

Facultad de Ingeniería, Universidad Mariano Gálvez de Guatemala

Código: 013

Hugo Montoya



### **Proyecto Final**

Plan fin de semana sábados

Sección “G”

Josep Abisai Molina Chub	5190-23-15209
Roxana Armenia López Espina	5190-24-19977
Wilber José Pablo Garcia Reyes	5190-23-23594
Julio Cesar Torres del Cid	5190-23-12922
Flor Clariza Miranda Ruiz	5190-24-890

octubre de 2025

## Tabla de Contenido

Resumen.....	3
Introducción .....	4
Planeación y estrategia.....	5
Desarrollo del proyecto.....	6
Como Funciona la calculadora.....	7
Ejemplo practico .....	10
Ejemplo de cómo ingresar una función a la calculadora .....	13
Como se llevó a cabo cada reunión de equipo.....	14
Asignación de tareas a los integrantes .....	16
Conclusiones .....	17
Recomendaciones .....	18
Bibliografía .....	19

## Resumen

Este proyecto se basa en la investigación, elaboración y practica de un instrumento que utilizamos constantemente en nuestras vidas cotidiana para realizar diversas acciones o procedimientos. Dicho instrumento está estrechamente relacionado con algunos de los temas vistos en la clase de cálculo, los cuales nos permiten comprender fenómenos que ocurren a nuestro alrededor, incluso sin darnos cuenta.

A lo largo del semestre, hemos estudiado diferentes conceptos fundamentales, entre ellos; las integrales definidas e indefinidas, la integración por método de sustitución (U), la integración por partes, las integrales impropias, la integración por fracciones parciales, así como aplicaciones del cálculo en movimiento rectilíneo, volúmenes y superficies de revolución.

El objetivo principal de este proyecto es demostrar como las integrales están presentes en múltiples situaciones cotidianas, muchas veces sin que seamos plenamente conscientes de ello. A través de la investigación y el desarrollo practico, buscamos identificar y explicar de que manera los principios del cálculo especialmente los métodos de integración se manifiestan en actividades comunes, en el diseño de herramientas, en el movimiento de objetos o en la determinación de áreas y volúmenes en el entorno físico.

Cada integrante da una idea en el cual el líder lo ve y coincide en varios aspectos para tomar una en cuenta y ejecutar al mismo tiempo teniendo uso de tecnología y métodos en el que grupo se reúne y colaborar en desarrollar las ideas.

*Palabras clave:* procedimientos, fenómenos, Integrales.

## **Introducción**

El presente proyecto tiene como finalidad mostrar el proceso de elaboración de una calculadora, desarrollada con los conocimientos adquiridos en el curso de cálculo. A través de este trabajo se busca aplicar los conocimientos aplicados adquiridos en clase de manera práctica, funcional y útil en distintos contextos.

En el desarrollo del proyecto se explicará paso a paso como se llevó a cabo la creación de la calculadora, desde la planeación y el diseño hasta su programación y funcionamiento. Así mismo se incluirán ejemplos y situaciones de la vida en las que el uso de la calculadora resulta esencial, con el propósito de que el lector o usuario pueda comprender su importancia y aplicabilidad en tareas cotidianas, académicas y profesionales.

De esta manera el proyecto no solo busca reforzar los aprendizajes obtenidos en clase sino también fomentar la creatividad, el razonamiento lógico y la resolución de problemas mediante la implementación de herramientas tecnológicas. En conjunto, este demostrar como la programación puede ofrecer soluciones simples y efectivas a necesidades reales.

## Planeación y estrategia

Para iniciar este trabajo en equipo, fue necesario realizar una planeación organizada que nos permitiera definir claramente como comenzar. En primer lugar, elaboramos una lista con los aspectos más importantes que debíamos considerar, así como los elementos que debía incluir la calculadora. Cada integrante del grupo propuso un tema relacionado con el proyecto, y la asignación de tareas se llevo a cabo tomando en cuenta la disposición, los conocimientos previos y el tiempo que cada uno podía dedicar al trabajo.

