

Задачи по теории алгоритмов

1. Написать программу МТ, которая аннулирует все слова в алфавите $\{a, b\}$, содержащие вхождение заданного непустого слова u . *Указание:* пусть $u = u(1) \dots u(m)$; буквы слова u должны содержаться в программе машины в качестве параметров.
2. Написать схему НА, обращающего любое слово в заданном алфавите V , т.е. перерабатывающего любое слово $w \in V^*$ в слово w^R .
3. Определим операцию $*$ склеивания слов $x = x(1) \dots x(k)$ и $y = y(1) \dots y(m)$ по общей букве: $x * y = x(1) \dots x(k-1)y(2) \dots y(m)$, если $x(k) = y(1)$, и xy иначе. Написать программу МТ, выполняющую операцию склеивания, т.е. перерабатывающую пару слов $x \$ y$ в слово $x * y$.
4. Написать схему НА, который аннулирует входное слово тогда и только тогда, когда оно содержит не менее трех вхождений некоторого фиксированного непустого слова u .
5. Используя теоремы сочетания применительно к МТ, построить МТ, выполняющей умножение натуральных чисел, представленных словами в алфавите $V_0 = \{0, | \}$ (именно, натуральное число n записывается как слово $0|| \dots |$ - с n палочками).
6. Используя теоремы сочетания, построить НА, аннулирующий все палиндромы в алфавите V . *Указание:* используйте схемы алгорифмов обращения и правого присоединения слова через разделитель).
7. Написать программу МТ, которая к произвольному слову в алфавите $\{a, b\}$ приписывает слева слово aba .
8. Построить НА для выполнения сложения и умножения конструктивных натуральных чисел. *Указание:* используйте теоремы сочетания.
9. Написать программу МТ, которая аннулирует любое слово вида $x\$x$, где $x \in \{a, b\}^*$, $a \$ \notin \{a, b\}$.
10. С использованием теорем сочетания построить НА, который аннулирует все слова вида $x\$x$, где $x \in \{a, b\}^*$, $a \$ \notin \{a, b\}$.
11. С использованием теорем сочетания построить НА, который аннулирует все слова вида xx^R , где $x \in \{a, b\}^*$.
12. Построить МТ, которая вычисляет модуль разности двух любых натуральных чисел. *Указание:* используйте сочетания МТ.
13. Написать программу МТ, которая удваивает любое входное слово в заданном алфавите.
14. Построить МТ, которая обращает любое входное слово в заданном алфавите. *Указание:* используйте программу МТ, удваивающей заданное слово, и сочетания МТ.
15. Написать схему НА, который входное слово x в некотором алфавите V перерабатывает в слово $x^R x$.
16. Является ли алгорифмически разрешимым множество всех двойных слов, т.е. слов вида ww , в заданном алфавите V ?
17. Используя теоремы сочетания, построить МТ, которая проверяет делимость на 3 конструктивного натурального числа.
18. Построить МТ, которая вычисляет остаток от деления заданного конструктивного натурального числа на 5.
19. Написать программу МТ, которая сдвигает входное слово на заданное число k ячеек вправо, а в освободившиеся k первых после маркера начала ленты ячейки записывает специальный символ $\$$.
20. В виде НА реализовать алгоритм сложения натуральных чисел, заданных в двоичной системе счисления.

21. Векторной формулой подстановки в алфавите V назовем выражение вида $(p_1, p_2, \dots, p_k) \rightarrow (q_1, q_2, \dots, q_k)$, где p_i, q_i – слова в алфавите V ($i=1, \dots, k$). Применение векторной формулы подстановки к слову x состоит, по определению, в следующем: если слово x может быть представлено в виде $x_1 p_1 x_2 p_2 \dots x_k p_k x_{k+1}$, где каждое вхождение $x_i p_i x_{i+1} p_{i+1} \dots x_k p_k x_{k+1}$ есть первое, то результатом применения векторной формулы подстановки к слову x считается слово $x_1 q_1 x_2 q_2 \dots x_k q_k x_{k+1}$; в противном случае результат применения векторной формулы подстановки к слову x не определен. Построить НА, выполняющий векторную подстановку.
22. Построить МТ, которая для заданного $k > 0$ проверяет, что входное слово имеет длину, строго большую k , и тогда вставляет специальный символ $\$$ между k -ой и $(k+1)$ -ой буквами. В противном случае (т.е. при длине входного слова, не большей k) входное слово не изменяется, т.е. МТ реализует тождественную функцию.
23. Построить НА, который для любых двух натуральных чисел, заданных в виде слов в алфавите $\{0, |\}$ проверяет, является одно из них делителем другого.
24. Построить МТ, распознающую палиндромы в алфавите $\{a, b\}$.
25. Реализовать в виде МТ разрешающий алгоритм для множества правильных скобочных структур.
26. Написать схему НА, который каждое слово x в заданном алфавите V перерабатывает в слово $xx^R x$.
27. Написать схему НА, утраивающего заданное слово.
28. Написать программу МТ, которая любое слово x в алфавите V преобразует в слово xxx^R .
29. Построить МТ, которая для любых двух натуральных чисел, заданных в виде слов в алфавите $\{0, |\}$ проверяет, является одно из них делителем другого.
30. Реализовать в виде НА разрешающий алгоритм для множества правильных скобочных структур.