

Universidade de Aveiro



Mecânica e Campos Eletromagnéticos

AUTORES:

- | | |
|-----------------------------------|----------|
| • RAFAEL MATOS AMORIM | Nº 98197 |
| • JOAQUIM PEDRO GONÇALVES ANDRADE | Nº 93432 |
| • JOÃO RICARDO CIDRA FIGUEIREDO | Nº 98506 |

Sumário

O principal objetivo deste trabalho é estudar o movimento dos projéteis sobre três condições, sendo, portanto, essencialmente dividido em 3 partes.

Na parte A (Lançamento Horizontal):

1. Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento.

Na parte B (Lançamento Oblíquo):

2. Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento.

Na parte C (Lançamento contra um pêndulo):

3. Determinar a velocidade inicial do projétil.

No seguimento da concretização do trabalho foi fornecido vários documentos para uma melhor compreensão do que se havia de realizar nas aulas, consequentemente no relatório.

Cada vez que se fala em atividade laboratorial envolve-se na sua maioria, medições, a estas por mais cuidadoso e experiente que seja o operador e por mais sofisticado que seja o aparelho de medida é impossível obter um resultado sem que este venha acompanhado de uma incerteza de erro, ou seja, foram calculadas todas as grandezas físicas que o enunciado referia, com o auxílio dos dados recolhidos bem como os erros associados. Para isso:

Temos sempre de avaliar a precisão e a exatidão do conjunto de valores medidos (x_i), para tal precisamos do Valor médio (\bar{x}), Desvios (\mathcal{E}_i), erro de leitura (Δ_l) e Incerteza absoluta (Δ_a)

- $\mathcal{E}_i = |x_i - \bar{x}|$
- $\Delta_a = \max(\Delta_l, \max(\mathcal{E}_i))$

Exatidão: Avaliação da proximidade entre os valores medidos e o valor exato. Determina-se com:

➤ O Erro absoluto: $\frac{|\bar{x} - x_{exato}|}{x_{exato}} \times 100$

Precisão: Avaliação da proximidade entre os valores medidos. Determina-se com:

➤ A Incerteza relativa: $\frac{\Delta_a}{\bar{x}} \times 100$



Os objetivos atingidos nas respetivas aulas foram:

1. A velocidade inicial, $V_0 = (3,12 \pm 0,12) \text{ m/s}$.
2. O alcance máximo, $X_{\text{máx}} = 1,195\text{m}$, ou seja, o ângulo máximo é 38° .
3. Utilizando o pêndulo balístico a velocidade inicial, $V_0 = (3,34 \mp 0,27)\text{m/s}$.

Introdução

Este relatório será posteriormente elaborado com recurso a toda a informação recolhida durante a atividade.

O conteúdo enquadra-se relativamente às aulas TP de Mecânica no capítulo 1 em:

Aplicações 1-D: queda livre. (Parte A)

Aplicações 2-D: projétil e movimento circular. (Parte B)

Aplicações 3-D: movimento curvilíneo geral. (Parte C)

Capítulo este, em que se estuda os movimentos do lançamento de projéteis, os quais estão sujeitos à força gravítica e à resistência do ar. Os movimentos mencionados podem ser verticais/ horizontais/ oblíquos/ circulares, aprendemos assim que segundo os eixos x e y pode variar como é notório nas seguintes equações:

$$x(t) = x_0 + (v_0 \cos \theta_0)t \quad y(t) = y_0 + (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{gt^2}{2}$$

Considera-se $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$, de seguida podemos realizar um sistema com estas 2 equações, em ordem a t, o que resulta no ângulo máximo para o maior alcance, através de:

$$\theta_{\text{amax}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2g(y_i - y_f)}{v_0^2}}}$$

Nesta fórmula verifica-se o ângulo conhecido por todos para quando o $y_f = y_i$, que fica $\arctg(1) = 45^\circ$

Por fim na Parte C, o projétil atinge o pêndulo balístico adquirindo este uma energia cinética, E_c que à medida que se move vai-se transformando em energia potencial, E_p até chegar a um tal ponto onde se igualam (altura máxima), isto deve-se à conservação da energia mecânica, E_m .



