**1.Содержательная и математическая постановки задачи о назначениях. Венгерский метод решения задачи о назначениях.**

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, число

Автоматически созданное описание

**2.Общая постановка задачи линейного программирования. Стандартная форма задачи линейного программирования. Основные допущения, принимаемые при исследовании задачи линейного программирования в стандартной форме. Показать, что любая задача линейного программирования может быть приведена к стандартной форме.**

Изображение выглядит как текст, диаграмма, Шрифт, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Шрифт, информация

Автоматически созданное описание

**3. Определение выпуклого множества и крайней точки выпуклого множества. Понятие выпуклой комбинации точек q1, ..., qk ∈ R n. Свойства выпуклой комбинации.**

**Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, алгебра

Автоматически созданное описание**

****

Аффинной оболочкой (выпуклой комбинацией) точек q1, ..., qk ∈ R называется множество

<q1, ..., qk> =

1. Аффинная оболочка точек q1, ..., qk является наименьшим (по включению) выпуклым множеством, содержащим эти точки.
2. Пусть

Тогда G является аффинной оболочкой своих крайних точек

**4.** **Основные утверждения линейного программирования (формулировка). Доказать, что множество допустимых решений задачи линейного программирования является выпуклым.**

\*) Основные утверждения линейного программирования

Рассмотрим ЗЛП в виде стандартной форме



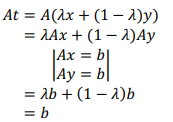
Обозначим – множество допустимых решений этой задачи.

Основное утверждение линейного программирования:

1. G – выпуклое множество
2. Если G не пусто, то оно содержит БДР ЗЛП
3. БДР ЗЛП являются крайними множества
4. Крайние множества G являются БДР ЗЛП.
5. Пусть функция f принимает максимальное значение в некоторой точке G, тогда f принимает его значение по крайней мере в одной крайней точке G
6. Если функция f принимает максимальное значение в точка q1, …, то f принимает его значение в любой точке их выпуклой комбинации {q1, …}

\*) Доказать, что множество допустимых решений задачи линейного программирования является выпуклым.

Выберем 2 точки х и у G. Если G выпуклое множество, то есть . Покажем, что

**

Изображение выглядит как текст, Шрифт, линия

Автоматически созданное описание

**5. Понятия базисного решения и базисного допустимого решения задачи линейного программирования. Вычисление базисного решения и отвечающего ему значения целевой функции в случае, когда базисными выбраны m первых столбцов матрицы A системы ограничений задачи.**

\*) Понятия базисного решения

Рассмотрим СЛАУ Ах = b из ЗЛП (1)в стандартной формеИзображение выглядит как Шрифт, линия, рукописный текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание(rank(A) = rank(A|b) = m < n, где m, n – размеры матрицы А.

Базисное решение ЗЛП – частное решение СЛАУ Ax = b из системы ограничений этой ЗЛП, которое отвечает нулевым значениям небазисных переменных хНБ = 0, х0 = х|xнб = 0 = [. Если базисное решение xБ ≥ 0, то оно называется базисным допустимым решением ЗЛП.

\*) Вычисление базисного решения и отвечающего ему значения целевой функции в случае, когда базисными выбраны m первых столбцов матрицы A системы ограничений задачи.

Будем считать, что m первых столбцов матрицы A является линейно не зависимыми



Так как m первых столбцов ЛНЗ, их можно выбрать в качестве базисных.

Обозначим

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

С учётом этих обозначений СЛАУ Ах = b из задача (1) может быть написана в виде Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Так как АБ квадратная матрица, столбцы ЛНЗ, то det (АБ)! =0 =>

Общее решение СЛАУ из задачи (1) можно записать в виде

**6. Понятия базисного решения и базисного допустимого решения задачи линейного программирования. Каноническая форма задачи линейного программирования в случае, когда базисными являются m первых столбцов матрицы A системы ограничений задачи**

\*) Понятия базисного решения

Рассмотрим СЛАУ Ах = b из ЗЛП в стандартной формеИзображение выглядит как Шрифт, линия, рукописный текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание(rank(A) = rank(A|b) = m < n, где m, n – размеры матрицы А.

