

Билет 1.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1} + 7x^3}{\sqrt[4]{x + x^{12} + 1} - x}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[8]{x + 1} - 1}{x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 4x} \right)^{1/x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{x^3}$ и $g(x) = \frac{1}{\sin x}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1; \\ \frac{1}{x^2 - 1}, & |x| > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 2.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 2} - \sqrt{x^2 - 3})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \sqrt{x^4 + x}$ и $g(x) = x^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, & x > -1; \\ \sqrt[3]{x}, & x \leq -1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 3.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^4 + 3} - \sqrt{x^4 - 2})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{x+1} - 1}{x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}$ и $g(x) = \frac{\sin(1/x)}{x^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2\pi x}{x}, & x < 1; \\ \sqrt{x-1}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 4.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt[3]{5x^2} + \sqrt[4]{9x^8 + 1}}{(x + \sqrt{x})\sqrt{7-x+x^2}}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \arcsin x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2x+1}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{x-1}$ и $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x}, & x < 0; \\ \frac{\sqrt{x}}{\ln(x + \frac{1}{2})}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 5.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-x)^3}{(x+1)^2 - (x+1)^3}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^x - a}{x - 1}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 5} \right)^{x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \sqrt{1-x}$ и $g(x) = \lg x$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1-0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \operatorname{arctg} \frac{\pi}{4x}, & x < 1; \\ 3^{1/x}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

МА, 1с, ИУ-РЛ-БМТ (2020-21). РК 1 (задачи)

Билет 6.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{x^3 + x^2 + 1}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arcsin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x \sin \frac{1}{x^3}$ и $g(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \arccos x, & x < 0; \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 7.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-a} - \sqrt{x})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 6x + \arcsin(\ln(1+2x))}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 4x} \right)^{1/x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \operatorname{ctg} x$ и $g(x) = \sqrt[3]{x - \frac{\pi}{2}}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x < \pi; \\ \sqrt{x - \pi}, & x \geq \pi. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 8.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[8]{x+1} - 1}{x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \operatorname{ctg} x)^{3 \operatorname{tg} x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x \ln(1-x^2)$ и $g(x) = \sin x$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{x}, & x \leq 1; \\ \ln(x-1), & x > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 9.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+7)^3 - (x+2)^3}{(3x+2)^2 + (4x+1)^2}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\ln \left(1 + \frac{x}{2} \right) - \ln \frac{x}{2} \right)$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ и $g(x) = \frac{1}{x^2 - \pi^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow -\pi$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2x+1}, & x \leq 1; \\ \cos \frac{1}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

МА, 1с, ИУ-РЛ-БМТ (2020-21). РК 1 (задачи)

Билет 10.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \sqrt[5]{x} - \sqrt[3]{27x^6 + x^2}}{(x + \sqrt[4]{x})\sqrt{9 + x^2}}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x + \arcsin^2 \frac{x}{2}}{1 - \cos 4x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 6x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \lg(101 - x^2)$ и $g(x) = x - 10$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 10$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2\pi x}{x}, & x < 1; \\ \sqrt{x-1}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 11.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 2} - \sqrt{x^2 - 3})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \sin x^2} - 1}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x \sin \frac{1}{x^3}$ и $g(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{4x}, & x < 0; \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

МА, 1с, ИУ-РЛ-БМТ (2020-21). РК 1 (задачи)

Билет 12.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} - x)$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x-1} - 3}{x - 10}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{3/x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x^3 + \sqrt[5]{x} \sin x$ и $g(x) = x \operatorname{arctg} x$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x < 0; \\ e^{\sqrt{x}}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 13.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{3/2}(\sqrt{x^3 + 2} - \sqrt{x^3 - 2})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 6x + \arcsin(\ln(1 + 2x))}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + \operatorname{ctg} x)^{3 \operatorname{tg} x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = e^x - 2^x$ и $g(x) = x \operatorname{tg} x$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x}, & x > -1; \\ \sqrt[3]{x}, & x \leq -1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 14.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 1})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{(\pi - x)^2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 5} \right)^{x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{x-1}$ и $g(x) = x^2 \arcsin \frac{1}{x}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} x}{x}, & |x| < \frac{\pi}{2}; \\ \cos 2x, & |x| \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 15.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 5x + 1} - \sqrt{4x^2 - 5x + 1})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{4x^2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1 - \sqrt{x}}}$ и $g(x) = \frac{1}{\sin(1 - x)}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{x^2 - 1}, & x < 1; \\ 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x - 1}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

МА, 1с, ИУ-РЛ-БМТ (2020-21). РК 1 (задачи)