Nota (A conservação do momento linear após colisão implica):

$$\bullet \quad m v_{\text{antes colisão}} = (M + m) v_{\text{após colisão}} \Leftrightarrow v_{\text{após colisão}} = \frac{m}{m+M} v_{\text{antes colisão}}$$

Logo a seguir à colisão temos:

$$E_{c(\text{inicial})} = E_{p(\text{máx})} \Leftrightarrow \frac{1}{2} (M + m) v_{\text{após colisão}}^2 = (M + m) g h \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} (M + m) \left[\frac{m}{m+M} v_{\text{antes colisão}} \right]^2 = (M + m) g h \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v_{\text{inicial}} = \frac{(M+m)}{m} \sqrt{2gh}$$

Parte A – Lançamento de um projétil

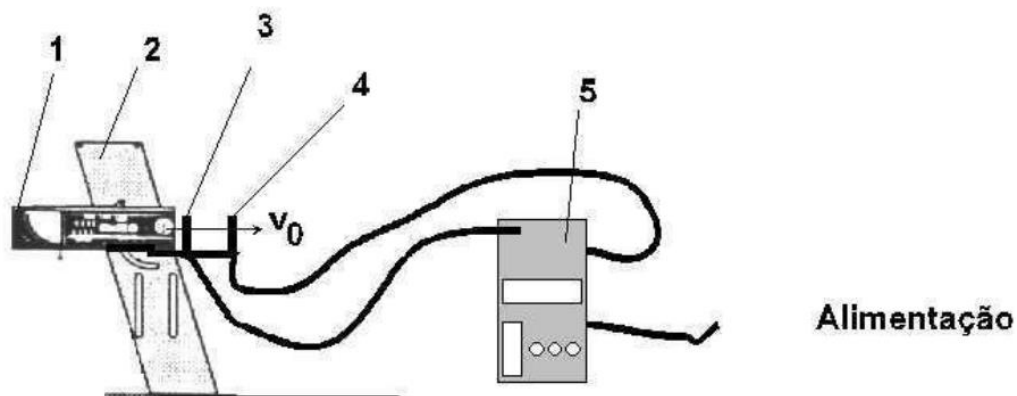


Figura 1

Um dos erros experimentais implícitos nesta parte é o erro da paralaxe, isto é, quando fizemos as nossas medidas colocámo-nos sempre perpendicularmente ao ponto que se encontrava a ser medido.

Material utilizado:

- Uma bola e uma fita métrica;
- Um Lançador de projéteis (LP) fixado à mesa com um grampo e este inclui um sistema para a leitura do ângulo de lançamento, 3 fases para o alcance do projétil sendo essencialmente indicada a fase SHORT RANGE, um fio amarelo que serve para o disparo, tem também outras funcionalidades cujas não foram necessárias para esta parte da experiência;
- Uma proveta para colocar a bola dentro do LP;
- Uns sensores fotoelétricos ligados ao controlador de sistemas.





Nesta figura 2 está um exemplo de uma porta do sensor fotoelétrico

No decorrer deste projeto nós concretizámos a experiência com 5 medidas, tendo em conta que colocámos o sensor imediatamente à saída do LP, assim nesta parte da atividade é perceptível que o erro não é tão significativo, pelo que a fonte de erros é bastante reduzida ao ponto de considerarmos como valor exato no cálculo final da 3ª parte para a precisão.

