

БИЛЕТ №1

1. 10 книг, среди которых трехтомник Есенина, случайным образом расставляют в ряд на полке. Найти вероятность того, что все три тома Есенина будут стоять рядом.

2. В группе 5 отличников, 10 хорошистов и 15 троечников. Отличник сдает экзамен по "Теории вероятностей" на положительную оценку с вероятностью 0.9, хорошист – с 0.8, а троечник – с 0.3. Известно, что случайно выбранный студент этой группы сдал экзамен. К какой части группы он вероятнее всего относится?

3. Случайная величина X имеет экспоненциальный закон распределения с параметром $\lambda = 3$. Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2 + 2X + 1$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax^2y^4, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №2

1. В студенческой группе 25 студентов, из которых 5 живут в общежитии. Для участия в конкурсе самостоятельности случайным образом отбирают 5 студентов. Найти вероятность того, что среди них хотя бы один живет в общежитии.

2. Имеются две одинаковые с виду урны. Известно, что в одной из них 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 8 белых и 3 черных. Из случайно выбранной урны извлечены 2 шара, которые оказались белыми. Из какой из них они вероятнее всего были извлечены?

3. Случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Найти функцию плотности распределения случайной величины $Y = e^X$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax^2y^2, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №3

1. Партия из 1000 лотерейных билетов содержит 200 выигрышных билетов. Определить вероятность того, что среди 3-х наудачу взятых билетов

- а) все 3 выигрышные;
б) хотя бы 1 выигрышный.

2. В цехе работает 5 станков марки А, 7 станков марки Б и 8 станков марки С. Станки типа А дают 5% брака, станки марки Б – 3%, станки марки С – 4%. Какой процент качественных деталей выпускает цех в целом, если производительность всех станков одинаковая?

3. Производится стрельба по круглой мишени радиуса R . Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния от точки попадания до центра мишени, если координаты точки попадания имеют распределение $\text{Exp}(1)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x^2 + y^2), & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \left\{ (x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2} \right\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №4

1. Какова вероятность извлечь из полной колоды в 25 карты 4 карты одинаковой масти, если:
- а) извлеченные карты не возвращаются;
 - б) извлеченные карты возвращаются?
2. Имеются три одинаковые с виду урны. В первой 5 белых и 9 черных шаров, во второй 3 белых и 2 черных, в третьей 4 белых и 4 черных. Случайным образом выбрав одну из урн, исследователь вытащил из нее шар, который оказался белым. Из какой урны он вероятнее всего был вытащен?
3. Найти плотность распределения случайной величины $Y = X^2 + 1$, если $X \sim N(m, \sigma^2)$.
4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Axy^2, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 1\}.$$

- а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №5

1. 10 человек, среди которых двое терпеть не могут друг друга, садятся за круглый стол. Найти вероятность того, что эти двое окажутся рядом.

2. По среде, подверженной воздействию помех, передается служебное сообщение. Вероятность потери сообщения при передаче равна 0.4. Сколько раз нужно отправить сообщение, чтобы оно было принято хотя бы один раз с вероятностью не менее 0.95?

3. Случайная величина X равномерно распределена на отрезке $[-1, 3]$. Найти функцию распределения вероятностей случайной величины $Y = X^4$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax^2y, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №6

1. В партии из 100 деталей имеется 8 бракованных. Найти вероятность того, что среди 5 случайно выбранных деталей из партии окажутся хотя бы 2 бракованных.

2. В урне лежат 2 черных и один белый шар. Три игрока по очереди извлекают шар, смотрят его цвет и возвращают обратно. Выигрывает тот, кто первым извлечет белый шар. Для каждого из трех игроков найти вероятность выиграть партию.

3. Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2 + 1$, если $X \sim R(-1, 2)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, являются ли случайные величины X и Y независимыми.

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №7

1. На 11 карточках написаны буквы слова "вероятность". Карточки перемешивают и случайным образом выбирают 3 из них. Найти вероятность того, что в порядке выхода они образуют слово "ров", если а) карточки не возвращают в колоду; б) карточки возвращают в колоду.

2. В урне лежат 5 шаров белого цвета и 7 шаров черного. Из урны случайным образом вынимают 2 шара и выбрасывают, не узнав их цвета. После этого в урну кладут 2 белых шара, перемешивают шары и случайным образом извлекают 3 из них. Каков наиболее вероятный состав выброшенных шаров, если все три извлеченных шара оказались черными?

3. Найти плотность распределения случайной величины $Y = X^3$, если $X \sim N(m, \sigma^2)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Axy, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, а также ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №8

1. В студенческой группе учатся 10 студентов 2000-го года рождения, 15 студентов 2001-го и 5 студентов 2002-го. Из группы случайным образом выбирают трех человек. Найти вероятность того, что у всех трех выбранных студентов не совпадают года рождения.

2. Известно, что 15% выпускаемых некоторым заводом изделий являются нестандартными. Упрощенная схема контроля признает стандартное изделие стандартным с вероятностью 0.9, а нестандартное стандартным с вероятностью 0.1. Какова вероятность того, что изделие, признанное стандартным с использованием упрощенной процедуры, действительно является таковым?

3. Найти плотность распределения площади круга, радиус которого имеет равномерное на отрезке $[1, 4]$ распределение.

4. Случайный вектор (X, Y) равномерно распределен в треугольнике с вершинами в точках $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$. Найти условные плотности распределения случайных величин X и Y . Указать, являются ли X и Y зависимыми.

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №9

1. 10 книг, среди которых трехтомник Есенина, случайным образом расставляют в ряд на полке. Найти вероятность того, что все три тома Есенина будут стоять рядом.