Билет 16.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 - 2})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{x - 2} \right)^{2x+1}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ и $g(x) = \frac{1}{x^2 - \pi^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow -\pi$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, & x < 1; \\ \frac{\pi x}{4}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 17.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 1})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x + \arcsin^2 \frac{x}{2}}{1 - \cos 4x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4}{x^2} \right)^{x^4}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \operatorname{ctg} x$ и $g(x) = \sqrt[3]{x - \frac{\pi}{2}}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{arctg} x}{\arcsin x}, & |x| \leq 1; \\ x - 1, & |x| > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 18.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - \sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{x^6 + x^3 + 1} - 5x}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x + 3 \arcsin 4x}{\sin 5x + 6 \operatorname{arctg} x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x + 2) - \ln x)$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x \ln(1 - x^2)$ и $g(x) = \sin x$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{4x}, & x < 0; \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{1 - x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 19.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-3}}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-5} \right)^{x+1}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{x-1}$ и $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|}, & x < \pi; \\ \sqrt{x-\pi}, & x \geq \pi. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 20.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x(x+2)} - \sqrt{x^2-3})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{1 - \sin \pi x}{\ln(\sin \pi x)}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{3/x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - e^x}$ и $g(x) = \frac{1}{x^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{x^2-1}, & x < 1; \\ 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 21.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{1/x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x^5 \sin \frac{1}{x} + x^3$ и $g(x) = \frac{x^3}{x+3}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & x \leq 0; \\ \frac{1}{\lg x}, & x > 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 22.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x(x+5)} - x)$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{x+1} - 1}{x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\sin x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x \operatorname{arctg} x$ и $g(x) = 2^x - 1$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{arctg} x}{\arcsin x}, & |x| \leq 1; \\ x - 1, & |x| > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 23.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1+x^4)^{1/3}}{(x^7+5x^2+1)^{1/5}}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^x - a}{x - 1}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\operatorname{ctg} x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}$ и $g(x) = \frac{1}{\sin(1-x)}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}, & |x| \leq 1; \\ \frac{1}{x^2 - 1}, & |x| > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 24.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{6x^2 + 4x + 7}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{1 + \sin x}{x + \pi/2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} \right)^{1/x^2}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{x^3}$ и $g(x) = \frac{1}{\sin x}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \arccos x, & x < 0; \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x-1}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 25.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)^3 - 8x^3}{(1+2x)^2 + 4x^2}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}$ и $g(x) = \frac{\sin(1/x)}{x^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi}{x}, & x \leq 1; \\ \ln(x-1), & x > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 26.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-4x)^2}{(x-3)^3 - (x+3)^3}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{4x^2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{2x+1}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x^5 \sin \frac{1}{x} + x^3$ и $g(x) = \frac{x^3}{x+3}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \operatorname{arctg} \frac{\pi}{4x}, & x < 1; \\ 3^{1/x}, & x \geq 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 27.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x(x-1)})$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \sin x^2} - 1}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/\sin x}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \lg(101 - x^2)$ и $g(x) = x - 10$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 10$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2x+1}, & x \leq 1; \\ \cos \frac{1}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 28.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^3 - (x+1)^2}{(x-1)^3 - (x+1)^3}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x + 3 \arcsin 4x}{\sin 5x + 6 \operatorname{arctg} x}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - e^x}$ и $g(x) = \frac{1}{x^2}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x < 0; \\ e^{\sqrt{x}}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

Билет 29.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+3x+x^2} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{1+x+2x^3} - 1}$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{(\pi - x)^2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1)(\ln(x + 3) - \ln x)$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = \sqrt{x^4 + x}$ и $g(x) = x^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} x}{x}, & |x| < \frac{\pi}{2}; \\ \cos 2x, & |x| \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов

МА, 1с, ИУ-РЛ-БМТ (2020-21). РК 1 (задачи)

Билет 30.

1. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 - 7x + 4} - 2x)$.

2. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow -\pi/2} \frac{1 + \sin x}{x + \pi/2}$.

3. (3 балла) Вычислите предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x-5} \right)^{x+1}$.

4. (4 балла) Для функций $f(x) = x \operatorname{arctg} x$ и $g(x) = 2^x - 1$: а) покажите, что каждая из функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$; б) для каждой функции запишите главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), укажите их порядки малости (роста); в) сравните функции, если это возможно.

5. (3 балла) Исследуйте на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arccotg} \frac{1}{x}, & x < 0; \\ \arccos(x - 1), & x \geq 0. \end{cases}$$

Укажите точки разрыва, их характер, постройте график функции в окрестностях точек разрыва.

min: 10 баллов, max: 16 баллов