

2. ການແກ້ລະບົບສົມຜົນໂດຍການນຳໃຊ້ມາຕຣິດ

25 ພຶດສະພາ 2565 16:51

ຈາກລະບົບສົມຜົນ $AX=B \rightarrow X=A^{-1}B$

ຖ້າວ່າມາຕຣິດ A ມີມາຕຣິດປິ້ນ ຄື

A^{-1} ແມ່ນເອົາສາມາດຊອກໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນໄດ້, ໝາຍຄວາມວ່າ ຈາກ $AX=B$

ຈະໄດ້ $A^{-1}AX=A^{-1}B$ ຫຼື $X=A^{-1}B$

ດັ່ງນັ້ນໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນຊອກໄດ້ຈາກ $X=A^{-1}B$

ຕົວຢ່າງ 1: ຊອກໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນ $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ x+2y=4 \end{cases}$

ບົດແກ້

ຈາກ: $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ x+2y=4 \end{cases}$ ຈົ່ງແກ້ລະບົບສົມຜົນ

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ວາງ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$

ສູ່: $X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14-12 \\ -7+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ບໍລິໂພກ: $x=2$ ແລະ $y=1$

ຊອກ A^{-1}
 $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$
 $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 4-3=1$

ຕົວຢ່າງ 2: ຊອກໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນ

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3=9 \\ x_1+3x_2+x_3=10 \\ 2x_1+3x_2+x_3=11 \end{cases}$$

1. ຈົ່ງແກ້ລະບົບສົມຜົນ
 2. ວາງມາຕຣິດ
 3. ອັດຕະໂນ A^{-1}
 4. $X = A^{-1}B$

ບົດແກ້

$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \end{bmatrix}$ ວາງ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \end{bmatrix}$

ຊອກ $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 3-3 & -(1-2) & 3-6 \\ -(2-3) & 2-2 & -(6-4) \\ 2-3 & -(2-1) & 6-2 \end{bmatrix}$

$= -1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

ບໍລິໂພກ: $X = A^{-1}B$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 11 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0-10+11 \\ -9+0+11 \\ 27+20-44 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ບໍລິໂພກ: $x_1=1; x_2=2; x_3=3$