

## Правила оформления домашних заданий

1. Домашние задания выполняются строго на отдельных листах, скрепленных канцелярской скрепкой. Листы должны быть исписаны с двух сторон. Разрозненные листы, а также листы, скрепленные путем загибания уголка, не принимаются. Предпочтительна тонкая бумага, использование файлов для упаковки работы нежелательно.
2. Каждая работа должна иметь титульный лист, на котором указаны фамилия автора, индекс его группы и номер выполненного варианта. На собственно титульном листе не должно быть решений, оборот титульного листа может быть исписан.

### ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1

#### Линейное программирование

1. Составить двойственную задачу<sup>1</sup> и решить ее графически;
2. решить исходную задачу с использованием симплекс-таблиц;
3. решить двойственную задачу с использованием симплекс-таблиц;
4. сравнить найденные решения.

№ задания	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	min
Баллы	9	9	9	3	30	18

$$1. \begin{cases} 4x_1 - 10x_2 - 12.5x_3 - 6.5x_4 \rightarrow \max, \\ x_2 + 0.5x_3 - 1.5x_4 \geq 2, \\ -x_1 - 3x_3 + 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} -3x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ -x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 6x_1 - 8x_2 - 9x_3 - 6x_4 \rightarrow \max, \\ 1.5x_1 - 2x_2 - x_3 + 1.5x_4 \leq -1, \\ -3x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 \geq 5, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 6x_1 + 9x_2 + 8x_3 \rightarrow \min, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 \leq -4, \\ 5x_1 + x_2 - 3x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 1.5x_3 + x_4 \geq 1, \\ x_2 - 5x_3 + 4x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 16x_3 - 6x_4 \rightarrow \min, \\ -x_1 + 4x_3 - 1.5x_4 \geq 1, \\ x_2 + 2x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} -0.5x_1 - x_2 - 0.5x_3 - 4x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 - 16x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 - 4x_2 + 1.5x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 3x_1 + 7x_2 + 2.5x_3 + 1.5x_4 \rightarrow \min, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 25x_1 - 20x_2 - 8x_3 + 13x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_4 \geq 4, \\ 3x_2 + x_3 - 2x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 4.5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 - 15x_2 - 10x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 \leq -6, \\ -x_1 - x_2 - 3x_3 + 5x_4 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 18x_1 + 4x_2 - 6x_3 - x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_4 \geq 2, \\ 4x_1 + x_2 - 5x_3 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} -6x_1 + 4x_2 + 16x_3 - 4x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 - 8x_3 + 2x_4 \leq -2, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 8x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 4x_4 \leq -1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} 6x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leq -2, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min, \\ -x_1 + x_2 - x_3 \leq -2, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} 3x_1 + 14x_2 + 5x_3 + 6x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 \geq 3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \leq -2, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x_1 - 16x_2 - 4x_3 + 6x_4 \rightarrow \max, \\ x_1 - 4x_2 + 1.5x_4 \leq -1, \\ 2x_2 + x_3 - 3x_4 \geq -4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} 3x_1 + 2.5x_2 + 7x_3 + 1.5x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 16x_3 \rightarrow \min, \\ x_1 - 4x_3 \leq -2, \\ -x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 8x_1 + 9x_2 + 6x_3 \rightarrow \min, \\ 4x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 4, \\ -3x_1 + x_2 + 5x_3 \geq 1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:3}. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 3x_1 + 4.5x_2 + 4x_3 - 3x_4 \rightarrow \min, \\ -5x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 8x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \min, \\ -4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 \leq -1, \\ -2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 16x_3 - 4x_4 \rightarrow \max, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_4 \leq 4, \\ 1.5x_1 + x_2 - 4x_3 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} 7x_1 + 1.5x_2 + 3x_3 + 2.5x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \geq 2, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 \leq -3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 13x_1 + 25x_2 - 20x_3 - 8x_4 \rightarrow \min, \\ 2x_1 - 3x_3 - x_4 \geq 3, \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 6x_3 - 18x_4 \rightarrow \max, \\ -x_1 + 1.5x_3 + x_4 \geq 1, \\ x_2 - 5x_3 + 4x_4 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 + 4.5x_3 + 3x_4 \rightarrow \min, \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 \leq -5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 \leq -1, \\ x_i \geq 0, \quad i = \overline{1:4}. \end{cases}$$

<sup>1</sup>В случае, когда исходная задача является задачей минимизации, ее следует привести к стандартной форме двойственной задачи, а двойственную задачу записать в стандартной форме прямой.

