3. ການແກ້ລະບົບສົມຜົນໂດຍການນຳໃຊ້ເດແຕກມີນັງ

25 มกราคม 2565 16:56

ເຊັ່ນດຽວກັບການແກ້ລະບົບສົມຜົນໂດຍນຳໃຊ້ມາຕຣິດປີ້ນ ເຊິ່ງຈາກລະບົບສົມຜົນ ເຂົາຂຽນໃນຮູບຮ່າງມາຕຣິດຄື:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

ເຂົາຂຽນໃນຮູບຮ່າງມາຕຣິດຄື

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

ເຊິ່ງ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$ ແລະ $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$

ດັ່ງນັ້ນ ຈະໄດ້ໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນແມ່ນ

$$\boxed{x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}}$$

ເຊິ່ງ A_i ແມ່ນມາຕຣິດ ຊຶ່ງແທນຖັນທີ i ດ້ວຍອົງປະກອບຂອງມາຕຣິດ B

ຕົວຢ່າງ 4. ຈົ່ງຊອກໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນ $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ 3x_1 + x_2 = -1 \end{cases}$

ຂຽນໄດ້: $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

ບົດແກ້

ສູດ: $x_i = \frac{\det(A_i)}{\det A}$

ວາງ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$

ຊອກ $\det A = ?$ ວາງ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ໄດ້ $\det A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 9 = -7$

ຊອກ $\det(A_{x_1}) = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 4 - (-1)3 = 4 + 3 = 7$

ຊອກ $\det(A_{x_2}) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 12 = -14$

$$x_1 = \frac{\det(A_{x_1})}{\det(A)} = \frac{7}{-7} = -1$$

$$x_2 = \frac{\det(A_{x_2})}{\det(A)} = \frac{-14}{-7} = 2$$

$S = \{(-1; 2)\}$

ພິສູດ: $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ 3x_1 + x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(-1) + 3 \cdot 2 = 4 \\ 3(-1) + 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 + 6 = 4 \\ -3 + 2 = -1 \end{cases}$ ✓ ✓ ຖືກຕ້ອງ

ຕົວຢ່າງ 5. ຈົ່ງຊອກໃຈຜົນຂອງລະບົບສົມຜົນ $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 11 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$ ຂຽນເປັນຮູບຮ່າງ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \\ 2 \end{bmatrix}$

ບົດແກ້

ວາງ: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 11 \\ 2 \end{bmatrix}$

$|1 \quad 1 \quad -1|$

ວາງ: $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 11 \\ 2 \end{bmatrix}$

ຊອກ $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 2 - 1 - (3 + 1 + 4) = 3 - 8 = -5$

ຊອກ $\det(A_{x_1}) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 11 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 18 + 2 - 11 - (-6 + 3 + 22) = 9 - 19 = -10$

ຊອກ $\det(A_{x_2}) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 11 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 22 - 3 - 4 - (11 + 2 + 12) = 15 - 25 = -10$

ຊອກ $\det(A_{x_3}) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 11 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 6 - 11 - (-9 + 11 + 4) = 1 - 6 = -5$

ຈຶ່ງ ຫານສູດ $x_i = \dfrac{\det(A_i)}{\det(A)}$

$$x_1 = \frac{\det(A_{x_1})}{\det(A)} = \frac{-10}{-5} = 2$$

$$x_2 = \frac{\det(A_{x_2})}{\det(A)} = \frac{-10}{-5} = 2$$

$S = \{(2, 2, 1)\}$

$$x_3 = \frac{\det(A_{x_3})}{\det(A)} = \frac{-5}{-5} = 1$$