2. В цехе работает 5 станков марки А, 7 станков марки Б и 8 станков марки С. Станки типа А дают 5% брака, станки марки Б – 3%, станки марки С – 4%. Какой процент качественных деталей выпускает цех в целом, если производительность всех станков одинаковая?

3. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y = X^2$, если $X \sim N(m, \sigma^2)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax(y+1), & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, а также ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №10

1. В студенческой группе 25 студентов, из которых 5 живут в общежитии. Для участия в конкурсе самостоятельности случайным образом отбирают 5 студентов. Найти вероятность того, что среди них хотя бы один живет в общежитии.

2. Имеются три одинаковые с виду урны. В первой 5 белых и 9 черных шаров, во второй 3 белых и 2 черных, в третьей 4 белых и 4 черных. Случайным образом выбрав одну из урн, исследователь вытащил из нее шар, который оказался белым. Из какой урны он вероятнее всего был вытасчен?

3. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины, которая принимает значения, равные площади круга, радиус которого имеет равномерное на отрезке $[1, 4]$ распределение.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x+1)y, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 1-x \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, а также ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №11

1. Партия из 1000 лотерейных билетов содержит 200 выигрышных билетов. Определить вероятность того, что среди 3-х наудачу взятых билетов

- а) все 3 выигрышные;
- б) хотя бы 1 выигрышный.

2. По среде, подверженной воздействию помех, передается служебное сообщение. Вероятность потери сообщения при передаче равна 0.4. Сколько раз нужно отправить сообщение, чтобы оно было принято хотя бы один раз с вероятностью не менее 0.95?

3. Случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение. Найти функцию плотности распределения случайной величины $Y = e^X$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax^2y, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №12

1. Какова вероятность извлечь из полной колоды в 25 карты 4 карты одинаковой масти, если:
- а) извлеченные карты не возвращаются;
 - б) извлеченные карты возвращаются?
2. В урне лежат 2 черных и один белый шар. Три игрока по очереди извлекают шар, смотрят его цвет и возвращают обратно. Выигрывает тот, кто первым извлечет белый шар. Для каждого из трех игроков найти вероятность выиграть партию.
3. Производится стрельба по круглой мишени радиуса R . Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния от точки попадания до центра мишени, если координаты точки попадания имеют распределение $\text{Exp}(1)$.
4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x + y), & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1\}.$$

- а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №13

1. 10 человек, среди которых двое терпеть не могут друг друга, садятся за круглый стол. Найти вероятность того, что эти двое окажутся рядом.

2. В урне лежат 5 шаров белого цвета и 7 шаров черного. Из урны случайным образом вынимают 2 шара и выбрасывают, не узнав их цвета. После этого в урну кладут 2 белых шара, перемешивают шары и случайным образом извлекают 3 из них. Каков наиболее вероятный состав выброшенных шаров, если все три извлеченных шара оказались черными?

3. Найти плотность распределения случайной величины $Y = X^2 + 1$, если $X \sim N(m, \sigma^2)$.

4. Случайный вектор (X, Y) равномерно распределен в треугольнике с вершинами в точках $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$. Найти условные плотности распределения случайных величин X и Y . Указать, являются ли X и Y зависимыми.

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №14

1. В партии из 100 деталей имеется 8 бракованных. Найти вероятность того, что среди 5 случайно выбранных деталей из партии окажутся хотя бы 2 бракованных.

2. Известно, что 15% выпускаемых некоторым заводом изделий являются нестандартными. Упрощенная схема контроля признает стандартное изделие стандартным с вероятностью 0.9, а нестандартное стандартным с вероятностью 0.1. Какова вероятность того, что изделие, признанное стандартным с использованием упрощенной процедуры, действительно является таковым?

3. Случайная величина X имеет экспоненциальный закон распределения с параметром $\lambda = 3$. Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2 + 2X + 1$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x+1)y, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 1 - x \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти вектор средних, а также ковариационную и корреляционную матрицы вектора (X, Y) ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №15

1. На 11 карточках написаны буквы слова "вероятность". Карточки перемешивают и случайным образом выбирают 3 из них. Найти вероятность того, что в порядке выхода они образуют слово "ров", если а) карточки не возвращают в колоду; б) карточки возвращают в колоду.

2. В группе 5 отличников, 10 хорошистов и 15 троечников. Отличник сдает экзамен по "Теории вероятностей" на положительную оценку с вероятностью 0.9, хорошист – с 0.8, а троечник – с 0.3. Известно, что случайно выбранный студент этой группы сдал экзамен. К какой части группы он вероятнее всего относится?

3. Найти плотность распределения случайной величины $Y = X^3$, если $X \sim N(m, \sigma^2)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax^2y^4, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18

БИЛЕТ №16

1. В студенческой группе учатся 10 студентов 2000-го года рождения, 15 студентов 2001-го и 5 студентов 2002-го. Из группы случайным образом выбирают трех человек. Найти вероятность того, что у всех трех выбранных студентов не совпадают года рождения.

2. Имеются две одинаковые с виду урны. Известно, что в одной из них 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 8 белых и 3 черных. Из случайно выбранной урны извлечены 2 шара, которые оказались белыми. Из какой из них они вероятнее всего были извлечены?

3. Найти функцию плотности распределения вероятностей случайной величины $Y = X^2 + 1$, если $X \sim R(-1, 2)$.

4. Случайный вектор (X, Y) имеет плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax^2y, & (x, y) \in D; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}.$$

а) Найти коэффициент A ; б) найти условные плотности распределения случайных величин X и Y ; в) установить, зависимы ли X и Y .

№ задачи	1	2	3	4	$\Sigma = \max$	\min
Баллы	7	7	8	8	30	18