Procedimento:

1. Inicialmente colocámos o LP tal como está representado na imagem (horizontalmente);
2. Medimos a distância entre as duas portas dos sensores fotoelétricos;
3. Ligámos o sistema de controlo à fonte de alimentação, logo depois preparámos o aparelho com "TIME" -> "TWO GATES" -> "START/STOP";
4. Com a proveta carregámos o LP com a bola de forma a que o indicador amarelo ficasse no modo SHORT RANGE;
5. Colocámos o sensor imediatamente à saída do LP;
6. Por fim disparámos 5 vezes, registando o tempo para cada medida;
7. Calcular o tempo médio (t_m) e o respetivo erro;

Cálculos:

- Distância entre os sensores: $\bar{x} = (0.1006 \pm 0.0005) \text{ m}$
- Registo de tempos:
 $t_1 = 0.0322\text{s}; t_2 = 0.0321\text{s}; t_3 = 0.0319\text{s}; t_4 = 0.0329\text{s}; t_5 = 0.0320\text{s};$
- Média, \bar{t} :

$$\bar{t} = \frac{0.0322 + 0.0321 + 0.0319 + 0.0329 + 0.0320}{5} = 0.03222\text{s}$$

$$\bar{t} = (0.0322 \pm 0.0001)\text{s}$$



Desvios:

Incerteza do tempo: $\text{Max}(10^{-4}, d_i) = 0.00068\text{s}$

$$d_1 = |0.0322 - 0.03222| = 2 \times 10^{-5} \text{s}$$

$$d_2 = |0.0321 - 0.03222| = 0.00012 \text{s}$$

$$d_3 = |0.0319 - 0.03222| = 0.00032 \text{s}$$

$$d_4 = |0.0329 - 0.03222| = 0.00068 \text{s}$$

$$d_5 = |0.0320 - 0.03222| = 0.00022 \text{s}$$

$$\text{Cálculo da velocidade: } v = \frac{\bar{x}}{\bar{t}} = \frac{0.1006}{0.0322} = 3,12 \text{ m/s}$$

$$\text{A incerteza da velocidade é: } \Delta v = v \left(\frac{\Delta x}{\bar{x}} + \frac{\Delta t}{\bar{t}} \right) = 0.12 \text{ m/s}$$

Logo concluímos que o resultado é $(3,12 \pm 0,12) \text{ m/s}$

Parte B- Dependência do alcance com o ângulo de disparo

Material utilizado:

- Lançador de projéteis;
- Projétil;
- Papel milimétrico;
- Papel químico;
- Fita métrica

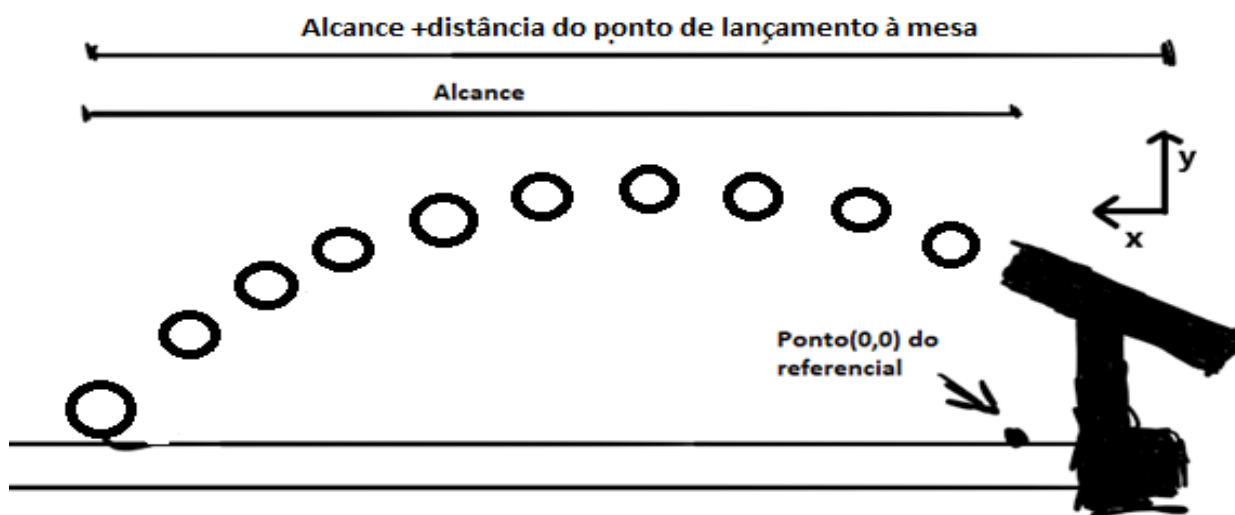


Figura 3 – Trajetória do projétil

Procedimento (com metodologia utilizada para minimizar/controlar erros):