Базисное решение ЗЛП – частное решение СЛАУ Ax = b из системы ограничений этой ЗЛП, которое отвечает нулевым значениям небазисных переменных хНБ = 0, х0 = х|xнб = 0 = [. Если базисное решение xБ ≥ 0, то оно называется базисным допустимым решением ЗЛП.

\*) Каноническая форма задачи линейного программирования в случае, когда базисными являются m первых столбцов матрицы A системы ограничений задачи

Будем считать, что известно некоторое БДР, которое отвечает m первым столбцам матрицы A. Обозначим:

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, снимок экрана

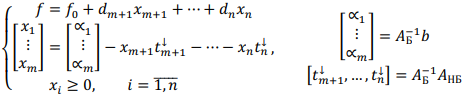
Автоматически созданное описание

Выразим базисные переменные через небазисные: . Тогда значение функции f

Изображение выглядит как текст, Шрифт, белый, линия

Автоматически созданное описание

Тогда мы можем представить ЗЛП в следующем виде:

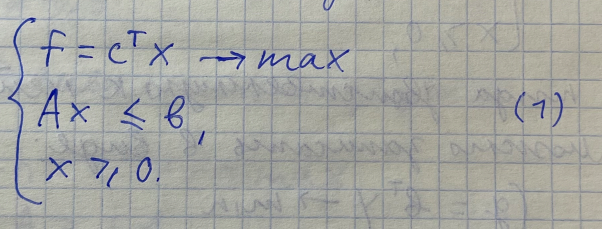


Данную систему называют канонической формой ЗЛП, отвечающей выбранному базису. В ней базисные переменные выражены через небазисные, а выражение для целевой функции содержит только небазисные переменные.

**7.** **Определение стандартной формы прямой задачи линейного программирования. Понятие двойственной задачи. Показать, что любая задача линейного программирования может быть приведена к стандартной форме прямой задачи.**

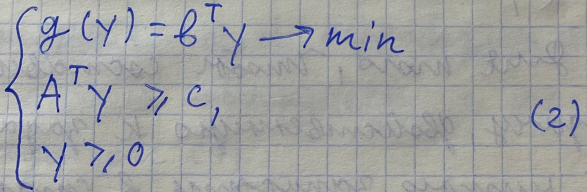
\*) Определение стандартной формы прямой ЗЛП

Говорят, что ЗЛП записана в стандартной форме прямой задачи, если она имеет вид:



\*) Понятие двойственной задачи:

Задачей, двойственной к задаче (1), называется задача:



При этом (2) называется стандартной формой двойственной задачи.

\*) Показать, что любая задача линейного программирования может быть приведена к стандартной форме прямой задачи.

Любая ЗЛП может быть приведена к эквивалентной задаче, записанной в стандартной форме прямой задачи.

Доказательство

1) Если исходная задача является задачей минимизации, т. е.

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, Шрифт, текст

Автоматически созданное описание

то рассмотрим функцию

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, текст, Шрифт

Автоматически созданное описание

2) Если некоторое ограничение является неравенством вида «≥», то есть имеет вид

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, текст, рукописный

Автоматически созданное описание

то умножив обе его части на (-1), перейдем к эквивалентному неравенству:

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, каллиграфия, чернила

Автоматически созданное описание

3) Если некоторое ограничение имеет вид равенства, т. е. имеет вид

Изображение выглядит как рукописный текст, текст, линия, рукописный

Автоматически созданное описание

то заменим его парней эквивалентных ограничений неравенств

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, Шрифт, текст

Автоматически созданное описание

или эквивалентно

Изображение выглядит как рукописный текст, линия, Шрифт, текст

Автоматически созданное описание

4) Если некоторая переменная хi подчинена условию неположительности, т. е. хi ≤ 0, то заменим её на переменную хi’=- хi. Тогда хi’ ≥0.

5) Если некоторая переменная хi не ограничена в знаке, то представим её в виде разности двух неотрицательных переменных.