Tras una discusión conjunta, el grupo decidió enfocar el proyecto en el desarrollo de una calculadora capaz de resolver distintos tipos de problemas matemáticos, centrándose en el cálculo de integrales. Este enfoque nos permitio aplicar los conceptos aprendidos en clase de manera práctica, integrando tanto la parte teórica del calculo como las herramientas tecnológicas necesarias para su implementación.

Durante la fase de planificación, también se evaluaron diferentes software y entornos e programación que podría facilitar el desarrollo del proyecto. Finalmente, se opto por utilizar Python, debido a su naturaleza dinámica, su sintaxis sencilla y la amplia variedad de librerías especializadas que ofrece, las cuales resultan muy útiles para la resolución de operaciones matemáticas avanzadas y para la creación de interfaces interactivas.

Gracias a esta elección, el grupo pudo estructurar el trabajo de manera eficiente, combinando el aprendizaje colaborativo con la aplicación practica de los conocimientos en programación y matemáticas.

## Desarrollo del proyecto

El proyecto se inició utilizando el lenguaje de programación Python en el cual desarrollaríamos la calculadora utilizando librerías como `Os` que nos servirá para interactuar con el sistema operativo, en el proyecto se puede utilizar para abrir o guardar archivos con resultados o configuraciones, así mismo se utilizó la librería “**math**” el cual tiene funciones básicas como raíces cuadradas, en el proyecto se utilizara para realizarse cálculos numéricos simples o validar expresiones matemáticas, también se utilizara librerías científicas y matemáticas además de la mencionada anteriormente, una de las principales es **numpy(np)** el cual nos ayudara para manejar los datos de las funciones y los puntos gráficos, el **sympy(SP)** nos ayudara a resolver expresiones matemáticas de forma algebraica, también se utilizaron librerías de visualización las cuales nos permitirá visualizar las funciones graficadas, y luego están las interfaz grafica que nos ayudara a crear la ventana principal de la calculadora con campos de entrada y botones de cálculo, mejorar la apariencia de la interfaz, y los pasos o ventanas de error. Estas librerías trabajan en conjunto para crear una calculadora de integrales interactiva, en resumen, la calculadora será capaz de calcular integrales simbólicas y numéricas, mostrará los resultados de manera visual y ofrecerá una interfaz amigable e interactiva para el usuario.

Las funciones definirán cada procedimiento matemático que hará la calculadora, cada una tiene parámetros y orden para que pueda lograr esos cálculos, en la siguiente parte del código se ve como se desarrolla la interfaz gráfica de la Calculadora, en donde se definirá la velocidad y colores que llevara la calculadora, luego están las utilidades matemáticas en el cual se definió los símbolos, así como la constante física en donde también se utiliza la `AnimationSpeed` el cual define constante de velocidades para animaciones, esto permite que distintas partes del programa

controlen la velocidad de actualización visual cada valor representa milisegundos entre fotogramas.

MathEngine está librería actúa como el cerebro matemático del programa sirve para derivar, integrar y evaluar funciones simbólicas y numéricas, con pasos explicativos y verificación numérica, interpreta expresiones escritas por el usuario, mostrar paso a paso como se deriva o integra, verificar numéricamente los resultados, reutilizar cálculos gracias al sistema de cache. Esto es un resumen breve de lo que hace el código y como se desarrolló.

### **Como Funciona la calculadora**

La calculadora ULTRA CALC 2D es una aplicación interactiva diseñada para realizar distintos tipos de cálculos matemáticos y representar gráficamente sus resultados. En su pantalla principal, se puede observar una interfaz moderna y funcional que integra varias secciones orientadas a facilitar el uso la comprensión de los procedimientos matemáticos.

