εE_0.

3.243) В вакууме вдоль оси X распространяются две плоские одинаково поляризованные волны, электрические составляющие которых изменяются по закону:

$E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx)$; $E_2 = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$. Найти среднее значение плотности потока энергии.

Дано

$E_1 = E_0 \cos(\omega t - kx)$

$E_2 = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi)$

$\langle S \rangle$ - ?

Решение:

Имеем: $\langle S \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T S(t)\,dt$

$E_3 = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right)$

Исходим из соотношений:

$S = E H$ и $\sqrt{\varepsilon_0}E = \sqrt{\mu_0}H$. Отсюда:

$\Rightarrow S = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E^2$. $\Rightarrow S_{(E_3)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_3^2$.

$\Rightarrow \langle S \rangle = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{1}{T} \cdot 4E_0^2 \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2} \int_0^T \cos^2\left(\omega t - kx + \frac{\varphi}{2}\right) dt$ $\boxed{\cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2}}$

$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot \frac{1}{T} \cdot 4E_0^2 \cos^2\frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\pi}{\omega}$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot 4E_0^2 \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{\alpha}$$

$$= 2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2}.$$

$$= \cancel{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot \left(\frac{1+\cos\varphi}{\cancel{2}}\right) \cdot E_0^2$$

$$= \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot (1+\cos\varphi) \cdot E_0^2.$$

Имеем: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \Rightarrow \varepsilon_0 \cdot c = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$

$$\Rightarrow \langle S \rangle = \varepsilon_0 \cdot c \cdot (1+\cos\varphi) \cdot E_0^2$$

3.248б Пл

имеют форму

синусоидальному

отношение ам

внутри ко

Дано:

$R = 6 \cdot 10^{-2}$ м

$\omega = 10^3 \cdot c^{-1}$

$\varepsilon = 1, \mu = 1$

$\frac{W_м}{W_э} = ?$

$\Rightarrow$

Рассмотрим

ному одной

$\int H dl$

Имеем: $D =$

$\oint H dl =$

$\cancel{\frac{d}{dt} \int \varepsilon_0 \frac{q}{\varepsilon_0}}$

3.248) Плоский воздушный конденсатор, обкладки которого имеют форму дисков радиуса R = 6 см, подключен к синусоидальному напряжению частоты $\omega = 1000\ c^{-1}$. Найти отношение амплитудных значений магнитной и электрической энергий внутри конденсатора.

Дано:

$R = 6 \cdot 10^{-2}$ м

$\omega = 10^3 \cdot c^{-1}$

$\varepsilon = 1, \mu = 1$

$\frac{W_м}{W_э} = ?$

$$\boxed{W_{конден} = \frac{1}{2} C U^2} \quad ; \quad U = U_0 \sin \omega t.$$

внутри конденсатора:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 S} \quad \Rightarrow U = E \cdot d = \frac{q d}{\varepsilon_0 S}$$

$$\Rightarrow C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$\Rightarrow W_э = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d} \cdot U^2 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 \pi R^2}{d} \cdot [U_0 \sin(\omega t)]^{+2}.$$

Рассмотрим циркуляцию H по кругу радиуса r, параллельному одной из обкладки конденсатора:

$$\oint H dl = I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \int D \cdot ds.$$

Имеем: $D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon_0 E$; $H = \frac{B}{\mu_0 \mu} = \frac{B}{\mu_0}$.

$$\oint H dl = \frac{B}{\mu_0} 2\pi R.$$

$$\cancel{\frac{d}{dt} \int \varepsilon_0 \frac{q}{\varepsilon_0 S}} \cdot \quad \frac{d}{dt} \int D \cdot ds = \frac{d}{dt} D \cdot \pi R^2 = \frac{d}{dt} \cdot \varepsilon_0 E \cdot \pi R^2.$$

$$= \frac{d}{dt} \varepsilon_0 \cdot \frac{U_0 \sin \omega t}{d} \cdot \pi R^2$$

$$= \varepsilon_0 \cdot \frac{U_0 \cdot \omega}{d} \cdot \pi R^2 \cdot \cos(\omega t).$$

$$\Rightarrow \frac{B}{\mu_0} 2\pi R = \frac{\varepsilon_0 \cdot U_0 \cdot \omega}{d} \cdot \pi R^2 \cdot \cos(\omega t)$$

$$B_{(r)} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 U_0 \cos(\omega t) \cdot \omega \cdot R \frac{\mu_0}{d}.$$

dV – объем кольца, толщиной dR.

$$dV = \pi R^2 d - \pi (R+dR)^2 \cdot d = 2\pi d \cdot R \cdot dr - \pi \cdot d \cdot dr^2$$

$$dV = 2\pi d \cdot R dR.$$

$$W_M = \int_0^R \frac{B^2}{2\mu_0} dV = \int_0^R \left(\frac{1}{2} \varepsilon_0 U_0 \cos(\omega t)\ \omega \cdot R \frac{\mu_0}{d}\right)^2 \cdot \frac{1}{2\mu_0} (2\pi d) R dR$$

$$\Rightarrow W_M = \frac{1}{16} \varepsilon_0^2 U_0^2 \cdot \cos(\omega t)^2 \cdot \omega^2 \cdot R^4 \cdot \frac{\mu_0}{d} \cdot \pi.$$

$$\Rightarrow \frac{W_M}{W_Э} = \frac{\frac{1}{16} \cdot \varepsilon_0^2 \cdot U_0^2 \cdot \cos(\omega t)^2 \cdot \omega^2 \cdot R^4 \cdot \frac{\mu_0}{d} \cdot \pi}{\frac{\varepsilon_0 \cdot (U_0 \sin(\omega t))^2}{2d} \cdot (\pi R^2)}$$

$$\Rightarrow \frac{W_{M\,max}}{W_{Э\,max}} = \frac{\frac{1}{16} \cdot \varepsilon_0^2 \cdot U_0^2 \cdot \omega^2 \cdot R^4 \cdot \frac{\mu_0}{d} \cdot \pi}{\frac{\varepsilon_0 \cdot U_0^2}{2d} \cdot (\pi R^2)} = \frac{1}{8} \cdot \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 R^2$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{\omega R}{c}\right)^2 = 5 \cdot 10^{-5}.$$