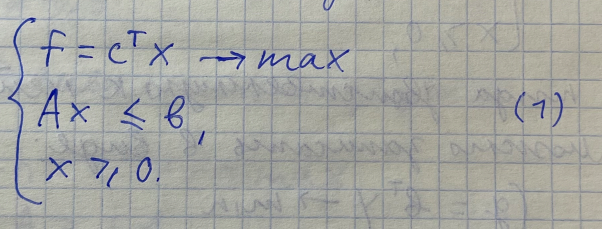
Изображение выглядит как рукописный текст, текст, линия, рукописный

Автоматически созданное описание

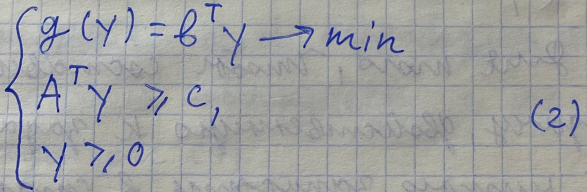
**8. Понятие двойственной задачи. Сформулировать основные соотношения двойственности. Доказать, что задача, двойственная к двойственной, эквивалентна прямой задаче.**

\*) Понятие двойственной задачи:

Говорят, что ЗЛП записана в стандартной форме прямой задачи, если она имеет вид:



Задачей, двойственной к задаче (1), называется задача:



При этом (2) называется стандартной формой двойственной задачи.

\*) Основные соотношения двойственности.

1) Задача, двойственная к двойственной, эквивалентна прямой задаче.

2) Пусть: х0 – допустимое решение прямой задачи.

у0 – допустимое решение двойственной задачи.

Тогда f(x0) ≤ g(y0).

3) Пусть: х0 – допустимое решение прямой задачи.

у0 – допустимое решение двойственной задачи.

f(x0) = g(y0)

Тогда х0 – орт решение прямой задачи.

у0 – орт решение двойственной задачи.

4) Пусть прямая задача имеет конечное оптимальное решение х0, тогда

+) двойственная задача имеет конечное оптимальное решение у0;

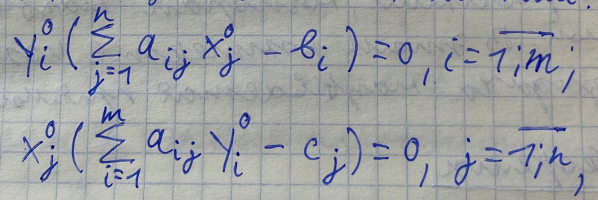
+) f(x0) = g(y0)

5) Условие дополняющей нежёсткости

Пусть х0 = (х1, х2, …, хn) - орт решение прямой задачи.

у0 = (y1, y2, …, yn) - орт решение двойственной задачи.

Тогда справедливы соотношения



называемые условиями дополняющей нежесткости

\*) Доказать, что задача, двойственная к двойственной, эквивалентна прямой задаче.

Изображение выглядит как рукописный текст, текст, Шрифт, линия

Автоматически созданное описание Изображение выглядит как рукописный текст, текст, Шрифт, рукописный

Автоматически созданное описание

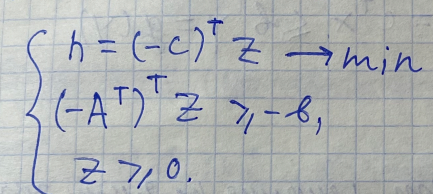
Прямая задача Двойственная

Задача (\*\*) в стандартной форме прямой задачи:

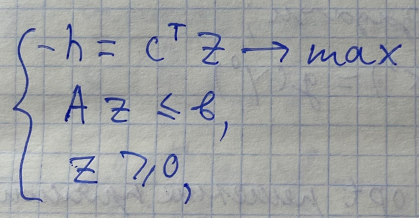
Изображение выглядит как рукописный текст, текст, Шрифт, рукописный

Автоматически созданное описание

Задача, двойственная к полученной, принимает вид



И эквивалентна задаче



После переобозначения z -> x, задача совпадает с прямой задачей (\*)

\*) Доказать неравенство для значений целевых функций прямой и двойственной задач и следствие из него.