1. Disparámos o lançador de projéteis, para termos uma pequena noção de onde cairia a bola e, consequentemente, onde colocaríamos o papel milimétrico junto do químico.
2. A fim de evitar o Erro do Zero medimos a distância da extremidade da mesa ao ponto de lançamento com intuito de obter a diferença deste com a partida (esta foi uma medida adotada devido ao fim não adequado da fita métrica em superfícies planas). Ainda medimos a distância do início da mesa ao início do papel milimétrico.

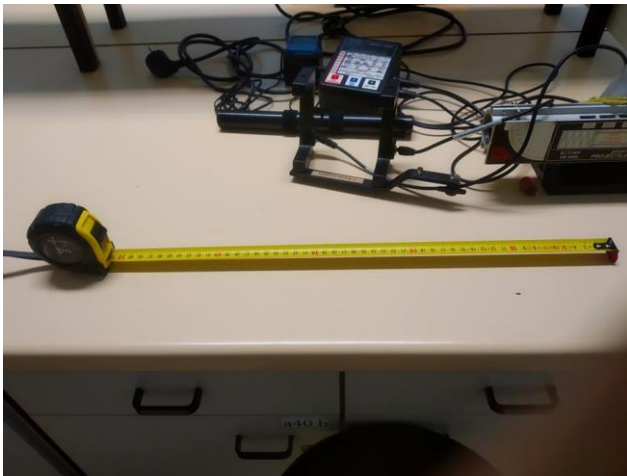


Figura 4: Fita métrica com uma extremidade torcida.

3. No lançador de projéteis, ajustámos o ângulo para o que pretendíamos. Executámos o lançamento, recolhemos os dados e repetimos, 3 vezes para cada ângulo pretendido (entre 30 e 50 graus), marcando cada marca no papel milimétrico, para não existirem erros de confusão entre marcas.
4. Fizemos 10 ângulos, correspondendo a 30 medições, e após verificarmos uma certa oscilação no gráfico final, não pretendida, decidimos, por bem, repetir alguns ângulos específicos do experimento, visando obter resultados mais próximos ao valor esperado.
5. Retirámos então, por fim, a altura de lançamento do projétil.

Análise e Tratamento de Dados

Altura de lançamento do projétil = $0,277 \pm 0.0005$ m

Após subtrairmos a distância entre o início da mesa e o ponto de lançamento, obtivemos os seguintes gráficos para cada ângulo de lançamento.

*o alcance corresponde à média dos 3 lançamentos em cada grau.

Tabela 1 – Medição do alcance e do ângulo

Ângulo de lançamento ($\pm 0.5^\circ$)	Alcance* (± 0.0005) m
25,0	1,0515
30,0	1,1570
32,5	1,1745
35,0	1,1870
38,0	1,1950
40,0	1,1870
42,5	1,1700
45,0	1,1665
47,5	1,1555
50,0	1,1025