En la parte central se encuentra una zona gráfica, que representa una porción de un plano cartesiano. Esta sección, denominada Grafica Interactiva, permite visualizar de manera dinámica las funciones introducidas por el usuario, mostrando sus curvas, puntos de intersección y áreas bajo la curva en el caso de las integrales, contribuyendo a una mejor comprensión de los conceptos matemáticos.

Ala derecha de la interfaz, se localiza una consola de resultados, en el cual se muestran de forma detallada de los pasos seguidos durante el proceso de resolución, así como los resultados finales de los problemas matemáticos planteados. Esta sección cumple una función educativa importante, ya que permite al usuario observar el desarrollo simbólico y numérico de los cálculos.

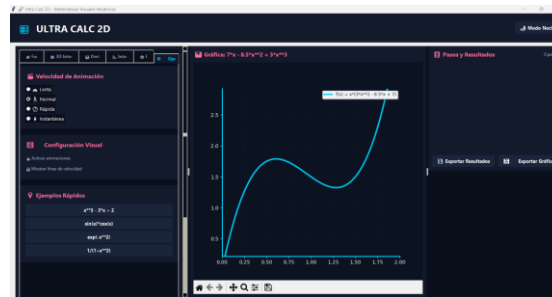
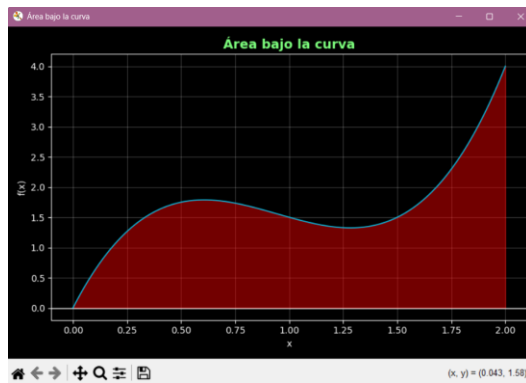
Debajo de la consola se encuentra dos botones principales: uno permite exportar los resultados obtenidos (por ejemplo, guardarlos en un archivo externo), y el otro posibilita almacenar los datos dentro de carpetas locales del sistema. Estas funciones ofrecen flexibilidad para conservar, compartir o analizar posteriormente la información generada por la calculadora.

La aplicación incluye una función de ejemplo preestablecida, que el usuario puede utilizar para probar la visualización de la gráfica y familiarizarse con las distintas herramientas disponibles, así mismo, el menú principal ofrece diversas opciones de trabajo entre las cuales destacan:

- **Función Principal:** permite integrar una función personalizada para su análisis y representación gráfica.
- **Funciones 3D:** habilita el cálculo y la visualización de funciones tridimensionales ampliando la capacidad de análisis.
- **Cálculo de integrales:** resuelve integrales definidas e indefinidas, tanto simbólica como numéricamente, además de mostrar el área bajo la curva.
- **Problemas de física:** ajustar la visualización de la gráfica, los colores, la velocidad de cálculo y otros parámetros de funcionamiento.

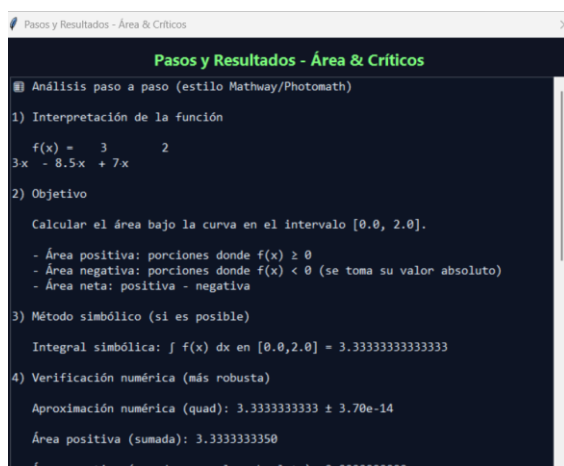
En conjunto, ULTRA CALC 2D se representa como una herramienta integral que combina el cálculo simbólico y numérico con una interfaz visual intuitiva, orientada al aprendizaje, la práctica y la experimentación de los conceptos matemáticos vistos en clase.