## Правила оформления и защиты лабораторных работ

1. Все алгоритмы должны быть реализованы с использованием системы MatLAB или ее бесплатного аналога Octave;
2. Реализованные алгоритмы должны работать для любого набора допустимых входных данных, в том числе и для матриц различного порядка;
3. приступая к защите лабораторной работы, студент должен иметь при себе готовый отчет, содержание которого определяется заданием на конкретную лабораторную работу.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1 Венгерский метод решения задачи о назначениях

**Цель работы:** изучение венгерского метода решения задачи о назначениях.

### Содержание работы

1. реализовать венгерский метод решения задачи о назначениях в виде программы на ЭВМ<sup>2</sup>;
2. провести решение задачи с матрицей стоимостей, заданной в индивидуальном варианте, рассмотрев два случая:
  - а) задача о назначениях является задачей минимизации,
  - б) задача о назначениях является задачей максимизации.

### Содержание отчета

1. содержательная и математическая постановки задачи о назначениях, а также исходные данные конкретного варианта;
2. краткое описание венгерского метода (можно в "псевдокодах");
3. текст программы;
4. результаты расчетов для задач из индивидуального варианта.

### Индивидуальные варианты матрицы стоимостей

$$\begin{array}{llll}
 \text{1.} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 4 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 8 & 7 & 2 \\ 9 & 9 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 8 & 2 \end{bmatrix} & \text{2.} \begin{bmatrix} 4 & 10 & 10 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 6 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 3 \end{bmatrix} & \text{3.} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 & 4 \\ 9 & 3 & 8 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 8 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} & \text{4.} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 10 & 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 3 \end{bmatrix} \\
 \text{5.} \begin{bmatrix} 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} & \text{6.} \begin{bmatrix} 10 & 8 & 6 & 4 & 9 \\ 11 & 9 & 10 & 5 & 6 \\ 5 & 10 & 8 & 6 & 4 \\ 3 & 11 & 9 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 11 & 8 & 7 \end{bmatrix} & \text{7.} \begin{bmatrix} 11 & 4 & 11 & 6 & 11 \\ 7 & 5 & 6 & 7 & 12 \\ 9 & 7 & 8 & 10 & 10 \\ 9 & 11 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 10 & 4 & 8 & 8 \end{bmatrix} & \text{8.} \begin{bmatrix} 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \\ 8 & 4 & 5 & 7 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix} \\
 \text{9.} \begin{bmatrix} 4 & 7 & 1 & 5 & 5 \\ 6 & 8 & 3 & 7 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 7 & 7 \\ 4 & 2 & 3 & 4 & 9 \\ 8 & 1 & 8 & 3 & 8 \end{bmatrix} & \text{10.} \begin{bmatrix} 7 & 7 & 4 & 6 & 5 \\ 3 & 8 & 1 & 8 & 8 \\ 5 & 5 & 7 & 4 & 1 \\ 7 & 6 & 8 & 6 & 3 \\ 4 & 9 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix} & \text{11.} \begin{bmatrix} 5 & 6 & 8 & 2 & 7 \\ 7 & 9 & 1 & 4 & 4 \\ 6 & 8 & 3 & 4 & 2 \\ 8 & 7 & 9 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{bmatrix} & \text{12.} \begin{bmatrix} 6 & 10 & 4 & 5 & 8 \\ 8 & 10 & 7 & 9 & 11 \\ 4 & 8 & 9 & 10 & 6 \\ 5 & 9 & 6 & 11 & 10 \\ 6 & 11 & 6 & 3 & 9 \end{bmatrix} \\
 \text{13.} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 8 & 5 \\ 9 & 3 & 5 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 8 & 10 & 5 \\ 4 & 5 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 7 & 10 & 9 & 6 \end{bmatrix} & \text{14.} \begin{bmatrix} 8 & 4 & 5 & 7 & 2 \\ 7 & 4 & 3 & 8 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 7 & 2 \\ 3 & 9 & 9 & 2 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \end{bmatrix} & \text{15.} \begin{bmatrix} 10 & 12 & 7 & 11 & 10 \\ 12 & 5 & 12 & 7 & 12 \\ 8 & 6 & 7 & 8 & 13 \\ 8 & 11 & 5 & 9 & 9 \\ 10 & 8 & 9 & 11 & 11 \end{bmatrix} & \text{16.} \begin{bmatrix} 7 & 7 & 9 & 6 & 3 \\ 9 & 9 & 6 & 8 & 7 \\ 6 & 11 & 4 & 6 & 5 \\ 5 & 10 & 3 & 10 & 10 \\ 9 & 8 & 10 & 8 & 5 \end{bmatrix} \\
 \text{17.} \begin{bmatrix} 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \end{bmatrix} & \text{18.} \begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 & 9 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 6 & 9 \\ 6 & 11 & 5 & 4 & 6 \\ 10 & 10 & 10 & 3 & 5 \\ 8 & 8 & 5 & 10 & 9 \end{bmatrix} & \text{19.} \begin{bmatrix} 9 & 5 & 10 & 4 & 8 \\ 5 & 8 & 9 & 3 & 7 \\ 8 & 5 & 2 & 5 & 10 \\ 7 & 3 & 4 & 5 & 9 \\ 10 & 6 & 8 & 7 & 9 \end{bmatrix} & \text{20.} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 & 7 & 5 \\ 4 & 5 & 7 & 8 & 3 \\ 2 & 2 & 1 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 3 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{21.} \begin{bmatrix} 11 & 10 & 10 & 7 & 12 \\ 7 & 12 & 12 & 12 & 5 \\ 8 & 8 & 13 & 7 & 6 \\ 9 & 8 & 9 & 5 & 11 \\ 11 & 10 & 11 & 9 & 8 \end{bmatrix} & \text{22.} \begin{bmatrix} 4 & 10 & 10 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 7 & 4 \\ 9 & 5 & 6 & 8 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 8 \\ 8 & 5 & 4 & 9 & 3 \end{bmatrix} & \text{23.} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 9 & 4 \\ 9 & 3 & 8 & 7 & 4 \\ 3 & 4 & 6 & 8 & 2 \\ 8 & 2 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} & \text{24.} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 8 \\ 10 & 10 & 4 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 3 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 3 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

