

Aula 3 – Análise da Complexidade de Algoritmos

1 - Seja uma dada sequência (*array*) de n elementos inteiros. Pretende-se determinar quantos elementos da sequência são diferentes do seu elemento anterior. Ou seja:

$$\text{array}[i] \neq \text{array}[i-1], \text{ para } i > 0$$

- Implemente uma **função eficiente e eficaz** que determine quantos elementos (resultado da função) de uma sequência com n elementos (sendo $n > 1$) respeitam esta propriedade.

Depois de validar o algoritmo apresente-o no verso da folha.

- Determine experimentalmente a **ordem de complexidade do número de comparações** efetuadas pelo algoritmo e envolvendo elementos da sequência. Considere as seguintes 10 sequências de 10 elementos inteiros, todas diferentes, e que cobrem as distintas situações possíveis de execução do algoritmo. Determine, para cada uma delas, o número de elementos que obedecem à condição e o número de comparações efetuadas.

Sequência	Resultado	N.º de operações
{3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3}	0	9
{4, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3}	1	9
{4, 5, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3}	2	9
{4, 5, 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3}	3	9
{4, 5, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3}	4	9
{4, 5, 1, 2, 6, 3, 3, 3, 3, 3}	5	9
{4, 5, 1, 2, 6, 8, 3, 3, 3, 3}	6	9
{4, 5, 1, 2, 6, 8, 7, 3, 3, 3}	7	9
{4, 5, 1, 2, 6, 8, 7, 9, 3, 3}	8	9
{4, 5, 1, 2, 6, 8, 7, 9, 3, 0}	9	9

Depois da execução do algoritmo responda às seguintes questões:

- Em termos do número de comparações efetuadas, podemos distinguir alguma variação na execução do algoritmo? Ou seja, existe a situação de melhor caso e de pior caso, ou estamos perante um algoritmo com caso sistemático?

Não podemos distinguir nenhuma variação, e, por isso, não existe pior, melhor caso ou caso médio. O algoritmo é, então, sistemático.

- Qual é a ordem de complexidade do algoritmo?

A ordem de complexidade é linear. Ou seja, $O(n)$.

- Determine formalmente a ordem de complexidade do algoritmo. Tenha em atenção que deve obter uma expressão matemática exata e simplificada. **Faça a análise no verso da folha.**

- Calcule o valor da expressão para $N = 10$ e compare-o com os resultados obtidos experimentalmente.

Apresentação do Algoritmo

```
int property(int *argv, char argc){
    assert(argc>1);
    int a=0, b=0;
    for(int j=1;j<argc; j++){
        b++;
        if(argv[j]!=argv[j-1]){
            a++;
        }
    }
    return a;
}
```

Análise Formal do Algoritmo

$$E(n) = \sum_{i=1}^{n-1} 1 = N-1$$

$$N=10 \text{ ou seja } 10-1=9$$

2 - Seja uma dada sequência (*array*) de n elementos inteiros e não ordenada. Pretende-se determinar qual é o primeiro elemento da sequência que tem mais elementos menores do que ele atrás de si, e indicar a posição (índice do *array*) onde esse elemento se encontra.

Por exemplo, na sequência { 1, 9, 2, 8, 3, 4, 5, 3, 7, 2 } o elemento 7, que está na posição de índice 8 da sequência, **é maior do que** 6 elementos seus predecessores. Na sequência { 1, 7, 4, 6, 5, 2, 3, 2, 1, 0 } o elemento 6, que está na posição de índice 3 da sequência, **é maior do que** 2 elementos seus predecessores. Mas, na sequência { 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2 } nenhum elemento é maior do que qualquer um dos seus predecessores, pelo que deve ser devolvido -1 como resultado.

- Implemente uma **função eficiente** e **eficaz** que determine o índice do primeiro elemento (resultado da função) de uma sequência com n elementos (sendo $n > 1$) que tem o maior número de predecessores menores do que ele.

Depois de validar o algoritmo apresente-o no verso da folha.

- Determine experimentalmente a **ordem de complexidade do número de comparações** efetuadas envolvendo elementos da sequência. Considere as sequências anteriormente indicadas de 10 elementos inteiros e outras sequências diferentes à sua escolha. Determine, para cada uma delas, o índice do elemento procurado e o número de comparações efetuadas.

Depois da execução do algoritmo responda às seguintes questões:

- Em termos do número de comparações efetuadas, podemos distinguir alguma variação na execução do algoritmo? Ou seja, existe a situação de melhor caso e de pior caso, ou estamos perante um algoritmo com caso sistemático?

Não existe nenhuma variação na execução do algoritmo, em termos de comparações, para o mesmo número de elementos. Não existe também melhor ou pior caso, sendo assim o algoritmo um caso sistemático.

- Qual é a ordem de complexidade do algoritmo?

A ordem de complexidade é $O(n^2)$.

- Determine formalmente a ordem de complexidade do algoritmo. Tenha em atenção que deve obter uma expressão matemática exata e simplificada. **Faça a análise no verso da folha.**
- Calcule o valor da expressão para $N = 10$ e compare-o com os resultados obtidos experimentalmente.

Apresentação do Algoritmo

```
int predecessores(int *argv, int argc){
    assert(argc>1);
    int a=0, id=-1, b=0;
    for(int i=1; i<argc; i++){
        int c=0;
        b++;
        for(int j=(i-1); j>=0; j--){
            if(argv[j]<argv[i]){
                c++;
            }
            if (c>a){
                a=c;
                id=i;
            }
        }
    }
    return id;
}
```

Análise Formal do Algoritmo

$$E(n) = \sum_{i=1}^{n-1} (\sum_{j=0}^{i-1} 1) = \sum_{i=1}^{n-1} i = (n(n-1))/2$$

$$E(10) = 45;$$

Os resultados práticos deram o mesmo resultado.