**Figura 1***Vista de la calculadora**Nota.* Interfaz principal de la calculadora.**Figura 2***Vista del cálculo área bajo la curva**Nota:* la figura muestra la gráfica de como calcular el área bajo la curva.

**Figura 3**

*Vista de la consola de los pasos y resultados*



```

Pasos y Resultados - Área & Críticos

Pasos y Resultados - Área & Críticos
■ Análisis paso a paso (estilo Mathway/Photomath)

1) Interpretación de la función
f(x) = 3x^3 - 8.5x^2 + 7x

2) Objetivo
Calcular el área bajo la curva en el intervalo [0.0, 2.0].
- Área positiva: porciones donde f(x) ≥ 0
- Área negativa: porciones donde f(x) < 0 (se toma su valor absoluto)
- Área neta: positiva - negativa

3) Método simbólico (si es posible)
Integral simbólica: ∫ f(x) dx en [0.0, 2.0] = 3.33333333333333

4) Verificación numérica (más robusta)
Aproximación numérica (quad): 3.333333333 ± 3.70e-14
Área positiva (sumada): 3.333333350
Área negativa (sumada en valor absoluto): 0.000000000
  
```

Nota: la figura muestra los pasos del cálculo de la función.

## Ejemplo practico

### *Viaje en automóvil*

Escenario: Un automóvil prueba parte desde el reposo ( $t=0$ ) en la ciudad A y se dirige por una autopista recta hacia la ciudad B. Los ingenieros han determinado que la aceleración del automóvil esta modelada por la función  $(t) = 6t + 2 \frac{m^2}{s}$  donde T es tiempo en segundos.

Resolver:

- Velocidad: determine la función de velocidad,  $v(t)$ , del automóvil
- Posición: si la ciudad B está a 1000 metros de distancia de la ciudad A, ¿Cuánto tiempo, T, ¿tarda el automóvil en llegar a la ciudad B?

Resolución de problema:

1. Determinación de la función de velocidad ( $v(t)$ )

Recordemos que la velocidad es la integral de la aceleración

$$v(t) = \int a(t)dt$$

Sustituimos la función de aceleración

$$v(t) = \int (6t + 2)dt$$

$$v(t) = \frac{6t^2}{2} + 2t + c1$$

$$v(t) = 3t^2 + 2t + c1$$

Para encontrar la constante de integración (C1), usamos la condición inicial: el automóvil parte del reposo en  $t = 0$ , lo que significa  $v(0) = 0$

$$v(0) = 3(0)^2 + 2(0) + c1 = 0$$

$$c1 = 0$$

Por lo tanto, la función de velocidad es:

$$v(t) = 3t^2 + 2t \text{ m/s}$$

## 2. Determinación del tiempo de Llegada (T)

La posición (o distancia recorrida) es la integral de la velocidad. Para encontrar el tiempo que tarda en recorrer los 100 metros, utilizaremos una integral definida de la velocidad desde el tiempo inicial ( $t = 0$ ) hasta el tiempo final ( $t = T$ )

$$Distancia = \int_0^t v(t)dt$$

Sustituimos la función de velocidad e igualamos a la distancia total (1000 m)

$$\int_0^T (3t^2 + 2t)dt = 1000$$

Calculamos la antiderivada:

$$\left[ \frac{3t^2}{3} + \frac{2t^2}{3} \right]_0^T = 1000$$

$$[t^3 + t^2]_0^T = 1000$$

$$(T^3 + T^2) - (0^3 + 0^2) = 1000$$

$$T^3 + T^2 = 1000$$

Esta es una ecuación cubica que debe resolverse para T. Busquemos un valor entero cercano.

