

Arbeit im Gravitationsfeld

1. Das Gravitationsfeld

Das Gravitationsfeld bezeichnet den Raum um eine Masse (bspw. die Erde) in dem Gravitationskräfte wirken. Zur Veranschaulichung dient auch hier das Feldlinienmodell. Dabei entspricht die Richtung der Feldlinien der Richtung der Gravitationskraft, die auf einen Probekörper der Masse m wirkt. Da die Gravitationskräfte alle zum Mittelpunkt des Körpers zeigen, ergibt sich ein radialsymmetrisches Feld (auch Radialfeld genannt).

In der Nähe der Erdoberfläche verlaufen die Feldlinien parallel. Das Gravitationsfeld ist in diesem Bereich homogen, d.h. die Gravitationskraft ist in diesem Raumbereich überall gleich groß.

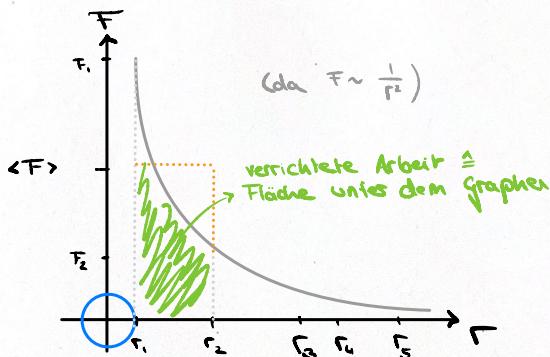
Unterschied Arbeit - Energie

Energie: charakteristische Größe
Arbeit: Prozessgröße

In Erdnähe gilt:

$$\begin{aligned} W_{\text{Hub}} &= m \cdot g \cdot \Delta h \\ &= F_G \cdot \Delta h \end{aligned}$$

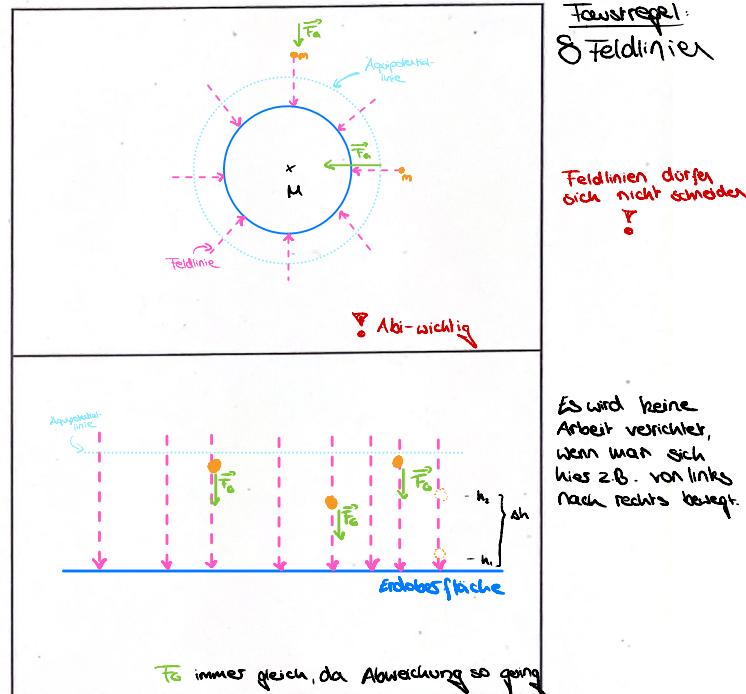
Allgemein:



$\langle F \rangle$: geometrisches Mittel

$$\langle F \rangle = \sqrt{F_1 \cdot F_2}$$

Entlang einer Equipotentiallinie wird keine Arbeit benötigt, um sich zu bewegen (z.)



$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{Hub}} &= F_G \cdot \Delta r \\ &= \gamma \cdot \frac{mM}{r^2} \cdot \Delta r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{Hub}} &= \langle F \rangle \cdot \Delta r \\ &= \sqrt{F_1 \cdot F_2} \cdot (r_2 - r_1) \\ &= \sqrt{\gamma \frac{mM}{r_1^2} \cdot \gamma \frac{mM}{r_2^2}} \cdot (r_2 - r_1) \\ &= \gamma \frac{mM}{r_1} \cdot (r_2 - r_1) \\ &= \gamma m M \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned}$$

Die gesamtarbeit ergibt sich aus der Summe der Teilarbeiten:

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{Hub, ges}} &= \Delta W_{\text{Hub1}} + \Delta W_{\text{Hub2}} + \dots + \Delta W_{\text{HubN}} \\ \Delta W_{\text{Hub, ges}} &= \gamma m M \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \gamma m M \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) + \dots + \gamma m M \cdot \left(\frac{1}{r_{N-1}} - \frac{1}{r_N} \right) \\ &= \gamma m M \cdot \frac{1}{r_1} - \gamma m M \cdot \frac{1}{r_N} \\ &= \underline{\underline{\gamma m M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_N} \right)}} \end{aligned}$$

(In der Formelsammlung steht auch:
 $\Delta W_{\text{Hub}} = \gamma m M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$)