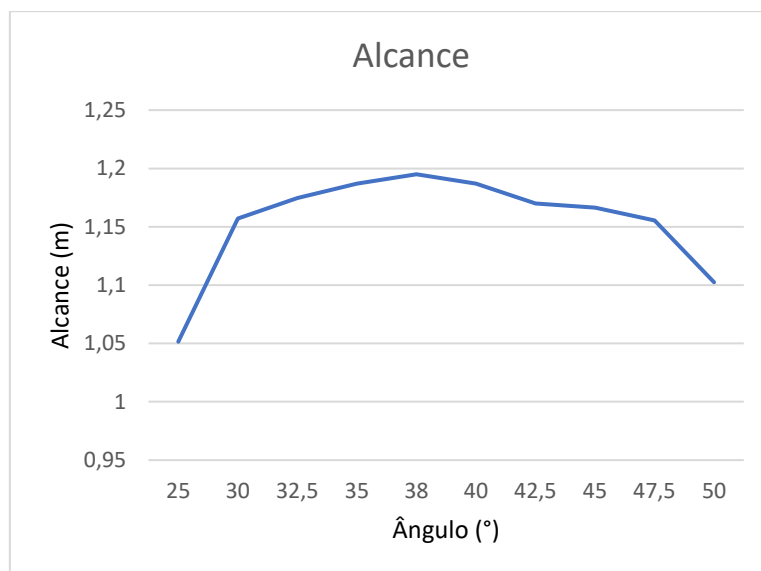


Figura 5 - Alcance em função do ângulo



Comparação com valores teóricos desejados

Aplicando a fórmula para encontrar o ângulo máximo seguinte, previmos que o lançamento alcançaria o máximo alcance quando o ângulo de lançamento fosse igual a 38° .

$$\theta_{\text{amax}} = \arctg \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2g(y_i - y_f)}{v_0^2}}}$$

Olhando agora para o gráfico podemos verificar que o mesmo forma uma espécie de parábola com um máximo no ângulo 38° , tal como era esperado nos cálculos teóricos.

$$y(t) = y_0 + (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{gt^2}{2}$$

Temos que igualando $y = 0$ conseguimos descobrir que o projétil atingiria a mesa num instante $t = 0.5s$ o que corresponde ao alcance.

$$x(t) = x_0 + (v_0 \cos \theta_0)t$$

Substituindo o t , temos: $x_{\text{máx}} = 1.24m$

O obtido experimentalmente foi $1.20m$

Logo temos como erro de 4%

Explicação dos erros obtidos

Embora tenha menos cálculos teóricos, esta experiência, apresentou-nos algumas dificuldades, tal que foi a única que tivemos de refazer e aplicar medidas para controlar os erros. Como podemos observar no gráfico 1, existe, mesmo depois de uma tentativa de correção, uma distorção da parábola, entre o ângulo 40 e 45 , em que os valores do alcance oscilam.

Podemos atribuir estes erros, maioritariamente, a negligência humana, causados possivelmente pela repetição da mesma experiência 30 vezes, o que levará a algum desleixo nas medições e alguma confusão entre os pontos causados pela bolha na folha milimétrica, bem como o já referido acima erro de paralaxe.



Parte C – Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil.

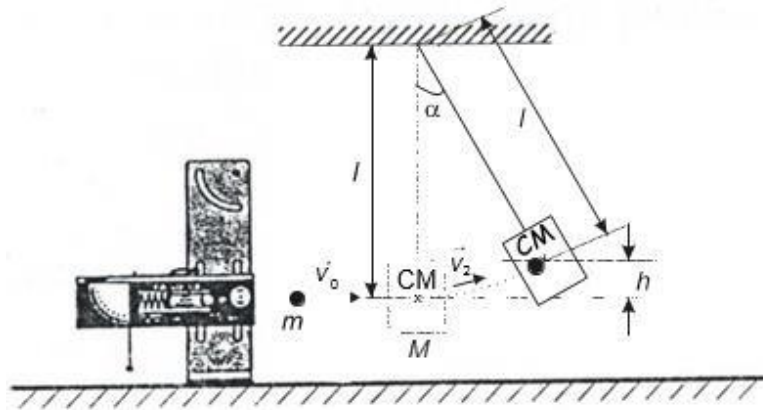


Figura 6 – Trajetória do pêndulo

Possíveis fontes de erro: Tal como referido anteriormente, aqui estão presentes erros de paralaxe e de medição.

Material utilizado:

- Projétil;
- Lançador de projéteis (LP);
- Pêndulo balístico;
- Fita métrica.

Procedimento:

1. Medimos as massas do projétil, m , e do pêndulo, M .
2. O comprimento do pêndulo, l .
3. Carregamos o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE”.
4. Efetuamos um disparo e o respetivo o ângulo máximo, descrito pelo pêndulo.
5. Repetir o ponto 4 mais 4 vezes.