<sup>2</sup>В программе необходимо предусмотреть два режима работы: "итоговый", когда программа печатает только матрицу назначений, и "отладочный", когда на каждой итерации на экран поитерационно выводится вспомогательная информация о текущей эквивалентной матрице стоимостей, текущей системе независимых нулей, выделенных столбцах и строках, нулях со штрихами,  $L$ -цепочке и т.д.

$$\begin{array}{llll}
 \text{25.} \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & 4 & 6 & 3 \\ 12 & 10 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 5 & 7 & 8 & 2 \end{bmatrix} & \text{26.} \begin{bmatrix} 4 & 8 & 10 & 2 & 6 \\ 7 & 6 & 4 & 8 & 6 \\ 9 & 3 & 6 & 7 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 8 \\ 8 & 3 & 4 & 8 & 3 \end{bmatrix} & \text{27.} \begin{bmatrix} 3 & 7 & 9 & 11 & 6 \\ 9 & 4 & 8 & 7 & 4 \\ 4 & 6 & 7 & 9 & 3 \\ 8 & 3 & 4 & 6 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 8 & 5 \end{bmatrix} & \text{28.} \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 & 4 & 9 \\ 9 & 9 & 3 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 4 \\ 7 & 3 & 6 & 10 & 7 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 4 \end{bmatrix} \\
 \text{29.} \begin{bmatrix} 9 & 11 & 3 & 6 & 6 \\ 10 & 9 & 11 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 5 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & 10 & 4 & 9 \\ 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \end{bmatrix} & \text{30.} \begin{bmatrix} 10 & 8 & 6 & 4 & 9 \\ 11 & 9 & 10 & 5 & 6 \\ 5 & 10 & 8 & 6 & 4 \\ 3 & 11 & 9 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 11 & 8 & 7 \end{bmatrix} & & 
 \end{array}$$