$\frac{r^3}{3}\Big|_a^b$

$\frac{100}{0,1-0,05}\cdot\frac{1}{3}(0,1^3-0,05^3)$

$м^2$).

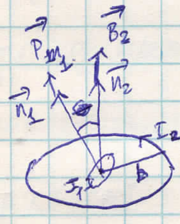
2.3.77) В двух круглых контурах с радиусами a и b текут токи $I_1$ и $I_2$. Центры контуров совпадают, а угол между их осями равен $\theta$. Найти энергию взаимодействия контуров, если a<<b

Дано:

$I_1, I_2, \theta,$
$a << b$

$W_m$ - ?

решение




будем считать, для меньшего контура с радиус a:

имеем: магнитный момент:

$$P_{m_1} = I_1 S = I_1 \pi a^2.$$

Для большего контура: имеем магнитное поле:

$$dB_2 = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\cdot\frac{[d\vec{l}\cdot\vec{r}]}{r^3}$$

$$= \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\frac{dl\cdot r}{r^3} \quad (\text{т.к } dl = d\varphi \cdot r)$$

$$= \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\cdot\frac{r^2}{r^3}d\varphi$$

$$\Rightarrow B_2 = \int_0^{2\pi}\frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\cdot\frac{d\varphi}{r} = \frac{\mu_0 I_2}{2r} \quad (r=b)$$

$$\Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2b}.$$

угол между $(\vec{n_1}, \vec{n_2}) = \theta$.

$\Rightarrow$ $\vec{P_{m_1}}$ и $\vec{B_2}$ угол между ними $= \theta$.

Энергия взаимодействия меньшего контура с магнитным полем у большего контура:

$$W_m = (\vec{p}_{m_1}, \vec{B}_2) = p_{m_1} \cdot B_2 \cdot \cos\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I_2}{2b} \cdot I_1 \pi a^2 \cdot \cos\theta.$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2b} a^2 \cdot \pi \cos\theta.$$

2.378,

металли

средой

кой про

внутрен

а, связ

и пров

б) ток

поверх

Дано:

$\rho, \varepsilon, a$

$I_{см} = ?$

$I$

$j =$

$\Rightarrow$

б) Пу

Имее

магнитного

2.378. Пространство между двумя концентрическими металлическими сферами заполнено слабо проводящей средой с удельным сопротивлением $\rho$ и диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$. В некоторый момент заряд на внутренней сфере равен $q$. Найти:

а) связь между векторами плотностей токов смещения и проводимости в каждой точке среды.

б) ток смещения в данный момент через произвольную поверхность в среде, охватывающую внутреннюю сферу.

Дано:

$\rho, \varepsilon, q$

$I_{см} = ?$

Решение: Имеем: Теорема Гаусса: $\oint D\,dS = q \Rightarrow D = \frac{q}{S}$

$D = \frac{q}{4\pi r^2}$



а) $j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial\left(\frac{q}{4\pi r^2}\right)}{\partial t} = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{\partial q}{\partial t}$,

$I = \frac{dq}{dt}$.

$j = \frac{I}{S} = \frac{dq}{dt} \cdot \frac{1}{4\pi r^2}$.

$\Rightarrow \quad j_{см} = j$

б) Пусть $a, b$ – радиусы внутреннего и внешнего сферы.

Имеем формулы: $R = \rho \cdot \frac{l}{S} =$

$\Rightarrow \quad R = \dfrac{\rho(b-a)}{4\pi \cdot ab}$

т.к. это сферический конденсатор.

$E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$.

$\Rightarrow U = |\varphi_1 - \varphi_2| = \left|\int_a^b (\bar{E}, d\bar{l})\right| = \int_a^b \dfrac{q}{\varepsilon 4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$

$= \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b}\right)$

$\Rightarrow \quad U = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \dfrac{b-a}{ab}$.

$I = \dfrac{U}{R} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \dfrac{b-a}{ab} \cdot \dfrac{4\pi ab}{\rho(b-a)}$

$= \dfrac{q}{\rho \cdot \varepsilon\varepsilon_0}$.

$I = \dfrac{dq}{dt}$

$\Rightarrow \quad \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{q}{\rho\varepsilon\varepsilon_0}$.

$\Rightarrow \quad \cancel{q\,dq = \rho\varepsilon\varepsilon_0\,dt}$

$\Rightarrow \quad \int\dfrac{dq}{q} = \int\dfrac{dt}{\rho\varepsilon\varepsilon_0} \Rightarrow \ln q = \dfrac{t}{\rho\varepsilon\varepsilon_0} + C$.

$\Rightarrow \quad q = e^{\frac{t}{\rho\cdot\varepsilon\varepsilon_0} + C}$

$\Rightarrow q = q_0\, e^{\frac{t}{\rho\cdot\varepsilon\varepsilon_0}}$. $\quad ; (q_0 = e^C)$

$$\Rightarrow D(t) = \frac{q}{S} = \frac{q_0}{4\pi r^2} \cdot e^{\frac{t}{\varepsilon\varepsilon_0\rho}}$$

$$\Rightarrow j_{cm} = \frac{\partial D(t)}{\partial t} = \frac{q_0}{4\pi r^2 \cdot \varepsilon\varepsilon_0\rho} \cdot e^{t/\rho\varepsilon\varepsilon_0}.$$

$$\Rightarrow I_{cm} = j_{cm} \cdot S = \frac{q_0 \, e^{t/\rho\varepsilon\varepsilon_0}}{\cancel{4\pi r^2} \cdot \varepsilon\varepsilon_0\rho} \cdot \cancel{4\pi r^2}$$

$$= \frac{q_0}{\rho \cdot \varepsilon\varepsilon_0} \cdot e^{t/\rho \cdot \varepsilon\varepsilon_0}$$

$$= \frac{q}{\rho \cdot \varepsilon\varepsilon_0},$$

ответ: $j_{cm} = j$ ; $I_{cm} = \frac{q}{\rho \cdot \varepsilon\varepsilon_0}$.