Análise e Tratamento de Dados

Comprimento do pêndulo (l) = 0.325 ± 0.0005 m.

Tabela 2 – Ângulos e ângulo médio

Ângulo medido ($\pm 0,25$)°	Ângulo médio ($\pm 0,8$)°
5,0	4,2
4,5	
3,5	
4,0	
4,0	

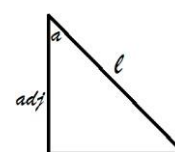
Massa da Esfera (m) = 0.01 ± 0.00001 kg;

Massa do Pêndulo = 0.255 ± 0.00001 kg;

Cálculos

Primeiro foi calculada a altura que o pêndulo atingia para o ângulo médio e o erro associado ao mesmo.

Para o cálculo da altura, foi considerado um triângulo retângulo com hipotenusa de comprimento l , e um dos lados com comprimento adj .



- $\cos(\alpha) = \frac{adj}{l} \Leftrightarrow adj = \cos(\alpha) \times l$
- $h = l - adj \Leftrightarrow h = l - l \times \cos(\alpha) \Leftrightarrow h = 8,73 \times 10^{-4} \text{ m}$

Figura 7 – Triângulo retângulo

Cálculo do seu respetivo erro.

- $\Delta_h = \left| \frac{dh}{dl} \right| \times \Delta_l + \left| \frac{dh}{d\alpha} \right| \times \Delta_\alpha$
- $\Delta_h = 6,39 \times 10^{-5} \text{ m}$

Portanto $h = 8,73 \times 10^{-4} \pm 6,39 \times 10^{-5} \text{ m}$

Cálculo da velocidade inicial (v_0) e o seu respetivo erro. Para tal foi usada a fórmula fornecida no guião relativo a este trabalho.

$$v_0 = \frac{m+M}{m} \times \sqrt{2gh} \quad \text{Portanto, } v_0 = 3,34 \text{ m s}^{-1}$$



Fórmula do erro da velocidade: $\Delta_{v_0} = \left| \frac{dv_0}{m} \right| \times \Delta_m + \left| \frac{dv_0}{M} \right| \times \Delta_M + \left| \frac{dv_0}{h} \right| \times \Delta_h \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \Delta_{v_0} = 0.27 \text{ m/s.}$$

Concluindo $v_0 = (3,34 \pm 0.27) \text{ m/s}$

Após o cálculo da velocidade inicial, realizámos uma comparação com o valor obtido, também para a velocidade inicial, da parte A e efetuámos o cálculo do erro entre estes dois valores

Tabela 3: Velocidade inicial em A e C

Velocidade inicial (parte A) m/s	Velocidade Inicial (Parte C) m/s
3,12	3,34

Erro = 7%;

Conclusão

Os objetivos foram todos concluídos com sucesso, ou seja, na parte A garantimos que fossem efetuadas as equações do movimento para a velocidade inicial orientadas pelo guião, na parte B chegámos à conclusão que o nosso ângulo máximo correspondia a 38° , na parte C através do movimento do pêndulo obtivemos um resultado semelhante ao da Parte A, o que convencionamos um bom resultado pois executando a sua relação é nos dado 7% de erro na precisão o que significa um bom trabalho tendo em conta que está abaixo de 10%. Todos os cálculos que fizemos foi sempre com um número de casas mais relevante para sermos mais precisos nas contas e finalmente no resultado respeitámos os algarismos significativos.

Bibliografia:

- [1] Serway, R. A., Physics for Scientist and Engineers with modern Physics, 2000, Saunder College Publishing.
- [2] Alonso & Finn, Física - um curso universitário, vol. 1, 3ª edição, editora Edgard Blucher, 1981: Cap.5 e 7.
- [3] R. Resnick e D. Halliday, Física, vol. 2, 4ª ed., editora Livros Técnicos e Científicos, 1990.

