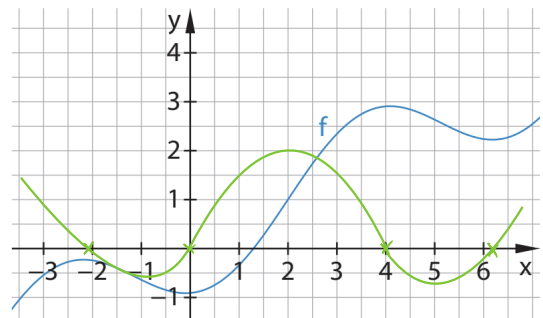
b)  $f(x) = 0,2x^4 - 0,2x^3 - 1,2x^2 + 0,5$



c)  $f(x) = 2x - 1$

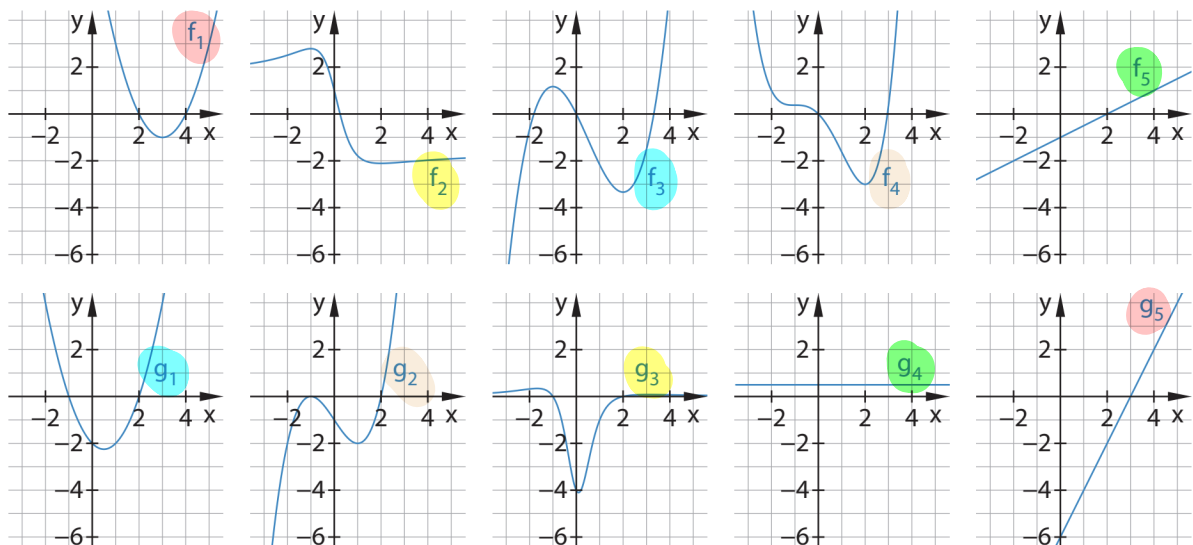


d)  $f(x) = \sin(x - 2) + 0,5x$



## Übung 2

Finden Sie heraus, welche der Funktionen  $g_1, \dots, g_5$  Ableitung zu welcher der Funktionen  $f_1, \dots, f_5$  ist. Begründen Sie Ihre Zuordnung.



$f_1, g_5$ : gleichmäßige Steigung in  $+$  /  $-$  Bereich

$f_2, g_3$ : „steiler“ Wendepunkt wird zu „steilem“ Extrempunkt

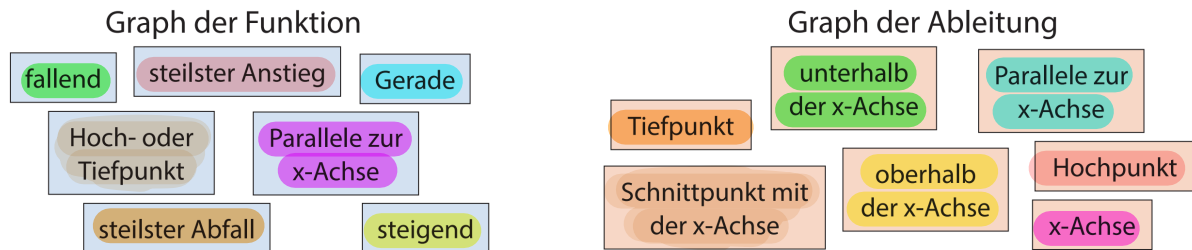
$f_3, g_1$ : Nullstellen bei Extrempunkten, Extrempunkten bei Wendepunkten

$f_4, g_2$ : Sattelpunkt  $\rightarrow$  Extrempunkte

$f_5, g_4$ : konstante Steigung zu  $f(x) = \text{lin}$

### Übung 3

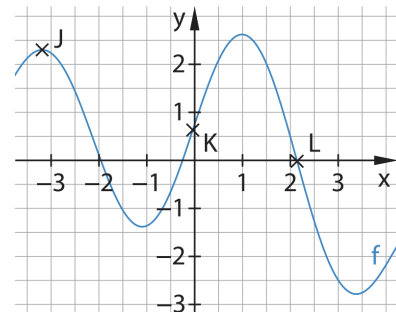
Ordnen Sie jeder Eigenschaft des Graphen einer Funktion die zugehörige Eigenschaft des Graphen der Ableitung zu. Legen Sie dazu eine Tabelle an.



### Übung 4

Abgebildet ist der Graph von  $f$ . Prüfen Sie, ob die Aussage über die Ableitungsfunktion  $f'$  wahr oder falsch ist.

- ☒ a)  $f'$  hat die Nullstelle  $x = -2$ .
- ☒ b)  $f'$  hat die Nullstelle  $x = -3, 19$ .
- ☒ c) Der Graph von  $f'$  hat bei  $x = -0,04$  einen Hochpunkt.
- ☒ d)  $f'(x)$  ist für  $x > 2,14$  negativ.
- ☒ e) Der Graph von  $f'$  hat bei  $x = 2,14$  einen Tiefpunkt.
- ☒ f)  $f'(-2) < 0$



### Übung 5

Die Funktion  $f$  gebe für einen Zeitraum von 8 Tagen die Höhe des Wasserstandes im Ausgleichsbecken einer Kanalisation wieder.

- a) Skizzieren Sie den Graphen der Ableitung  $f'$ .
- b) Es gilt  $f'(3) = -0,45$ . Erklären Sie die Bedeutung dieser Zahl im Sachzusammenhang.
- c) Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen von  $f'$  im Sachzusammenhang.