- si  $T = 9$ :  $9^3 + 9^2 = 729 + 81 = 810$  (*muy bajo*)
- si  $T = 10$ :  $10^3 + 10^2 = 1000 + 100 = 1100$  (*muy alto*)

El valor de T esta entre 9 y 10 segundos. Usando métodos numéricos o factorización (si se factoriza la ecuación como  $T^3 + T^2 - 1000 = 0$ ), se encuentra que el valor real es aproximadamente  $T = 9.61$  segundos.

conclusión: El problema de muestra como las integrales se usan para reconstruir información (velocidad a partir de aceleración, y posición a partir de velocidad).

La velocidad del automóvil se modela con

$$v(t) = 3t^3 + 2t$$

- El automóvil tarda aproximadamente 9.61 segundos en recorrer la distancia de 1000 metros y llegar a la ciudad B

### Ejemplo de cómo ingresar una función a la calculadora

Problemas para resolver:

Calcular el área bajo la curva de la función

$$F(x) = x^2 + 2x + 1$$

En el intervalo  $[0,3]$

Ingresamos la función  $x^{**2}+2*x+1$  (en Python, los exponentes se escriben con **\*\*** (por ejemplo,  $x^{**2} = x^2$ ))

Selecciona el tipo de cálculo, la opción “Calculo de integrales” en el menú principal, luego elige “Integrales definida” e ingresa los límites de integración

- Límite inferior
- Límite superior

Visualización en la grafica interactiva

Presionar el botón de calcular

La **gráfica interactiva** mostrará:

- La curva de la función  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ .
- El **área sombreada bajo la curva** entre  $x = 0$  y  $x = 3$ .
- Los ejes del plano cartesiano y los puntos de intersección.

Con este procedimiento, el usuario puede visualizar y comprender cómo el área bajo la curva representa el valor de la integral definida.

ULTRA CALC 2D no solo ofrece el resultado numérico, sino también el desarrollo simbólico y una representación gráfica clara e interactiva, ideal para el aprendizaje y la práctica del cálculo integral.

### **Como se llevó a cabo cada reunión de equipo.**

El desarrollo del proyecto resultó un proceso exigente pero enriquecedor. Aunque en algunos momentos el trabajo fue pesado debido a la complejidad de las tareas y la coordinación entre los integrantes, también se tornó ligero gracias a la colaboración constante, la buena organización y la disposición del grupo para alcanzar los objetivos propuestos.

Para lograr una comunicación efectiva, fue necesario realizar varias reuniones de coordinación. Se emplearon diferentes medios digitales, entre ellos **Google Meet**, que permitió la realización de **reuniones virtuales** donde se discutieron avances, se resolvieron dudas y se distribuyeron las responsabilidades. Asimismo, se utilizó **WhatsApp** como un canal de comunicación rápida y práctica, lo que facilitó el seguimiento de las tareas, la toma de decisiones y la coordinación en tiempo real.

Cada integrante del grupo aportó ideas valiosas y participó activamente en la construcción del proyecto. Durante las reuniones se expusieron distintos puntos de vista y se debatieron los temas a desarrollar, fomentando así el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico. Esta dinámica permitió seleccionar de manera consensuada las funciones y características que formarían parte de la calculadora **ULTRA CALC 2D**.

Además, se implementó el uso de la plataforma **GitHub**, la cual fue fundamental para **compartir y mantener actualizado el código del proyecto**. A través de esta herramienta, los integrantes pudieron trabajar de manera conjunta, subir versiones del programa y revisar los aportes de cada miembro, asegurando una adecuada gestión del desarrollo y evitando conflictos en el código.

Finalmente, también se mantuvo una **comunicación presencial durante las clases**, lo que permitió discutir detalles técnicos, resolver dudas directamente con los compañeros y

fortalecer la coordinación general del grupo. Esta combinación de trabajo virtual y presencial fue clave para el éxito del proyecto, garantizando una colaboración efectiva, organizada y productiva.

### Figura 3

*Vista de reunión en grupo.*



Nota: la figura muestra una reunión virtual en WhatsApp.

### **Asignación de tareas a los integrantes**

En esta fase, el coordinador del grupo asignó los roles y responsabilidades para optimizar el trabajo:

Joseb: Creación y organización del código principal, además de apoyar a sus compañeros en la resolución de dudas técnicas. También colaboró en el diseño de los manuales técnicos y de usuario.

Roxana: Apoyo en la programación y diseño lógico de las derivadas; además, fue tester del programa, reportando errores y ayudando en la documentación del sistema.

César: Encargado de la parte visual del proyecto, diseño de presentación y material gráfico explicativo.

Flor: Redacción y organización de la documentación y manual de usuario para presentar de forma clara el funcionamiento del software y del proyecto en pdf

Wilber: Recolector de información matemática sobre técnicas de integración y derivación; además, colaboró en la elaboración de diseño diapositivas



## Conclusiones

El análisis desarrollado a lo largo de este trabajo reafirma que la calculadora de integrales trasciende su papel como simple herramienta de verificación, consolidándose como un **activo estratégico** en la formación y práctica de la Ingeniería. Hemos comprobado que, al automatizar la resolución de operaciones matemáticas que consumen mucho tiempo, como la integración de funciones complejas —esenciales para modelos cinemáticos o de sistemas dinámicos—, estas plataformas permiten una **gestión del tiempo significativamente más eficiente**.

En síntesis, la integración de estas calculadoras en el flujo de trabajo no solo minimiza errores, sino que **potencia la capacidad analítica y la experimentación rápida** con diferentes parámetros del modelo. La habilidad para aplicar el Cálculo a problemas de la vida real, como determinar la posición a partir de la aceleración, es la verdadera meta; la calculadora de integrales es, simplemente, la **forma más efectiva y profesional de alcanzarla**. Es una herramienta indispensable en el *kit* del ingeniero moderno.

El análisis realizado demostró que la calculadora de integrales trasciende su papel como una simple herramienta de verificación; se convierte en un recurso estratégico dentro del aprendizaje y la práctica de la ingeniería, al permitir abordar con mayor eficiencia problemas matemáticos reales.

Finalmente, se adquirió una mejor comprensión de cómo las herramientas tecnológicas pueden aplicarse a la resolución de problemas matemáticos reales, reforzando la importancia del cálculo dentro de la ingeniería en sistemas.

### **Recomendaciones**

Se recomienda continuar ampliando el programa incorporando métodos numéricos más avanzados (como los métodos de Simpson y del trapecio) para obtener aproximaciones más precisas en el cálculo de integrales definidas.

Sería conveniente mejorar la interfaz gráfica, haciéndola más intuitiva y permitiendo mostrar los pasos intermedios del cálculo, con el fin de reforzar el aprendizaje y la comprensión de los procesos matemáticos.

Se sugiere optimizar el rendimiento general del software mediante validaciones más robustas, que eviten errores al ingresar funciones o símbolos no reconocidos por el sistema.

Es recomendable documentar claramente cada módulo del código, con comentarios explicativos y estructura uniforme, de manera que cualquier integrante o futuro estudiante pueda comprender y modificar el programa sin dificultad.

Ahora que se implementó el módulo de Física Aplicada, se aconseja ampliar sus capacidades, incorporando nuevos tipos de problemas físicos (como movimiento parabólico o sistemas dinámicos) que aprovechen el cálculo de integrales en contextos reales.

Se sugiere explorar la posibilidad de crear una versión web o de escritorio ejecutable, lo que facilitaría la distribución y uso del programa por parte de otros estudiantes y docentes

## Bibliografía

### 1. **Python para todos** – Charles Severance

Este libro es una introducción accesible a la programación en Python, ideal para principiantes. Cubre desde los fundamentos del lenguaje hasta conceptos más avanzados.

### 2. **Python Crash Course** – Eric Matthes

Una guía práctica que enseña Python a través de proyectos reales, incluyendo aplicaciones gráficas y análisis de datos.

### 3. **Python Data Science Handbook** – Jake VanderPlas

Este manual es esencial para quienes deseen aplicar Python en ciencia de datos, cubriendo bibliotecas como NumPy, Matplotlib, Pandas y Scikit-learn.

### 4. **Fluent Python** – Luciano Ramalho

Un libro avanzado que profundiza en las características más poderosas y complejas de Python, adecuado para desarrolladores experimentados.

## Recursos en línea

### Tkinter (Interfaz Gráfica de Usuario)

- **Tutorial de Tkinter en GeeksforGeeks:** Una guía completa para comenzar con Tkinter, desde la instalación hasta la creación de aplicaciones GUI básicas. [GeeksforGeeks](https://www.geeksforgeeks.org/python-tkinter/)
- **Documentación oficial de Tkinter:** Información detallada sobre los módulos y clases disponibles en Tkinter. [Python documentation](https://docs.python.org/3/library/tkinter.html)
- **Tutorial de Real Python sobre Tkinter:** Un tutorial interactivo que cubre la creación de aplicaciones GUI con Tkinter. [realpython.com](https://realpython.com/tkinter-tutorial/)

### SymPy (Cálculo Simbólico)

- **Documentación oficial de SymPy:** La fuente principal para aprender sobre el cálculo simbólico en Python. [docs.sympy.org](https://docs.sympy.org)
- **Guía rápida de SymPy en TutorialsPoint:** Una introducción concisa a las funcionalidades de SymPy. [tutorialspoint.com](https://tutorialspoint.com)

### **Matplotlib (Visualización de Datos)**

- **Tutoriales oficiales de Matplotlib:** Una colección de tutoriales que cubren desde gráficos básicos hasta técnicas avanzadas de visualización. [matplotlib.org](https://matplotlib.org)
- **Tutorial de W3Schools sobre Matplotlib:** Una guía paso a paso para crear gráficos con Matplotlib. [w3schools.com](https://w3schools.com)

### **SciPy (Cálculo Numérico)**

- **Documentación oficial de SciPy:** Información detallada sobre las funciones de integración y resolución de ecuaciones diferenciales. [docs.scipy.org](https://docs.scipy.org)
- **Tutorial de SciPy en GeeksforGeeks:** Ejemplos prácticos de cómo utilizar SciPy para integración numérica. [GeeksforGeeks](https://GeeksforGeeks)

### **GitHub (Control de Versiones y Colaboración)**

- **Guía de colaboración en GitHub:** Un recurso completo sobre cómo colaborar eficazmente en proyectos utilizando GitHub. [Medium](https://Medium)
- **Documentación oficial de GitHub sobre colaboración con pull requests:** Información detallada sobre cómo gestionar contribuciones en proyectos colaborativos. [GitHub Docs](https://GitHub Docs)
- **Guía de GitHub para principiantes:** Un tutorial interactivo para aprender los fundamentos de Git y GitHub. [GitHub Docs](https://GitHub Docs)
- **Real Python:** Ofrece tutoriales y artículos sobre diversos temas de Python, incluyendo desarrollo de interfaces gráficas y análisis de datos. [realpython.com](https://realpython.com)

- **GeeksforGeeks:** Una plataforma educativa que proporciona ejemplos y explicaciones sobre programación en Python y otras tecnologías. [GeeksforGeeks](https://www.geeksforgeeks.org/)
- **TutorialsPoint:** Ofrece tutoriales sobre diversas bibliotecas de Python, incluyendo SciPy y Matplotlib. [tutorialspoint.com](https://www.tutorialspoint.com/)

### **Comunicaciones en grupo**

- **Google Meet** plataforma para reuniones virtuales y comunicación verbal
- **WhatsApp** Comunicación escrita e instantánea